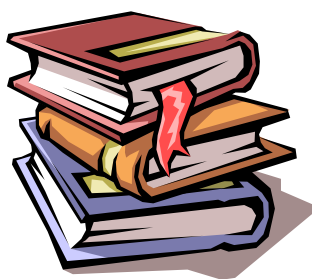


Tailieumontoan.com



[Điện thoại \(Zalo\) 039.373.2038](tel:039.373.2038)



ĐỀ THI THỬ VÀO 10 HÀ NỘI
NĂM HỌC 2024-2025

[\(Liệu hệ tài liệu word SĐT \(zalo\) : 039.373.2038\)](#)



Tài liệu sưu tầm, ngày 20 tháng 9 năm 2024



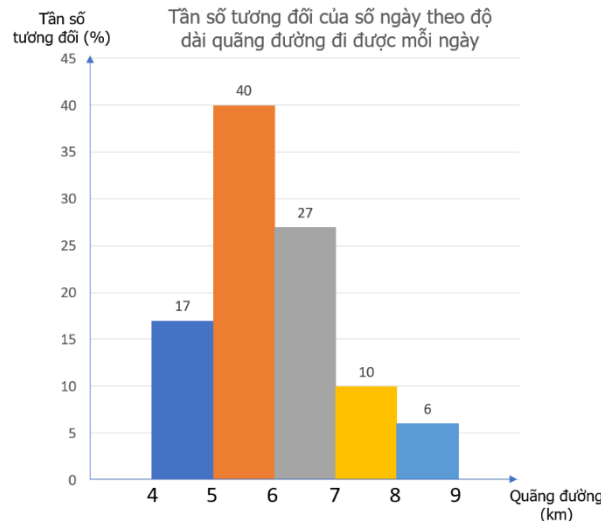
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) . Nam thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) mình đi bộ mỗi ngày trong tháng 9 và biểu diễn dưới dạng biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm sau:



Tìm nhóm có tần số tương đối ghép nhóm lớn nhất. Xác định tần số và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm đó.

2) . Một hộp có 20 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân viết lên các viên bi đó các số 1, 2, 3, ..., 20; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau. Xét phép thử “Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp”. Tính xác suất biến cố: “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1”.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{2}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} - \frac{2\sqrt{x}}{4-x}$ với $x \geq 0, x \neq 4$

1) . Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 64$

2) . Chứng minh rằng $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$

3) . Cho $P = \frac{A}{B}$. Tìm các giá trị của x để $P \geq \frac{2}{x+2}$

Câu III: (2,5 điểm) Cho .

1) . Nhân dịp ngày Giỗ Tổ Hùng Vương, một siêu thị điện máy đã giảm giá nhiều mặt hàng để kích cầu mua sắm. Giá niêm yết của một chiếc tủ lạnh và một chiếc máy giặt có tổng số tiền là 25,4 triệu đồng. Tuy nhiên, trong dịp này tủ lạnh giảm 40% giá niêm yết và máy giặt giảm 25% giá niêm yết. Vì thế, cô Liên đã mua hai mặt hàng trên với tổng số tiền là 16,77 triệu đồng. Hỏi giá niêm yết của mỗi mặt hàng trên là bao nhiêu?



2) . Một xí nghiệp sản xuất nước mắm dự định thu mua 120 tấn cá trong một thời gian nhất định, nhờ đổi mới phương pháp thu mua xí nghiệp đã mua vượt mức 6 tấn mỗi tuần. Vì vậy xí nghiệp đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn 1 tuần và vượt mức 10 tấn cá. Tính số cá mà xí nghiệp phải mua mỗi tuần theo kế hoạch.

3) . Cho phương trình: $4x^2 - 5x - 3 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $S = x_1 + x_2$; $P = x_1x_2$; $F = (x_1 + 1)(x_2 + 1) - (x_1 - x_2)^2$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) . Để làm một mô hình cái bút chì trang trí, người ta dùng một khối gỗ hình trụ và một khối gỗ hình nón có cùng đường kính đáy chồng khít lên nhau. Khối gỗ hình trụ có đường kính đáy là $20cm$, chiều cao là $30cm$. Khối gỗ hình nón có chiều cao là $15cm$. Tính thể tích gỗ cần dùng để làm mô hình này.

2) . Cho đường tròn (O) , dây CD cố định. Gọi B là điểm chính giữa cung nhỏ CD , kẻ đường kính AB cắt CD tại I . Lấy điểm H bất kỳ trên cung lớn CD , HB cắt CD tại E . Đường thẳng AH cắt đường thẳng CD tại P .

a) . Chứng minh: Tứ giác $PHIB$ nội tiếp.

b) . Chứng minh: $AH.AP = AI.AB$.

c) . Gọi K là giao điểm của đường thẳng AE và BP . Kẻ $KM \perp AB$ cắt AB tại M , cắt đường tròn (O) tại N . Chứng minh N, I, H thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm) Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy móc có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ (người này sẽ giám sát tất cả các máy hoạt động). Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí sản xuất là thấp nhất?

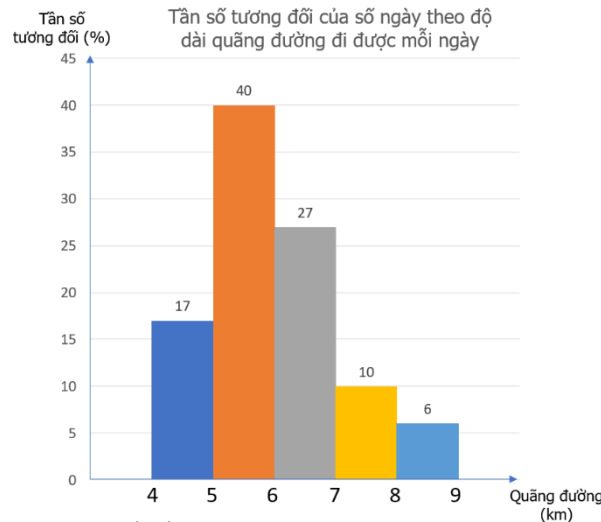
☞ HẾT ☞



HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

1) . Nam thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) mình đi bộ mỗi ngày trong tháng 9 và biểu diễn dưới dạng biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm sau:



Tìm nhóm có tần số tương đối ghép nhóm lớn nhất. Xác định tần số và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm đó.

2) . Một hộp có 20 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân viết lên các viên bi đó các số 1, 2, 3, ..., 20; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau. Xét phép thử “Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp”. Tính xác suất biến cố: “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1”.

Lời giải

1) . Nhóm có tần số tương đối ghép nhóm lớn nhất là [5;6) có tần số tương đối $f = 40\%$

và tần số $n = 12$.

2) . Tập hợp các kết quả có thể xảy ra là:

$$\Omega = \{1, 2, \dots, 20\}.$$

Gọi T: “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1”.

Có 3 kết quả thuận lợi là: 1, 8, 15

Vậy xác suất của T là $P(T) = \frac{3}{20}$.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{2}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} - \frac{2\sqrt{x}}{4-x}$ với $x \geq 0, x \neq 4$

1) . Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 64$

2) . Chứng minh rằng $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$



3) . Cho $P = \frac{A}{B}$. Tìm các giá trị của x để $P \geq \frac{2}{x+2}$

Lời giải

1) . Thay $x = 64$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta được $A = \frac{2}{\sqrt{64}-2} = \frac{1}{3}$.

2) . Ta có $B = \frac{3(\sqrt{x}+2) + (\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1) + 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x+4\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$.

3) . Với $x \geq 0$, $x \neq 4$ thì

$$P = \frac{A}{B} = \frac{2}{\sqrt{x}-2} : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} = \frac{2}{\sqrt{x}+2}.$$

Để

$$P \geq \frac{2}{x+2} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{x}+2} \geq \frac{2}{x+2}.$$

$$\text{Do } 2 > 0 \text{ và } x+2 > 0, \sqrt{x}+2 > 0 \Rightarrow \sqrt{x}+2 \leq x+2 \Rightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x}-1) \geq 0$$

$$\text{TH1: } \sqrt{x}(\sqrt{x}-1) = 0 \text{ nên } \sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$\text{TH2: } \sqrt{x}(\sqrt{x}-1) > 0 \Rightarrow \sqrt{x}-1 > 0 \text{ vì } \sqrt{x} \geq 0 \text{ nên } x > 1.$$

Kết hợp với điều kiện $x \geq 0$, $x \neq 4$ ta được $x = 0$ hoặc $x \geq 1$, $x \neq 4$.

Câu III: (2,5 điểm) Cho .

- 1) . Nhân dịp ngày Giỗ Tổ Hùng Vương, một siêu thị điện máy đã giảm giá nhiều mặt hàng để kích cầu mua sắm. Giá niêm yết của một chiếc tủ lạnh và một chiếc máy giặt có tổng số tiền là 25,4 triệu đồng. Tuy nhiên, trong dịp này tủ lạnh giảm 40% giá niêm yết và máy giặt giảm 25% giá niêm yết. Vì thế, cô Liên đã mua hai mặt hàng trên với tổng số tiền là 16,77 triệu đồng. Hỏi giá niêm yết của mỗi mặt hàng trên là bao nhiêu?
- 2) . Một xí nghiệp sản xuất nước mắm dự định thu mua 120 tấn cá trong một thời gian nhất định, nhờ đổi mới phương pháp thu mua xí nghiệp đã mua vượt mức 6 tấn mỗi tuần. Vì vậy xí nghiệp đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn 1 tuần và vượt mức 10 tấn cá. Tính số cá mà xí nghiệp phải mua mỗi tuần theo kế hoạch.
- 3) . Cho phương trình: $4x^2 - 5x - 3 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $S = x_1 + x_2$; $P = x_1x_2$; $F = (x_1+1)(x_2+1) - (x_1-x_2)^2$.

Lời giải

- 1) . Gọi giá niêm yết của một chiếc tủ lạnh và một chiếc máy giặt lần lượt là x, y (triệu đồng) ($0 < x < 25,4$; $0 < y < 25,4$).

Theo bài, giá niêm yết của một chiếc tủ lạnh và một chiếc máy giặt có tổng số tiền là 25,4 triệu đồng nên ta có: $x + y = 25,4$.



Do tủ lạnh được giảm 40% giá niêm yết nên giá của chiếc tủ lạnh sau giảm giá là $60\%x = 0,6x$ (triệu đồng).

Do máy giặt được giảm 25% giá niêm yết nên giá của chiếc máy lạnh sau giảm giá $75\%y = 0,75y$ (triệu đồng).

Theo bài, cô Liên đã mua hai mặt hàng trên với tổng số tiền là 16,77 triệu đồng nên ta có phương trình: $0,6x + 0,75y = 16,77$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 25,4 \\ 0,6x + 0,75y = 16,77 \end{cases}$$

Giải hpt ta được:

$$\begin{cases} x = 15,2 \\ y = 10,2 \end{cases}$$

Vậy giá niêm yết của một chiếc tủ lạnh là 15,2 triệu đồng và giá niêm yết của một chiếc máy giặt là 10,2 triệu đồng.

2) . Gọi số cá mà xí nghiệp phải mua mỗi tuần theo kế hoạch là x tấn. ($0 < x < 120$).

Số tuần xí nghiệp đó định mua cá là: $\frac{120}{x}$ tuần.

Thực tế mỗi tuần xí nghiệp đó thu mua được số cá là: $x + 6$ tấn.

Thực tế số cá xí nghiệp đó thu mua được là: 130 tấn.

Thực tế số tuần xí nghiệp đó thu mua cá là: $\frac{130}{x+6}$ tuần.

Vì xí nghiệp đã hoàn thành kế hoạch sớm 1 tuần nên ta có phương trình :

$$\frac{120}{x} - \frac{130}{x+6} = 1 \Leftrightarrow \frac{120(x+6) - 130x}{x(x+6)} = 1 \Leftrightarrow \frac{720 - 10x}{x^2 + 6x} = 1$$

$$\Rightarrow 720 - 10x = x^2 + 6x \Leftrightarrow x^2 + 16x - 720 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ x = -36 \end{cases}$$

Vì $0 < x < 120$ nên $x = 20$.

Vậy theo kế hoạch một tuần xí nghiệp đó thu mua 120 tấn cá.

3) Ta có: $4x^2 - 5x - 3 = 0$.

$a = 4$; $b = -5$; $c = -3$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4.4.(-3) = 73 > 0.$$

Vì $\Delta > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

3). Theo định lí Viète, ta có: $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{5}{4}$; $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-3}{4}$.

Ta có: $F = (x_1 + 1)(x_2 + 1) - (x_1 - x_2)^2$

$$F = x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1 - x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2^2$$

$$F = x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1 - x_1^2 - 2x_1x_2 - x_2^2 + 4x_1x_2$$

$$F = 5x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1 - (x_1 + x_2)^2$$

$$F = 5 \cdot \frac{-3}{4} + \frac{5}{4} + 1 - \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{-49}{16}.$$

Câu IV: (4,0 điểm)

1). Để làm một mô hình cái bút chì trang trí, người ta dùng một khối gỗ hình trụ và một khối gỗ hình nón có cùng đường kính đáy chồng khít lên nhau. Khối gỗ hình trụ có đường kính đáy là $20cm$, chiều cao là $30cm$. Khối gỗ hình nón có chiều cao là $15cm$. Tính thể tích gỗ cần dùng để làm mô hình này.

2). Cho đường tròn (O) , dây CD cố định. Gọi B là điểm chính giữa cung nhỏ CD , kẻ đường kính AB cắt CD tại I . Lấy điểm H bất kỳ trên cung lớn CD , HB cắt CD tại E . Đường thẳng AH cắt đường thẳng CD tại P .

a). Chứng minh: Tứ giác $PHIB$ nội tiếp.

b). Chứng minh: $AH \cdot AP = AI \cdot AB$.

c). Gọi K là giao điểm của đường thẳng AE và BP . Kẻ $KM \perp AB$ cắt AB tại M , cắt đường tròn (O) tại N . Chứng minh N, I, H thẳng hàng.

Lời giải

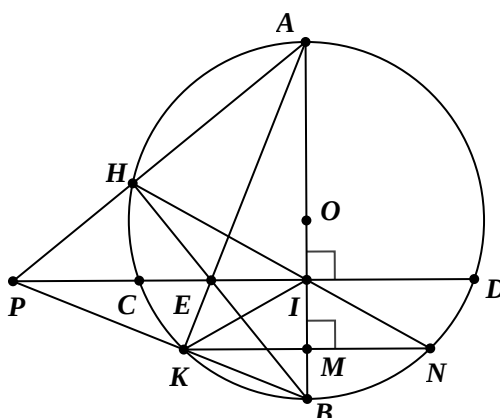
1). Vì đường kính của khối gỗ hình trụ là $20cm$ nên bán kính của khối gỗ hình trụ là $10cm$.

Thể tích của khối gỗ hình trụ là: $\pi \cdot 10^2 \cdot 30 = 3000\pi (cm^3)$.

Thể tích của hình nón là: $\frac{1}{3} \pi \cdot 10^2 \cdot 15 = 500\pi (cm^3)$.

Thể tích gỗ cần dùng để làm mô hình này là: $3000\pi + 500\pi = 3500\pi (cm^3)$

2).



a). Chứng minh: Tứ giác $PHIB$ nội tiếp.

Ta có $AHB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow PHB = 90^\circ$ (kề bù với $AHB = 90^\circ$);

$PIB = 90^\circ$ (GT) $\Rightarrow H, I$ cùng thuộc đường tròn đường kính $PB \Rightarrow$ tứ giác $PHIB$ nội tiếp đường tròn đường kính PB .



b) . Chứng minh: $AH.AP = AI.AB$.

Xét $\triangle AHI$ và $\triangle ABP$ có:

HAI chung;

$AHI = ABP$ (cùng bù với PHI do tứ giác $PHIB$ nội tiếp)

$$\Rightarrow \triangle AHI \sim \triangle ABP (g.g) \Rightarrow \frac{AH}{AI} = \frac{AB}{AP} \Leftrightarrow AH.AP = AI.AB.$$

c) . Gọi K là giao điểm của đường thẳng AE và BP . Kẻ $KM \perp AB$ cắt AB tại M , cắt đường tròn (O) tại N . Chứng minh N, I, H thẳng hàng.

Tứ giác $PHIB$ nội tiếp nên $HIP = HBP$ (hai góc nội tiếp cùng chắn HP) (1);

Tam giác ABP có hai đường cao PI, BH cắt nhau tại $E \Rightarrow E$ là trực tâm của

$\triangle ABP \Rightarrow AE \perp BP$ hay $AK \perp BP \Rightarrow EKB = 90^\circ$, mà $EIB = 90^\circ$ (GT) $\Rightarrow$ tứ giác $BKEI$ nội tiếp đường tròn đường kính $BE \Rightarrow EIK = HBP$ (hai góc nội tiếp cùng chắn EK) (2);

Mà $EKB = 90^\circ \Rightarrow K \in (O)$, lại có $AB \perp KN$ tại $M \Rightarrow MK = MN$ (quan hệ vuông góc đường kính và dây) $\Rightarrow \triangle IMK = \triangle IMN (c.g.c) \Rightarrow MIK = MIN \Rightarrow 90^\circ - MIK = 90^\circ - MIN$

$$\Rightarrow EIK = DIN (3);$$

$$\text{Từ (1), (2), (3) ta có } HIP = DIN (= HBP = EIK) \Rightarrow HIP + PIN = DIN + PIN = PID = 180^\circ$$

$$\Rightarrow HIN = 180^\circ \Rightarrow H, I, N \text{ thẳng hàng.}$$

Câu V: (0,5 điểm) Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy móc có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ (người này sẽ giám sát tất cả các máy hoạt động). Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí sản xuất là thấp nhất?

Lời giải

Gọi số máy móc công ty nên sử dụng là x (máy)

Điều kiện $x > 0$.

Trong một giờ, số quả bóng tennis sản xuất được là $30x$ (quả bóng)

Như vậy, số giờ để sản xuất 8000 quả bóng là $\frac{8000}{30x}$ (giờ)

Mỗi giờ phải trả 192 nghìn đồng cho người giám sát và chi phí thiết lập cho mỗi máy là 200 nghìn đồng nên chi phí sản xuất là

$$B = 200000x + \frac{8000}{30x} \cdot 192000 = 200000x + \frac{51200000}{x} \text{ (đồng).}$$

Ta chứng minh bất đẳng thức sau $a + b \geq 2\sqrt{ab}, \forall a, b > 0$ (Bất đẳng thức AM-GM)



$$a + b \geq 2\sqrt{ab}$$

$$(a + b)^2 \geq (2\sqrt{ab})^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 \geq 4ab$$

$$a^2 - 2ab + b^2 \geq 0$$

$$(a - b)^2 > 0, \forall a, b > 0$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho hai số dương $200000x$ và $\frac{51200000}{x}$, ta được

$$200000x + \frac{51200000}{x} \geq 2\sqrt{200000x \cdot \frac{51200000}{x}} = 6400000.$$

Dấu "=" xảy ra khi $200000x = \frac{51200000}{x} \Leftrightarrow x^2 = 256 \Leftrightarrow x = 16$ (nhận) hay $x = -16$ (loại).

Vậy số máy móc công ty nên sử dụng là 16 máy để chi phí sản xuất là thấp nhất.

❧HẾT❧

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: centimét) của 60 lá dương xỉ trưởng thành, người ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	Cộng
Tần số (n)	7	16	27	10	60

Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [30; 40).

2) Trên mặt phẳng cho năm điểm phân biệt A, B, C, D, E trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hai điểm A, B được tô màu đỏ; ba điểm C, D, E được tô màu xanh. Bạn Châu chọn ra ngẫu nhiên một điểm tô màu đỏ, sau đó chọn ngẫu nhiên một điểm tô màu xanh để nối thành một đoạn thẳng.

Tính xác suất của mỗi biến cố X : “Trong hai điểm được chọn ra có điểm A ”.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức

$$A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}-8}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} \text{ với } x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9.$$

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.
- Rút gọn biểu thức B
- Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $B < A$

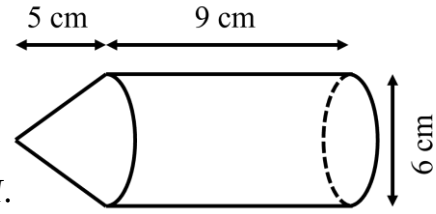
Câu III: (2,5 điểm)

- Để mở rộng kinh doanh, một cửa hàng đã vay 600 triệu đồng kì hạn 12 tháng từ hai ngân hàng A và B với lãi suất lần lượt là 8%/năm và 9%/năm. Tổng số tiền lãi một năm phải trả cho cả hai ngân hàng là 50 triệu đồng. Tính số tiền của hàng đã vay từ mỗi ngân hàng.
- Một tổ sản xuất phải làm 600 sản phẩm trong một thời gian quy định với năng suất như nhau. Sau khi làm được 400 sản phẩm, tổ đã tăng năng suất thêm mỗi ngày 10 sản phẩm, do đó đã hoàn thành công việc sớm hơn một ngày. Tính số sản phẩm làm trong mỗi ngày theo quy định.
- Cho phương trình $x^2 - 4\sqrt{3}x + 8 = 0$ có 2 nghiệm $x_1; x_2$, không giải phương trình hãy tính giá trị biểu thức: $Q = x_1^3 + x_2^3$



Câu IV: (4,0 điểm)

1) Tính thể tích của mô hình tên lửa trong hình bên.



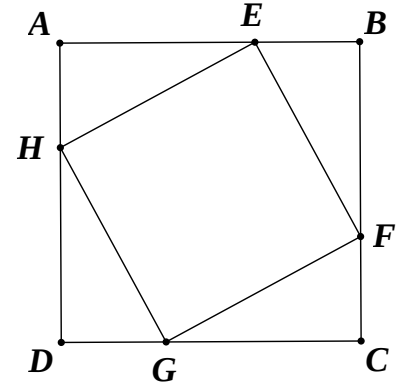
2) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Hai đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại điểm H . Gọi K là trung điểm BC .

a) Chứng minh $\triangle AEF$ đồng dạng $\triangle ABC$.

b) Chứng minh đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng EF .

c) Đường phân giác góc FHB cắt AB và AC lần lượt tại M và N . Gọi I là trung điểm của MN , J là trung điểm của AH . Chứng minh tứ giác $AFHI$ nội tiếp và ba điểm I, J, K thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm) Bác Bình có mảnh vườn hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 10m. Ở bốn góc vườn, bác Bình muốn trồng hoa thành các hình tam giác vuông bằng nhau (hình vẽ). Hãy tính khoảng cách từ góc vườn A đến vị trí E sao cho tứ giác $EFGH$ có chu vi nhỏ nhất.



☞ HẾT ☞

HƯỚNG DẪN

LÀM LỜI GIẢI CHI TIẾT CHO ĐỀ TRÊN.

Câu I: (1,5 điểm)

1) Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: centimét) của 60 lá dương xỉ trưởng thành, người ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	Cộng
Tần số (n)	7	16	27	10	60

Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [30; 40).

2) Trên mặt phẳng cho năm điểm phân biệt A, B, C, D, E, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hai điểm A, B được tô màu đỏ; ba điểm C, D, E được tô màu xanh. Bạn Châu chọn ra ngẫu nhiên một điểm tô màu đỏ, sau đó chọn ngẫu nhiên một điểm tô màu xanh để nối thành một đoạn thẳng.

Tính xác suất của mỗi biến cố X : “ Trong hai điểm được chọn ra có điểm A”.

Lời giải

1) Tần số ghép nhóm [30; 40) là 27

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [30; 40) là:

$$\frac{27 \cdot 100}{60} \% = 45\%$$

2) Không gian mẫu của phép thử là: $\Omega = \{AC; AD; AE; BC; BD; BE\}$

Không gian mẫu có 6 phần tử.

Các kết quả của phép thử là đồng khả năng.

+ Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố X là $AC; AD; AE$. Xác suất của biến cố X là

$$P(X) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức

$$A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}-8}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} \text{ với } x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9.$$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.

2) Rút gọn biểu thức B .

3) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $B < A$

Lời giải

1) Với $x = 25$ (thỏa mãn điều kiện) suy ra $A = \frac{\sqrt{25}+1}{\sqrt{25}-2} = \frac{6}{3} = 2$.

Vậy $x = 25$ thì $A = 2$

2) Thu gọn biểu thức

$$B = \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)+\sqrt{x}-8}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$= \frac{x-4+\sqrt{x}-8}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$= \frac{x+4\sqrt{x}-3\sqrt{x}-12}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$= \frac{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-2}$$

Vậy $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$ thì $B = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-2}$

3) Ta có: $B < A \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-2} < \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x}-2} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow x < 4$$

Kết hợp điều kiện suy ra $0 \leq x < 4$. Mà $x \in \square \Rightarrow x \in \{0; 1; 2; 3\}$.

Vậy $x \in \{0; 1; 2; 3\}$ thì $B < A$

Câu III: (2,5 điểm)

- 1) Để mở rộng kinh doanh, một cửa hàng đã vay 600 triệu đồng kì hạn 12 tháng từ hai ngân hàng A và B với lãi suất lần lượt là 8%/năm và 9%/năm. Tổng số tiền lãi một năm phải trả cho cả hai ngân hàng là 50 triệu đồng. Tính số tiền của hàng đã vay từ mỗi ngân hàng.

- 2) Một tổ sản xuất phải làm 600 sản phẩm trong một thời gian quy định với năng suất như nhau. Sau khi làm được 400 sản phẩm, tổ đã tăng năng suất thêm mỗi ngày 10 sản phẩm, do đó đã hoàn thành công việc sớm hơn một ngày. Tính số sản phẩm làm trong mỗi ngày theo quy định.
- 3) Cho phương trình $x^2 - 4\sqrt{3}x + 8 = 0$ có 2 nghiệm $x_1; x_2$, không giải phương trình hãy tính giá trị biểu thức: $Q = x_1^3 + x_2^3$

Lời giải

- 1) Gọi x (triệu đồng), y (triệu đồng) lần lượt là số tiền mà cửa hàng đã vay từ ngân hàng A và B ($x > 0, y > 0$).

Cửa hàng đã vay tổng 600 triệu đồng nên: $x + y = 600$

Vì lãi suất của hai ngân hàng A và B lần lượt là 8%/năm và 9%/năm, tổng tiền lãi một năm phải trả cho cả hai ngân hàng là 50 triệu đồng nên: $8\%.x + 9\%.y = 50$ hay $8x + 9y = 5000$.

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 600 & (1) \\ 8x + 9y = 5000 & (2) \end{cases}$$

Từ phương trình (1) ta có: $y = 600 - x$.

Thế $y = 600 - x$ vào phương trình (2) ta được: $8x + 9.(600 - x) = 5000$ (3)

Giải phương trình (3):

$$\begin{aligned} 8x + 9.(600 - x) &= 5000 \\ 8x + 5400 - 9x &= 5000 \\ -x &= -400 \\ x &= 400 \end{aligned}$$

Ta thấy $x = 400$ thỏa mãn $x > 0$

Thay $x = 400$ vào phương trình $y = 600 - x$, ta có: $y = 600 - 400 = 200$ (thỏa mãn $y > 0$)

Vậy số tiền của hàng đã vay từ ngân hàng A và B lần lượt là 400 triệu đồng và 200 triệu đồng.

- 2) Gọi số sản phẩm dự kiến làm trong mỗi ngày là x (sản phẩm).

Điều kiện: $x > 0$.

Thời gian dự kiến là $\frac{600}{x}$ (ngày).

Thời gian làm 400 sản phẩm đầu là $\frac{400}{x}$ (ngày).

Thời gian làm $600 - 400 = 200$ sản phẩm sau là $\frac{200}{x+10}$ (ngày).

Vì thực tế công việc hoàn thành sớm hơn dự kiến 1 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{600}{x} - \left(\frac{400}{x} + \frac{200}{x+10} \right) = 1$$

$$\frac{200}{x} - \frac{200}{x+10} = 1$$

$$\frac{200(x+10) - 200x}{x(x+10)} = 1$$

$$x^2 + 10x - 2000 = 0$$

$$x^2 + 10x + 25 - 2025 = 0$$

$$(x+5)^2 = 2025.$$

$$x_1 = 40 \text{ (thỏa mãn)}, x_2 = -50 \text{ (loại)}.$$

Vậy số sản phẩm dự kiến làm trong mỗi ngày là 40 (sản phẩm).

3) Phương trình $x^2 - 4\sqrt{3}x + 8 = 0$

$$\Delta' = (2\sqrt{3})^2 - 8 = 4 > 0 \text{ nên phương trình có hai nghiệm } x_1; x_2$$

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = 4\sqrt{3}$ và $x_1 x_2 = 8$

Ta có: $Q = x_1^3 + x_2^3$

$$Q = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2)$$

$$Q = (x_1 + x_2)(x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_2^2 - 3x_1 x_2)$$

$$Q = (x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2]$$

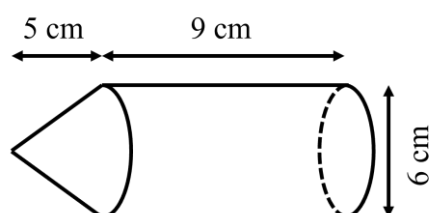
$$Q = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2)$$

Thay $x_1 + x_2 = 4\sqrt{3}$ và $x_1 x_2 = 8$ vào Q ta được:

$$Q = (4\sqrt{3})^3 - 3 \cdot 8 \cdot 4\sqrt{3} = 96\sqrt{3}$$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Tính thể tích của mô hình tên lửa trong hình bên.



- 2) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Hai đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại điểm H . Gọi K là trung điểm BC .
- a) Chứng minh $\triangle AEF$ đồng dạng $\triangle ABC$.
- b) Chứng minh đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng EF .
- c) Đường phân giác góc FHB cắt AB và AC lần lượt tại M và N . Gọi I là trung điểm của MN , J là trung điểm của AH . Chứng minh tứ giác $AFHI$ nội tiếp và ba điểm I, J, K thẳng hàng.

Lời giải

1) Thể tích thân tên lửa chính là thể tích hình trụ có bán kính đáy $R = \frac{6}{2} = 3 (cm)$ và chiều cao $h = 9 (cm)$ nên $V_1 = \pi R^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 9 = 81\pi (cm^3)$

- Thể tích đầu tên lửa chính là thể tích của hình nón có bán kính đáy $R = \frac{6}{2} = 3 (cm)$ và chiều cao $h = 5 (cm)$ nên $V_2 = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 15\pi (cm^3)$

- Thể tích của mô hình tên lửa là : $V = V_1 + V_2 = 81\pi + 15\pi = 96\pi (cm^3)$

2)

a) **Vẽ đúng hình đến ý 1)**

$$BE \perp AC \Rightarrow \angle BEC = 90^\circ$$

$$CF \perp AB \Rightarrow \angle CFB = 90^\circ$$

$\Rightarrow$ Tứ giác $BFEC$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \triangle AEF$ đồng dạng $\triangle ABC$.

b) **Chứng minh đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng**

Tứ giác $BCEF$ nội tiếp $\Rightarrow \angle AEF = \angle ABC$

$$\triangle OAC \text{ cân tại } O \Rightarrow \angle EAO = \frac{180^\circ - \angle AOC}{2}$$

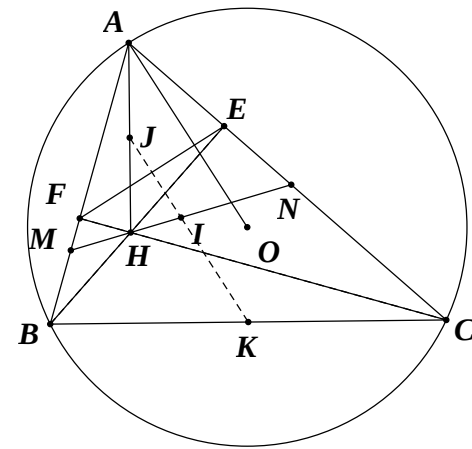
$$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC \Rightarrow \frac{180^\circ - \angle AOC}{2} = 90^\circ - \angle ABC$$

$$\Rightarrow \angle AEF + \angle EAO = 90^\circ \Rightarrow AO \perp EF$$

c) **Chứng minh tứ giác $AFHI$ nội tiếp và I, J, K thẳng hàng.**

Chứng minh $\triangle AMN$ cân tại A vì $\angle AMN = \angle MBH + \angle MHB = \angle NCH + \angle NHC = \angle ANM \Rightarrow AI \perp MN$

$\angle AFH = \angle AIH = 90^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $AFHI$ là tứ giác nội tiếp.



Có $MAH = NAO \Rightarrow IAH = IAO \Rightarrow IJ \parallel AO$ suy ra IJ trung trực EF

Có $JE = JF, KE = KF \Rightarrow KI$ trung trực $EF \Rightarrow I, J, K$ thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm) Bác Bình có mảnh vườn hình vuông ABCD có cạnh bằng 10m. Ở bốn góc vườn, bác Bình muốn trồng hoa thành các hình tam giác vuông bằng nhau (hình vẽ). Hãy tính khoảng cách từ góc vườn A đến vị trí E sao cho tứ giác EFGH có chu vi nhỏ nhất.

Lời giải

Ta có: $\triangle AEH = \triangle AFD = \triangle CGE = \triangle DHG$ suy ra $HE = FE = FG = GH$ và $\angle AEH = \angle DFE$ mà $\angle AEH + \angle FED = 90^\circ$

Lại có $\angle AEH + \angle FED + \angle HDF = 180^\circ$ suy ra $\angle HDF = 90^\circ$

Vậy tứ giác EFGH là hình vuông.

Đặt $AE = x(m)$, điều kiện $0 < x < 10$

Suy ra $AH = 10 - x(m)$

Tam giác AHE là tam giác vuông tại A có:

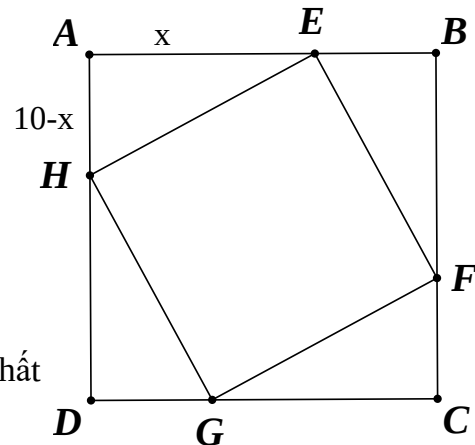
$$HE^2 = AH^2 + AE^2$$

$$\text{hay } HE^2 = x^2 + (10 - x)^2$$

$$HE^2 = 2x^2 - 20x + 100 = 2(x - 5)^2 + 50 \geq 50$$

$$\text{Suy ra } HE \geq \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

Chu vi tứ giác EFGH bằng $4HE$. Vậy chu vi tứ giác EFGH nhỏ nhất khi HE nhỏ nhất. HE nhỏ nhất khi $HE = 5\sqrt{2}$ khi $x = 5$.



∞ HẾT ∞

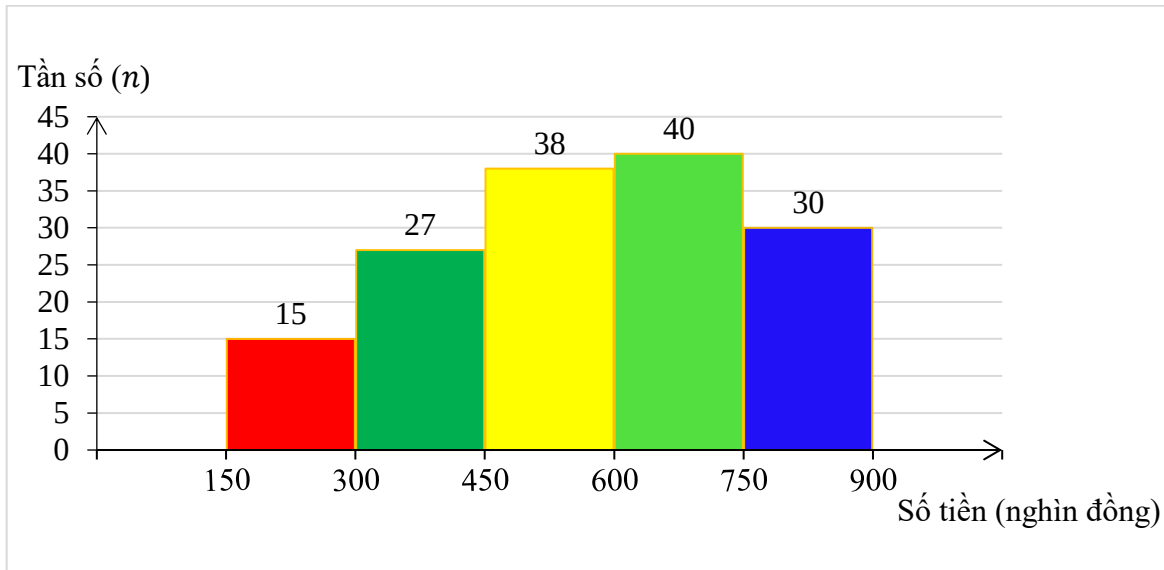
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Một siêu thị thống kê hóa đơn mua hàng (đơn vị: nghìn đồng) của 150 khách hàng đầu tiên trong ngày. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm sau:



Tính tần số tương đối của nhóm có tần số lớn nhất (làm tròn đến số thập phân thứ nhất).

2) Cho tập hợp $A = \{4; 5; 6\}$. Từ các chữ số của tập hợp A viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có 2 chữ số. Tính xác suất để số được viết có hai chữ số khác nhau.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{x+3}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{3\sqrt{x}+6}{x-4}$ với $x > 0, x \neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

2) Rút gọn biểu thức B .

3) So sánh biểu thức $\frac{A}{B}$ với 3.

Câu III: (2,5 điểm).

1) Một cửa hàng xe máy điện cung cấp gói thuê pin theo tháng cho khách hàng dưới hai hình thức như sau:

Gói linh hoạt: mức giá là 189000 đồng/tháng, cho phép xe di chuyển tối đa 400 km. Nếu vượt số ki-lô-mét này, người dùng sẽ trả thêm 374 đồng cho mỗi ki-lô-mét vượt.

Gói cố định: mức giá là 350000 đồng/tháng, không giới hạn số ki-lô-mét di chuyển. Trung bình mỗi tháng anh Tâm di chuyển 800 km bằng xe máy điện. Hỏi anh Tâm nên thuê pin theo hình thức nào thì tiết kiệm hơn? Và tiết kiệm được bao nhiêu tiền mỗi tháng?

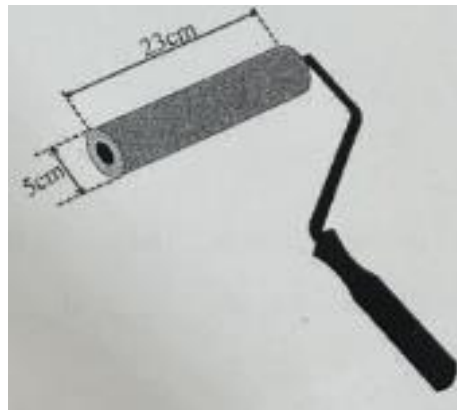
2) Một đội công nhân theo kế hoạch làm 480 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Khi làm được 60 sản phẩm, do yêu cầu đầy nhanh tiến độ công việc nên mỗi ngày đội đã làm thêm được nhiều hơn dự kiến 5 sản phẩm, vì vậy đội hoàn thành sớm hơn so với dự kiến 2 ngày. Hỏi ban đầu đội dự định mỗi ngày làm bao nhiêu sản phẩm?

3) Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $x^2 - 3x - 10 = 0$. Không giải phương

trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{x_1 + 1}{x_2} + \frac{x_2 + 1}{x_1}$.

Câu IV: (4,0 điểm).

1) Một trục lăn sơn nước có dạng một hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy trục lăn là 5 cm, chiều dài trục lăn là 23 cm (hình bên). Sau khi lăn trục lăn tròn 15 vòng trên một bức tường phẳng thì diện tích phủ sơn là bao nhiêu cm^2 (giả sử các đường lăn không chồng lấn lên nhau, lấy $\pi = 3,14$).



2) Cho tam giác ABC nhọn. Đường tròn (O) đường kính BC cắt AB , AC lần lượt tại E và D ; BD cắt CE tại H , AH cắt BC tại I . Từ A kẻ tiếp tuyến AM , AN của đường tròn (O) (M , N là tiếp điểm).

a) Chứng minh tứ giác $AEHD$ nội tiếp.

b) Chứng minh $AB \cdot BE = BI \cdot BC$, từ đó suy ra $AB \cdot BE + AC \cdot CD = BC^2$

c) Chứng minh ba điểm M , H , N thẳng hàng.

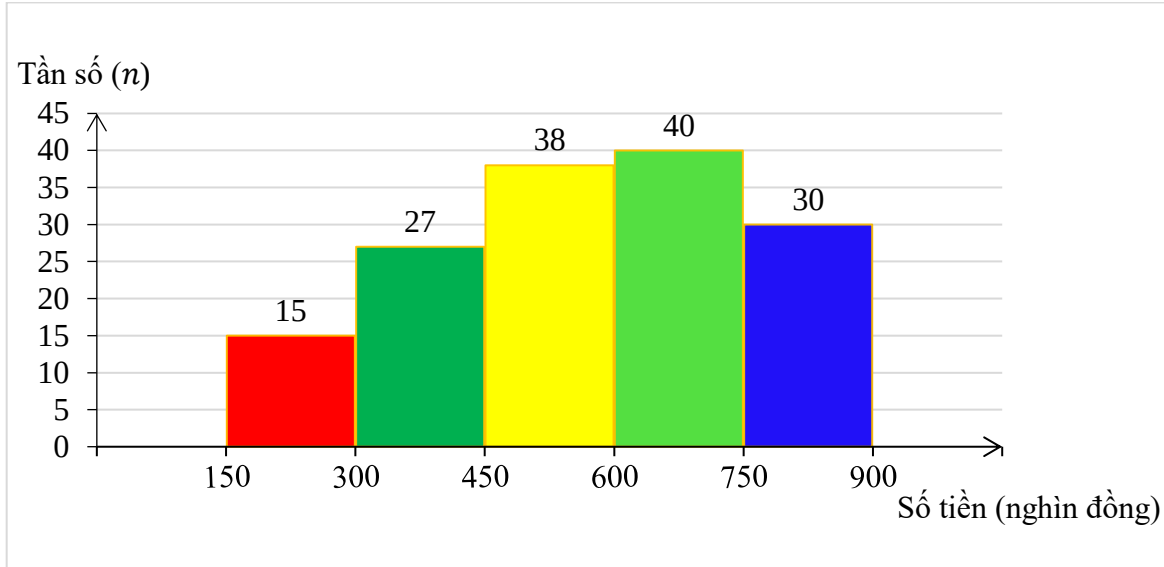
Câu V: (0,5 điểm) Phiên chợ hè Lotus sử dụng hai loại thẻ: loại thẻ giá 3000 đồng và loại thẻ giá 4000 đồng. Vào dịp nghỉ hè, bạn An muốn dùng hết số tiền tiết kiệm của mình để mua x thẻ loại giá 3000 đồng và y thẻ loại giá 4000 đồng. Tìm số cách mua có đủ cả hai loại thẻ nếu tiền tiết kiệm của bạn An là 2023000 đồng.

HƯỚNG DẪN

LÀM LỜI GIẢI CHI TIẾT CHO ĐỀ TRÊN.

Câu I: (1,5 điểm)

1) Một siêu thị thống kê hóa đơn mua hàng (đơn vị: nghìn đồng) của 150 khách hàng đầu tiên trong ngày. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm sau:



Tính tần số tương đối của nhóm có tần số lớn nhất (làm tròn đến số thập phân thứ nhất).

2) Cho tập hợp $A = \{4; 5; 6\}$. Từ các chữ số của tập hợp A viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có 2 chữ số. Tính xác suất để số được viết có hai chữ số khác nhau.

Lời giải

1) Nhóm có tần số lớn nhất là nhóm $[600; 750)$ với tần số 40.

Tần số tương đối của nhóm có tần số lớn nhất là $\frac{40.100}{150} \% = 26,7\%$.

2) Không gian mẫu là $\Omega = \{44; 45; 46; 54; 55; 56; 64; 65; 66\}$, suy ra $n(\Omega) = 9$

Có 6 kết quả thuận lợi của biến cố "Số được viết có hai chữ số khác nhau" là $\{45; 46; 54; 56; 64; 65\}$. Vậy $P = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{x+3}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{3\sqrt{x}+6}{x-4}$ với $x > 0, x \neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

2) Rút gọn biểu thức B .

3) So sánh biểu thức $\frac{A}{B}$ với 3.

Lời giải

1) Với $x=16$ (thỏa mãn $x > 0, x \neq 4$) ta có $A = \frac{16+3}{\sqrt{16}-2} = \frac{19}{2}$. Vậy $A = \frac{19}{2}$ khi $x=16$.

$$2) \text{ Với } x > 0, x \neq 4 \text{ ta có } B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{3\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$$

$$= \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}+2) - 3\sqrt{x} - 6}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$= \frac{x+5\sqrt{x}+6-3\sqrt{x}-6}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

$$\text{Vậy với } x > 0, x \neq 4 \text{ thì } B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

$$3) \text{ Ta có } \frac{A}{B} = \frac{x+3}{\sqrt{x}-2} : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = \frac{x+3}{\sqrt{x}}$$

$$\text{Xét } \frac{A}{B} - 3 = \frac{x+3}{\sqrt{x}} - 3 = \frac{x-3\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}} = \frac{\left(\sqrt{x}-\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}{\sqrt{x}}$$

$$\text{Với } x > 0, x \neq 4 \text{ thì } \sqrt{x} > 0, \left(\sqrt{x}-\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \text{ nên } \frac{A}{B} - 3 > 0. \text{ Suy ra } \frac{A}{B} > 3.$$

$$\text{Vậy với } x > 0, x \neq 4 \text{ thì } \frac{A}{B} > 3.$$

Câu III: (2,5 điểm) .

1) Một cửa hàng xe máy điện cung cấp gói thuê pin theo tháng cho khách hàng dưới hai hình thức như sau:

Gói linh hoạt: mức giá là 189000 đồng/tháng, cho phép xe di chuyển tối đa 400 km. Nếu vượt số ki-lô-mét này, người dùng sẽ trả thêm 374 đồng cho mỗi ki-lô-mét vượt.

Gói cố định: mức giá là 350000 đồng/tháng, không giới hạn số ki-lô-mét di chuyển. Trung bình mỗi tháng anh Tâm di chuyển 800 km bằng xe máy điện. Hỏi anh Tâm nên thuê pin theo hình thức nào thì tiết kiệm hơn? Và tiết kiệm được bao nhiêu tiền mỗi tháng?

2) Một đội công nhân theo kế hoạch làm 480 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Khi làm được 60 sản phẩm, do yêu cầu đầy nhanh tiến độ công việc nên mỗi

ngày đội đã làm thêm được nhiều hơn dự kiến 5 sản phẩm, vì vậy đội hoàn thành sớm hơn so với dự kiến 2 ngày. Hỏi ban đầu đội dự định mỗi ngày làm bao nhiêu sản phẩm?

3) Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $x^2 - 3x - 10 = 0$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{x_1 + 1}{x_2} + \frac{x_2 + 1}{x_1}$.

Lời giải

1) Nếu thuê theo gói cố định thì hàng tháng anh Tâm phải trả số tiền là 350000 (đồng).

Nếu thuê theo gói linh hoạt thì hàng tháng anh Tâm phải trả số tiền là

$$189000 + 374.400 = 338600 \text{ (đồng)}$$

Như vậy, nếu anh Tâm nên thuê pin theo gói linh hoạt thì tiết kiệm hơn.

Số tiền anh Tâm tiết kiệm được mỗi tháng là $350000 - 338600 = 11400$ (đồng).

2) Gọi số sản phẩm dự kiến làm trong một ngày là x (sản phẩm) ($x \in \mathbb{N}^*$; $x > 60$)

Thời gian hoàn thành dự kiến $\frac{480}{x}$ (ngày).

Số sản phẩm thực tế làm được trong một ngày sau khi tăng năng suất là: $x + 5$ (sản phẩm)

Số ngày thực tế hoàn thành: $\frac{60}{x} + \frac{480 - 60}{x + 5} = \frac{60}{x} + \frac{420}{x + 5}$ (ngày).

Vì đội hoàn thành sớm hơn so với dự kiến 2 ngày nên ta có: $\frac{480}{x} - \left(\frac{60}{x} + \frac{420}{x + 5} \right) = 2$

$$\frac{480}{x} - \frac{60}{x} - \frac{420}{x + 5} = 2$$

$$\frac{420}{x} - \frac{420}{x + 5} = 2$$

$$\frac{420(x + 5)}{x} - \frac{420x}{x + 5} = \frac{2x(x + 5)}{x(x + 5)}$$

$$420(x + 5) - 420x = 2x(x + 5)$$

$$2x^2 + 10x - 2100 = 0, \text{ suy ra } \begin{cases} x = 30 \text{ (tm)} \\ x = -35 \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Vậy theo dự kiến mỗi ngày sẽ làm được 30 sản phẩm.

3) Xét phương trình $x^2 - 3x - 10 = 0$.

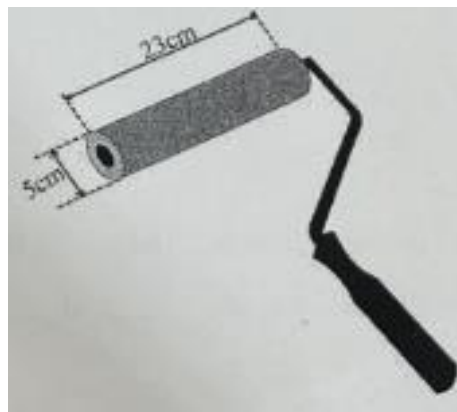
Ta có: $\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot (-10) = 49 > 0$. Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Theo hệ thức Viète: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 \cdot x_2 = -10 \end{cases}$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } A &= \frac{x_1 + 1}{x_2} + \frac{x_2 + 1}{x_1} \\ &= \frac{x_1^2 + x_1 + x_2^2 + x_2}{x_1 \cdot x_2} \\ &= \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} \\ &= \frac{3^2 - 2 \cdot (-10) + 3}{-10} = -\frac{16}{5} \\ \text{Vậy } A &= -\frac{16}{5}. \end{aligned}$$

Câu IV: (4,0 điểm).

1) Một trục lăn sơn nước có dạng một hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy trục lăn là 5 cm, chiều dài trục lăn là 23 cm (hình bên). Sau khi lăn trục lăn tròn 15 vòng trên một bức tường phẳng thì diện tích phủ sơn là bao nhiêu cm^2 (giả sử các đường lăn không chồng lấn lên nhau, lấy $\pi = 3,14$).



2) Cho tam giác ABC nhọn. Đường tròn (O) đường kính BC cắt AB , AC lần lượt tại E và D ; BD cắt CE tại H , AH cắt BC tại I . Từ A kẻ tiếp tuyến AM , AN của đường tròn (O) (M , N là tiếp điểm).

a) Chứng minh tứ giác $AEHD$ nội tiếp.

b) Chứng minh $AB \cdot BE = BI \cdot BC$, từ đó suy ra $AB \cdot BE + AC \cdot CD = BC^2$

c) Chứng minh ba điểm M , H , N thẳng hàng.

Lời giải

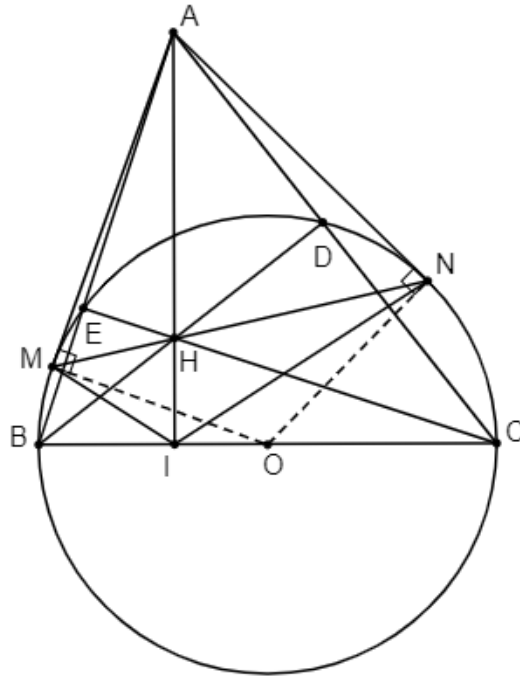
1) Bán kính của đường tròn đáy trục lăn là $5 : 2 = 2,5 \text{ cm}$

Trục lăn sơn có dạng hình trụ nên ta có:

Diện tích xung quanh trục lăn sơn là: $S_{mq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 2,5 \cdot 23 = 361,1 \text{ (cm}^2\text{)}$

Sau khi lăn 15 vòng trên một bức tường phẳng thì diện tích phủ sơn là:
 $361,1 \cdot 15 = 5416,5 \text{ (cm}^2\text{)}.$

2)



a) Vì BEC và BDC là hai góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) nên:

$$\angle BEC = \angle BDC = 90^\circ, \text{ suy ra } \angle AEH = \angle ADH = 90^\circ$$

Suy ra hai điểm E và D cùng thuộc đường tròn đường kính AH

Do đó bốn điểm A, E, H, D cùng thuộc đường tròn đường kính AH

Vậy tứ giác $AEHD$ nội tiếp đường tròn đường kính AH

b) Chứng minh H là trực tâm của $\triangle ABC$ suy ra $AI \perp BC$

Chứng minh được $\triangle ABI \sim \triangle CBE$ (g.g)

$$\text{Suy ra: } \frac{AB}{CB} = \frac{BI}{BE} \text{ hay } AB \cdot BE = BI \cdot BC \quad (1)$$

$$\text{Tương tự: } AC \cdot CD = AI \cdot BC \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } AB \cdot BE + AC \cdot CD = BI \cdot BC + CI \cdot BC = (BI + CI) \cdot BC = BC^2$$

$$\text{Vậy } AB \cdot BE + AC \cdot CD = BC^2$$

c) Chứng minh 5 điểm A, M, I, O, N cùng thuộc đường tròn đường kính AO , suy ra tứ giác $AMIN$ nội tiếp, suy ra $\angle AMI + \angle ANI = 180^\circ$ (*)

$$\text{Chứng minh } \triangle AEH \sim \triangle AIB \text{ (g.g), suy ra } \frac{AE}{AI} = \frac{AH}{AB} \text{ hay } AE \cdot AB = AI \cdot AH \quad (3)$$

Chứng minh $\triangle AME \sim \triangle ABM$ (g.g), suy ra $\frac{AE}{AM} = \frac{AM}{AB}$ hay $AB \cdot AE = AM^2$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra hay $\frac{AM}{AI} = \frac{AH}{AM}$

Chứng minh $\triangle AMI \sim \triangle AHM$ (c.g.c), suy ra $AMI = AHM$ (**)

Tương tự: $ANI = AHN$ (***)

Từ (*), (**) và (***) suy ra $AHM + AHN = 180^\circ$

Vậy ba điểm M, H, N thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm) Phiên chợ hè Lotus sử dụng hai loại thẻ: loại thẻ giá 3000 đồng và loại thẻ giá 4000 đồng. Vào dịp nghỉ hè, bạn An muốn dùng hết số tiền tiết kiệm của mình để mua x thẻ loại giá 3000 đồng và y thẻ loại giá 4000 đồng. Tìm số cách mua có đủ cả hai loại thẻ nếu tiền tiết kiệm của bạn An là 2023000 đồng.

Lời giải

Ta có phương trình $3000x + 4000y = 2023000$

$$3x + 4y = 2023$$

Suy ra $y = \frac{2023-3x}{4} \geq 1$, suy ra $1 \leq x \leq \frac{2019}{3} = 673$

$$\text{Mặt khác ta có } y = \frac{2023-3x}{4} = \frac{2024-4x-1+x}{4} = 506 - x + \frac{x-1}{4}$$

Để y nguyên thì $x-1$ chia hết cho 4, suy ra $x = 1 + 4k, k \in \mathbb{Z}$.

Kéo theo $y = 505 - 3k$.

Do đó $1 \leq 1 + 4k \leq 673$ hay $0 \leq k \leq 168$.

Vậy có 169 cặp

☞ HẾT ☞

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm) Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số.

- a) Viết tập hợp Ω tất cả các kết quả có thể xảy ra đối với số tự nhiên được viết ra .
- b) Xác định kết quả thuận lợi cho biến cố B : “Số tự nhiên được viết ra chia hết cho 11”.
- c) Xác định kết quả thuận lợi cho biến cố C : “Số tự nhiên được viết ra chia cho 10 dư 6”.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

b) Chứng minh $B = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$.

c) Tìm tất cả giá trị của x để $\frac{A}{B} \geq \frac{x}{4} + 5$.

Câu III: (2,5 điểm)

1). Có hai loại dung dịch acid cùng loại có nồng độ acid lần lượt là 10% và 20%, trộn hai dung dịch acid đó để được 0,5 kg dung dịch có nồng độ acid là 16%. Tính cần dùng bao nhiêu gam mỗi loại dung dịch acid nói trên.

2) . Xe máy thứ nhất đi quãng đường từ Hà Nội về Nam Định hết 3 giờ 20 phút. Xe máy thứ hai đi hết 3 giờ 40 phút. Mỗi giờ xe máy thứ nhất đi nhanh hơn xe thứ hai là 3 km . Tính vận tốc của mỗi xe máy và quãng đường từ Hà Nội về Nam Định.

3). Cho phương trình $3x^2 - 6x + 2 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$.

Câu IV: (4,0 điểm) Đề.

1) . Vườn nhà bạn Minh có trồng loại dưa hấu hình vuông. Trong hình dưới là quả dưa hấu hình vuông có cạnh dài 18cm.

a) Tính thể tích của quả dưa hấu hình vuông.

b) Minh muốn cắt quả dưa hấu thành những hình vuông nhỏ có cạnh 5 cm để bày ra đĩa và dự định mỗi đĩa bày 12 miếng dưa. Hỏi Minh có thể bày được mấy đĩa? (Làm tròn đến hàng đơn vị).



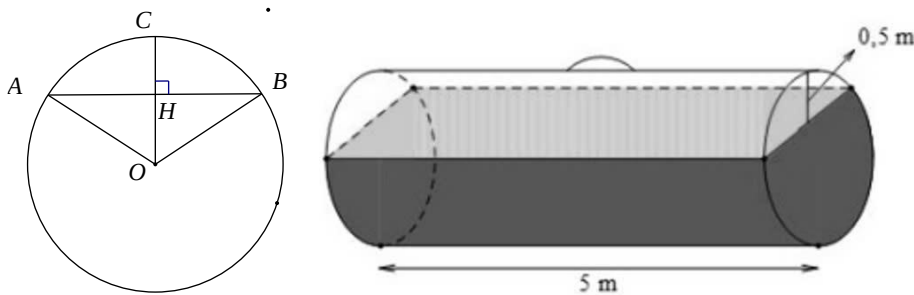
2) .Cho tam giác ABC nhọn với $AB > AC$. Các đường cao BM , CN cắt nhau tại H .

a/ Chứng minh tứ giác $AMHN$ nội tiếp

b/ Gọi D là giao điểm của AH và BC . Chứng minh DA phân giác của MDN

c/ Đường thẳng qua D và song song với MN cắt AB, CN lần lượt tại I, J . Chứng minh D là trung điểm IJ .

Câu V: (0,5 điểm) Một bồn hình trụ đang chứa dầu, được đặt nằm ngang, có chiều dài bồn là 5m, có bán kính đáy 1m, với nắp bồn đặt trên mặt nằm ngang của mặt trụ. Người ta đã rút dầu trong bồn tương ứng với 0,5m của đường kính đáy. Tính thể tích gần đúng nhất của khối dầu còn lại trong bồn (lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai, theo đơn vị m^3).



☞ HẾT ☞

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm) Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số.

- a) Viết tập hợp Ω tất cả các kết quả có thể xảy ra đối với số tự nhiên được viết ra
- b) Xác định kết quả thuận lợi cho biến cố B : “Số tự nhiên được viết ra chia hết cho 11”
- c) Xác định kết quả thuận lợi cho biến cố C : “Số tự nhiên được viết ra chia cho 10 dư 6”

Lời giải:

- a) $\Omega = \{10; 11; 12; 13; \dots; 98; 99\}$
- b) Kết quả thuận lợi cho biến cố B : “Số tự nhiên được viết ra chia hết cho 11” là:
11; 22; 33; 44; 55; 66; 77; 88; 99
- c) Kết quả thuận lợi cho biến cố C : “Số tự nhiên được viết ra chia cho 10 dư 6” là:
16; 26; 36; 46; 56; 76; 86; 96

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

- a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$
- b) Chứng minh $B = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$
- c) Tìm tất cả giá trị của x để $\frac{A}{B} \geq \frac{x}{4} + 5$.

Lời giải:

- a) Thay $x = 9$ (thỏa mãn điều kiện xác định) vào biểu thức A ta có:

$$A = \frac{\sqrt{9}+4}{\sqrt{9}-1} = \frac{7}{2}$$

Vậy khi $x = 9$ thì $A = \frac{7}{2}$.

b) $B = \frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{x}+3}$

$$B = \frac{3\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)} - \frac{2}{\sqrt{x}+3}$$

$$B = \frac{3\sqrt{x}+1-2\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$$

$$B = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$$

$$\text{Vậy } B = \frac{1}{\sqrt{x}-1} \text{ với } x \geq 0; x \neq 1.$$

$$\text{c) } \frac{A}{B} = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1} : \frac{1}{\sqrt{x}-1} = \sqrt{x}+4 \quad (x \geq 0; x \neq 1; x \neq 3)$$

$$\frac{A}{B} \geq \frac{x}{4} + 5$$

$$\sqrt{x}+4 \geq \frac{x}{4} + 5$$

$$\frac{x}{4} - \sqrt{x} + 1 \leq 0$$

$$x - 4\sqrt{x} + 4 \leq 0$$

$$(\sqrt{x}-2)^2 \leq 0$$

Mà $(\sqrt{x}-2)^2 \geq 0$ với mọi x thỏa mãn điều kiện xác định.

$$(\sqrt{x}-2)^2 \leq 0$$

$$\sqrt{x}-2=0$$

$$\sqrt{x}=2$$

$$x=4$$

So với điều kiện, thỏa mãn.

$$\text{Vậy } x=4 \text{ thì } \frac{A}{B} \geq \frac{x}{4} + 5.$$

Câu III: (2,5 điểm)

1). Có hai loại dung dịch acid cùng loại có nồng độ acid lần lượt là 10% và 20%, trộn hai dung dịch acid đó để được 0,5 kg dung dịch có nồng độ acid là 16%. Tính cần dùng bao nhiêu gam mỗi loại dung dịch acid nói trên.

Lời giải

Đổi 0,5 kg = 500 g

Gọi khối lượng dung dịch acid có nồng độ 10% đem trộn là x (g) ($0 < x < 500$).

Gọi khối lượng dung dịch acid có nồng độ 20% đem trộn là y (g) ($0 < y < 500$).

Vì trộn x (g) dung dịch acid có nồng độ 10% và y (g) dung dịch acid loại có nồng độ 20% để được 500 kg acid mới nên ta có phương trình: $x + y = 500$ (1)

Vì trộn hai loại dung dịch acid cùng loại có nồng độ acid lần lượt là 10% và 20% để được 0,5 kg dung dịch có nồng độ acid là 16% nên ta có phương trình:

$$10\%x + 20\%y = 16\% \cdot 500$$

$$0,1x + 0,2y = 80 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 0,1x + 0,2y = 80 & (1) \\ x + y = 500 & (2) \end{cases}$$

Từ (2) suy ra $y = 500 - x$ (3)

Thay (3) vào (1) ta được $0,1x + 0,2(500 - x) = 80$

$$0,1x + 100 - 0,2x = 80$$

$$-0,1x = -20$$

$$x = 200 \text{ (nhận)}$$

Thay $x = 200$ vào (3) ta được $y = 300$ (nhận)

Vậy khối lượng dung dịch acid loại có nồng độ acid 10% là 200 g .

Khối lượng dung dịch acid loại có nồng độ acid 20% là 300 g .

2) . Xe máy thứ nhất đi quãng đường từ Hà Nội về Nam Định hết 3 giờ 20 phút. Xe máy thứ hai đi hết 3 giờ 40 phút. Mỗi giờ xe máy thứ nhất đi nhanh hơn xe thứ hai là 3 km . Tính vận tốc của mỗi xe máy và quãng đường từ Hà Nội về Nam Định.

Lời giải:

- Gọi vận tốc của xe máy thứ nhất và xe máy thứ hai lần lượt là x, y (km/h) , $x > 3, y > 0$.

- Vì xe thứ nhất đi nhanh hơn xe thứ hai là 3 km/h nên ta có: $x - y = 3$ (1)

- Trong 3 giờ 20 phút = $\frac{10}{3}$ h , xe máy thứ nhất đi được : $\frac{10}{3}x$ (km)

- Trong 3 giờ 40 phút = $\frac{11}{3}$ h , xe máy thứ hai đi được : $\frac{11}{3}y$ (km)

- Đó là quãng đường từ Hà Nội đến Nam Định nên ta có phương trình:

$$\frac{10}{3}x = \frac{11}{3}y$$

$$\frac{10}{3}x - \frac{11}{3}y = 0 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ \frac{10}{3}x - \frac{11}{3}y = 0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 10x - 11y = 0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x = 33 \\ y = 30 \end{cases} \quad (\text{tmđk})$$

Vậy vận tốc của xe máy thứ nhất là 33 (km/h) và vận tốc xe máy thứ hai 30 (km/h)

Quãng đường từ Hà Nội đến Nam Định là: $\frac{10}{3} \cdot 33 = 110$ (km).

3). Cho phương trình $3x^2 - 6x + 2 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$.

Lời giải:

Phương trình $3x^2 - 6x + 2 = 0$ có $\Delta = 6^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 12 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 .

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1x_2 = \frac{2}{3} \end{cases}$.

Ta có $A = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 2^2 - 3 \cdot \frac{2}{3} = 2$.

Vậy $A = 2$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1). Vườn nhà bạn Minh có trồng loại dưa hấu hình vuông. Trong hình dưới là quả dưa hấu hình vuông có cạnh dài 18cm.

a) Tính thể tích của quả dưa hấu hình vuông.

b) Minh muốn cắt quả dưa hấu thành những hình vuông nhỏ có cạnh 5 cm để bày ra đĩa và dự định mỗi đĩa bày 12 miếng dưa. Hỏi Minh có thể bày được mấy đĩa? (Làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải:

hình vuông là:

$$V_1 = 18^3 = 5832 \text{ (cm}^3\text{)}$$

đưa hấu nhỏ hình vuông có cạnh 5 cm là:

$$V_2 = 5^3 = 125 \text{ (cm}^3\text{)}$$

ra là: $5832:125 = 46,656$ (miếng)

thể xếp được là: $46,656:12 \approx 4$ (đĩa).

a) Thể tích của quả dưa hấu

b) Thể tích của một miếng

Số miếng dưa nhỏ được cắt

Số đĩa dưa mà bạn Minh có

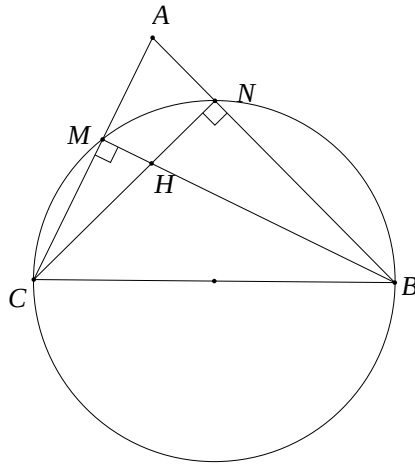
2) .Cho tam giác ABC nhọn với $AB > AC$. Các đường cao BM , CN cắt nhau tại H .

a/ Chứng minh tứ giác $AMHN$ nội tiếp

b/ Gọi D là giao điểm của AH và BC . Chứng minh DA phân giác của MDN

c/ Đường thẳng qua D và song song với MN cắt AB , CN lần lượt tại I , J . Chứng minh D là trung điểm IJ

Lời giải



a/ Chứng minh tứ giác $AMHN$ nội tiếp

Các đường cao BM , CN cắt nhau tại H nên ta có $\triangle ANH$, $\triangle AMH$ vuông tại N , M

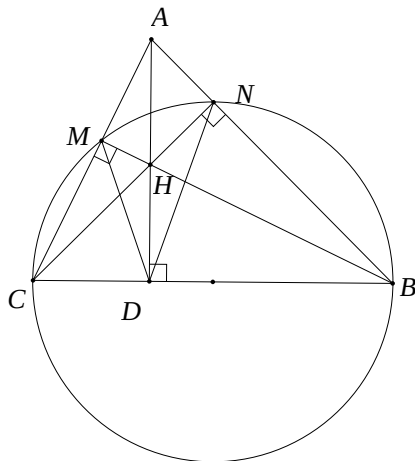
Xét $\triangle ANH$ có $\angle ANH = 90^\circ$ nên ba điểm A, N, H nằm trên đường tròn đường kính AH

Xét $\triangle AMH$ có $\angle AMH = 90^\circ$ nên ba điểm A, M, H nằm trên đường tròn đường kính AH

Khi đó bốn điểm A, M, H, N nằm trên đường tròn đường kính AH

Vậy tứ giác $AMHN$ nội tiếp đường tròn đường kính AH .

b/ Gọi D là giao điểm của AH và BC . Chứng minh DA phân giác của $\angle MDN$



Có $\angle HMC = \angle HDC = 90^\circ$

Xét $\triangle HMC$ có $\angle HMC = 90^\circ$ nên ba điểm C, M, H nằm trên đường tròn đường kính CH

Xét $\triangle CDH$ có $\angle HDC = 90^\circ$ nên ba điểm C, D, H nằm trên đường tròn đường kính CH

Khi đó bốn điểm D, C, M, H nằm trên đường tròn đường kính CH

Suy ra tứ giác $HDCM$ nội tiếp

Suy ra $\angle HDM = \angle HCM$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung HM)

Có $\angle HDB = \angle HNB = 90^\circ$

Xét $\triangle HDB$ có $HDB = 90^\circ$ nên ba điểm B, D, H nằm trên đường tròn đường kính BH

Xét $\triangle HNB$ có $HNB = 90^\circ$ nên ba điểm B, N, H nằm trên đường tròn đường kính BH

Khi đó bốn điểm D, B, N, H nằm trên đường tròn đường kính BH

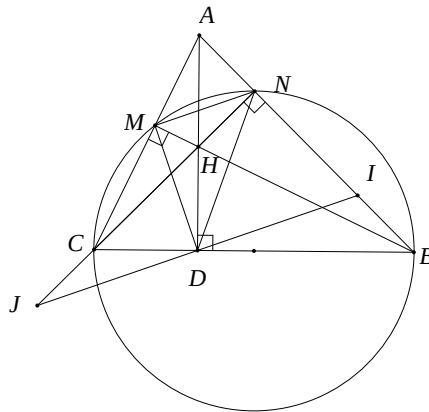
Suy ra tứ giác $HDBN$ nội tiếp

$\angle NDH = \angle NBH$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung HN)

Mà $\angle HCM = \angle NBH$ (cùng phụ với $\angle BAC$)

Suy ra $\angle HDM = \angle HDN$ Suy ra AD là phân giác của góc MDN (đpcm).

c/Đường thẳng qua D và song song với MN cắt AB, CN lần lượt tại I, J . Chứng minh D là trung điểm IJ .



Có $\angle BMC = \angle CNB = 90^\circ$

Xét $\triangle MCB$ có $\angle BMC = 90^\circ$ nên ba điểm B, M, C nằm trên đường tròn đường kính BC

Xét $\triangle BNC$ có $\angle BNC = 90^\circ$ nên ba điểm B, N, C nằm trên đường tròn đường kính BC

Khi đó bốn điểm C, B, N, M nằm trên đường tròn đường kính BC

Suy ra tứ giác $BCMN$ nội tiếp

Suy ra $\angle HNM = \angle HBD$ (hai góc nội tiếp cùng chắn một cung CM)

Tứ giác $HDBN$ nội tiếp nên $\angle HBD = \angle HND$ (hai góc nội tiếp cùng chắn một cung HD)

Suy ra $\angle HNM = \angle HND$

Ta có $IJ \parallel MN$ (gt) Suy ra $\angle HNM = \angle HJI = \angle HJD$ (Hai góc so le trong bằng nhau)

Suy ra $\angle HND = \angle HJD$

Nên tam giác DNJ cân tại D (tam giác có 2 góc ở đáy bằng nhau)

Suy ra $DN = DJ$ (tính chất tam giác cân) (1)

Vì $\angle HND = \angle HJD$ (chứng minh trên)

Mà $\angle HND + \angle DNI = \angle HNI = 90^\circ$ và $\angle HJD + \angle NID = 90^\circ$ (do $\triangle JNI$ vuông tại N)

Suy ra $\angle DNI = \angle NID$

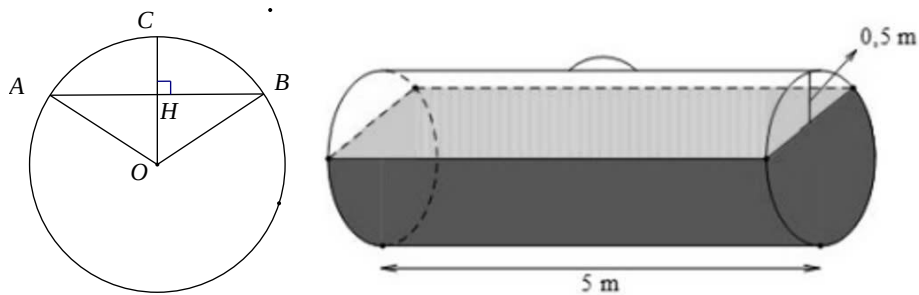
Tam giác $\triangle NID$ cân tại D (tam giác có 2 góc ở đáy bằng nhau)

Suy ra $DN = DI$ (tính chất tam giác cân) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $DI = DJ = DN$

Vậy D là trung điểm IJ

Câu V: (0,5 điểm) Một bồn hình trụ đang chứa dầu, được đặt nằm ngang, có chiều dài bồn là 5m, có bán kính đáy 1m, với nắp bồn đặt trên mặt nằm ngang của mặt trụ. Người ta đã rút dầu trong bồn tương ứng với 0,5m của đường kính đáy. Tính thể tích gần đúng nhất của khối dầu còn lại trong bồn (lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai, theo đơn vị m^3).



Lời giải.

Ta có: $HO = OC - CH = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ (m)

Ta có: $HB = \sqrt{OB^2 - OH^2} = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$AB = 2HB = \sqrt{3}$ (m)

Ta có: $S_{OAB} = \frac{1}{2} AB \cdot OH = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ (m^2)

Tam giác OHB có $\sin HOB = \frac{HB}{OB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$HOB = 60^\circ$

$AOB = 2HOB = 120^\circ$

Gọi S_1 là diện tích hình quạt tròn $OACB$, ta có:

$S_1 = \frac{\pi R^2 120}{360} = \frac{\pi}{3}$ (m^2)

Gọi S_2 là diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây AB và cung nhỏ AB , ta có:

$$S_2 = S_1 - S_{OAB} = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{12} \text{ (m}^2\text{)}$$

Thể tích phần dầu đã hút đi là: $V_1 = \frac{1}{3} S_2 \cdot 5 = \frac{5 \cdot (4\pi - 3\sqrt{3})}{36} \text{ (m}^3\text{)}$

Thể tích của thùng dầu là: $V = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot 5 = \frac{5\pi}{3} \text{ (m}^3\text{)}$

Thể tích dầu còn lại trong thùng là: $V_2 = V - V_1 = \frac{5\pi}{3} - \frac{5 \cdot (4\pi - 3\sqrt{3})}{36} \approx 4,21 \text{ (m}^3\text{)}$

Vậy thể tích dầu còn lại trong thùng là $4,21 \text{ m}^3$.

❧HẾT❧

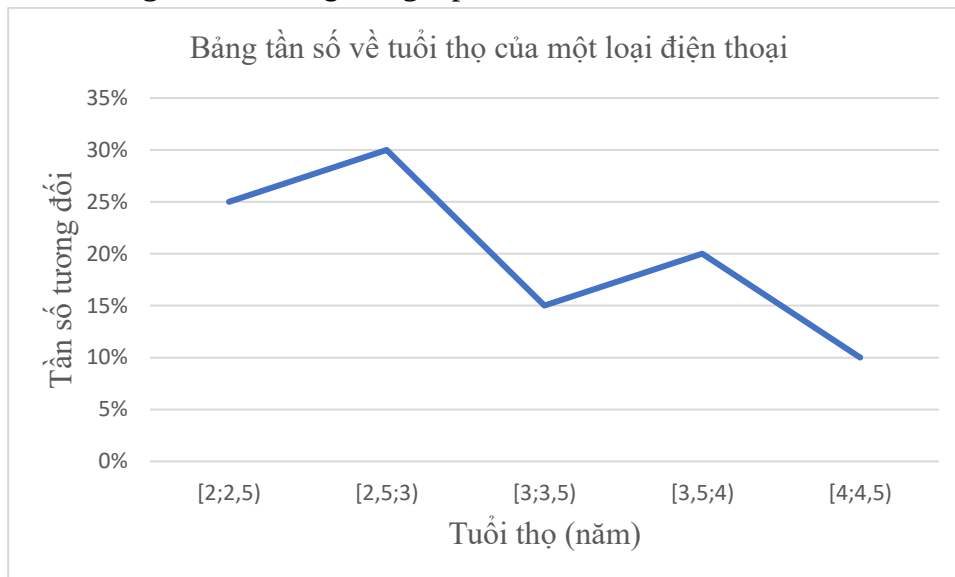
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

- 1) . Cho bảng tần số tương đối ghép nhóm sau về tuổi thọ của một loại điện thoại.



Tìm giá trị đại diện cho nhóm $[3;3,5)$ và cho biết tần số tương đối của chúng của nhóm $[3;3,5)$.

- 2) Bạn Bình gieo một đồng xu cân đối và bạn Cường rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ trong hộp chứa 7 tấm thẻ ghi các số 1;2;3;4;5;6;7. Tính xác suất của biến cố A sau:

“Rút được tấm thẻ ghi số 6 hoặc đồng xu xuất hiện mặt N ”.

Câu II: (1,5 điểm) Cho biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} + \frac{x+4}{4-x} \right) : \frac{x}{x-2\sqrt{x}}$ (với $x > 0, x \neq 4$).

- 1) . Rút gọn biểu thức B .
- 2) . Tính giá trị của B với $x = \frac{1}{4}$.
- 3). Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $B < -\sqrt{x}$.

Câu III: (2,5 điểm)

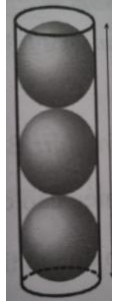
1) Bác Dũng có số tiền nhàn dỗi là 700 triệu đồng. Bác Dũng quyết định gửi một số tiền (triệu đồng) cho gói tiết kiệm ngắn hạn với lãi suất 0,5%/tháng, phần còn lại gửi cho gói tiết kiệm trung hạn với lãi suất 0,8%/tháng. Sau mỗi tháng bác đều rút toàn bộ số tiền lãi của cả hai gói và được 4,7 triệu đồng. Tính số tiền gửi mỗi gói?.

2) Một người đi siêu thị nếu mua 1 cái áo và 1 đôi giày theo giá niêm yết hết 800000 đồng. Nhưng gặp đợt khuyến mãi 1 cái áo giảm 5% và 1 đôi giày giảm 10% nên người đó chỉ phải trả 735000 đồng. Ngoài ra, nếu khách mua hàng có hóa đơn từ 2000000 đồng trở lên sẽ được giảm tiếp 10% trên tổng số tiền đã mua. Trong dịp này, người đó đã mua 4 cái áo và 2 đôi giày. Hỏi người đó đã trả hết tất cả bao nhiêu tiền?

3) Biết rằng phương trình bậc hai $x^2 + x + m = 0$ có hai nghiệm là $x_1 = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ và x_2 . Tính giá trị của biểu thức $A = 2024x_1 + 2025x_2$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một hộp đựng bóng có dạng hình trụ đựng được vừa khít 3 quả bóng như hình vẽ bên. Coi quả bóng có dạng hình cầu với đường kính $6cm$. Tính thể tích phần khoảng không trong hộp?



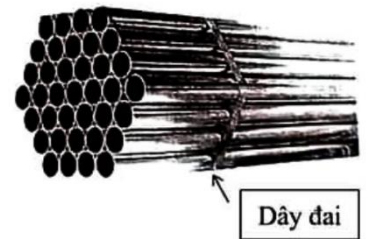
2). Từ điểm A nằm ngoài (O) vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là các tiếp điểm). Kẻ đường kính CD của (O) .

a) Chứng minh $BD \parallel AO$.

b) AD cắt (O) tại E (A, E, D theo thứ tự). Chứng minh rằng $AB^2 = AE \cdot AD$.

c) Vẽ $BH \perp DC$ tại H . Gọi I là trung điểm của BH . Chứng minh ba điểm A, I, D thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm) Một nhà máy sản xuất ống thép khi xuất xưởng các ống thép được bó lại tạo thành khối gồm 37 ống như hình vẽ. Biết các ống có dạng hình trụ đường kính đáy bằng nhau và bằng $10cm$. Tính độ dài của một sợi dây đai để buộc các ống thép lại với nhau.

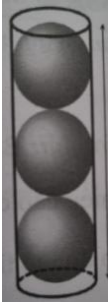


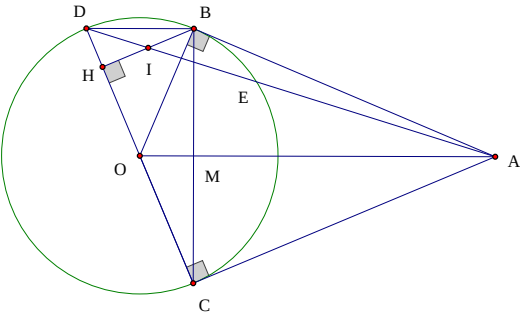
∞HẾT∞

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Nội dung trình bày	Điểm
I. 1,5 đ	1) Giá trị đại diện cho nhóm $[3; 3,5)$ là $\frac{3+3,5}{2} = 3,25$	0,5
	Tần số tương ứng của nhóm $[3; 3,5)$ là	0,25
	2) Không gian mẫu của phép thử là: $W = \{(S;1);(S;2);(S;3);(S;4);(S;5);(S;6);(S;7)$ $(N;1);(N;2);(N;3);(N;4);(N;5);(N;6);(N;7)\}.$ Không gian mẫu có 14 phần tử.	0,25
	Các kết quả của phép thử là đồng khả năng. + Có 8 kết quả thuận lợi cho biến cố A là $(S;6);(N;1);(N;2);(N;3);(N;4);(N;5);(N;6);(N;7).$	0,25
	Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}.$	0,25
I. 1,5 đ	1) Cho biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} + \frac{x+4}{4-x} \right) : \frac{x}{x-2\sqrt{x}}$ (với $x > 0, x \neq 4$).	1,5
	a) Rút gọn biểu thức B.	
	b) Tính giá trị của B với $x = \frac{1}{4}.$	
	c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $B < -\sqrt{x}.$	
	a) $B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2) - x - 4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{x}$	
	$= \frac{x - 2\sqrt{x} - x - 4}{(\sqrt{x}+2) \cdot \sqrt{x}}$	0,25
	$= \frac{-2(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2) \cdot \sqrt{x}}$	

	$= \frac{-2}{\sqrt{x}}, x > 0, x \neq \pm 4$	0,25
	b) Với $x = \frac{1}{4}$, thay vào B , ta có $B = \frac{-2}{\sqrt{x}} = \frac{-2}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = \frac{-2}{\frac{1}{2}} = -4$	0,5
	c) Với $x > 0, x \neq 4$, ta có $B < -\sqrt{x}$ $\frac{-2}{\sqrt{x}} < -\sqrt{x}$ $\frac{2}{\sqrt{x}} - \sqrt{x} > 0$	0,25
	d)	
	$\frac{2-x}{\sqrt{x}} > 0$ $2-x > 0$ $x < 2$ Kết hợp điều kiện suy ra $0 < x < 2$, mà x nguyên nên $x = 1$ Vậy $x = 1$.	0,25
2,5đ	1) Bác Dũng có số tiền nhân đôi là 700 triệu đồng. Bác Dũng quyết định gửi một số tiền (triệu đồng) cho gói tiết kiệm ngắn hạn với lãi suất 0,5%/tháng, phần còn lại gửi cho gói tiết kiệm trung hạn với lãi suất 0,8%/tháng. Sau mỗi tháng bác đều rút toàn bộ số tiền lãi của cả hai gói và được 4,7 triệu đồng. Tính số tiền gửi mỗi gói?.	1,0
	Gọi số tiền gửi theo gói ngắn hạn là x (triệu đồng, $0 < x < 700$)	0,25
	Số tiền gửi theo gói ngắn hạn là y (triệu đồng, $0 < y < 700$)	
	Ta có $x + y = 700$	
	Số tiền lãi thu được một tháng ở gói ngắn hạn là $x \cdot 0,5\% = 0,005x$ (triệu đồng)	0,25
	Số tiền lãi thu được một tháng ở gói trung hạn là $y \cdot 0,8\% = 0,008y$ (triệu đồng)	
	Ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 700 \\ 0,005x + 0,008y = 4,7 \end{cases}$	0,25
	Giải hệ phương trình ta được $x = 0,5, y = 0,8$	0,25
	Vậy lãi suất gói ngắn hạn là 0,5%, gói trung hạn là 0,8%	
	2) Một người đi siêu thị nếu mua 1 cái áo và 1 đôi giày theo giá niêm yết hết 800000 đồng. Nhưng gặp đợt khuyến mãi 1 cái áo giảm 5% và 1 đôi giày giảm 10% nên người đó chỉ phải trả 735000 đồng.	1,0

	Ngoài ra, nếu khách mua hàng có hóa đơn từ 2000000 đồng trở lên sẽ được giảm tiếp 10% trên tổng số tiền đã mua. Trong dịp này, người đó đã mua 4 cái áo và 2 đôi giày. Hỏi người đó đã trả hết tất cả bao nhiêu tiền?	
	Gọi giá niêm yết của 1 cái áo là x (nghìn đồng), 1 đôi giày là y (nghìn đồng).	0,25
	Theo bài ra ta có hệ $\begin{cases} x + y = 800 \\ 0,95x + 0,9y = 735 \end{cases}$	0,25
	$\begin{cases} x = 300 \\ y = 500 \end{cases}$	0,25
	Số tiền người đó đã trả khi mua 4 cái áo và 2 đôi giày là $(4 \times 300 \times 0,95 + 2 \times 500 \times 0,9) \times 0,9 = 1836$ (nghìn đồng) Vậy số tiền người đó đã trả là 1836000 đồng.	0,25
	3) Biết rằng phương trình bậc hai $x^2 + x + m = 0$ có hai nghiệm là $x_1 = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ và x_2 . Tính giá trị của biểu thức $A = 2024x_1 + 2025x_2$.	0,5
	Ta có $x_1 = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = \frac{(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = 3 + 2\sqrt{2}$ Xét phương trình bậc hai $x^2 + x + m = 0$. Theo định lý Viet, ta có $x_1 + x_2 = -1$ $3 + 2\sqrt{2} + x_2 = -1$ $x_2 = -4 - 2\sqrt{2}$ Vậy $A = 2024x_1 + 2025x_2 = 2024(3 + 2\sqrt{2}) + 2025(-4 - 2\sqrt{2}) = -2028 - 2\sqrt{2}$	0,25 0,25
	1) Một hộp đựng bóng có dạng hình trụ đựng được vừa khít 3 quả bóng như hình vẽ bên. Coi quả bóng có dạng hình cầu với đường kính 6cm. Tính thể tích phần khoảng không trong hộp? 	1,0

.4,0đ	1) Chiều cao của hộp là: $6.3 = 18(\text{cm})$ Bán kính của mặt hộp là: $6 : 2 = 3(\text{cm})$ Thể tích hộp là: $V = \pi R^2 h = 3^2.18\pi = 162\pi(\text{cm}^3)$	0,25
	Thể tích 3 quả bóng là $V = 3 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = 3 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 108\pi(\text{cm}^3)$	0,25
	Thể tích phần khoảng không trong hộp là: $162\pi - 108\pi = 54\pi(\text{cm}^3)$	0,25
	2). Từ điểm A nằm ngoài (O) vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Kẻ đường kính CD của (O). a). Chứng minh $BD \parallel AO$. b). AD cắt (O) tại E (A, E, D theo thứ tự). Chứng minh rằng $AB^2 = AE \cdot AD$. c). Vẽ $BH \perp DC$ tại H. Gọi I là trung điểm của BH. Chứng minh ba điểm A, I, D thẳng hàng.	3,0
		
	a) Ta có B thuộc (O) và có CD là đường kính của (O) Suy ra $\triangle BCD$ nội tiếp $\left(O; \frac{CD}{2}\right)$ Suy ra $\triangle BCD$ vuông tại B Suy ra $\angle CBD = 90^\circ$ Suy ra $BD \perp BC$ Vì AB, AC là hai tiếp tuyến của (O) nên $AB = AC$ (tính chất) Suy ra $\triangle ABC$ cân tại A Lại có AO là tia phân giác của $\angle BAC$ Suy ra AO là đường cao của $\triangle ABC$ Suy ra $AO \perp BC$ Ta có $BD \perp BC, AO \perp BC$. Suy ra $BD \parallel AO$	1.0

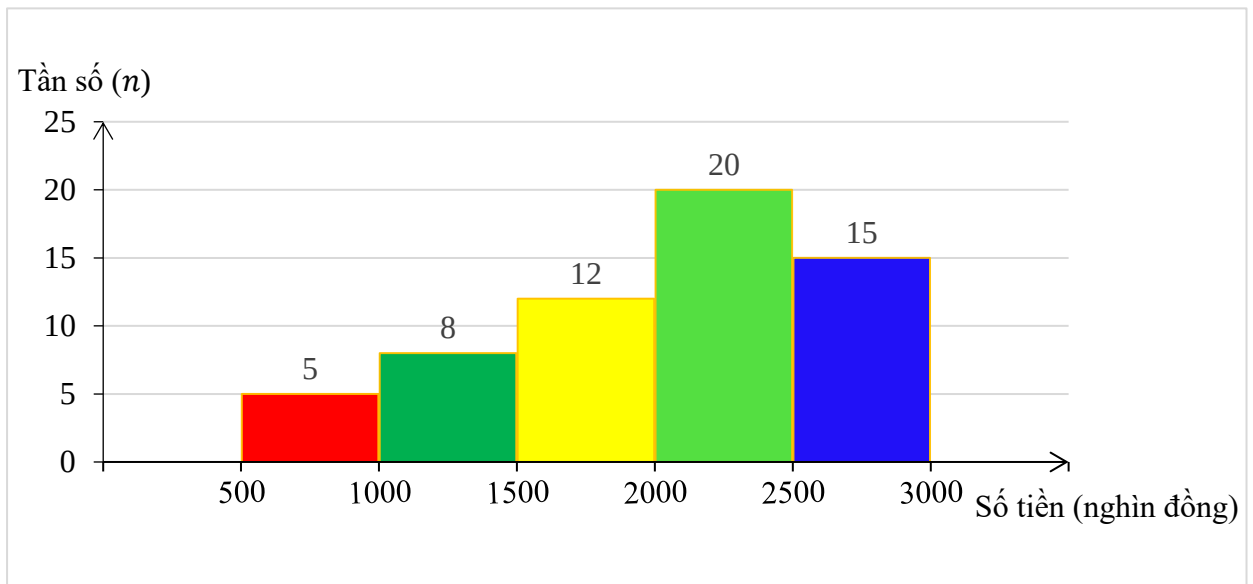
	b) Ta có E thuộc (O) và có CD là đường kính của (O) Suy ra $\triangle CDE$ nội tiếp $\left(O; \frac{CD}{2}\right)$ Suy ra $\triangle CDE$ vuông tại E Suy ra $\angle CED = 90^\circ$ Suy ra $CE \perp AD$ Xét hai tam giác $\triangle AEC$ và $\triangle ACD$ có: $\angle AEC = \angle ACD = 90^\circ$ A chung Vậy $\triangle AEC \sim \triangle ACD$ Suy ra $\frac{AE}{AC} = \frac{AC}{AD}$, suy ra $AC^2 = AE \cdot AD$ Mà $AB = AC$ Suy ra $AB^2 = AE \cdot AD$ c) Xét hai tam giác $\triangle HDB$ và $\triangle COA$ có: $\angle HDB = \angle OCA = 90^\circ$ $\angle HDB = \angle COA$ (đồng vị và $BD \parallel AO$) Vậy $\triangle HDB \sim \triangle COA$ Suy ra $\frac{HD}{OC} = \frac{BH}{AC}$ suy ra $\frac{HD}{2OC} = \frac{BH}{2AC}$ Mà $CD = 2OC, BH = 2HI$ (vì O, I lần lượt là trung điểm của CD, BH) Suy ra $\frac{HD}{CD} = \frac{HI}{AC}$ Xét hai tam giác $\triangle HDI$ và $\triangle CDA$ có: $\angle DHI = \angle DCA = 90^\circ$ $\frac{HD}{CD} = \frac{HI}{AC}$ Vậy $\triangle HDI \sim \triangle CDA$ (c.g.c) Suy ra $\angle HDI = \angle CDA$ Suy ra hai tia DI, DA trùng nhau Vậy ba điểm A, I, D thẳng hàng	1,0 1,0
0,5đ	Một nhà máy sản xuất ống thép khi xuất xưởng các ống thép được bó lại tạo thành khối gồm 37 ống như hình vẽ. Biết các ống có dạng hình trụ đường kính đáy bằng nhau và bằng 10cm. Tính độ dài của một sợi dây đai để buộc các ống thép lại với nhau.	0,5

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm) Một cửa hàng tạp hóa thống kê số tiền lãi (đơn vị: nghìn đồng) trong 60 ngày. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm sau:



- 1) Tính tần số tương đối của mỗi nhóm?
- 2) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho bảng thống kê trên.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{x-3}{\sqrt{x}} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{4\sqrt{x}}{4-x} \text{ với } x > 0, x \neq 4$$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A biết $x=16$.
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Cho $P = A.B$. Tìm các giá trị nguyên của x để $P \leq 6$.

Câu III: (2,5 điểm)

- 1) . Anh Bình đến siêu thị để mua 1 cái bàn ủi và 1 cái quạt điện có tổng giá niêm yết là 850 ngàn đồng. Tuy nhiên, thực tế khi trả tiền, nhờ siêu thị khuyến mãi để tri ân khách hàng nên giá bán bàn ủi và quạt điện đã giảm lần lượt 10% và 20% so với giá niêm yết. Do đó, anh Bình đã được giảm 125 ngàn đồng khi mua hai sản phẩm trên. Hỏi số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết với giá bán thực tế của mỗi sản phẩm mà anh Bình đã mua nói trên là bao nhiêu?
- 2) Cho quãng đường từ địa điểm A tới địa điểm B dài 90km. Lúc 6 giờ một xe máy đi từ A để tới B . Lúc 6 giờ 30 phút cùng ngày, một ô tô cũng đi từ A để tới B với vận tốc lớn hơn vận tốc xe máy 15 km/h . (Hai xe chạy trên cùng một con đường đã cho). Hai xe nói trên đều đến B cùng lúc. Tính vận tốc mỗi xe.

3) Biết rằng phương trình bậc hai $2x^2 - 4x + m = 0$ có một nghiệm $x = \frac{2 + \sqrt{10}}{2}$. Tính tổng nghịch đảo hai nghiệm của phương trình trên.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một ống đồng hình trụ có chiều cao gấp 5 lần bán kính. Biết thể tích ống đồng bằng $40\pi \text{ cm}^3$. Tính chiều cao của ống đồng đó.

2) Cho $(O; R)$ đường kính AB . Bán kính CO vuông góc với AB , M là điểm bất kì trên cung nhỏ AC (M khác A và C), MB cắt AC tại H . Gọi K là hình chiếu của H trên AB .

a) Chứng minh bốn điểm C, B, H, K cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh CA là phân giác MCK .

c) Kẻ Ax là tiếp tuyến của nửa đường tròn tại A . Lấy $P \in Ax$ sao cho $\frac{AP \cdot MB}{MA} = R$.

Chứng minh PB đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK .

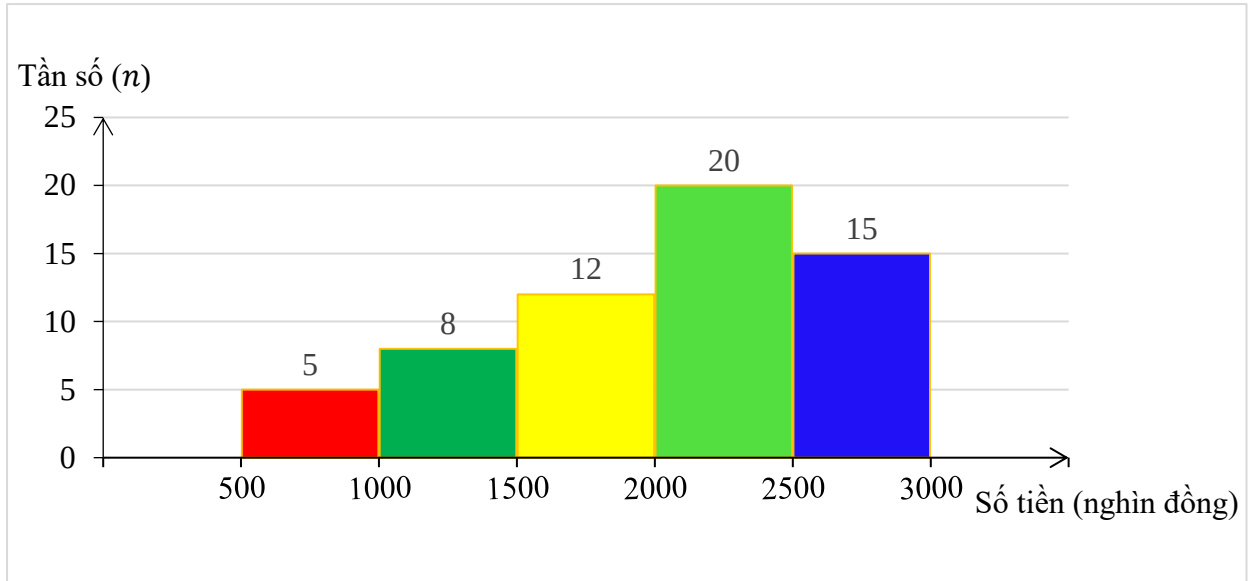
Câu V: (0,5 điểm) Một trang chữ của một tạp chí cần diện tích là 384 cm^2 . Lề trên, lề dưới là 3 cm ; lề phải, lề trái là 2 cm . Hỏi chiều ngang và chiều dọc tối ưu của trang giấy lần lượt là bao nhiêu để diện tích trang giấy là nhỏ nhất?

☞ HẾT ☞

HƯỚNG DẪN

LÀM LỜI GIẢI CHI TIẾT CHO ĐỀ TRÊN.

Câu I: (1,5 điểm) Một cửa hàng tạp hóa thống kê số tiền lãi (đơn vị: nghìn đồng) trong 60 ngày. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm sau:



- 1) Tính tần số tương đối của mỗi nhóm?
- 2) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho bảng thống kê trên.

Lời giải

- 1) Tần số tương đối của mỗi nhóm là:

$$f_1 = \frac{5.100}{60} \% = 8,3\% ; f_2 = \frac{8.100}{60} \% = 13,4\% ; f_3 = \frac{12.100}{60} \% = 20\% ; f_4 = \frac{20.100}{60} \% = 33,3\% ; f_5 = \frac{15.100}{60} \% = 25\%$$

- 2) Bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu đã cho là:

Số tiền (nghìn đồng)	[500; 1000)	[1000; 1500)	[1500 ; 2000)	[2000 ; 2500)	[2500 ; 3000)
Tần số tương đối	8,3%	13,4%	20%	33,3%	25%

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{x-3}{\sqrt{x}} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{4\sqrt{x}}{4-x} \text{ với } x > 0, x \neq 4$$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A biết $x=16$.
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Cho $P=AB$. Tìm các giá trị nguyên của x để $P \leq 6$.

Lời giải

1) Có $A = \frac{x-3}{\sqrt{x}}$ ($x > 0, x \neq 4$)

Thay $x=16$ (TMĐK) vào biểu thức A ta có:

$$A = \frac{16-3}{\sqrt{16}} = \frac{13}{4}$$

Vậy $A = \frac{13}{4}$ khi $x=16$

2) Rút gọn B :

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{4\sqrt{x}}{4-x} \quad (x > 0, x \neq 4)$$

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$B = \frac{x-2\sqrt{x}+4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$B = \frac{x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

Vậy $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ với $x > 0, x \neq 4$

3) Có $A = \frac{x-3}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ ($x > 0, x \neq 4$)

$$P = AB$$

$$P = \frac{x-3}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

$$P = \frac{x-3}{\sqrt{x}-2}$$

$$\text{Đề } P \leq 6 \text{ thì } \frac{x-3}{\sqrt{x}-2} \leq 6$$

$$\frac{x-3}{\sqrt{x}-2} - 6 \leq 0$$

$$\frac{x-3-6(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}-2} \leq 0$$

$$\frac{x-3-6\sqrt{x}+12}{\sqrt{x}-2} \leq 0$$

$$\frac{x-6\sqrt{x}+9}{\sqrt{x}-2} \leq 0$$

$$\frac{(\sqrt{x}-3)^2}{\sqrt{x}-2} \leq 0$$

$$\text{TH1: } \frac{(\sqrt{x}-3)^2}{\sqrt{x}-2} = 0$$

$$(\sqrt{x}-3)^2 = 0$$

$$\sqrt{x}-3=0$$

$$\sqrt{x}=3$$

$$x=9 \text{ (TMĐK)}$$

$$\text{TH2: } \frac{(\sqrt{x}-3)^2}{\sqrt{x}-2} < 0$$

$$\text{Mà } (\sqrt{x}-3)^2 \geq 0, \forall x \text{ TMĐKXĐ}$$

$$\begin{cases} (\sqrt{x}-3)^2 > 0 \\ \sqrt{x}-2 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x}-3 \neq 0 \\ \sqrt{x} < 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x} \neq 3 \\ x < 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq 9 \\ x < 4 \end{cases}$$

$x < 4$ mà $x > 0, x \neq 4$ và x là số nguyên

$$x \in \{1; 2; 3\}$$

Vậy để $P \leq 6$ thì $x \in \{1; 2; 3; 9\}$

Câu III: (2,5 điểm)

1) . Anh Bình đến siêu thị để mua 1 cái bàn ủi và 1 cái quạt điện có tổng giá niêm yết là 850 ngàn đồng. Tuy nhiên, thực tế khi trả tiền, nhờ siêu thị khuyến mãi để tri ân khách hàng nên giá bán bàn ủi và quạt điện đã giảm lần lượt 10% và 20% so với giá niêm yết. Do đó, anh Bình đã được giảm 125 ngàn đồng khi mua hai sản phẩm trên. Hỏi số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết với giá bán thực tế của mỗi sản phẩm mà anh Bình đã mua nói trên là bao nhiêu?

2) Cho quãng đường từ địa điểm A tới địa điểm B dài 90km. Lúc 6 giờ một xe máy đi từ A để tới B. Lúc 6 giờ 30 phút cùng ngày, một ô tô cũng đi từ A để tới B với vận tốc lớn hơn vận tốc xe máy 15 km/h . (Hai xe chạy trên cùng một con đường đã cho). Hai xe nói trên đều đến B cùng lúc. Tính vận tốc mỗi xe.

3) Biết rằng phương trình bậc hai $2x^2 - 4x + m = 0$ có một nghiệm $x = \frac{2 + \sqrt{10}}{2}$. Tính tổng nghịch đảo hai nghiệm của phương trình trên.

Lời giải

1) Gọi giá tiền niêm yết của một cái bàn ủi: x (ngàn đồng).

Gọi giá tiền niêm yết của một cái quạt điện là: y (ngàn đồng).

Điều kiện: $0 < x < 850; 0 < y < 850$.

Vì với tổng số tiền theo giá niêm yết là 850 ngàn đồng nên ta có phương trình:

$$x + y = 850. \quad (1)$$

Thực tế khi trả tiền:

+ Số tiền mà anh Bình được giảm khi mua một cái bàn ủi là: $10\% x = 0,1x$ (ngàn đồng).

+ Số tiền mà anh Bình được giảm khi mua một cái quạt điện là: $20\% y = 0,2y$ (ngàn đồng).

Vì anh Bình đã được giảm giá 125 ngàn đồng khi mua 2 sản phẩm trên nên ta có phương trình: $0,1x + 0,2y = 125$. (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 850 \\ 0,1x + 0,2y = 125 \end{cases}$.

Giải hệ phương trình ta được: $\begin{cases} x = 450 \\ y = 400 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết với giá bán thực tế của một chiếc bàn ủi mà anh Bình đã mua là: $450 \cdot 10\% = 45$ (ngàn).

Số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết với giá bán thực tế của một chiếc bàn ủi mà anh Bình đã mua là: $400 \cdot 20\% = 80$ (ngàn).

2) Xe máy đi trước ô tô thời gian là: $6 \text{ giờ } 30 \text{ phút} - 6 \text{ giờ} = 30 \text{ phút} = \frac{1}{2} h$.

Gọi vận tốc của xe máy là x (km/h) ($x > 0$)

Vì vận tốc ô tô lớn hơn vận tốc xe máy 15 km/h nên vận tốc của ô tô là $x+15$ (km/h)

Thời gian xe máy đi hết quãng đường AB là: $\frac{90}{x}$ (h)

Thời gian ô tô đi hết quãng đường AB là: $\frac{90}{x+15}$ (h)

Do xe máy đi trước ô tô $\frac{1}{2}$ giờ và hai xe đều tới B cùng một lúc nên ta có phương

$$\text{trình: } \frac{90}{x} - \frac{1}{2} = \frac{90}{x+15}$$

$$90.2.(x+15) - x(x+15) = 90.2x$$

$$180x + 2700 - x^2 - 15x = 180x$$

$$x^2 + 15x - 2700 = 0$$

$$\text{Ta có: } \Delta = 15^2 - 4.(-2700) = 11025 > 0; \sqrt{\Delta} = \sqrt{11025} = 105$$

$$x_1 = \frac{-15-105}{2} = -60 \text{ (không thỏa mãn)}$$

$$x_2 = \frac{-15+105}{2} = 45 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy vận tốc của xe máy là 45 (km/h), vận tốc của ô tô là $45+15=60$ (km/h).

3) $2x^2 - 4x + m = 0$ có nghiệm $x = \frac{2+\sqrt{10}}{2}$ nên ta thay $x = \frac{2+\sqrt{10}}{2}$ vào phương trình:

$$2\left(\frac{2+\sqrt{10}}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{2+\sqrt{10}}{2} + m = 0$$

$$7 + 2\sqrt{10} - 4 - 2\sqrt{10} + m = 0$$

$$m = -3$$

Phương trình: $2x^2 - 4x - 3 = 0$

Theo định lí Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{-3}{2} \end{cases}$$

Tổng nghịch đảo 2 nghiệm: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{2}{\frac{-3}{2}} = \frac{-4}{3}$

Câu IV: (4,0 điểm)

- 1) Một ống đồng hình trụ có chiều cao gấp 5 lần bán kính. Biết thể tích ống đồng bằng $40\pi \text{ cm}^3$. Tính chiều cao của ống đồng đó.
 - 2) Cho $(O; R)$ đường kính AB . Bán kính CO vuông góc với AB , M là điểm bất kì trên cung nhỏ AC (M khác A và C), MB cắt AC tại H . Gọi K là hình chiếu của H trên AB .
 - a) Chứng minh bốn điểm C, B, H, K cùng thuộc một đường tròn.
 - b) Chứng minh CA là phân giác MCK .
 - c) Kẻ Ax là tiếp tuyến của nửa đường tròn tại A . Lấy $P \in Ax$ sao cho $\frac{AP \cdot MB}{MA} = R$.
- Chứng minh PB đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK .

Lời giải

1) Vì ống đồng hình trụ có $h = 5R$ nên: $V_{\text{ongdong}} = S_d \cdot h = \pi R^2 h = \pi R^2 5R = 5\pi R^3$

$$R^3 = \frac{V_{\text{ongdong}}}{5\pi} = \frac{40\pi}{5\pi} = 8$$

$$R = 2$$

$$h = 10 \text{ (cm)}$$

Vậy chiều cao của ống đồng là 10 (cm).

2)

Suy ra $POA = MBA$ (hai góc tương ứng)

Suy ra $OP \parallel BQ$

Xét $\triangle ABQ$ có: $OP \parallel BQ$, O là trung điểm của AB nên P là trung điểm của AQ .

Gọi F là giao điểm của BP và HK .

Xét $\triangle ABP$ có $FK \parallel AP$ nên $\frac{FK}{AP} = \frac{BF}{BP}$

Xét $\triangle QBP$ có $FH \parallel QP$ nên $\frac{FH}{QP} = \frac{BF}{BP}$

Từ đó $HF = FK$ suy ra PB đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK .

Câu V: (0,5 điểm) Một trang chữ của một tạp chí cần diện tích là 384cm^2 . Lề trên, lề dưới là 3cm ; lề phải, lề trái là 2cm . Hỏi chiều ngang và chiều dọc tối ưu của trang giấy lần lượt là bao nhiêu để diện tích trang giấy là nhỏ nhất?

Lời giải

Chứng minh bất đẳng thức CAUCHY:

$x + y \geq 2\sqrt{xy}$. Dấu " $=$ " xảy ra khi $x = y$.

Thật vậy: $(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geq 0$

$$x - 2\sqrt{xy} + y \geq 0$$

$$x + y \geq 2\sqrt{xy}$$

Dấu " $=$ " xảy ra khi $x = y$.

Gọi $a, b(\text{cm})(a > 0, b > 0)$ là độ dài chiều dọc và chiều ngang của trang chữ suy ra kích thước trang giấy là $a + 6, b + 4$.

Ta có: $a \cdot b = 384$ suy ra $b = \frac{384}{a}$ (1).

Diện tích trang sách là $S = (a + 6)(b + 4)$

Suy ra $S = 4a + \frac{2304}{a} + 408$.

Theo bất đẳng thức CAUCHY ta có:

$$S \geq 2\sqrt{4a \cdot \frac{2304}{a}} + 408 = 600.$$

Suy ra $\text{Min} S = 600$ suy ra $4a = \frac{2304}{a}$ suy ra $a = 24$

Suy ra chiều dọc và chiều ngang tối ưu của trang giấy là $30\text{cm}, 20\text{cm}$.

∞ HẾT ∞

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Sau khi điều tra về số học sinh trong 100 lớp học (đơn vị: học sinh), người ta có bảng tần số ghép nhóm như ở bảng sau:

Nhóm	Tần số (n)
[36; 38)	20
[38; 40)	15
[40; 42)	25
[42; 44)	30
[44; 46)	10
Cộng	$N = 100$

a) Tìm tần số tương đối của mỗi nhóm đó.

b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó

2) . Một hộp có 52 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1, 2, 3, ..., 52 ; hai thẻ khác nhau thì ghi số khác nhau.

Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất các biến cố sau:

a) “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số nhỏ hơn 27”.

b) “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số lớn hơn 19 và nhỏ hơn 51”.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{x-2}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{2}{1-\sqrt{x}} - \frac{4}{x-1}$ (với $x \geq 0$; $x \neq 1$).

1) . Tính giá trị của A khi $x=16$.

2) . Rút gọn biểu thức B .

3) . Đặt $P = AB$. Tìm các giá trị nguyên của x để $P = \frac{7}{4}$.

Câu III: (2,5 điểm)

1). Một trường THCS tổ chức cho 250 người bao gồm giáo viên và học sinh đi tham quan khu du lịch Đảo Ngọc Xanh. Biết giá vé vào cổng của một giáo viên là 80000 đồng, vé vào cổng của một học sinh là 60000 đồng. Nhà trường tổ chức đi vào đúng dịp Khai trương nên được

giảm 5% cho mỗi vé vào cổng, vì vậy nhà trường chỉ phải trả tổng số tiền là 14535000 đồng. Hỏi có bao nhiêu giáo viên và học sinh của trường đi tham quan?

2). Một xe khách và một xe du lịch khởi hành đồng thời từ A đi đến B . Biết vận tốc của xe du lịch lớn hơn vận tốc của xe khách là 20 km/h. Do đó nó đến B trước xe khách 50 phút. Tính vận tốc của mỗi xe, biết quãng đường AB dài 100 km

3). Cho phương trình: $2x^2 - 4x - 3 = 0$ có hai nghiệm là $x_1; x_2$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = (x_1 - x_2)^2$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1). Một ly đựng đầy nước dạng hình trụ có chiều cao là 15 cm, bán kính đáy bằng 5 cm.

a. Tính thể tích nước chứa trong ly.

b. Người ta thả vào ly 5 viên bi đặc không thấm nước có dạng hình cầu, đường kính mỗi viên bi bằng 3 cm. Tính thể tích nước tràn ra ngoài ly.

2). Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) có đường cao AD và đường phân giác trong AO (D, O thuộc cạnh BC). Kẻ $OM \perp AB$ tại M , $ON \perp AC$ tại N .

a) Chứng minh bốn điểm O, M, D, N cùng nằm trên một đường tròn.

b) $BDM = ODN$.

c) Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với BC cắt MN tại I , AI cắt BC tại K . Chứng minh K là trung điểm của BC .

Câu V: (0,5 điểm) Một miếng bìa hình vuông có cạnh 6 dm. Ở mỗi góc của hình vuông người ta cắt đi một hình vuông nhỏ cạnh x rồi gấp bìa để được một hình hộp chữ nhật (không có nắp). Tính cạnh x của mỗi hình vuông nhỏ để hộp có thể tích lớn nhất

☞ HẾT ☞

HƯỚNG DẪN

Câu I (1,5 điểm)

1) Sau khi điều tra về số học sinh trong 100 lớp học (đơn vị: học sinh), người ta có bảng tần số ghép nhóm như ở bảng sau:

Nhóm	Tần số (n)
[36; 38)	20
[38; 40)	15
[40; 42)	25
[42; 44)	30
[44; 46)	10
Cộng	$N = 100$

a) Tìm tần số tương đối của mỗi nhóm đó.

b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó

2) Một hộp có 52 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1, 2, 3, ..., 52 ; hai thẻ khác nhau thì ghi số khác nhau.

Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất các biến cố sau:

a) “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số nhỏ hơn 27”.

b) “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số lớn hơn 19 và nhỏ hơn 51”.

Lời giải

1) Tần số tương đối của mỗi nhóm là:

- Nhóm [36; 38): $\left(\frac{20}{100}\right).100\% = 20\%$

- Nhóm [38; 40): $\left(\frac{15}{100}\right).100\% = 15\%$

- Nhóm [40; 42): $\left(\frac{25}{100}\right).100\% = 25\%$

- Nhóm [42; 44): $\left(\frac{30}{100}\right).100\% = 30\%$

- Nhóm [44; 46): $\left(\frac{10}{100}\right).100\% = 10\%$

a) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó

Nhóm	Tần số (n)	Tần số tương đối (%)
[36; 38)	20	20%
[38; 40)	15	15%
[40; 42)	25	25%
[42; 44)	30	30%
[44; 46)	10	10%
Cộng	$N = 100$	100%

2) a) Kết quả thuận lợi cho biến cố là những số từ 1 đến 26.

Có 26 kết quả thuận lợi cho biến cố.

$$\text{Vậy } P = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}.$$

b) Kết quả thuận lợi cho biến cố là những số từ 20 đến 50.

Có $(50 - 20) : 1 + 1 = 31$ kết quả thuận lợi cho biến cố.

$$\text{Vậy } P = \frac{31}{52}.$$

Câu II: (1,5 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{x-2}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{2}{1-\sqrt{x}} - \frac{4}{x-1}$ (với $x \geq 0$; $x \neq 1$).

1) . Tính giá trị của A khi $x=16$.

2) . Rút gọn biểu thức B .

3) . Đặt $P = AB$. Tìm các giá trị nguyên của x để $P = \frac{7}{4}$.

Lời giải

1) Thay $x=16$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A , ta được:

$$A = \frac{16-2}{\sqrt{16}+2} = \frac{7}{3}$$

Vậy khi $x=16$ thì $A = \frac{7}{3}$.

2) Với $x \geq 0$; $x \neq 1$ ta có:

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{2}{1-\sqrt{x}} - \frac{4}{x-1}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} + \frac{2(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} - \frac{4}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \\
&= \frac{x+\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \\
&= \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \\
&= \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}
\end{aligned}$$

Vậy $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

3) Với $x \geq 0; x \neq 1$ ta có:

$$P = A.B = \frac{x-2}{\sqrt{x}+2} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} = \frac{x-2}{\sqrt{x}+1}$$

$$\text{Để } P = \frac{7}{4}$$

$$\frac{x-2}{\sqrt{x}+1} = \frac{7}{4}$$

$$4x - 7\sqrt{x} - 15 = 0$$

$$(\sqrt{x}-3)(4\sqrt{x}+5) = 0$$

$$\text{Nên } \sqrt{x}-3=0 \text{ hoặc } 4\sqrt{x}+5=0$$

$$\text{Vậy } x=9 \text{ thì } P = \frac{7}{4}.$$

Câu III: (2,5 điểm)

1) Một trường THCS tổ chức cho 250 người bao gồm giáo viên và học sinh đi tham quan khu du lịch Đảo Ngọc Xanh. Biết giá vé vào cổng của một giáo viên là 80000 đồng, vé vào cổng của một học sinh là 60000 đồng. Nhà trường tổ chức đi vào đúng dịp Khai trương nên được giảm 5% cho mỗi vé vào cổng, vì vậy nhà trường chỉ phải trả tổng số tiền là 14535000 đồng. Hỏi có bao nhiêu giáo viên và học sinh của trường đi tham quan?

2) Một xe khách và một xe du lịch khởi hành đồng thời từ A đi đến B. Biết vận tốc của xe du lịch lớn hơn vận tốc của xe khách là 20 km/h. Do đó nó đến B trước xe khách 50 phút. Tính vận tốc của mỗi xe, biết quãng đường AB dài 100 km

3) Cho phương trình: $2x^2 - 4x - 3 = 0$ có hai nghiệm là $x_1; x_2$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = (x_1 - x_2)^2$.

Lời giải

1) Gọi x là số giáo viên, y là số học sinh của trường tham gia tham quan ($0 < x, y < 250$; $x, y \in \mathbb{N}$, đơn vị người)

Vì số giáo viên và học sinh tham gia là 250 người nên ta có phương trình:

$$x + y = 250 \quad (1)$$

Số tiền vé của một giáo viên sau khi được giảm là $95\% \cdot 80000 = 76\,000$ (đồng)

Số tiền vé của một học sinh sau khi được giảm là $95\% \cdot 60000 = 57\,000$ (đồng)

Vì nhà trường chỉ phải trả tổng số tiền là 14535000 đồng nên ta có phương trình:

$$76000x + 57000y = 14535000 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 250 \\ 76000x + 57000y = 14535000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 15 (TM) \\ y = 235 (TM) \end{cases}$$

Vậy số giáo viên tham gia là 15 người

Số học sinh tham gia là 235 người

$$2) \text{ Đôi: } 50 \text{ phút} = \frac{5}{6} \text{ giờ}$$

Gọi vận tốc của xe khách là x (km/h, $x > 0$)

Gọi vận tốc của xe du lịch là y (km/h, $y > 0$)

Vì vận tốc của xe du lịch lớn hơn vận tốc của xe khách là 20 km/h nên ta có phương trình:
 $y - x = 20 \quad (1)$

Thời gian xe khách đi từ A đến B là: $\frac{100}{x}$ (giờ)

Thời gian xe du lịch đi từ A đến B là: $\frac{100}{y}$ (giờ)

Vì xe du lịch đi đến B trước xe khách 50 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{100}{x} - \frac{100}{y} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có HPT:
$$\begin{cases} y - x = 20 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 40 (tm) \\ y = 60 (tm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc của xe khách là 40 km/h; vận tốc xe du lịch là 60 km/h

$$3) 2x^2 - 4x - 3 = 0$$

Phương trình có $ac = -6 < 0$ nên luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

Theo hệ thức Viète, ta có: $x_1 + x_2 = 2$; $x_1 x_2 = -\frac{3}{2}$

Ta có:

$$A = (x_1 - x_2)^2$$

$$A = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2$$

$$A = 2^2 - 4 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$A = 10$$

Vậy $A = 10$.

Câu IV. (4 điểm)

1) Một ly đựng đầy nước dạng hình trụ có chiều cao là 15 cm, bán kính đáy bằng 5 cm.

a. Tính thể tích nước chứa trong ly.

b. Người ta thả vào ly 5 viên bi đặc không thấm nước có dạng hình cầu, đường kính mỗi viên bi bằng 3 cm. Tính thể tích nước tràn ra ngoài ly.

2) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) có đường cao AD và đường phân giác trong AO (D, O thuộc cạnh BC). Kẻ $OM \perp AB$ tại M , $ON \perp AC$ tại N .

a) Chứng minh bốn điểm O, M, D, N cùng nằm trên một đường tròn. (dấu cách của dấu phẩy, dấu chấm viết không đúng)

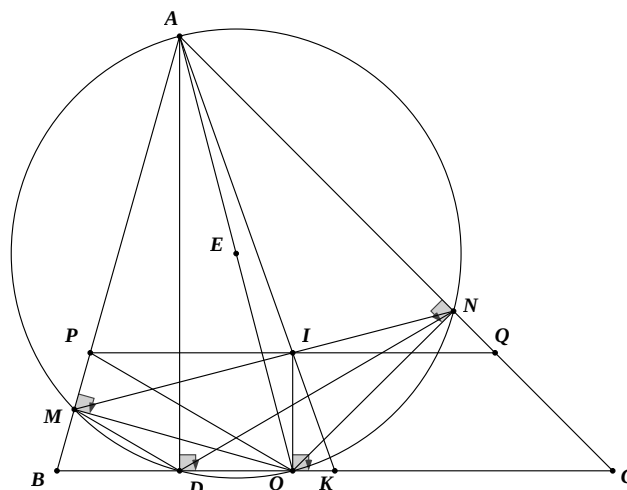
b) Chứng minh: $BDM = ODN$.

c) Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với BC cắt MN tại I , AI cắt BC tại K . Chứng minh K là trung điểm của BC .

Lời giải

1) a. Thể tích nước chứa trong ly là: $V = \pi R^2 h = \pi \cdot 5^2 \cdot 15 = 375\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$

b. Thể tích nước tràn ra ngoài ly là: $V = 5 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 = 22,5\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$



2) a) Gọi E là trung điểm AO .

Vì $\triangle AMO$ vuông tại M (gt)

$$\Rightarrow EA = EM = EO = \frac{1}{2}AO \text{ (đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)} (1)$$

Chứng minh tương tự, ta có: $EO = EA = ED = \frac{1}{2}AO$ (tính chất đường trung tuyến trong tam giác vuông ADO) (2)

Chứng minh tương tự, ta có: $EA = EO = EN = \frac{1}{2}AO$ (tính chất đường trung tuyến trong tam giác vuông ANO) (3)

$$\text{Từ (1), (2), (3)} \Rightarrow OE = DE = ME = AE = NE = \frac{1}{2}AO$$

Suy ra O, M, A, D, N thuộc đường tròn tâm E đường kính AO

Suy ra O, M, D, N thuộc đường tròn tâm E đường kính AO .

b) Chứng minh $\triangle AON = \triangle AOM$ (cạnh huyền – góc nhọn)

Suy ra $AON = AOM$ (hai góc tương ứng)

Ta có: $BDM + MDA = 90^\circ$ (do $AD \perp BC$ tại D)

$$ODN + ADN = 90^\circ \text{ (do } AD \perp BC \text{ tại } D)$$

$$ADM = AOM \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn } AM \text{ của } \left(E, \frac{AO}{2}\right))$$

$$ADN = AON \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn } AN \text{ của } \left(E, \frac{AO}{2}\right))$$

Suy ra $BDM = ODN$

c) Qua I kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB, AC tại P, Q .

Chứng minh P, I, O, M cùng thuộc đường tròn đường kính PO

Suy ra $POI = PMI$ (hai góc nội tiếp cùng chắn IP).

Chứng minh tứ giác $INQO$ nội tiếp

Suy ra $IOQ = INA$ (cùng bù với INQ)

Ta có $PMI = INA$ (cùng bằng AON, AOM)

Suy ra $POI = QOI$

Suy ra OI là phân giác của POQ

Ta có: $OI \perp PQ$ (do $OI \perp BC$ và $PQ \parallel BC$)

Suy ra $\triangle POQ$ cân tại O

Suy ra OI là đường trung tuyến của $\triangle OPQ$

Suy ra $IP = IQ$

Vì $PQ \parallel BC$

Suy ra $\triangle API \sim \triangle ABK$ (g - g)

$$\text{Suy ra } \frac{PI}{BK} = \frac{AI}{AK}$$

Tương tự, $\triangle AIN \sim \triangle AKC$ (g - g)

$$\text{Suy ra } \frac{IQ}{KC} = \frac{AI}{AK}$$

$$\frac{PI}{BK} = \frac{IQ}{KC}$$

mà $PI = IQ$ (cmt)

suy ra $KB = KC$

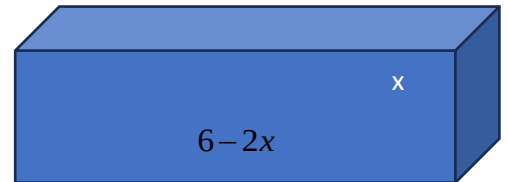
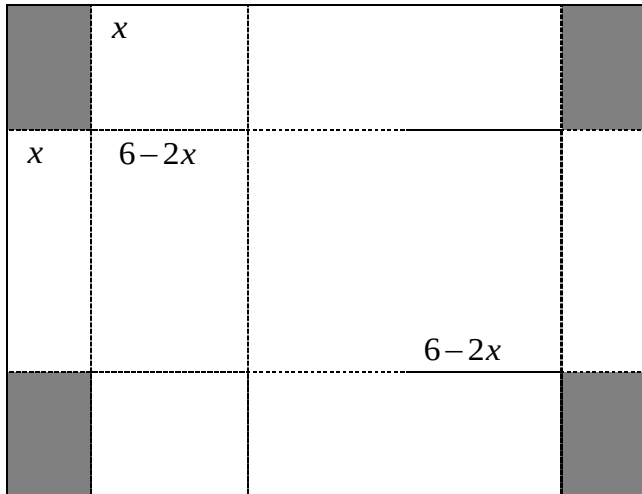
Vậy K là trung điểm BC .

Câu V: (0,5 điểm) Một miếng bìa hình vuông có cạnh 6 dm. Ở mỗi góc của hình vuông người ta cắt đi một hình vuông nhỏ cạnh x rồi gấp bìa để được một hình hộp chữ nhật (không có nắp). Tính cạnh x của mỗi hình vuông nhỏ để hộp có thể tích lớn nhất

Lời giải

Gọi x là cạnh hình vuông nhỏ, V là thể tích của hình hộp. Cần tìm giá trị lớn nhất của

$$V = x(6-2x)^2$$



$$\text{Ta có } V = x(6-2x)^2 = 4x(3-x)^2 \text{ nên } \frac{V}{2} = 2x(3-x)(x-3)$$

Ba số nguyên dương $2x$, $3-x$, $3-x$ có tổng không đổi bằng 6 nên tích của chúng lớn nhất khi $2x = 3-x = 3-x$

Hay $x = 1$

$$\text{Khi đó } V = 1(6-2.1)^2 = 16 \text{ (dm}^3\text{)}$$

Vậy khi cạnh hình vuông nhỏ bằng 1 dm thì hộp có thể tích lớn nhất là 16 dm^3

❧HẾT❧

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Thời gian đi từ nhà đến trường (đơn vị: phút) của các bạn học sinh lớp 9C được ghi lại ở bảng sau:

9,5	13,9	5,6	13,2	10,3	15,1	19,5	14,1	11,4	19,7	15,1	11,1
16,6	7,2	18	11,6	6,2	6,2	16,7	7,8	17,7	7,7	7,7	5,5
18,2	7,4	19,8	19	5,2	18,3	14,7	14,1	19,6	7,2	7,2	12,5

Hãy chia số liệu thành 4 nhóm, với nhóm thứ nhất là khoảng từ 5 phút đến dưới 9 phút và lập bảng tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm.

2) Một túi đựng 4 viên bi có cùng khối lượng và kích thước, được đánh số 1; 2; 3; 4. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 viên bi từ túi đó, viên bi lấy ra lần đầu không trả lại vào túi. Mô tả không gian mẫu của phép thử và tính xác suất để lấy được 2 viên bi mà tổng hai số trên hai viên bi đó là số lẻ.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} - \frac{3}{\sqrt{x}+2} - \frac{12}{x-4}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$.

3) Với $P = A.B$. Tìm giá trị của x để $|P| > P$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Một ô tô khách và một ô tô tải chở vật liệu xây dựng khởi hành cùng một lúc từ bến xe khách Lai Châu đến trung tâm thị trấn Mường Tè. Do trọng tải lớn nên xe tải chở vật liệu xây dựng đi với vận tốc chậm hơn xe khách 10 km/h. Xe khách đến trung tâm thị trấn Mường Tè sớm hơn xe tải 1 giờ 6 phút. Tính vận tốc mỗi xe biết quãng đường từ bến xe khách thành phố Lai Châu đến trung tâm thị trấn Mường Tè là 132 km.

2) Hai vòi nước cùng chảy vào một bể (không có nước) trong 49 giờ 48 phút thì đầy bể.

Nếu mở vòi thứ nhất trong 3 giờ và vòi thứ hai trong 4 giờ thì được $\frac{3}{4}$ bể nước. Hỏi mỗi vòi chảy riêng thì trong bao lâu sẽ đầy bể.

3) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 - 3x - 4 = 0$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = (x_1 + x_2)^2 + x_1x_2$.

Câu IV: (4,0 điểm)

Một chiếc nón lá có đường kính vành nón là 28cm và độ dài đường sinh là 30cm . Tính diện tích lá dùng để làm nón, biết chiếc nón được làm bằng 2 lớp lá (không tính phần ghép nối, lấy $\pi \approx 3,14$)



2) Cho $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn và đường cao BE . Gọi H, K lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ điểm E đến AB, AC .

a) Chứng minh tứ giác $BHEK$ nội tiếp;

b) Chứng minh: $BH.BA = BK.BC$;

c) Gọi F là chân đường vuông góc kẻ từ điểm C đến đường thẳng AB , I là trung điểm của đoạn thẳng EF . Chứng minh rằng H, I, K thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm) Ông An có 2400 m hàng rào và muốn rào lại cánh đồng hình chữ nhật tiếp giáp với một con sông. Ông không cần rào cho phía giáp bờ sông. Hỏi ông có thể rào được cánh đồng với diện tích lớn nhất là bao nhiêu?

☞ HẾT ☞

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

1) Thời gian đi từ nhà đến trường (đơn vị: phút) của các bạn học sinh lớp 9C được ghi lại ở bảng sau:

9,5	13,9	5,6	13,2	10,3	15,1	19,5	14,1	11,4	19,7	15,1	11,1
16,6	7,2	18	11,6	6,2	6,2	16,7	7,8	17,7	7,7	7,7	5,5
18,2	7,4	19,8	19	5,2	18,3	14,7	14,1	19,6	7,2	7,2	12,5

Hãy chia số liệu thành 4 nhóm, với nhóm thứ nhất là khoảng từ 5 phút đến dưới 9 phút và lập bảng tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm.

Lời giải

Độ tuổi (phút)	[5;9)	[9;13)	[13;17)	[17;21)
Tần số	54	46	42	18
Tần số tương đối	30,56 %	19,44 %	25 %	25 %

2) Một túi đựng 4 viên bi có cùng khối lượng và kích thước, được đánh số 1;2;3;4. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 viên bi từ túi đó, viên bi lấy ra lần đầu không trả lại vào túi. Mô tả không gian mẫu của phép thử và tính xác suất để lấy được 2 viên bi mà tổng hai số trên hai viên bi đó là số lẻ.

Lời giải

Không gian mẫu của phép thử là:

$$\Omega = \{(1,2);(1,3);(1,4);(2,1);(2,3);(2,4);(3,1);(3,2);(3,4);(4,1);(4,2);(4,3)\}$$

Số các kết quả có thể xảy ra (số phần tử của không gian mẫu) là $n(\Omega) = 12$.

Gọi A là biến cố “Lấy được 2 viên bi mà tổng hai số trên hai viên bi đó là số lẻ”.

Số kết quả thuận lợi của biến cố A là $n(A) = 8$.

$$\text{Xác suất của biến cố A là } p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}.$$

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} - \frac{3}{\sqrt{x}+2} - \frac{12}{x-4}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.

$$2) \text{ Chứng minh } B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}.$$

3) Với $P = A.B$. Tìm giá trị của x để $|P| > P$.

Lời giải

a) $x = 25$ (thỏa mãn điều kiện xác định)

$$A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{25}-2}{\sqrt{25}+2} = \frac{3}{7}$$

Vậy $A = \frac{3}{7}$ khi $x = 25$.

b) Với $x \geq 0, x \neq 4$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có : } B &= \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} - \frac{3}{\sqrt{x}+2} - \frac{12}{x-4} \\ &= \frac{(\sqrt{x}+2)^2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{3(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{12}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\ &= \frac{x+4\sqrt{x}+4-3\sqrt{x}+6-12}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x+\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\ &= \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} \end{aligned}$$

$$\text{c) Ta có : } P = A.B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$$

$$|P| > P$$

TH 1: $P > P$ (Vô lí)

$$\text{TH 2: } -P > P \Leftrightarrow \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} > \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$$

$$\Rightarrow 1-\sqrt{x} > \sqrt{x}-1 \Leftrightarrow 2 > 2\sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow 1 > \sqrt{x} \Leftrightarrow 1 > x$$

Kết hợp với điều kiện xác định ta có : $1 > x \geq 0$

Câu III: (2,5 điểm)

1) Một ô tô khách và một ô tô tải chở vật liệu xây dựng khởi hành cùng một lúc từ bến xe khách Lai Châu đến trung tâm thị trấn Mường Tè. Do trọng tải lớn nên xe tải chở vật liệu xây dựng đi với vận tốc chậm hơn xe khách 10 km/h. Xe khách đến trung tâm thị trấn Mường Tè sớm hơn xe tải 1 giờ 6 phút. Tính vận tốc mỗi xe biết quãng đường từ bến xe khách thành phố Lai Châu đến trung tâm thị trấn Mường Tè là 132 km.

Lời giải

Gọi vận tốc của xe tải là x (km/h) ($x > 0$)

$\Rightarrow$ vận tốc của xe khách là $x+10$ (km/h)

Thời gian đi hết quãng đường của xe tải là $\frac{132}{x}(h)$ và xe khách là $\frac{132}{x+10}(h)$

Vì xe khách đi nhanh hơn xe tải là 1 giờ 6 phút = $\frac{11}{10}(h)$

Nên ta có phương trình: $\frac{132}{x} - \frac{132}{x+10} = \frac{11}{10}$

$$\Rightarrow 132.10(x+10) - 132.10x = 11x(x+10)$$

$$\Rightarrow x^2 + 10x - 1200 = 0$$

Giải phương trình ta được $x = 40$ (loại); $x_2 = 30$ (thỏa mãn)

Vậy vận tốc của xe tải là 30 km/h và xe khách là 40 km/h.

2) Hai vòi nước cùng chảy vào một bể (không có nước) trong 49 giờ 48 phút thì đầy bể.

Nếu mở vòi thứ nhất trong 3 giờ và vòi thứ hai trong 4 giờ thì được $\frac{3}{4}$ bể nước. Hỏi mỗi vòi chảy riêng thì trong bao lâu sẽ đầy bể.

Lời giải

Gọi x, y thứ tự là số giờ để vòi thứ nhất, vòi thứ hai chảy riêng đầy bể ($x > 0, y > 0$).

Ta có 4 giờ 48 phút = $\frac{24}{5}$ giờ

Mỗi giờ vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ (bể); và vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ (bể) và cả hai vòi chảy được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ (bể).

Ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{\frac{24}{5}}$ hay $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24}$

Vòi thứ nhất chảy 3 giờ; vòi thứ hai chảy 4 giờ được $\frac{3}{4}$ bể, ta có phương trình:

$$\frac{3}{x} + \frac{4}{y} = \frac{3}{4}$$

Vậy, ta có hệ:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Đặt $u = \frac{1}{x}; v = \frac{1}{y}$ ($u > 0, v > 0$).

Ta có hệ:
$$\begin{cases} u + v = \frac{5}{24} \\ 3u + 4v = \frac{3}{4} \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} 3u + 3v = \frac{5}{8} \\ 3u + 4v = \frac{3}{4} \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} u = \frac{1}{12} \\ v = \frac{1}{8} \end{cases}$$

Ta tìm được: $x = 12; y = 8$ (thỏa mãn điều kiện $x > 0, y > 0$).

Vậy vòi thứ nhất chảy một mình trong 12 giờ đầy bể, vòi thứ hai chảy một mình trong 8 giờ đầy bể.

3) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 - 3x - 4 = 0$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = (x_1 + x_2)^2 + x_1x_2$.

Lời giải

Áp dụng định lí Vi-ét cho phương trình $2x^2 - 3x - 4 = 0$, ta có :

$$x_1 + x_2 = \frac{3}{2}, x_1x_2 = -2.$$

$$\text{Suy ra : } A = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + (-2) = \frac{1}{4}.$$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một chiếc nón lá có đường kính vành nón là $28cm$ và độ dài đường sinh là $30cm$. Tính diện tích lá dùng để làm nón, biết chiếc nón được làm bằng 2 lớp lá (không tính phần ghép nối, lấy $\pi \approx 3,14$)



Lời giải

$$\text{Bán kính đáy là: } R = \frac{d}{2} = \frac{28}{2} = 14cm$$

$$\text{Diện tích xung quanh chiếc nón là: } S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot 14 \cdot 30 = 420\pi (cm^2)$$

Diện tích lá cần dùng là:

$$S \approx 840 \cdot 3,14 = 2637,6 (cm^2) \quad S \approx 2637,6 (cm^2)$$

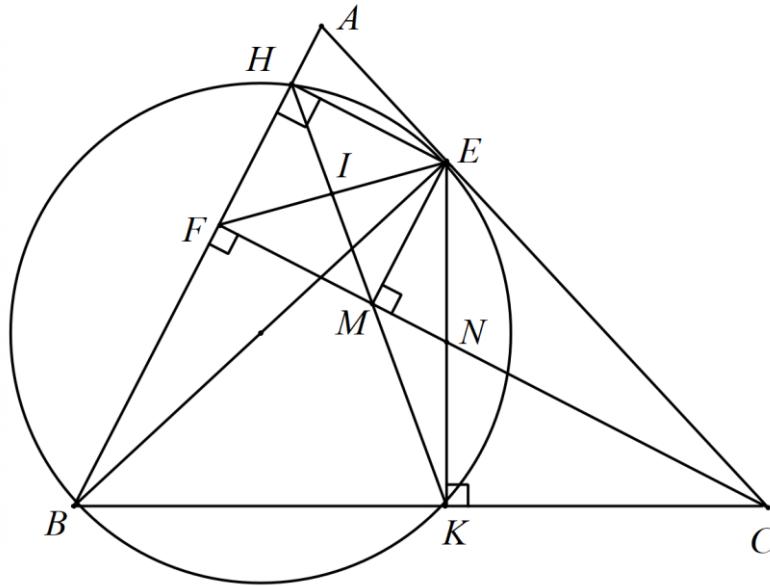
2) Cho $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn và đường cao BE . Gọi H, K lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ điểm E đến AB, AC .

a) Chứng minh tứ giác $BHEK$ nội tiếp;

b) Chứng minh: $BH \cdot BA = BK \cdot BC$;

c) Gọi F là chân đường vuông góc kẻ từ điểm C đến đường thẳng AB , I là trung điểm của đoạn thẳng EF . Chứng minh rằng H, I, K thẳng hàng.

Lời giải



a) Ta có $\angle BHE = 90^\circ$ nên 3 điểm B, H, E nằm trên đường tròn đường kính BE

$\angle BKE = 90^\circ$ nên 3 điểm B, K, E nằm trên đường tròn đường kính BE

Nên 4 điểm B, H, K, E nằm trên đường tròn đường kính BE

Suy ra $BHEK$ là tứ giác nội tiếp

b) Vì $BHEK$ là tứ giác nội tiếp nên $\angle BHK = \angle BEK$ (góc nội tiếp

cùng chắn $\overset{\frown}{BK}$) mà $\angle BEK = \angle BCE$ (cùng phụ $\angle KEC$)

$\Rightarrow \angle BHK = \angle BCE$

+) Xét $\triangle BHK$ và $\triangle BCA$ có $\angle B$ chung; $\angle BHK = \angle BCA$

$\triangle BHK$ đồng dạng $\triangle BCA$ (g.g) $\Rightarrow \frac{BH}{BC} = \frac{BK}{BA} \Rightarrow BH \cdot BA = BK \cdot BC$;

c) Giả sử HK cắt CF tại M . Ta chỉ việc chứng minh HM đi qua trung điểm I của EF

- Vì $BHEK$ nội tiếp $\angle HBE = \angle HKE$ (góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{HE}$)

- $\angle ABE = \angle ACF$ (cùng phụ với $\angle A$) $\Rightarrow \angle MKE = \angle MCE$

Giả sử CM cắt KE tại N

Ta có $\triangle MNK$ đồng dạng $\triangle ENC$ (g-g) suy ra $\frac{NM}{NC} = \frac{NK}{NE}$

Xét $\triangle MNE$ và $\triangle KNC$ có

$\frac{NM}{NC} = \frac{NK}{NE}$; $\angle MNE = \angle KNC$ (đối đỉnh)

Suy $\angle ENC = \angle EKC$ mà $\angle EKC = 90^\circ \Rightarrow \angle EMC = 90^\circ$

Hay $\angle EHF = \angle HFM = \angle FME = 90^\circ$

$\Rightarrow EHF$ là hình chữ nhật mà I là trung điểm của đường chéo $EF \Rightarrow I$ là trung điểm của HM

$\Rightarrow H, I, M, K$ thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm) Ông An có 2400 m hàng rào và muốn rào lại cánh đồng hình chữ nhật tiếp giáp với một con sông. Ông không cần rào cho phía giáp bờ sông. Hỏi ông có thể rào được cánh đồng với diện tích lớn nhất là bao nhiêu?

Lời giải

Ta chứng minh bất đẳng thức sau $a + b \geq 2\sqrt{ab}, \forall a, b > 0$ (Bất đẳng thức AM-GM)

$$a + b \geq 2\sqrt{ab}$$

$$(a + b)^2 \geq (2\sqrt{ab})^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 \geq 4ab$$

$$a^2 - 2ab + b^2 \geq 0$$

$$(a - b)^2 \geq 0, \forall a, b > 0$$

Gọi hai kích thước của hình chữ nhật là x và y , với $2x + y = 2400$ ($0 < x, y < 2400$).

Diện tích của mảnh vườn hình chữ nhật là:

$$S = xy = \frac{1}{2} 2x \cdot y \stackrel{AM-GM}{\leq} \frac{(2x + y)^2}{8} = \frac{2400^2}{8} = 720000.$$

Vậy ông nông dân có thể rào được cánh đồng với diện tích lớn nhất là 720000 m^2 .

☞ HẾT ☞

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Tại một trại hè thanh thiếu niên quốc tế, người ta tìm hiểu xem mỗi đại biểu tham dự có thể sử dụng được bao nhiêu ngoại ngữ. Kết quả được như bảng sau:

Số ngoại ngữ	1	2	3	4	≥ 5
Số đại biểu	84	64	24	16	12

- a) Hãy lập bảng tần số tương đối ở bảng trên.
- b) Hãy tính tỉ lệ phần trăm đại biểu sử dụng được ít nhất 2 ngoại ngữ.
- c) Tại trại hè thanh thiếu niên quốc tế tổ chức 1 năm trước đó, có 54 trong tổng số 220 đại biểu tham dự có thể sử dụng được từ 3 ngoại ngữ trở lên. Có ý kiến cho rằng “Tỉ lệ đại biểu sử dụng được 3 ngoại ngữ trở lên có tăng giữa hai năm đó”. Ý kiến đó đúng hay sai? Giải thích.
- 2) Một hộp có 20 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân viết lên các viên bi đó các số $1, 2, 3, \dots, 20$; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau. Xét phép thử “Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp”.
- a) Liệt kê các kết quả có thể xảy ra đối với số xuất hiện trên viên bi được lấy ra.
- b) Viết không gian mẫu phép thử đó.
- c) Tính xác suất biến cố: “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1”.

Câu II: (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức $N = \frac{24}{\sqrt{x} + 6}$ và $M = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 6} + \frac{1}{\sqrt{x} - 6} + \frac{17\sqrt{x} + 30}{x - 36}$ với $x \geq 0, x \neq 36$.

- 1) Tính giá trị của biểu thức N khi $x = 9$
- 2) Rút gọn biểu thức M .
- 3) Tìm số nguyên x để biểu thức $L = N.M$ có giá trị nguyên lớn nhất.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Có hai loại quặng chứa 75% sắt và 50% sắt. Tính khối lượng của mỗi loại quặng đem trộn để được 25 tấn quặng chứa 66% sắt

2) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Hai công nhân làm chung một công việc thì sau 5 giờ 50 phút sẽ hoàn thành xong công việc. Sau khi làm chung 5 giờ thì người thứ nhất đi làm việc khác trong khi người thứ hai vẫn tiếp tục làm trong 2 giờ nữa mới hoàn thành xong công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người phải mất bao nhiêu thời gian để hoàn thành xong công việc?

3) Cho phương trình $3x^2 - 11x - 15 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức

$$A = \frac{3x_1}{x_2} + \frac{3x_2}{x_1}$$

Câu IV: (4,0 điểm)

- 1) Đường ống nối hai bể cá trong một thủy cung có dạng một hình trụ, độ dài của đường ống là $30m$. Dung tích của đường ống nói trên là $1800 m^3$. Tính diện tích đáy của đường ống.
2. Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Hai đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại điểm H . Gọi K là trung điểm BC .
 - a) Chứng minh $\triangle AEF$ đồng dạng $\triangle ABC$.
 - b) Chứng minh đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng EF .
 - c) Đường phân giác góc FHB cắt AB và AC lần lượt tại M và N . Gọi I là trung điểm của MN , J là trung điểm của AH . Chứng minh tứ giác $AFHI$ nội tiếp và ba điểm I, J, K thẳng hàng.

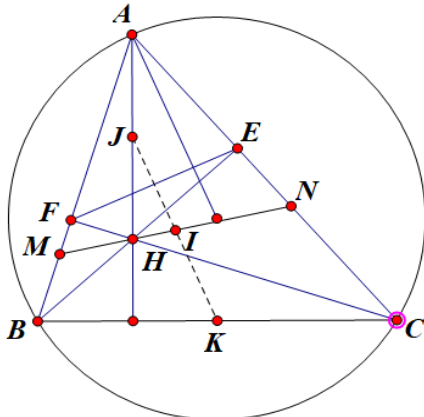
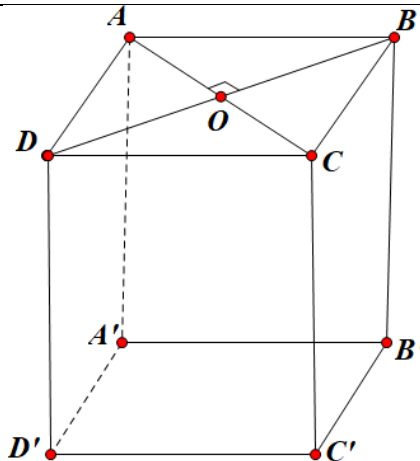
Câu V: (0,5 điểm)

Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi. Biết thể tích của nó là $1280cm^3$ và chiều cao là $20cm$. Tính giá trị nhỏ nhất của diện tích xung quanh.

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu			Điểm														
Câu I 1,5 điểm	1)	a) Bảng tần số tương đối: <table><tr><td>Số đại biểu</td><td>84</td><td>64</td><td>64</td><td>16</td><td>16</td><td>12</td></tr><tr><td>Tần số tương đối</td><td>42%</td><td>32%</td><td>12%</td><td>8%</td><td>8%</td><td>6%</td></tr></table>	Số đại biểu	84	64	64	16	16	12	Tần số tương đối	42%	32%	12%	8%	8%	6%	0,25
		Số đại biểu	84	64	64	16	16	12									
	Tần số tương đối	42%	32%	12%	8%	8%	6%										
b) Tỷ lệ phần trăm đại biểu sử dụng được ít nhất 2 ngoại ngữ là: 32% + 12% + 8% + 6% = 58%. c) Ý kiến đó đúng vì: - Tỷ lệ đại biểu sử dụng được 3 ngôn ngữ của 1 năm trước là: $\frac{54}{220}.100\% = 24,5\%$. - Tỷ lệ đại biểu sử dụng được 3 ngôn ngữ của nay là: 12% + 8% + 6% = 26% > 24,5%	0,5																
	2)	a) Các kết quả có thể xảy ra là: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20. b) $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$. c) Có 3 kết quả thuận lợi là 1, 8, 15 Vậy $P(T) = \frac{3}{20}$.	0,75														
Câu II 1,5 điểm	1)	Tính giá trị của biểu thức M khi $x = 9$.															
		Thay $x = 9$ (tmđk) vào N	0,25														
		Tính $N = \frac{24}{\sqrt{9} + 6} = \frac{8}{3}$.	0,25														
	2)	Rút gọn biểu thức M.															
		$M = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 6)}{(\sqrt{x} + 6)(\sqrt{x} - 6)} + \frac{\sqrt{x} + 6}{(\sqrt{x} + 6)(\sqrt{x} - 6)} + \frac{17\sqrt{x} + 30}{(\sqrt{x} + 6)(\sqrt{x} - 6)}$	0,25														
		$= \frac{x - 6\sqrt{x} + \sqrt{x} + 6 + 17\sqrt{x} + 30}{(\sqrt{x} + 6)(\sqrt{x} - 6)}$	0,25														
		$= \frac{x + 12\sqrt{x} + 36}{(\sqrt{x} + 6)(\sqrt{x} - 6)} = \frac{(\sqrt{x} + 6)^2}{(\sqrt{x} + 6)(\sqrt{x} - 6)}$	0,25														
		$= \frac{\sqrt{x} + 6}{\sqrt{x} - 6}$	0,25														
	3)	$L = N.M$ đạt giá trị nguyên lớn nhất.															
$L = \frac{24}{\sqrt{x} - 6}$		0,25															
Lý luận P đạt giá trị nguyên lớn nhất khi $x = 49$ khi đó $P = 24$.		0,25															

Câu III 2,5 điểm	1)	Gọi khối lượng quặng chứa 75% sắt và 50% sắt là x, y (tấn, $x, y > 0$) Theo bài ra ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 25 \\ \frac{75x}{100} + \frac{50y}{100} = \frac{66}{100} \cdot 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = 9 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$ Vậy đem 16 tấn loại quặng chứa 75% sắt, 9 tấn loại quặng chứa 50% sắt	0,5
	2)	...mỗi công nhân làm riêng thì trong bao nhiêu giờ ...	
		Đổi $5h50' = \frac{35}{6}h$. Gọi thời gian công nhân thứ nhất làm một mình xong công việc là x (đơn vị: giờ, $x > 0$)	0,25
		Thời gian công nhân thứ hai làm một mình xong công việc là y (đơn vị: giờ, $y > 0$)	
		Trong một giờ công nhân thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc) Trong một giờ công nhân thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)	0,25
		Vì hai công nhân làm chung công việc đó sau $\frac{35}{6}h$ thì xong nên ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{6}{35}$ (1)	0,25
		Vì Sau khi làm chung 5 giờ thì người thứ nhất đi làm việc khác trong khi người thứ hai vẫn tiếp tục làm trong 2 giờ nữa mới hoàn thành xong công việc nên ta có phương trình $\frac{5}{x} + \frac{7}{y} = 1$ (2)	0,25
		Từ (1) và (2) ta có hệ $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{6}{35} \\ \frac{5}{x} + \frac{7}{y} = 1 \end{cases}$	0,25
		Giải hệ tìm được $\begin{cases} x = 10 \\ y = 14 \end{cases}$ (tmđk)	
		Vậy công nhân thứ nhất làm một mình xong công việc trong 10 giờ, công nhân thứ hai làm một mình xong công việc trong 14 giờ.	0,25
	3)	a) Ta có $3x_1 + 4x_2 = 3$ $\hat{U} (x_1 + x_2) + x_2 = 6$ $\Leftrightarrow x_2 = -9$ Vì $x = -9$ là nghiệm của phương trình nên ta có $(-9)^2 - 5(-9) + m + 4 = 0$. Tìm được $m = -3 \pm \sqrt{13}$	0,5

Câu IV 4điểm	1)	Bồn nước này đựng được bao nhiêu mét khối nước? Diện tích đáy của đường ống đó là: $1800 : 30 = 60(m^2)$.		1,0
	2)	Chứng minh $\triangle AEF$ đồng dạng $\triangle ABC$.		
			Vẽ đúng hình đến ý 1)	0,25
			$BE \perp AC \Rightarrow \hat{BEC} = 90^\circ$ (TGV) $CF \perp AB \Rightarrow \hat{CFB} = 90^\circ$ (TGV)	0,25
			$\Rightarrow$ Tứ giác $BFEC$ là tứ giác nội tiếp	0,25
			$\Rightarrow \triangle AEF$ đồng dạng $\triangle ABC$.	0,25
	2)	Chứng minh đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng		
			Tứ giác $BCEF$ nội tiếp $\Rightarrow \angle AEF = \angle ABC$	0,25
			$\triangle OAC$ cân tại $O \Rightarrow \angle EAO = \frac{180^\circ - \angle AOC}{2}$	0,25
			$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC \Rightarrow \frac{180^\circ - \angle AOC}{2} = 90^\circ - \angle ABC$	0,25
			$\Rightarrow \angle AEF + \angle EAO = 90^\circ \Rightarrow AO \perp EF$	0,25
	3)	Chứng minh tứ giác $AFHI$ nội tiếp và I, J, K thẳng hàng.		
		Chứng minh $\triangle AMN$ cân tại A vì $\angle AMN = \angle MBH + \angle MHB = \angle NCH + \angle NHC = \angle ANM \Rightarrow AI \perp MN$	0,25	
		$\angle AFH = \angle AIH = 90^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $AFHI$ là tứ giác nội tiếp.	0,25	
		Có $\angle MAH = \angle NAO \Rightarrow \angle IAH = \angle IAO \Rightarrow IJ \parallel AO$ suy ra IJ trung trực EF	0,25	
		Có $JE = JF, KE = KF \Rightarrow KI$ trung trực $EF \Rightarrow I, J, K$ thẳng hàng.	0,25	
Câu V 0,5 điểm	Ta đặt $AC = 2m; BD = 2n$. Diện tích đáy $ABCD$ là: $S = \frac{1}{2} \cdot 2m \cdot 2n = 2mn$. Mặt khác: $S = \frac{V}{h} = \frac{1280}{20} = 64(cm^2)$ Vậy $2m \cdot n = 64(cm^2)$.			
	Diện tích xung quanh hình lăng trụ đứng là: $S_{xq} = 4 \cdot AB \cdot 20 = 80AB$. Vậy S_{xq} nhỏ nhất khi AB nhỏ nhất.			
	Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Ta có $AC \perp BD$ tại O . Xét $\triangle AOB$ vuông tại O , ta có: $AB^2 = OA^2 + OB^2 = m^2 + n^2$. Mặt khác $m^2 + n^2 \geq 2mn$. Do đó $AB^2 \geq 64 \Rightarrow AB \geq 8(cm)$. Vậy giá trị nhỏ nhất của AB là $8cm$ khi $m = n$ tức là khi $ABCD$ là hình vuông. Giá trị nhỏ nhất của diện tích xung quanh là $4 \cdot 8 \cdot 20 = 640(cm^2)$.			

अथैतं

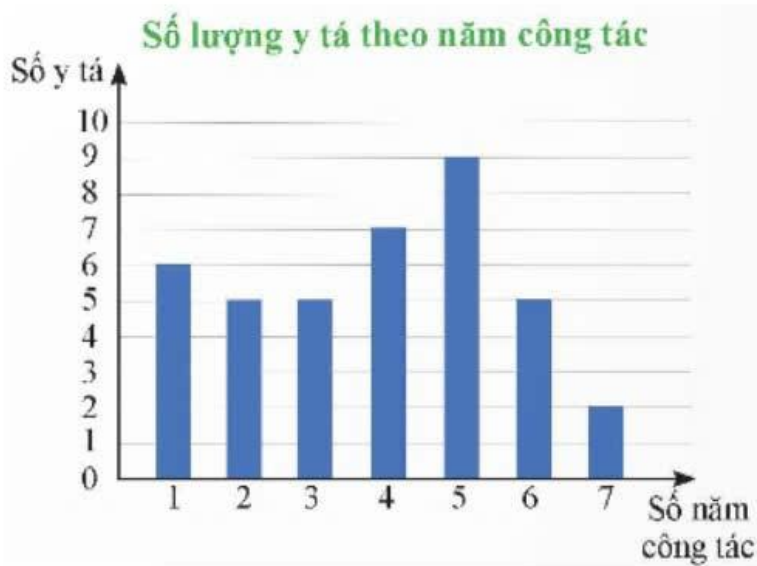
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

- 1) Biểu đồ bên dưới thống kê thời gian công tác (theo năm) của các y tá ở một phòng khám tư nhân ở Hà Nội.



- a) Các y tá của phòng khám có thời gian công tác nhận những giá trị nào? Tìm tần số mỗi giá trị đó.
- b) Phòng khám có tổng bao nhiêu y tá?
- c) Có bao nhiêu y tá đã công tác ở phòng khám ít nhất 3 năm?
- 2) Nhóm học sinh tình nguyện khối 9 của một trường trung học cơ sở có 6 bạn, trong đó có 3 bạn nam là: Trung (lớp 9A); Quý (lớp 9A); Việt (lớp 9C); và 3 bạn nữ là: An (lớp 9A); Châu (lớp 9B); Hương (lớp 9D). Chọn ngẫu nhiên một bạn trong nhóm đó để tham gia hoạt động tình nguyện bên trường
- a) Liệt kê tất cả các kết quả có thể xảy ra trong phép thử trên. Có tất cả bao nhiêu kết quả có thể xảy ra.
- b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:
- A: “Bạn được chọn là bạn nữ”;
- B: “Bạn được chọn thuộc lớp 9A”.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{x-7}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} + \frac{2x-\sqrt{x}+2}{x-4}$ với

$x > 0, x \neq 4$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$
- 2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P = A.B$ có giá trị nguyên

Câu III: (2,5 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Khoảng cách giữa hai bến sông C và D là 60km . Một ca nô đi xuôi dòng từ bến C đến bến D , nghỉ 36 phút rồi đi ngược dòng quay lại bến C . Kể từ lúc khởi hành đến khi về tới bến C hết tất cả 7 giờ. Tìm vận tốc của ca nô trong nước yên lặng, biết rằng vận tốc nước chảy là 5km/h .

2) Một nhà máy A sản xuất một lô váy 700 chiếc với tổng số vốn ban đầu là 40 triệu đồng và giá bán ra mỗi chiếc váy là 250 000 đồng. Khi đó gọi X (đồng) là số tiền lời (hoặc lỗ) của nhà máy A thu được khi bán t chiếc váy.

a) Thiết lập biểu thức của X theo t .

b) Hỏi phải bán được ít nhất bao nhiêu chiếc váy thì nhà máy bắt đầu có lời?

3) Cho phương trình $3x^2 - 2x - 4 = 0$ (1). Biết phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1; x_2. \text{ Tính giá trị biểu thức : } A = \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một hình nón có độ dài đường sinh bằng 50 cm và bán kính đáy bằng 30cm. Tính thể tích của hình nón đó (lấy $\pi \approx 3,14$).

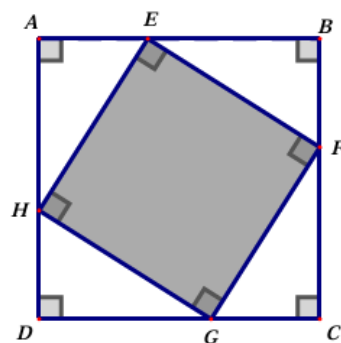
2) Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn ($AB < AC$). Ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H

a) Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp. Xác định tâm O của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BFEC$.

b) Gọi I là trung điểm của AH . Chứng minh IE là tiếp tuyến của đường tròn (O)

c) Vẽ CI cắt đường tròn (O) tại M (M khác C), EF cắt AD tại K . Chứng minh ba điểm B, K, M thẳng hàng.

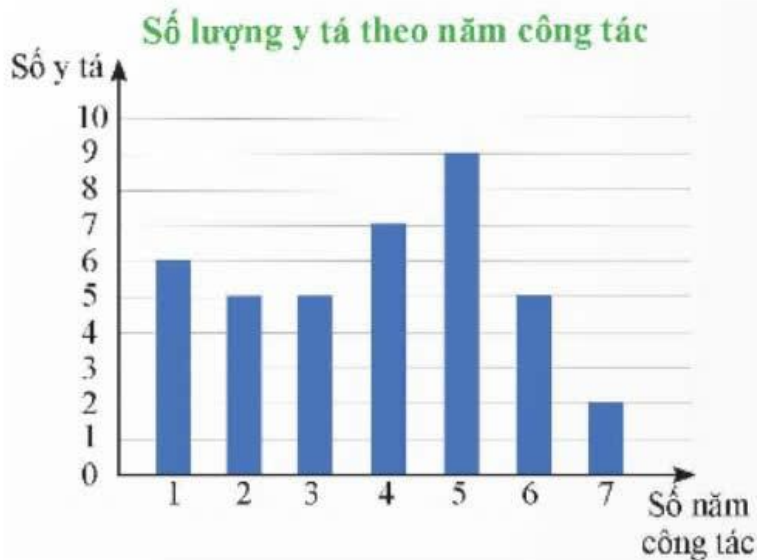
Câu V: (0,5 điểm) Một mảnh đất hình vuông $ABCD$ cạnh 30m. Người ta xây dựng một vườn hoa dạng hình vuông $EFGH$ có các đỉnh E, F, G, H thuộc các cạnh của hình vuông $ABCD$ (hình vẽ). Xác định vị trí điểm E trên cạnh AB để diện tích vườn hoa nhỏ nhất.



HƯỚNG DẪN
LÀM LỜI GIẢI CHI TIẾT CHO ĐỀ TRÊN.

Câu I:

- 1) Biểu đồ bên dưới thống kê thời gian công tác (theo năm) của các y tá ở một phòng khám tư nhân ở Hà Nội.



- a) Các y tá của phòng khám có thời gian công tác nhận những giá trị nào? Tìm tần số mỗi giá trị đó.
- b) Phòng khám có tổng bao nhiêu y tá?
- c) Có bao nhiêu y tá đã công tác ở phòng khám ít nhất 3 năm?
- 2) Nhóm học sinh tình nguyện khối 9 của một trường trung học cơ sở có 6 bạn, trong đó có 3 bạn nam là: Trung (lớp 9A); Quý (lớp 9A); Việt (lớp 9C); và 3 bạn nữ là: An (lớp 9A); Châu (lớp 9B); Hương (lớp 9D). Chọn ngẫu nhiên một bạn trong nhóm đó để tham gia hoạt động tình nguyện bên trường
- a) Liệt kê tất cả các kết quả có thể xảy ra trong phép thử trên. Có tất cả bao nhiêu kết quả có thể xảy ra.
- b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:
A: “Bạn được chọn là bạn nữ”;
B: “Bạn được chọn thuộc lớp 9A”.

Lời giải

1)

- a) Các y tá của phòng khám có thời gian công tác nhận những giá trị sau 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Bảng tần số:

Số năm công tác	1	2	3	4	5	6	7
Số y tá	6	5	5	7	9	5	2

- b) Phòng khám có: $6 + 5 + 5 + 7 + 9 + 5 + 2 = 39$ y tá.
- c) Có $5 + 7 + 9 + 5 + 2 = 28$ y tá đã công tác ở phòng khám ít nhất 3 năm.

2)

- a) Các kết quả có thể xảy ra là: Trung, Quý, Việt, An, Châu, Hương.
 b) Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: An, Châu, Hương.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố B là: Trung, Quý, An.

$$\text{Vậy } P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{x-7}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} + \frac{2x-\sqrt{x}+2}{x-4}$ với $x > 0, x \neq 4$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$
- 2) Rút gọn biểu thức B.
- 3) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P = AB$ có giá trị nguyên

Lời giải

- 1) Thay $x = 9$ (tmđk) vào biểu thức A, ta được:

$$A = \frac{9-7}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Vậy khi } x=9 \text{ thì } A = \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad B &= \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{2x-\sqrt{x}+2}{x-4} \\ &= \frac{\sqrt{x}-2-\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)+2x-\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \\ &= \frac{\sqrt{x}-2-x-2\sqrt{x}+2x-\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \\ &= \frac{x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \text{ với } x > 0, x \neq 4$$

$$\begin{aligned} 3) \quad P &= \frac{x-7}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} = \frac{x-7}{\sqrt{x}+2} \\ + \text{ Xét } P &= \frac{x-7}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} = \frac{x-7}{\sqrt{x}+2} \text{ (thỏa mãn đk)} \end{aligned}$$

+ Xét $P \neq 0$

TH1: $x \in \square; x \neq 7; \sqrt{x}$ là số vô tỉ $P \notin \square$ (loại)

TH2: $x \in \square, \sqrt{x} \in \square$

$$\text{Ta có: } P = \frac{x-4-3}{\sqrt{x+2}} = \frac{x-4}{\sqrt{x+2}} - \frac{3}{\sqrt{x+2}} = \sqrt{x} - 2 - \frac{3}{\sqrt{x+2}}$$

Đề $P \in \mathbb{Q}$

$$\text{Suy ra } \sqrt{x} - 2 - \frac{3}{\sqrt{x+2}} \in \mathbb{Q}$$

$$\text{Suy ra } \frac{3}{\sqrt{x+2}} \in \mathbb{Q}$$

$$\text{Suy ra } \sqrt{x+2} \in U(3)$$

$$\text{Vậy } \sqrt{x+2} \in \{1; 3\}$$

$$\text{Do } \sqrt{x+2} \geq 2 \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy với $x \in \{1; 7\}$; thì P có giá trị nguyên

Câu III: (2,5 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Khoảng cách giữa hai bến sông C và D là 60km . Một ca nô đi xuôi dòng từ bến C đến bến D , nghỉ 36 phút rồi đi ngược dòng quay lại bến C . Kể từ lúc khởi hành đến khi về tới bến C hết tất cả 7 giờ. Tìm vận tốc của ca nô trong nước yên lặng, biết rằng vận tốc nước chảy là 5km/h .

2) Một nhà may A sản xuất một lô váy 700 chiếc với tổng số vốn ban đầu là 40 triệu đồng và giá bán ra mỗi chiếc váy là 250 000 đồng. Khi đó gọi X (đồng) là số tiền lời (hoặc lỗ) của nhà may A thu được khi bán t chiếc váy.

a) Thiết lập biểu thức của X theo t .

b) Hỏi phải bán được ít nhất bao nhiêu chiếc váy thì nhà may bắt đầu có lời?

3) Cho phương trình $3x^2 - 2x - 4 = 0$ (1). Biết phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$.

$$\text{Tính giá trị biểu thức : } A = \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$$

Lời giải

1) Gọi vận tốc của ca nô trong nước yên lặng là x (km/h) (ĐK: $x > 5$) Do kể từ lúc khởi hành đến khi về tới bến C hết tất cả 7 giờ nên ta có:

$$\frac{60}{x+5} + \frac{60}{x-5} + \frac{3}{5} = 7$$

$$\text{Suy ra } \frac{60}{x+5} + \frac{60}{x-5} = \frac{32}{5}$$

$$\Rightarrow 300(x-5) + 300(x+5) = 32(x-5)(x+5)$$

$$32x^2 - 600x - 800 = 0 \Leftrightarrow (x-20)(4x+5) = 0$$

$$\begin{cases} x - 20 = 0 \\ 4x + 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 20 \text{ (TM)} \\ x = \frac{-5}{4} \text{ (L)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc của ca nô trong nước yên lặng là 20 km/h

2) a) Bán t chiếc váy với giá 250 000 đồng 1 chiếc thì thu về: 250000. t đồng.

Biểu thức $X = 250000.t - 40000000$ (đồng)

b) Để bắt đầu có lời thì: $X > 0$

$$250000.t > 40\,000\,000$$

$$t > 160$$

Vậy phải bán được ít nhất 161 chiếc váy thì nhà may bắt đầu có lời.

3) Phương trình $3x^2 - 2x - 4 = 0$ (1)

Ta có: $a.c = 3.(-4) = -12 < 0$

Suy ra phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ trái dấu

Áp dụng hệ thức Ta-lét ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-(-2)}{3} = \frac{2}{3} \\ x_1 x_2 = \frac{-4}{3} \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } A = \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$$

$$A = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2 \cdot x_2^2}$$

$$A = \frac{x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 \cdot x_2 - 2x_1 \cdot x_2}{x_1^2 \cdot x_2^2}$$

$$A = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2}{x_1^2 \cdot x_2^2}$$

$$A = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{-4}{3}\right)}{\left(\frac{-4}{3}\right)^2} = \frac{7}{4}$$

$$\text{Vậy } A = \frac{7}{4}$$

Câu IV: (4,0 điểm)

- 1) Một hình nón có độ dài đường sinh bằng 50 cm và bán kính đáy bằng 30cm. Tính thể tích của hình nón đó (lấy $\pi \approx 3,14$).
- 2) Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn ($AB < AC$). Ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H

- a) Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp. Xác định tâm O của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BFEC$.
- b) Gọi I là trung điểm của AH . Chứng minh IE là tiếp tuyến của đường tròn (O)
- c) Vẽ CI cắt đường tròn (O) tại M (M khác C), EF cắt AD tại K . Chứng minh ba điểm B, K, M thẳng hàng.

Lời giải

- 1) Hình nón có đường sinh $l = 50$ cm; bán kính đáy $R = 30$ cm; chiều cao h

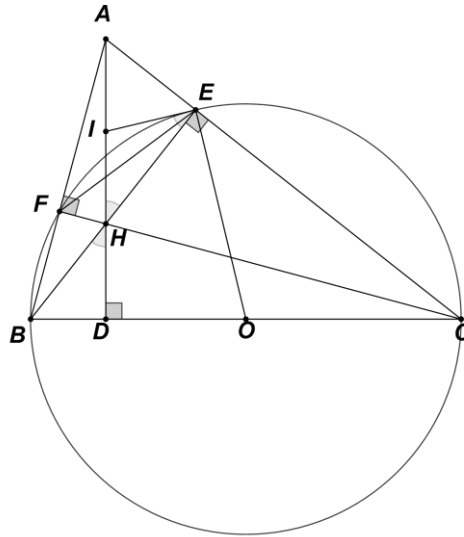
Áp dụng định lý Pythagore, ta có: $h^2 + R^2 = l^2$

$$\Leftrightarrow h^2 + 30^2 = 50^2 \Leftrightarrow h^2 = 1600 \Rightarrow h = 40(\text{cm})$$

Thể tích của hình nón là $V = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot h \approx \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 30^2 \cdot 40 = 37680(\text{cm}^3)$

2)

- a) Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp. Xác định tâm O của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BFEC$



Vì $CF \perp AB$ nên $CFB = 90^\circ$ suy ra tam giác BFC vuông tại F

Vì $BE \perp AC$ nên $BEC = 90^\circ$ suy ra tam giác BEC vuông tại E

Gọi O' là trung điểm đoạn BC .

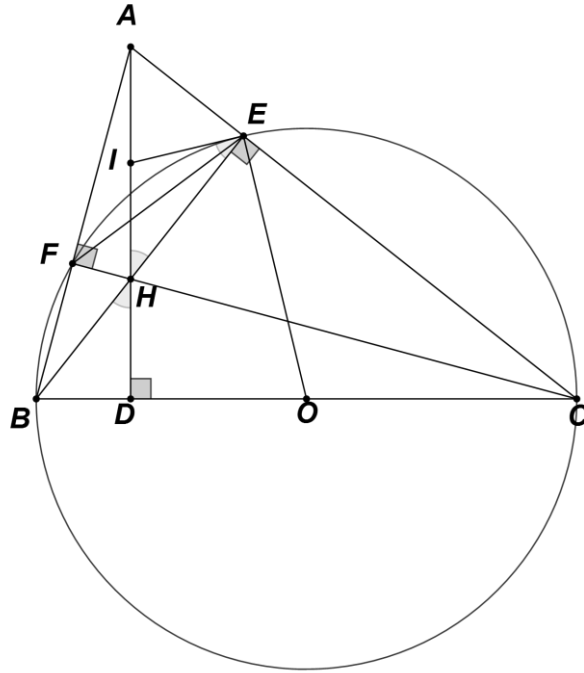
Xét tam giác BEC vuông tại E , O' là trung điểm đoạn BC . . Suy ra $O'E = O'B = O'C$ (tính chất đường trung tuyến trong tam giác vuông.) (1)

Xét tam giác BFC vuông tại F , O' là trung điểm đoạn BC . . Suy ra $O'F = O'B = O'C$ (tính chất đường trung tuyến trong tam giác vuông.) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $O'E = O'B = O'C = O'F$ mà O là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BFEC$, suy ra O trùng O'

Suy ra O là trung điểm đoạn BC .

- b) Gọi I là trung điểm của AH . Chứng minh IE là tiếp tuyến của đường tròn (O) .



Xét $\triangle AEH$ vuông tại H , có EI là đường trung tuyến ứng với cạnh AH nên

$$EI = \frac{1}{2}AH = IH$$

Suy ra: $\triangle IEH$ cân tại $I \Rightarrow IEH = IHE$

Mà $IHE = BHD$ (Hai góc đối đỉnh)

Suy ra: $IEH = BHD$ (1)

Ta lại có: $OB = OE = R \Rightarrow \triangle OEB$ cân tại O

$$\Rightarrow OBE = OEB \text{ (2)}$$

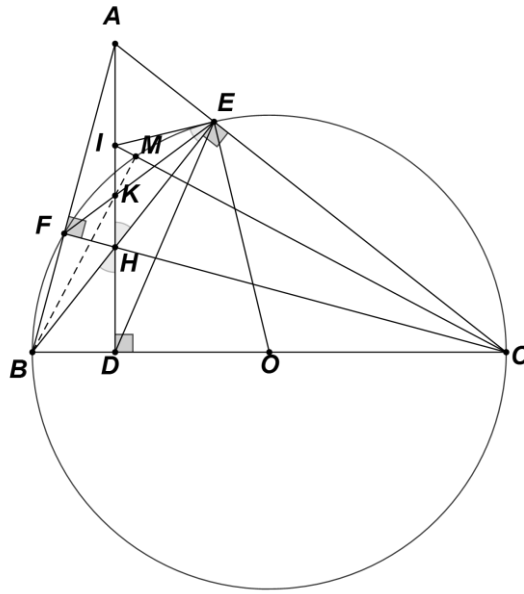
Từ (1) và (2), ta có: $IEH + OEB = BHD + OBE$

Mặt khác: $BHD + OBE = 90^\circ$ (vì $\triangle BHD$ vuông tại D)

Suy ra: $IEH + OEB = BHD + OBE = 90^\circ$ hay $OEI = 90^\circ$

$\Rightarrow OE \perp EI$ và $E \in (O)$ Do đó: IE là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

c) Vẽ CI cắt đường tròn (O) tại M (M khác C), EF cắt AD tại K . Chứng minh ba điểm B, K, M thẳng hàng.



Ta có: góc BMC là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên góc BMC = 90 độ

$$\Rightarrow BM \perp IC$$

Xét $\triangle IEK$ và $\triangle IDE$ có:

$\angle EIK$ là góc chung

$$\angle IDE = \angle IEK (= \angle ECF)$$

Do đó: $\triangle IEK \sim \triangle IDE$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{IE}{ID} = \frac{IK}{IE} \Rightarrow ID \cdot IK = IE^2$$

Mặt khác: $IM \cdot IC = IE^2$ (Bạn đọc tự chứng minh)

$$\Rightarrow ID \cdot IK = IM \cdot IC$$

$$\Rightarrow \frac{IM}{ID} = \frac{IK}{IC}$$

Xét tam giác IMK và tam giác IDC có:

Góc MIK là góc chung

$$\frac{IM}{ID} = \frac{IK}{IC}$$

$$\Rightarrow \triangle IMK \sim \triangle IDC$$

$$\Rightarrow \angle KMI = \angle CDI = 90^\circ$$

$$\Rightarrow KM \perp IC$$

$$\left. \begin{array}{l} BM \perp IC \\ KM \perp IC \end{array} \right\} \Rightarrow B, M, K \text{ thẳng hàng}$$

Câu V: (0,5 điểm) Một mảnh đất hình vuông ABCD cạnh 30m. Người ta xây dựng một vườn hoa dạng hình vuông EFGH có các đỉnh E, F, G, H thuộc các cạnh của hình vuông ABCD (hình vẽ). Xác định vị trí điểm E trên cạnh AB để diện tích vườn hoa nhỏ nhất.

Lời giải

Đặt $AE = x$ ($0 \leq x \leq 30$)

Chỉ ra được $S_{EFGH} = S_{ABCD} - 4S_{AEH} = 900 - 2x(30 - x)$

Do đó: $S_{EFGH} = 2x^2 - 60x + 900 = 2(x - 15)^2 + 450 \geq 450$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = 15$ (tm)

Vậy min $S_{EFGH} = 450m^2$ khi $AE = 15m$

∞ HẾT ∞

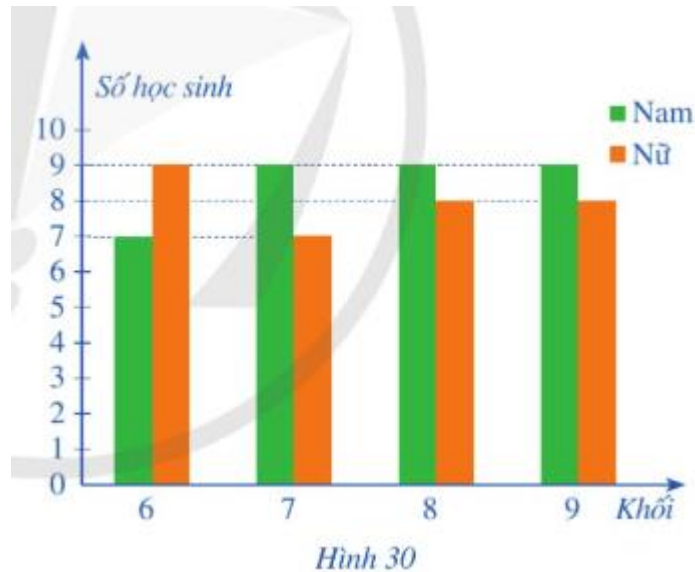
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Biểu đồ cột kép ở Hình 30 biểu diễn số lượng học sinh tham gia giải thi đấu thể thao của một trường trung học cơ sở.



Chọn ngẫu nhiên một học sinh tham gia giải thi đấu thể thao của trường đó. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: “Học sinh được chọn là nam”;

B: “Học sinh được chọn thuộc khối 6”;

C: “Học sinh được là nữ và không thuộc khối 9”.

2) Một hộp đựng 5 tấm thẻ ghi các số 1; 2; 3; 4; 5. Rút ngẫu nhiên lần lượt hai tấm thẻ từ hộp, tấm thẻ rút ra lần đầu không trả lại vào hộp.

a) Phép thử và kết quả của phép thử là gì?

b) Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức

$$A = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 1} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 2}{3 - \sqrt{x}} - \frac{x - 3\sqrt{x} + 5}{x - 5\sqrt{x} + 6} \text{ với } x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$$

1) Tính giá trị của A khi $x = 25$.

2) Rút gọn B.

3) Cho $P = A : B$. Tìm x để $2P = 2\sqrt{x} - 9$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Tháng thứ nhất hai đội sản xuất được 1100 sản phẩm. Sang tháng thứ hai, đội I làm vượt mức 15% và đội II làm vượt mức 20% so với tháng thứ nhất, vì vậy cả hai đội đã làm được 1295 sản phẩm. Hỏi trong tháng thứ nhất mỗi đội làm được bao nhiêu sản phẩm ?

2) Một cơ sở sản xuất lập kế hoạch làm 180 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do cải tiến kĩ thuật, năng suất mỗi ngày tăng 3 sản phẩm, vì thế không những hoàn thành sớm một ngày, mà còn vượt mức 18 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

3) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình : $x^2 - 4x - 7 = 0$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} - 2$$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Người ta thả một cục đá vào cốc thủy tinh hình trụ có chứa nước, đá chìm một phần xuống nước trong cốc. Hãy tính thể tích phần đá chìm trong nước của cục đá đó, biết diện tích đáy của cốc nước hình trụ là $16,5\text{cm}^2$ và nước dâng lên thêm 80 mm .

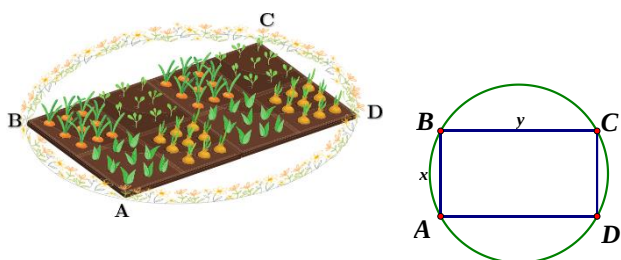
2) Cho (O) đường kính AB . Kẻ đường kính CD vuông góc với AB . Lấy M thuộc cung nhỏ BC , AM cắt CD tại E . Qua D kẻ tiếp tuyến với (O) cắt đường thẳng BM tại N . Gọi P là hình chiếu vuông góc của B lên DN

a) Chứng minh các điểm M, N, D, E cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $EN \parallel CB$.

c) Chứng minh $AM \cdot BN = 2R^2$ và tìm vị trí điểm M trên cung nhỏ BC để diện tích tam giác BNC đạt giá trị lớn nhất.

Câu V: (0,5 điểm) Người ta muốn làm một vườn rau có dạng hình chữ nhật ABCD có diện tích 640m^2 , để tạo thêm cảnh quan xung quanh đẹp hơn, người ta mở rộng thêm bốn phần diện tích để trồng hoa, tạo thành một đường tròn đi như hình vẽ, biết tâm hình tròn trùng với giao điểm hai đường chéo của hình chữ nhật. Khi đó chọn kích thước cạnh ABCD như thế nào để diện tích của bốn phần đất trồng hoa nhỏ nhất?

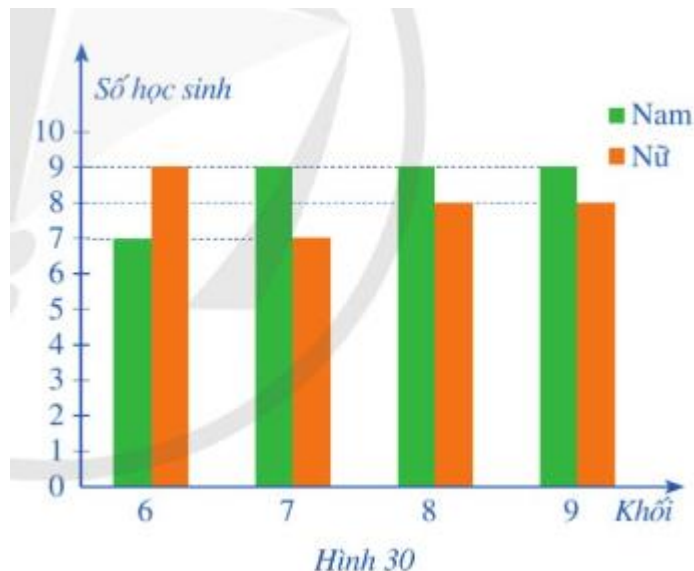


∞ HẾT ∞

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu I: (1,5 điểm) Đề.

1) Biểu đồ cột kép ở Hình 30 biểu diễn số lượng học sinh tham gia giải thi đấu thể thao của một trường trung học cơ sở.



Chọn ngẫu nhiên một học sinh tham gia giải thi đấu thể thao của trường đó. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: “Học sinh được chọn là nam”;

B: “Học sinh được chọn thuộc khối 6”;

C: “Học sinh được là nữ và không thuộc khối 9”.

2) Một hộp đựng 5 tấm thẻ ghi các số 1; 2; 3; 4; 5. Rút ngẫu nhiên lần lượt hai tấm thẻ từ hộp, tấm thẻ rút ra lần đầu không trả lại vào hộp.

a) Phép thử và kết quả của phép thử là gì?

b) Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

Lời giải

1. Nhìn vào biểu đồ ta thấy:

- Lớp 6 có tất cả: $7 \text{ nam} + 9 \text{ nữ} = 16$ học sinh

- Lớp 7 có tất cả: $9 \text{ nam} + 7 \text{ nữ} = 16$ học sinh

- Lớp 8 có tất cả: $9 \text{ nam} + 8 \text{ nữ} = 17$ học sinh

- Lớp 9 có tất cả: $9 \text{ nam} + 8 \text{ nữ} = 17$ học sinh

Như vậy, không gian mẫu trong bài này có tất cả $16 + 16 + 17 + 17 = 66$ học sinh.

- Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $7 + 9 + 9 + 9 = 34$ học sinh

Xác suất để biến cố A xảy ra là: $P(A) = \frac{34}{66} = \frac{17}{33}$

- Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là: 16 học sinh

Xác suất để biến cố B xảy ra là: $P(B) = \frac{16}{66} = \frac{8}{33}$

- Số kết quả thuận lợi cho biến cố C là: $9 + 7 + 8 = 24$ học sinh

Xác suất để biến cố C xảy ra là: $P(C) = \frac{24}{66} = \frac{12}{33}$.

2. a) Phép thử: Rút ngẫu nhiên lần lượt hai tấm thẻ từ hộp, tấm thẻ rút ra lần đầu không trả lại vào hộp.

Kết quả của phép thử:

- Lần rút thứ nhất: 5 kết quả có thể xảy ra (1; 2; 3; 4; 5)

- Lần rút thứ hai: 4 kết quả có thể xảy ra (vì sau lần rút thứ nhất, chỉ còn lại 4 thẻ trong hộp).

b) Mô tả không gian mẫu của phép thử:

Liệt kê tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử. Sử dụng cặp số (x, y) để mô tả kết quả với:

- x là số trên thẻ rút ra lần thứ nhất.

- y là số trên thẻ rút ra lần thứ hai.

Lần 2	Lần 1	1	2	3	4	5
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)	
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)	(2;5)	
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)	
4	(4;1)	(4;2)	(4; 3)	(4;4)	(4;5)	

5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)
---	-------	-------	-------	-------	-------

Vì tất cả thẻ rút ra lần đầu không trả lại vào hộp.

Không gian mẫu:

$$\Omega = \left\{ (1;2); (1;3); (1;4); (1;5); (2;1); (2;3); (2;4); (2;5); (3;1); (3;2); (3;4); (3;5); (4;1); (4;2); \right. \\ \left. (4;3); (4;5); (5;1); (5;2); (5;3); (5;4) \right\}$$

Vậy không gian mẫu có 20 phần tử.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức

$$A = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} - \frac{x-3\sqrt{x}+5}{x-5\sqrt{x}+6} \text{ với } x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$$

1) Tính giá trị của A khi $x = 25$.

2) Rút gọn B .

3) Cho $P = A : B$. Tìm x để $2P = 2\sqrt{x} - 9$.

Lời giải

1) Tính giá trị của A khi $x = 25$

$$\text{Biểu thức: } A = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}$$

Điều kiện: $x \geq 0$

Với $x = 25$ thỏa mãn điều kiện

$$\text{Thay } x = 25 \text{ vào biểu thức } A \text{ ta có: } A = \frac{\sqrt{25}+3}{\sqrt{25}+1} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$\text{Vậy với } x = 25 \text{ thì } A = \frac{4}{3}$$

2) Rút gọn B

Điều kiện xác định: $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$

$$\text{Ta có: } B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} - \frac{x-3\sqrt{x}+5}{x-5\sqrt{x}+6}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} - \frac{x-3\sqrt{x}+5}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) + (\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2) - (x-3\sqrt{x}+5)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{x-3\sqrt{x}+x-4-x+3\sqrt{x}-5}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{x-9}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}$$

$$\text{Vậy } B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}$$

3) Cho $P = A:B$. Tìm x để $2P = 2\sqrt{x} - 9$

Điều kiện xác định: $x \geq 0$; $x \neq 4$; $x \neq 9$

$$\text{Ta có: } P = A:B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1} : \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$$

$$\text{Để } 2P = 2\sqrt{x} - 9$$

$$\frac{2(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}+1} = 2\sqrt{x} - 9$$

$$2\sqrt{x} - 4 = (2\sqrt{x} - 9)(\sqrt{x} + 1)$$

$$2\sqrt{x} - 4 = 2x + 2\sqrt{x} - 9\sqrt{x} - 9$$

$$2x - 9\sqrt{x} + 5 = 0$$

$$(2\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 5) = 0$$

$$\begin{cases} 2\sqrt{x} + 1 = 0 \text{ (PTVN)} \\ \sqrt{x} - 5 = 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{x} - 5 = 0$$

$$x = 25 \text{ (TM)}$$

Vậy để $2P = 2\sqrt{x} - 9$ thì $x = 25$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Tháng thứ nhất hai đội sản xuất được 1100 sản phẩm. Sang tháng thứ hai, đội I làm vượt mức 15% và đội II làm vượt mức 20% so với tháng thứ nhất, vì vậy cả hai đội đã làm được 1295 sản phẩm. Hỏi trong tháng thứ nhất mỗi đội làm được bao nhiêu sản phẩm ?

2)

Một cơ sở sản xuất lập kế hoạch làm 180 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do cải tiến kĩ thuật, năng suất mỗi ngày tăng 3 sản phẩm, vì thế không những hoàn thành sớm một ngày, mà còn vượt mức 18 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

3) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình : $x^2 - 4x - 7 = 0$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} - 2$$

Lời giải

1. Gọi số sản phẩm tháng thứ nhất đội I làm được là x (sản phẩm) ($x \in \mathbb{N}^*, x < 1100$)

Số sản phẩm tháng thứ nhất đội II làm được là y (sản phẩm) ($y \in \mathbb{N}^*, y < 1100$)

Vì tháng thứ nhất hai đội sản xuất được 1100 sản phẩm nên ta có phương trình

$$x + y = 1100 \quad (1)$$

Số sản phẩm tháng thứ hai đội I làm được là $x + 15\%x = 1,15x$ (sản phẩm)

Số sản phẩm tháng thứ hai đội II làm được là $y + 20\%y = 1,2y$ (sản phẩm)

Theo bài ra ta có phương trình $1,15x + 1,2y = 1295$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 1100 \\ 1,15x + 1,2y = 1295 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1,15x + 1,15y = 1265 \\ 1,15x + 1,2y = 1295 \end{cases} \quad \begin{cases} 0,05y = 30 \\ x + y = 1100 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 600 \\ x + y = 1100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 600 \\ x + 600 = 1100 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 600 \\ x = 500 \end{cases} \text{ (thoả mãn điều kiện)}$$

Vậy tháng thứ nhất đội I làm được là 500 (sản phẩm), đội II làm được là 600 (sản phẩm)

2. Gọi số sản phẩm theo kế hoạch cơ sở cần sản xuất trong một ngày là: x (sản phẩm, $x > 0$)

Số sản phẩm thực tế cơ sở cần sản xuất trong một ngày là: $x + 3$ (sản phẩm, $x > 0$)

Sản phẩm cơ sở cần hoàn thành theo kế hoạch là: 180 (sản phẩm)

Thực tế cơ sở sản xuất vượt mức 18 sản phẩm theo kế hoạch

Số sản phẩm thực tế là: 198 (sản phẩm)

Thời gian theo kế hoạch cơ sở hoàn thành công việc là: $\frac{180}{x}$ (ngày)

Thời gian thực tế cơ sở hoàn thành công việc là: $\frac{198}{x+3}$ (ngày)

Theo bài ra ta có phương trình:

$$\frac{180}{x} - \frac{198}{x+3} = 1$$

$$180(x+3) - 198x = x(x+3)$$

$$180x + 540 - 198x = x^2 + 3x$$

$$x^2 + 21x - 540 = 0$$

$$\begin{cases} x = 15 & (\text{TM}) \\ x = -36 & (\text{KTM}) \end{cases}$$

Vậy theo kế hoạch, mỗi ngày cơ sở cần phải làm 15 (sản phẩm)

$$3) \quad x^2 - 4x - 7 = 0$$

Phương trình có $ac = -7 < 0$ nên luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

Áp dụng hệ thức Vi et ta có : $x_1 + x_2 = 4; x_1 x_2 = -7$.

$$\text{Khi đó ta có : } T = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} - 2 = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} - 2 = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2} - 2 = \frac{4^2 - 2 \cdot (-7)}{-7} - 2 = \frac{-44}{7}$$

$$\text{Vậy } T = -\frac{44}{7}$$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Người ta thả một cục đá vào cốc thủy tinh hình trụ có chứa nước, đá chìm một phần xuống nước trong cốc. Hãy tính thể tích phần đá chìm trong nước của cục đá đó, biết diện tích đáy của cốc nước hình trụ là $16,5\text{cm}^2$ và nước dâng lên thêm 80mm .

2) Cho (O) đường kính AB . Kẻ đường kính CD vuông góc với AB . Lấy M thuộc cung nhỏ BC , AM cắt CD tại E . Qua D kẻ tiếp tuyến với (O) cắt đường thẳng BM tại N . Gọi P là hình chiếu vuông góc của B lên DN

a) Chứng minh các điểm M, N, D, E cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $EN \parallel CB$.

c) Chứng minh $AM \cdot BN = 2R^2$ và tìm vị trí điểm M trên cung nhỏ BC để diện tích tam giác BNC đạt giá trị lớn nhất.

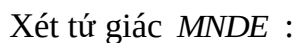
Lời giải

$$1. \text{Đổi } 80\text{mm} = 8\text{cm}$$

Phần thể tích nước dâng lên chính là thể tích của phần đá chìm trong nước của cục đá đó.

$$\text{Nên thể tích phần đá chìm trong nước của cục đá đó là: } 16,5 \cdot 8 = 132\text{cm}^3$$

1) Chứng minh các điểm M, N, D, E cùng thuộc một đường tròn.


$$\Rightarrow CDN = 90^0$$
$$\Rightarrow EDN = 90^\circ$$

ΔEDN vuông tại D

Suy ra 3 điểm E, D, N thuộc đường tròn đường kính EN (1)

Ta có $AMB = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

$$\Rightarrow EMN = 90^\circ$$

$\Rightarrow \Delta EMN$ vuông tại M

Suy ra 3 điểm E, M, N thuộc đường tròn đường kính EN (2)

Từ (1) và (2) Suy ra các điểm M, N, D, E cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh $EN \parallel CB$.

Xét (O) có $CDM = CBM$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CM)

$$\Rightarrow EDM = CBM$$

Vì tứ giác $MNDE$ nội tiếp (cmt)

$\Rightarrow EDM = ENM$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung EM)

Suy ra $CBM = ENM (= EDM)$ mà hai góc này ở vị trí so le trong

$$\Rightarrow EN \parallel CB.$$

3) Chứng minh $AM.BN = 2R^2$ và tìm vị trí điểm M trên cung nhỏ BC để diện tích tam giác BNC đạt giá trị lớn nhất.


$$\text{C}ó \ BP \perp DN \Rightarrow BPN = 90^0 \Rightarrow AMB = BPN = 90^0 \quad (1)$$

Có $DN \perp CD$ (DN kẻ tiếp tuyến với (O))

$$\Rightarrow BA \parallel DN$$

$$\Rightarrow \angle ABM = \angle DNB \text{ (hai góc đồng vị) (2)}$$

Từ (1) và (2) ta có $\triangle AMB \sim \triangle BPN$ (g - g)

Xét tứ giác $OBPD$ có :

$$\angle DOB = \angle BPD = \angle ODP = 90^\circ$$

$$OD = OB = R$$

$\Rightarrow OBPD$ là hình vuông (DHNB) nên $OD = OB = BP = R$

$$\text{Có } \triangle AMB \sim \triangle BPN \text{ (cmt)} \Rightarrow \frac{AM}{BP} = \frac{AB}{BN}$$

$$\Rightarrow AM \cdot BN = BP \cdot AB = R \cdot 2R = 2R^2$$

* Kẻ $EF \perp BC, NK \perp BC$

$S_{NBC} = \frac{1}{2} NK \cdot BC$. Do BC không đổi nên S_{NBC} max khi và chỉ khi NK max.

Do $EF \perp BC, NK \perp BC \Rightarrow EF \parallel NK$.

Có tứ giác $EFKN$ là hình bình hành (DHNB)

Có $EF \perp BC \Rightarrow \angle EFK = 90^\circ$ nên tứ giác $EFKN$ là hình chữ nhật (DHNB)

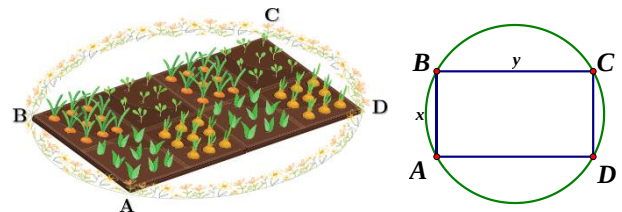
$$\Rightarrow EF = NK.$$

Ta có NK max khi EF max

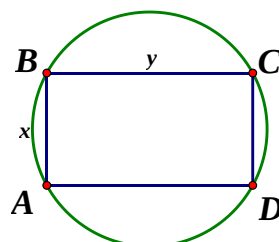
khi $E \equiv O$ khi $M \equiv B$

Câu V: (0,5 điểm)

Người ta muốn làm một vườn rau có dạng hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích $640m^2$, để tạo thêm cảnh quan xung quanh đẹp hơn, người ta mở rộng thêm bốn phần diện tích để trồng hoa, tạo thành một đường tròn đi như hình vẽ, biết tâm hình tròn trùng với giao điểm hai đường chéo của hình chữ nhật. Khi đó chọn kích thước cạnh $ABCD$ như thế nào để diện tích của bốn phần đất trồng hoa nhỏ nhất?



Lời giải



Độ dài đường kính của đường tròn là đường chéo của hình chữ nhật $ABCD$,

Vậy biểu thức xác định đường kính của đường tròn là $\sqrt{x^2 + y^2}$

Vậy bán kính của đường tròn là $\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2}$

Diện tích đường tròn là $S = \pi \cdot \frac{x^2 + y^2}{4}$

Diện tích của hình chữ nhật là $S_{hcn} = xy = 640(m^2)$

Diện tích phần đất trồng hoa là

$$S' = S - S_{hcn} = \pi \cdot \frac{x^2 + y^2}{4} - xy$$

Có $(x - y)^2 \geq 0$ với mọi $x; y$

$$\Rightarrow x^2 - 2xy + y^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + y^2 \geq 2xy \Rightarrow \frac{x^2 + y^2}{4} \geq \frac{xy}{2} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{\pi(x^2 + y^2)}{4} \geq \frac{\pi xy}{2} \Rightarrow \frac{\pi(x^2 + y^2)}{4} - xy \geq \frac{\pi xy}{2} - xy$$

$$\text{Vậy } S' \geq \frac{\pi xy}{2} - xy \Rightarrow S \geq 320\pi - 640$$

Vậy để diện tích của bốn phần đất trồng hoa nhỏ nhất thì $x = y$

Khi đó $x = y = 8\sqrt{10} (m)$

❧HẾT❧

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm) Tỷ lệ học sinh bình chọn cho danh hiệu cầu thủ xuất sắc nhất trong giải bóng đá của trường được cho trong bảng sau:

Cầu thủ	Tuấn	Trường	An	Linh
Tỷ lệ học sinh bình chọn	30%	25%	10%	35%

Biết rằng có 500 học sinh tham gia bình chọn.

- 1) Hãy lập bảng tần số học sinh bình chọn cho danh hiệu cầu thủ xuất sắc nhất trong giải bóng đá của trường.
- 2) Hãy tính xác suất cầu thủ được chọn cho danh hiệu cầu thủ xuất sắc nhất trong giải bóng đá của trường có tên bắt đầu bởi chữ cái “T”.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{x-5}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{2x+2\sqrt{x}}{x-1} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0, x \neq 1$.

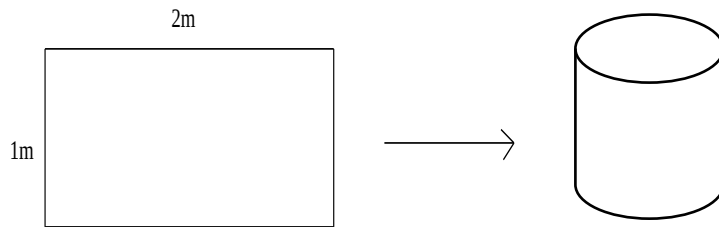
- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Tìm tất cả giá trị nguyên của x để biểu thức $P = AB$ có giá trị nguyên.

Câu III: (2,5 điểm)

- 1) Hai dung dịch có khối lượng tổng cộng là 220 gam. Lượng muối trong dung dịch X là 5 gam, lượng muối trong dung dịch Y là 4,8 gam. Biết nồng độ muối trong dung dịch X nhiều hơn nồng độ muối trong dung dịch Y là 1% . Tính khối lượng mỗi dung dịch nói trên?
- 2) Hai đội công nhân cùng làm một công việc trong 24 ngày thì xong. Nếu đội A làm trong 10 ngày và đội B làm trong 12 ngày thì được $\frac{9}{20}$ công việc. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi đội làm xong công việc đó trong bao lâu.
- 3) Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x - m - 3 = 0$. Tìm m để biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu IV: (4,0 điểm)

- 1) Mặt xung quanh của một thung chứa nước hình trụ có chiều cao 1 m được gõ từ một tấm tôn hình chữ nhật có kích thước $1\text{m} \times 2\text{m}$ (như hình vẽ).



a) Hỏi thùng nước này đựng đầy được bao nhiêu mét khối nước?

(Bỏ qua bề dày của thùng nước và lấy $\pi = 3,14$ làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

b) Một em bé đánh rơi quả bóng bưởi xuống thùng tôn. Bên cạnh có một vòi nước cung cấp nước. Em bé cần lấy bao nhiêu nước từ vòi để lấy được bóng.

2) Cho đường tròn $(O; R)$ có hai đường kính AB và CD vuông góc tại O . Gọi I là trung điểm của OB . Tia CI cắt đường tròn (O) tại E . Gọi H là giao điểm của AE và CD .

a) Chứng minh bốn điểm O, I, E, D cùng thuộc một đường tròn.

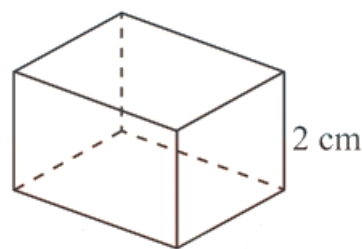
b) Chứng minh: $AH \cdot AE = 2R^2$ và $OA = 3 \cdot OH$.

c) Gọi K là hình chiếu của O trên BD , Q là giao điểm của AD và BE .

Chứng minh: Q, K, I thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm)

Người ta muốn chế tạo một chiếc hộp hình hộp chữ nhật có thể tích 500cm^3 , chiều cao của hộp là 2cm . Tìm kích thước đáy của hộp sao cho sử dụng ít vật liệu nhất.



☞ HẾT ☞

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm) Tỷ lệ học sinh bình chọn cho danh hiệu cầu thủ xuất sắc nhất trong giải bóng đá của trường được cho trong bảng sau:

Cầu thủ	Tuấn	Trường	An	Linh
Tỷ lệ học sinh bình chọn	30%	25%	10%	35%

Biết rằng có 500 học sinh tham gia bình chọn.

- 1) Hãy lập bảng tần số học sinh bình chọn cho danh hiệu cầu thủ xuất sắc nhất trong giải bóng đá của trường.
- 2) Hãy tính xác suất cầu thủ được chọn cho danh hiệu cầu thủ xuất sắc nhất trong giải bóng đá của trường có tên bắt đầu bởi chữ cái “T”.

Giải

1) Số học sinh bình chọn cho Tuấn là $\frac{500 \cdot 30\%}{100\%} = 150$ (học sinh)

Số học sinh bình chọn cho Trường là $\frac{500 \cdot 25\%}{100\%} = 125$ (học sinh)

Số học sinh bình chọn cho An là $\frac{500 \cdot 10\%}{100\%} = 50$ (học sinh)

Số học sinh bình chọn cho Linh là $\frac{500 \cdot 35\%}{100\%} = 175$ (học sinh)

Ta có bảng tần số

Cầu thủ	Tuấn	Trường	An	Linh
Số học sinh bình chọn	150	125	50	175

2) Tổng số học sinh bình chọn cho Tuấn và Trường là $150 + 125 = 275$

Xác suất cầu thủ được chọn cho danh hiệu cầu thủ xuất sắc nhất trong giải bóng đá của trường có tên bắt đầu bởi chữ cái “T” là $\frac{275}{500} = 0,55$.

Vậy xác suất tìm được là 0,55

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{x-5}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{2x+2\sqrt{x}}{x-1} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0, x \neq 1$.

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$
- 2) Rút gọn biểu thức B.
- 3) Tìm tất cả giá trị nguyên của x để biểu thức $P = AB$ có giá trị nguyên.

Giải

1) Thay $x = 36$ (tmđk) vào A ta được $A = \frac{36-5}{\sqrt{36}} = \frac{31}{6}$

Vậy $A = \frac{31}{6}$ khi $x = 36$

$$2) B = \frac{2x + 2\sqrt{x}}{x-1} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \text{ với } x > 0, x \neq 1.$$

$$B = \frac{2x + 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$B = \frac{x + \sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$$

$$\text{Vậy } B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}, \quad x > 0, x \neq 1$$

3) Tìm tất cả giá trị nguyên của x để biểu thức $P = AB$ có giá trị nguyên

$$P = \frac{x-5}{\sqrt{x}-1}$$

$$P = \frac{x-5}{\sqrt{x}-1} = 0 \Rightarrow x = 5 (tm)$$

$$P \neq 0, x \in \mathbb{Z}, \sqrt{x} \in \mathbb{I} \Rightarrow P \notin \mathbb{Z}$$

$$P = \sqrt{x} + 1 - \frac{4}{\sqrt{x}-1} \neq 0, x \in \mathbb{Z}, \sqrt{x} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{x}-1 \in U(4)$$

$$x \in \{4; 9; 25\} \text{ (tmdk)}$$

$$\text{Vậy } x \in \{4; 5; 9; 25\}$$

Câu III: (2,5 điểm)

1) Hai dung dịch có khối lượng tổng cộng là 220 gam. Lượng muối trong dung dịch X là

5 gam, lượng muối trong dung dịch Y là 4,8 gam. Biết nồng độ muối trong dung dịch X nhiều

hơn nồng độ muối trong dung dịch Y là 1% . Tính khối lượng mỗi dung dịch nói trên?

2) Hai đội công nhân cùng làm một công việc trong 24 ngày thì xong. Nếu đội A làm trong 10 ngày và đội B làm trong 12 ngày thì được $\frac{9}{20}$ công việc. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi đội làm xong công việc đó trong bao lâu.

3) Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x - m - 3 = 0$. Tìm m để biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Giải

Gọi khối lượng dung dịch X và Y lần lượt là x, y (g) điều kiện $x > 0, y > 0$

Nồng độ muối trong dung dịch X là $\frac{5}{x} \cdot 100\%$

Nồng độ muối trong dung dịch Y là $\frac{4,8}{y} \cdot 100\%$

Khối lượng hai dung dịch là 220 gam nên $x + y = 220$ (g) (1)

Nồng độ muối trong dung dịch X nhiều hơn nồng độ muối trong dung dịch Y là 1% nên

$$\frac{5}{x} \cdot 100\% - \frac{4,8}{y} \cdot 100\% = 1\% \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ
$$\begin{cases} x + y = 220 \\ \frac{5}{x} \cdot 100\% - \frac{4,8}{y} \cdot 100\% = 1\% \end{cases}$$

Suy ra $x = 100, y = 120$

Vậy khối lượng dung dịch X và Y lần lượt là 100(g), 120(g)

2) Gọi thời gian làm riêng hoàn thành công việc của đội A là x (ngày), ($x > 0$);

Thời gian làm riêng hoàn thành công việc của đội B là y (ngày), ($y > 0$).

Ta có mỗi ngày đội A làm được $\frac{1}{x}$ công việc; mỗi ngày đội B làm được $\frac{1}{y}$ công việc.

Vì hai đội công nhân cùng làm một công việc trong 24 ngày thì xong nên mỗi ngày hai đội làm được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{24}$ (công việc).

Vì đội A làm trong 10 ngày và đội B làm trong 12 ngày thì được $\frac{9}{20}$ công việc nên ta có

phương trình: $\frac{1}{x} \cdot 10 + \frac{1}{y} \cdot 12 = \frac{9}{20}$. Vậy ta có hệ:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{24} \\ \frac{10}{x} + \frac{12}{y} = \frac{9}{20} \end{cases}$$

Giải hệ ta được
$$\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{40} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{60} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 60 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy đội A làm riêng hoàn thành công việc trong 40 ngày, đội B làm riêng hoàn thành công việc trong 60 ngày.

3) Xét phương trình: $x^2 - 2(m-1)x - m - 3 = 0$ (1).

(1) có $\Delta' = [-(m-1)]^2 - 1 \cdot (-m-3) = m^2 - 2m + 1 + m + 3 = m^2 - m + 4 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} > 0$ với mọi m

Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

Với mọi m phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Theo hệ thức Vi-et, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = -m-3 \end{cases}$$

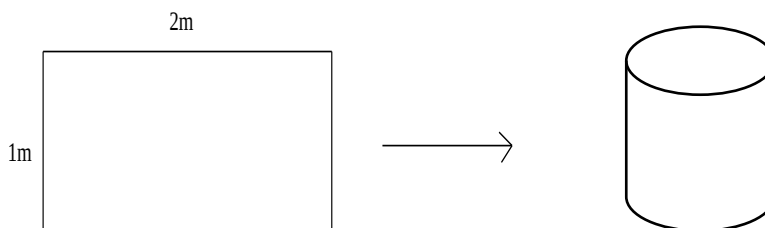
$$\Rightarrow A = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = [2(m-1)]^2 - 2(-m-3) = 4m^2 - 8m + 4 + 2m + 6 = 4m^2 - 6m + 10$$

$$= \left(2m - \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 10 = \left(2m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{31}{4} \geq \frac{31}{4} \text{ với mọi } m.$$

Vậy $\min A = \frac{31}{4}$ khi $m = \frac{3}{4}$.

Câu IV: (4,0 điểm)

Mặt xung quanh của một thùng chứa nước hình trụ có chiều cao $1m$ được gỡ từ một tấm tôn hình chữ nhật có kích thước $1m \times 2m$ (như hình vẽ).



Hỏi thùng nước này đựng đầy được bao nhiêu mét khối nước?

(Bỏ qua bề dày của thùng nước và lấy $\pi = 3,14$ làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Một em bé đánh rơi quả bóng bưởi xuống thùng tôn. Bên cạnh có một vòi nước cung cấp nước. Em bé cần lấy ít nhất bao nhiêu nước từ vòi để lấy được bóng bưởi một cách an toàn?

Giải

Thùng nước là một hình trụ có chiều cao $h = 1m$, Chu vi đáy là $C = 2m$

Gọi R là bán kính đáy của hình trụ

$$\text{Ta có : } C = 2\pi R \Leftrightarrow R = \frac{C}{2\pi} = \frac{2}{2\pi} = \frac{1}{\pi} \text{ (m)}$$

$$\text{Thể tích của hình trụ là : } V = \pi R^2 h = \pi \cdot \left(\frac{1}{\pi}\right)^2 \cdot 1 = \pi \cdot \frac{1}{\pi^2} = \frac{1}{\pi} = \frac{1}{3,14} \approx 0,32m^3$$

Vậy thùng đựng được $0,32m^3$ nước.

a) Để lấy bóng, em bé chỉ cần đổ đầy nước vào thùng tôn. Em bé cần lấy ít nhất $0,32m^3$ nước.

Thì bóng nổi trên mặt thùng tôn khi đó sẽ an toàn.

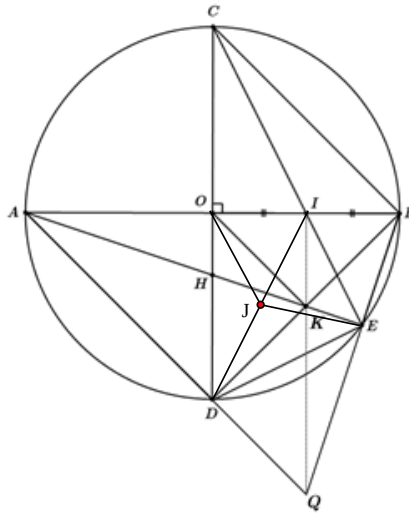
2) Cho đường tròn $(O; R)$ có hai đường kính AB và CD vuông góc tại O . Gọi I là trung điểm của OB . Tia CI cắt đường tròn (O) tại E . Gọi H là giao điểm của AE và CD .

a) Chứng minh bốn điểm O, I, E, D cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh: $AH \cdot AE = 2R^2$ và $OA = 3 \cdot OH$.

c) Gọi K là hình chiếu của O trên BD , Q là giao điểm của AD và BE .

Chứng minh: Q, K, I thẳng hàng.



Gọi J là trung điểm của ID

+) $AB \perp CD$ tại O , mà $I \in OB$

Suy ra $\angle IOB = 90^\circ \Rightarrow \triangle IOB$ vuông tại O , từ đó suy ra $JO = JI = JB$ (1)

+) Chứng minh: $\angle IED = 90^\circ \Rightarrow \triangle IED$ vuông tại E ,

từ đó suy ra $JI = JE = JB$ (2)

+) Từ (1) và (2) suy ra O, I, E, D cùng thuộc một đường tròn

b) +) Chứng minh: $\triangle AHO \sim \triangle ABE$ (g.g)

+) Suy ra: $AH \cdot AE = AO \cdot AB = R \cdot 2R = 2R^2$

+) Suy ra: $\frac{OA}{OH} = \frac{AE}{BE}$

+) Mà EI là tia phân giác của góc AEB nên suy ra:

$$\frac{AE}{BE} = \frac{AI}{IB} = \frac{\frac{3}{2}R}{\frac{1}{2}R} = 3$$

+) Suy ra: $\frac{OA}{OH} = 3$, do đó $OA = 3.OH$

c) +) Chứng minh được: $OD = 3.OH$ suy ra $HD = \frac{2}{3}OD$

+) Suy ra: H là trọng tâm $\triangle ABD$

+) Chứng minh K là trung điểm của BD

Suy ra: A, H, K, E thẳng hàng

+) Suy ra: K là trực tâm của $\triangle ABQ$

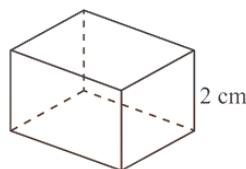
+) Suy ra: KQ vuông góc AB

+) Chứng minh được: KI vuông góc AB

+) Suy ra: Q, K, I thẳng hàng

Câu V: (0,5 điểm)

Người ta muốn chế tạo một chiếc hộp hình hộp chữ nhật có thể tích 500 cm^3 , chiều cao của hộp là 2 cm . Tìm kích thước đáy của hộp sao cho sử dụng ít vật liệu nhất.



Gọi chiều rộng của đáy hộp

Ta có chiều dài của hộp là $\frac{500}{2x}$ (cm)

Ta có diện tích toàn phần của chiếc hộp là

$$S = 2x \cdot \frac{500}{2x} + 2 \left(x + \frac{500}{2x} \right) \cdot 2 = 500 + 2x + \frac{250}{x} \text{ (cm}^2\text{)}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số thực dương $2x$ và $\frac{250}{x}$, ta có

$$2x + \frac{250}{x} \geq 2\sqrt{2x \cdot \frac{250}{x}} = 20\sqrt{5}$$

Từ đó $S \geq 500 + 20\sqrt{5}$ (cm²)

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $2x = \frac{250}{x}$ hay $x^2 = \frac{250}{2} = 125$

Suy ra $x = 5\sqrt{5}$ cm, từ đó $\frac{250}{5\sqrt{5}} = 10\sqrt{5}$ cm.

Vậy chiều rộng của hộp là $5\sqrt{5}$ cm, chiều dài là $10\sqrt{5}$ cm.

Chúng minh bổ sung Bất đẳng thức Cauchy

Xét hai số thực dương a, b ta có $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$.

Thật vậy, vì a, b là các số thực dương nên

Từ $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$, suy ra $a+b \geq 2\sqrt{ab}$

Hay $(\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 - 2\sqrt{ab} \geq 0$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \text{ (luôn đúng)}$$

Vậy với hai số thực dương a, b bất kỳ ta có $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$.

Dấu "=" xảy ra khi $a=b$

❧HẾT❧

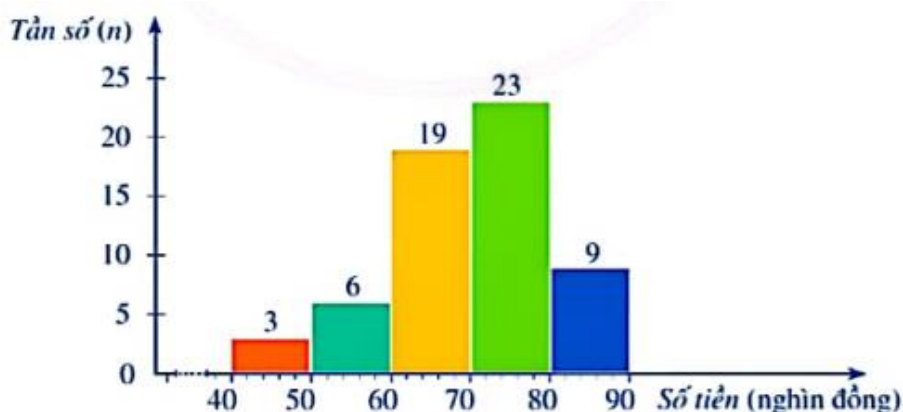
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Một cửa hàng sách thống kê số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở cửa hàng đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây.



Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[40;50)$

2) Một hộp có 12 tấm thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số $1; 2; 3; \dots; 12$; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Xét phép thử “Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp” và biến cố M : “Thẻ được rút ra ghi số chia hết cho 3”. Tính xác suất của biến cố M ?

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+10}{x-4}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0; x \neq 4$

1) Tính giá trị của B tại $x=9$

2) Rút gọn A

3) Đặt $P = A.B$. Tìm số nguyên tố x để $P \leq -1$

Câu III: (2,5 điểm)

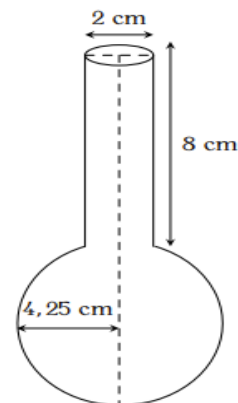
1) Bình muốn tạo ra 500 gam dung dịch HCl 16% từ hai loại dung dịch HCl 10% và HCl 25%. Hỏi Bình cần dùng bao nhiêu gam cho mỗi loại dung dịch đó?

2) Một nhóm bạn trẻ cùng tham gia khởi nghiệp và dự định góp vốn là 180 triệu đồng, số tiền góp mỗi người là như nhau. Nếu có thêm 3 người tham gia cùng thì số tiền mỗi người góp giảm đi 3 triệu đồng. Hỏi ban đầu nhóm bạn trẻ đó có bao nhiêu người?

3) Cho phương trình: $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ (1) với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn: $x_1 x_2 - 1 = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Người ta đổ đầy nước vào một bình đong với các kích thước như hình vẽ. Hãy tính thể tích của phần nước trong bình, lấy $\pi \approx 3,14$ (giả sử bề dày của bình đong không đáng kể, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



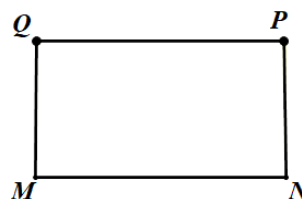
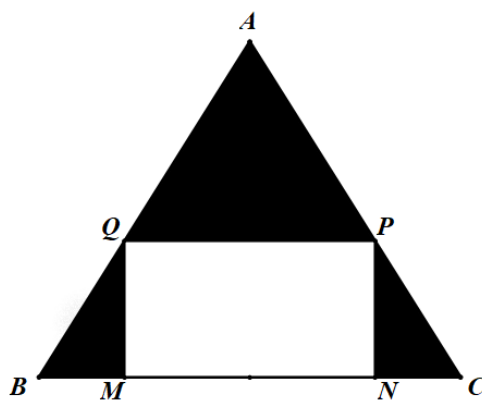
2) Cho đường tròn $(O; R)$ và dây BC cố định không đi qua tâm. Gọi A là một điểm bất kì trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$). Kẻ các đường cao AD, BE của tam giác ABC .

a) Chứng minh: Bốn điểm A, E, D, B cùng nằm trên một đường tròn.

b) Kẻ đường kính AK của đường tròn tâm O . Gọi F là hình chiếu của điểm B trên AK . Chứng minh rằng: $AB \cdot AC = AK \cdot AD$ và $DF \perp AC$

c) Gọi M là trung điểm của BC . Chứng minh: ba điểm E, F, M thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm) Cho một tấm nhôm hình tam giác đều có cạnh bằng 20(cm). Người ta cắt ở ba góc của tấm nhôm đó ba tam giác như hình vẽ dưới đây để được hình chữ nhật $MNPQ$. Tìm độ dài đoạn MB để hình chữ nhật $MNPQ$ có diện tích lớn nhất?

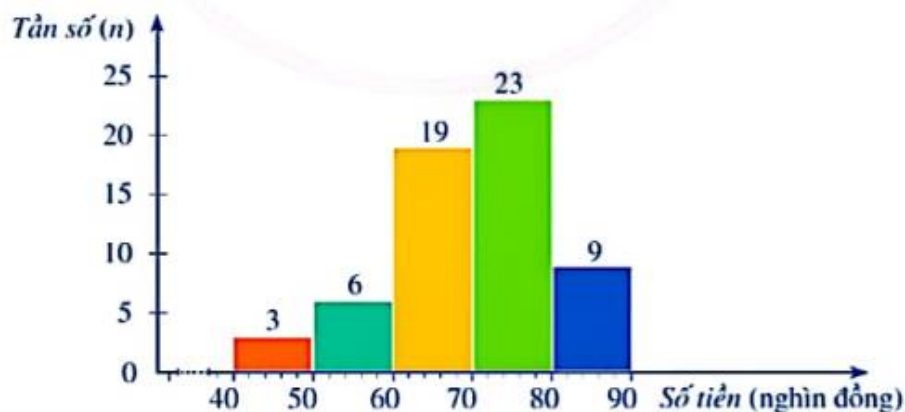


∞ HẾT ∞

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu I: (1,5 điểm)

1) Một cửa hàng sách thống kê số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở cửa hàng đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây.



Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[40;50)$

2) Một hộp có 12 tấm thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số $1; 2; 3; \dots; 12$; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Xét phép thử “Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp” và biến cố M : “Thẻ được rút ra ghi số chia hết cho 3”. Tính xác suất của biến cố M ?

Lời giải

1)

+ Tần số ghép nhóm của nhóm $[40;50)$ là 3.

+ Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[40;50)$ là: $\frac{3}{60} \cdot 100\% = 5\%$

2)

+ Tập hợp các kết quả có thể xảy ra khi thực hiện phép thử “Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp” là: $\{1; 2; 3; \dots; 12\}$; có 12 kết quả

+ Các kết quả thuận lợi cho biến cố M : “thẻ được rút ra ghi số chia hết cho 3” là: $\{3; 6; 9; 12\}$

+ Xác suất của biến cố M là: $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+10}{x-4}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0; x \neq 4$

1) Tính giá trị của B tại $x=9$

2) Rút gọn A

3) Đặt $P = A.B$. Tìm số nguyên tố x để $P \leq -1$

Lời giải

1) Thay $x=9$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức B ta có:

$$B = \frac{\sqrt{9}+2}{\sqrt{9}-2} = \frac{3+2}{1} = 5$$

Vậy giá trị của B tại $x=9$ là 5.

$$2) A = \frac{3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+10}{x-4}$$

$$A = \frac{3(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{\sqrt{x}+10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$A = \frac{3(\sqrt{x}+2) - \sqrt{x} - 10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$A = \frac{2\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{2(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$A = \frac{2}{\sqrt{x}+2}$$

$$3) P = A.B = \frac{2}{\sqrt{x}+2} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} = \frac{2}{\sqrt{x}-2}$$

$$P \leq -1 \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x}-2} \leq -1 \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x}-2} + 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \leq 0$$

* Nếu $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = 0$ thì $\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (không thỏa mãn đk x là số nguyên tố)

* Nếu $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} < 0$ thì ta có hai trường hợp sau:

$$\text{TH1: } \begin{cases} \sqrt{x} > 0 \\ \sqrt{x}-2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 4 \text{ (thỏa mãn đk } x \geq 0; x \neq 4) \text{ mà } x \text{ là số nguyên tố nên}$$

$$x = 2; x = 3$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} \sqrt{x} < 0 \\ \sqrt{x}-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset$$

Vậy $x=2; x=3$ thì thỏa mãn đề bài

Câu III: (2,5 điểm)

- 1) Bình muốn tạo ra 500 gam dung dịch HCl 16% từ hai loại dung dịch HCl 10% và HCl 25%. Hỏi Bình cần dùng bao nhiêu gam cho mỗi loại dung dịch đó?
- 2) Một nhóm bạn trẻ cùng tham gia khởi nghiệp và dự định góp vốn là 180 triệu đồng, số tiền góp mỗi người là như nhau. Nếu có thêm 3 người tham gia cùng thì số tiền mỗi người góp giảm đi 3 triệu đồng. Hỏi ban đầu nhóm bạn trẻ đó có bao nhiêu người?
- 3) Cho phương trình: $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ (1) với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn: $x_1 x_2 - 1 = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

Lời giải

1) Gọi khối lượng dung dịch HCl 10% là x (gam, $x > 0$)

Gọi khối lượng dung dịch HCl 25% là y (gam, $y > 0$)

Vì tổng khối lượng hai dung dịch là 500 gam nên ta có phương trình:

$$x + y = 500 \quad (1)$$

Vì dung dịch tạo thành là HCl 16% nên ta có phương trình:

$$10\%x + 25\%y = 16\%.500 \quad (2)$$

Từ (1); (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 500 \\ 10\%x + 25\%y = 16\%.500 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 500 \\ 0,1x + 0,25y = 80 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 500 \\ x + 2,5y = 800 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 500 \\ -1,5y = -300 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 300 \text{ (tm)} \\ y = 200 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Vậy Bình cần dùng 300 gam dung dịch HCl 10% và 200 gam dung dịch HCl 25%

2) Gọi số người ban đầu có là x (người, $x \in \mathbb{N}^*$)

Số tiền mỗi người góp lúc đầu là: $\frac{180}{x}$ (triệu đồng)

Số người khi tăng thêm 3 người là: $x + 3$ (người)

Số tiền mỗi người góp khi tăng thêm 3 người là: $\frac{180}{x + 3}$ (triệu đồng)

Vì số tiền mỗi người góp giảm đi 3 triệu nên ta có phương trình:

$$\frac{180}{x} - \frac{180}{x+3} = 3$$

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+3} = 1$$

$$60(x+3) - 60x = x(x+3)$$

$$x^2 + 3x - 180 = 0$$

$$(x-12)(x+15) = 0$$

$$x = 12(\text{TM}); x = -15(\text{KTM})$$

Vậy ban đầu nhóm bạn đó có 12 người

3) Cho phương trình: $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ (1) với m là tham số.

$$\Delta' = 1 - m + 1 = 2 - m$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 2$

Áp dụng Định lý Vi-et ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 1 \end{cases}$$

$$\text{Có: } x_1 x_2 - 1 = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$$

$$x_1 x_2 - 1 = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2}$$

$$m - 1 - 1 = \frac{2}{m - 1} \quad (\text{Điều kiện: } m \neq 1)$$

$$(m - 2)(m - 1) = 2$$

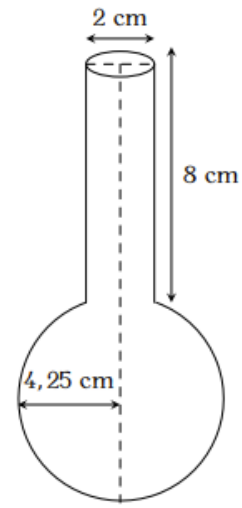
$$m^2 - 3m = 0$$

$$m = 0(\text{TM}); m = 3(\text{KTM})$$

Vậy $m = 0$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Người ta đổ đầy nước vào một bình đong với các kích thước như hình vẽ. Hãy tính thể tích của phần nước trong bình, lấy $\pi \approx 3,14$ (giả sử bề dày của bình đong không đáng kể, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



Lời giải

Bán kính đáy phần hình trụ là : $2:1 = 2(\text{cm})$

Thể tích của phần bình hình trụ là : $V_1 = \pi \cdot r_1^2 \cdot h = 3,14 \cdot 2^2 \cdot 8 = 25,12(\text{cm}^3)$

Thể tích phần bình hình cầu là: $V_2 = \frac{4}{3} \pi \cdot r_2^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 4,25^3 \approx 321,39(\text{cm}^3)$

Thể tích nước trong bình là : $V = 25,12 + 321,39 = 346,51(\text{cm}^3)$

Vậy thể tích nước trong bình khoảng $346,51(\text{cm}^3)$

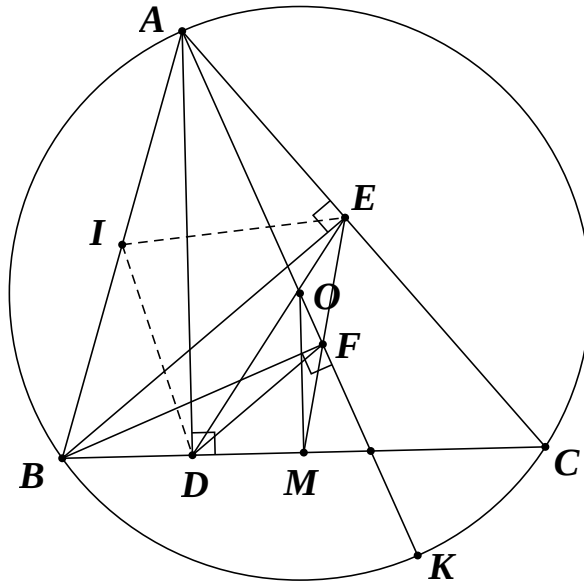
2) Cho đường tròn $(O; R)$ và dây BC cố định không đi qua tâm. Gọi A là một điểm bất kì trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$). Kẻ các đường cao AD, BE của tam giác ABC .

a) Chứng minh: Bốn điểm A, E, D, B cùng nằm trên một đường tròn.

b) Kẻ đường kính AK của đường tròn tâm O . Gọi F là hình chiếu của điểm B trên AK . Chứng minh rằng: $AB \cdot AC = AK \cdot AD$ và $DF \perp AC$

c) Gọi M là trung điểm của BC . Chứng minh: ba điểm E, F, M thẳng hàng.

Lời giải



a)

+ Có AD là đường cao của tam giác ABC

nên $AD \perp BC \Rightarrow \angle ADB = 90^\circ$

+ Có BE là đường cao của tam giác ABC

nên $BE \perp AC \Rightarrow \angle AEB = 90^\circ$

+ Gọi I là trung điểm của AB

$$\triangle ABD \text{ vuông tại } D \Rightarrow IA = IB = ID = \frac{AB}{2} \quad (1)$$

$$\triangle ABE \text{ vuông tại } E \Rightarrow IA = IB = IE = \frac{AB}{2} \quad (2)$$

Từ (1); (2) suy ra $IA = IB = IE = ID \left(= \frac{AB}{2} \right)$

Nên bốn điểm A, B, E, D cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh: $\angle ADB = \angle ACK = 90^\circ$

+ Chỉ ra: $\angle ABD = \angle AKC$

Chứng minh $\triangle ABD$ đồng dạng $\triangle AKC$ (g.g)

và $AB \cdot AC = AK \cdot AD$

+ Chứng minh tứ giác AFDB nội tiếp

$$\Rightarrow \angle BFD = \angle BAD \quad (1)$$

+ Vì $\triangle ABD$ đồng dạng $\triangle AKC$

$$\Rightarrow \angle BAD = \angle KAC \quad (2)$$

+ Chứng minh tứ giác AEFB nội tiếp

$$\Rightarrow \angle EAF = \angle EBF$$

Hay $\angle CAK = \angle EBF$ (3)

Từ (1); (2); (3) suy ra: $\angle EBF = \angle BFD$

Mà hai góc này ở vị trí so le trong nên $BE \parallel DF$

Lại có $BE \perp AC$ (GT)

Vậy $DF \perp AC$

c) Gọi M là trung điểm của BC

Suy ra M cố định và OM vuông góc BC (quan hệ giữa đường kính và dây)

+ Chứng minh tứ giác OMBF nội tiếp

Suy ra $\angle OFM = \angle OBM$

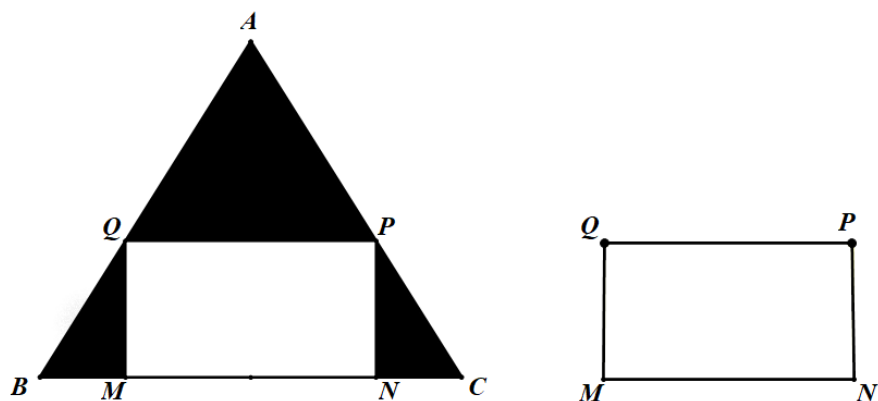
$$+ \text{Chứng minh } \angle OBM = \frac{180^\circ - \angle BOC}{2} = 90^\circ - \angle BAC = \angle ABE$$

Mà $\angle ABE = \angle AFE$

nên $\angle AFE = \angle OFM$

Từ đó chứng minh $\angle EFM = 180^\circ$. Suy ra ba điểm E, F, M thẳng hàng

Câu V: (0,5 điểm) Cho một tấm nhôm hình tam giác đều có cạnh bằng 20(cm). Người ta cắt ở ba góc của tấm nhôm đó ba tam giác như hình vẽ dưới đây để được hình chữ nhật MNPQ. Tìm độ dài đoạn MB để hình chữ nhật MNPQ có diện tích lớn nhất?



Lời giải

Gọi độ dài đoạn MB là $x(\text{cm})$, ta có:

Độ dài đoạn NC là $x(\text{cm})$

Độ dài đoạn MN là $20 - x - x = 20 - 2x(\text{cm})$

Tam giác BQM vuông tại M có:

$$\tan B = \tan 60^\circ = \frac{QM}{BM} = \frac{QM}{x}$$

$$QM = x \cdot \tan 60^\circ = x \cdot \sqrt{3}$$

Diện tích hình chữ nhật MNPQ là: $S = MN \cdot QM = (20 - 2x) \cdot x \sqrt{3}$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có: $S = (20 - 2x) \cdot x \sqrt{3} = 2\sqrt{3}(10 - x) \cdot x \leq 2\sqrt{3} \left(\frac{10 - x + x}{2} \right)^2$

$$S \leq 2\sqrt{3} \cdot 25 = 50\sqrt{3}$$

Dấu bằng xảy ra khi $10 - x = x$

$$x = 5$$

Vậy $MB = 5\text{cm}$ để hình chữ nhật MNPQ có diện tích lớn nhất.

∞ HẾT ∞

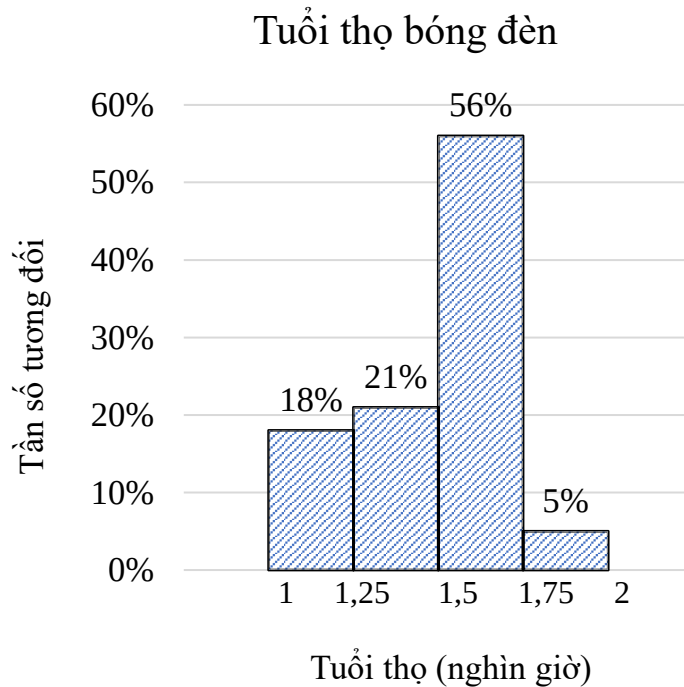
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I : (1,5 điểm)

1) . Cho biểu đồ tần số tương đối biểu thị tuổi thọ của bóng đèn tính theo đơn vị nghìn giờ.



Em hãy cho biết: Tần số 5% là tần số tương đối của nhóm ghép dữ liệu nào?

2) Một túi đựng 4 viên bi có cùng khối lượng và kích thước, được đánh số 1;2;3;4 . Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 viên bi từ túi đó, viên bi lấy ra lần đầu không trả lại vào túi. Mô tả không gian mẫu của phép thử và tính xác suất để lấy được 2 viên bi mà tổng hai số trên hai viên bi đó là số lẻ.

Câu II (1,5 điểm) Cho các biểu thức

$$A = \frac{3\sqrt{x}-6}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{2-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} \text{ với } x > 0; x \neq 4.$$

1) Tính giá trị của B khi $x = 25$

2) Chứng minh $Q = A.B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$

3) Tìm các số nguyên x để $\sqrt{Q} < \frac{\sqrt{4}}{3}$

Câu III : (2,5 điểm)

1) Tại hội khỏe phù đồng của thành phố Hà Nội, có 56 đội bóng đá đăng ký tham gia. Lúc đầu ban tổ chức dự kiến chia 56 đội thành các bảng đấu với số đội ở mỗi bảng bằng nhau. Tuy nhiên, đến ngày bốc thăm chia bảng thì có 1 đội không tham dự được, vì vậy ban tổ chức quyết định tăng thêm ở mỗi bảng 1 đội, do đó tổng số bảng đấu giảm đi 3 bảng. Hỏi số bảng dự kiến lúc đầu là bao nhiêu?

2) Giả sử giá tiền điện hàng tháng được tính theo bậc thang như sau:

Bậc 1: Từ 1kWh đến 100kWh thì giá điện là: 1500 đồng/kWh

Bậc 2 : Từ 101kWh đến 150 kWh thì giá điện là: 2000 đồng/kWh

Bậc 3: Từ 151 kWh trở lên thì giá điện là: 4000 đồng/kWh

(Ví dụ: Nếu dùng 170kWh thì có 100 kWh tính theo giá bậc 1, có 50 kWh tính theo giá bậc 2 và có 20 kWh tính theo giá bậc 3)

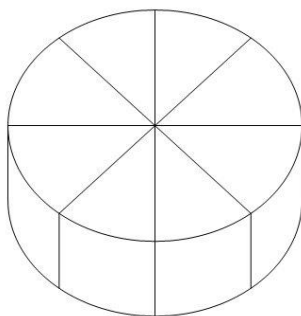
Tháng 4 năm 2022 tổng số tiền điện của nhà bạn A và bạn B là 560000 đồng. So với tháng 4 thì tháng 5 tiền điện của nhà bạn A tăng 30%, nhà bạn B tăng 20%, do đó tổng số tiền của cả hai nhà trong tháng 5 là 701000 đồng. Hỏi tháng 4 nhà bạn A phải trả bao nhiêu tiền điện và dùng hết bao nhiêu kWh ?

(biết rằng số tiền điện ở trên không tính thuế giá trị gia tăng).

3) Giải phương trình sau: $x^2 + 2\sqrt{2}x = 6$

Câu IV: (4,0 điểm)

1). Hộp phô mai hình trụ có đường kính đáy 10,6cm và chiều cao 1,5cm .



a) Biết rằng 8 miếng phô mai được xếp nằm sát bên trong hộp. Hỏi thể tích của một miếng phô mai là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười, lấy $\pi \approx 3,14$)

b) Người ta gói từng miếng phô mai bằng loại giấy đặc biệt. Giả sử diện tích toàn phần miếng phô mai được gói chiếm 90% diện tích giấy gói. Em hãy tính diện tích giấy gói được sử dụng cho một miếng phô mai.

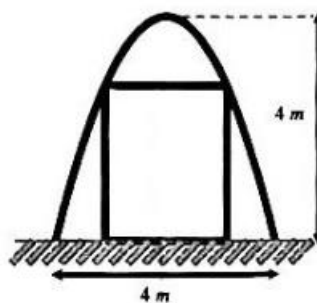
2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R và AH là đường cao của tam giác ABC . Gọi M, N lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ H đến AB và AC .

a) Chứng minh bốn điểm A, M, H, N cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $\angle ABC = \angle ANM$ và OA vuông góc với MN .

c) Cho biết $AH = R\sqrt{2}$. Chứng minh M, O, N thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm) Cửa hầm lò khai thác than có dạng một parabol, khoảng cách từ điểm cao nhất của cửa đến mặt đất là 4 mét, khoảng cách giữa hai chân cửa là 4 mét. Người ta muốn gia cố cho cửa lò bằng một khung thép hình chữ nhật sao cho hai đỉnh dưới của khung thép chạm đất, hai đỉnh trên của khung thép chống vào mái hầm (hình vẽ minh họa). Tìm kích thước của khung thép sao cho diện tích của hình chữ nhật tạo bởi khung thép lớn nhất.



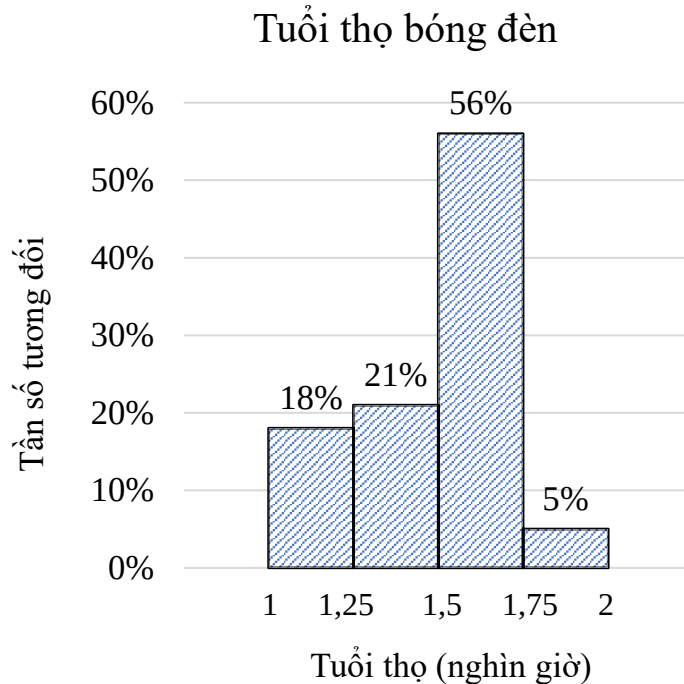
∞ HẾT ∞

HƯỚNG DẪN

LÀM LỜI GIẢI CHI TIẾT CHO ĐỀ TRÊN.

Câu I: (1,5 điểm)

1) Cho biểu đồ tần số tương đối biểu thị tuổi thọ của bóng đèn tính theo đơn vị nghìn giờ.



Em hãy cho biết: Tần số 5% là tần số tương đối của nhóm ghép dữ liệu nào?

2) Một túi đựng 4 viên bi có cùng khối lượng và kích thước, được đánh số 1; 2; 3; 4. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 viên bi từ túi đó, viên bi lấy ra lần đầu không trả lại vào túi. Mô tả không gian mẫu của phép thử và tính xác suất để lấy được 2 viên bi mà tổng hai số trên hai viên bi đó là số lẻ.

Lời giải

1) Tần số 5% là tần số tương đối của nhóm $[1,75; 2)$.

2) Không gian mẫu của phép thử là:

$= \{(1, 2); (1, 3); (1, 4); (2, 1); (2, 3); (2, 4); (3, 1); (3, 2); (3, 4); (4, 1); (4, 2); (4, 3)\}.$

Số các kết quả có thể xảy ra (số phần tử của không gian mẫu) là .

Gọi A là biến cố “Lấy được 2 viên bi mà tổng hai số trên hai viên bi đó là số lẻ”.

Số kết quả thuận lợi của biến cố A là $n(A) = 8$

Xác suất của biến cố A là $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.

Câu II : (1,5 điểm) Cho các biểu thức

$$A = \frac{3\sqrt{x}-6}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{2-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} \text{ với } x > 0; x \neq 4$$

1) Tính giá trị của B khi $x = 25$

2) Chứng minh $Q = A.B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$

3) Tìm các số nguyên x để $\sqrt{Q} < \frac{\sqrt{4}}{3}$

Lời giải

1) Thay $x = 25$ (tmđk) vào B

$$B = \frac{5-2}{5+1} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Vậy khi $x = 25$ thì $B = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} 2) A &= \frac{3\sqrt{x}-6+\sqrt{x}+(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \\ &= \frac{3\sqrt{x}-6+\sqrt{x}+x-5\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} = \frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} \end{aligned}$$

3) $Q = A.B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$. ĐK để $\sqrt{Q}$ xác định là $Q \geq 0$ suy ra $x \geq 1$

$$\sqrt{Q} < \frac{2}{3}$$

$$Q < \frac{4}{9}$$

$$\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} < \frac{4}{9}$$

$$\sqrt{x} < \frac{13}{5} \text{ suy ra } 0 < x < \frac{169}{25}$$

Kết hợp điều kiện x nguyên tìm được $x \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Câu III: (2,5 điểm)

1) . Tại hội khỏe phù đồng của thành phố Hà Nội, có 56 đội bóng đá đăng ký tham gia. Lúc đầu ban tổ chức dự kiến chia 56 đội thành các bảng đấu với số đội ở mỗi bảng bằng nhau. Tuy nhiên, đến ngày bốc thăm chia bảng thì có 1 đội không tham dự được, vì vậy ban tổ chức quyết định tăng thêm ở mỗi bảng 1 đội, do đó tổng số bảng đấu giảm đi 3 bảng. Hỏi số bảng dự kiến lúc đầu là bao nhiêu?

Lời giải:

Gọi số bảng đấu dự kiến ban đầu là x (bảng) ($x \in \mathbb{N}^*; x > 3$).

Số đội mỗi bảng ban đầu là $\frac{56}{x}$ (đội)

Số đội tham dự thực tế là $56 - 1 = 55$ (đội)

Tổng số bảng đấu giảm đi 3 bảng nên số bảng lúc sau là $x - 3$ (bảng)

Số đội mỗi bảng lúc sau là $\frac{55}{x - 3}$ (đội)

Vì tăng thêm mỗi bảng 1 đội nên ta có phương trình: $\frac{55}{x - 3} - \frac{56}{x} = 1$

$$\Rightarrow \frac{-x + 168}{x(x - 3)} = 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 168 = 0$$

Giải phương trình tìm được 2 nghiệm $x_1 = 14$ (tm) hoặc $x_2 = -12$ (loại)

Vậy số bảng dự kiến ban đầu là 14 bảng đấu.

2) . Giả sử giá tiền điện hàng tháng được tính theo bậc thang như sau:

Bậc 1: Từ 1kWh đến 100kWh thì giá điện là: 1500 đồng/kWh

Bậc 2 : Từ 101kWh đến 150 kWh thì giá điện là: 2000 đồng/kWh

Bậc 3: Từ 151 kWh trở lên thì giá điện là: 4000 đồng/kWh

(Ví dụ: Nếu dùng 170kWh thì có 100 kWh tính theo giá bậc 1, có 50 kWh tính theo giá bậc 2 và có 20 kWh tính theo giá bậc 3)

Tháng 4 năm 2022 tổng số tiền điện của nhà bạn A và bạn B là 560000 đồng. So với tháng 4 thì tháng 5 tiền điện của nhà bạn A tăng 30%, nhà bạn B tăng 20%, do đó tổng số tiền của cả hai nhà trong tháng 5 là 701000 đồng. Hỏi tháng 4 nhà bạn A phải trả bao nhiêu tiền điện và dùng hết bao nhiêu kWh?

(biết rằng số tiền điện ở trên không tính thuế giá trị gia tăng).

Lời giải:

Gọi số tiền điện nhà bạn A phải trả trong tháng 4 là x ($x > 0$) (đồng)

Số tiền điện nhà bạn B phải trả trong tháng 4 là y ($y > 0$) (đồng)

Theo bài ta có tổng số tiền điện trong tháng 4 nhà bạn A và nhà bạn B phải trả là 560 000 nên ta có phương trình $x + y = 560\,000$ (1)

Số tiền điện trong tháng 5 nhà bạn A phải trả là $x + 30\%x = 1,3x$ (đồng)

Số tiền điện trong tháng 5 nhà bạn B phải trả là: $y + 20\%y = 1,2y$ (đồng)

Theo bài ta có tổng số tiền điện trong tháng 5 nhà bạn A và nhà bạn B phải trả là 701 000 nên ta có phương trình: $1,3x + 1,2y = 701\,000$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 560\,000 \\ 1,3x + 1,2y = 701\,000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 290\,000 \\ y = 270\,000 \end{cases}$$

Vậy số tiền điện nhà bạn A phải trả trong tháng 4 là 290 000 đồng.

Nhận thấy: $290\,000 = 100.1500 + 50.2000 + 10.4000$

Vậy số điện nhà bạn A dùng trong tháng 4 là $100 + 50 + 10 = 160$ (kWh).

3) Giải phương trình sau: $x^2 + 2\sqrt{2}x = 6$

Lời giải:

Ta có $x^2 + 2\sqrt{2}x = 6$ đưa về $x^2 + 2\sqrt{2}x - 6 = 0$

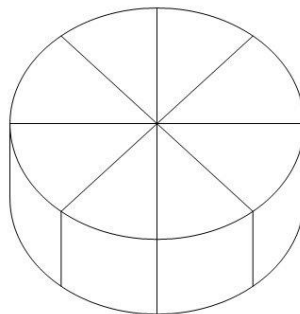
Tính được $\Delta' = 2 + 6 = 8 > 0$.

Khi đó, phương trình có 2 nghiệm phân biệt là:

$$x_1 = \frac{-\sqrt{2} + \sqrt{8}}{1} = \sqrt{2} \text{ và } x_2 = \frac{-\sqrt{2} - \sqrt{8}}{1} = -3\sqrt{2}$$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Hộp phô mai hình trụ có đường kính đáy 10,6cm và chiều cao 1,5cm.



a) Biết rằng 8 miếng phô mai được xếp nằm sát bên trong hộp. Hỏi thể tích của một miếng phô mai là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất, lấy $\pi \approx 3,14$)

b) Người ta gói từng miếng phô mai bằng loại giấy đặc biệt. Giả sử phần miếng phô mai được gói chiếm 90% diện tích giấy gói. Em hãy tính diện tích giấy gói được sử dụng cho một miếng phô mai.

2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R và AH là đường cao của tam giác ABC . Gọi M, N lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ H đến AB và AC .

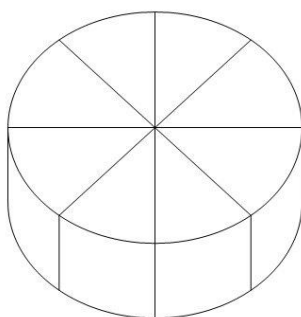
a) Chứng minh bốn điểm A, M, H, N cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $\angle ABC = \angle ANM$ và OA vuông góc với MN .

c) Cho biết $AH = R\sqrt{2}$, chứng minh M, O, N thẳng hàng.

Lời giải

1) Hộp phô mai hình trụ có đường kính đáy $10,6\text{cm}$ và chiều cao $1,5\text{cm}$.



a) Biết rằng 8 miếng phô mai được xếp nằm sát bên trong hộp. Hỏi thể tích của một miếng phô mai là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất, lấy $\pi \approx 3,14$)

$$\text{Thể tích hộp phô mai là: } V = h \cdot \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2 \approx 1,5 \cdot \frac{1}{4} \cdot 3,14 \cdot 10,6^2 = 132,3039(\text{cm}^3).$$

$$\text{Thể tích một miếng phô mai là: } V' = \frac{132,3039}{8} \approx 16,5(\text{cm}^3).$$

b) Diện tích xung quanh của một miếng phô mai là:

$$\begin{aligned} S &= 2 \cdot \frac{d}{2} \cdot h + \frac{d \cdot \pi \cdot h}{8} + 2 \cdot \frac{\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2}{8} \\ &\approx 10,6 \cdot 1,5 + \frac{10,6 \cdot 3,14 \cdot 1,5}{8} + \frac{3,14 \cdot 10,6^2}{16} = 44,70815(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

Diện tích giấy gói được sử dụng cho một miếng phô mai là:

$$S' = 44,70815 : 90\% \approx 49,7(\text{cm}^2).$$

2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R và AH là đường cao của tam giác ABC . Gọi M, N lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ H đến AB và AC .

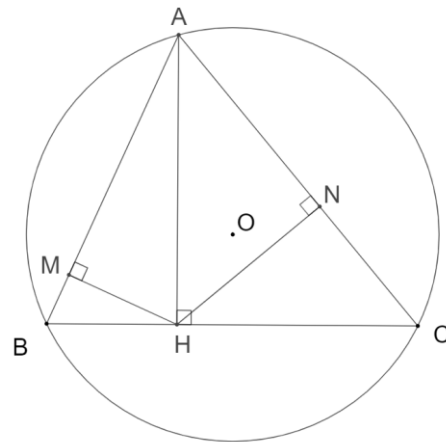
a) Chứng minh bốn điểm A, M, H, N cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $\angle ABC = \angle ANM$ và OA vuông góc với MN .

c) Cho biết $AH = R\sqrt{2}$. Chứng minh M, O, N thẳng hàng.

Lời giải

a)

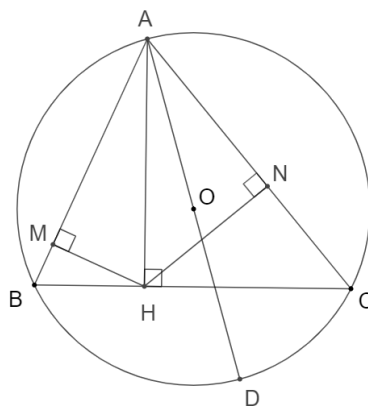


Ta có $HM \perp AB$ tại M nên $\triangle AMH$ vuông tại M , suy ra A, M, H cùng thuộc đường tròn đường kính AH .

Ta có $HN \perp AC$ tại N nên $\triangle ANH$ vuông tại N , suy ra A, N, H cùng thuộc đường tròn đường kính AH .

Do đó 4 điểm A, M, H, N cùng thuộc đường tròn đường kính AH .

b)



Xét $\triangle AMH$ và $\triangle AHB$ có $\angle AMH = \angle AHB = 90^\circ$, A chung

$$\Rightarrow \triangle AMH \sim \triangle AHB (g.g) \Rightarrow \frac{AM}{AH} = \frac{AH}{AB}$$

$$\Rightarrow AH^2 = AM \cdot AB (1)$$

Chứng minh tương tự có $AH^2 = AN \cdot AC (2)$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } AM \cdot AB = AN \cdot AC \Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB}$$

$$\text{Xét } \triangle AMN \text{ và } \triangle ACB: \begin{cases} \frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} \\ \text{Â chung} \end{cases}$$

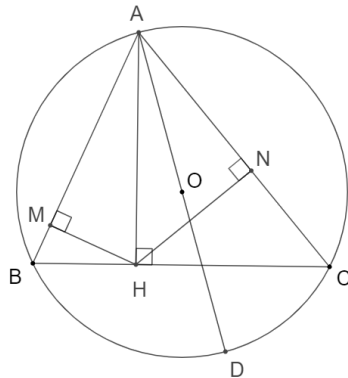
$$\Rightarrow \Delta AMN \cong \Delta ACB (c.g.c) \Rightarrow \widehat{ANM} = \widehat{ABC} \text{ (hai góc tương ứng)} \quad (3)$$

Kẻ đường kính AD ta có $\angle DAC = \angle DBC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung DC) (4)

Từ (3);(4) suy ra $ANM + DAC = ABC + DBC = ABD = 90^\circ$

$$\Rightarrow AO \perp MN$$

c)



Theo chứng minh trên có $AN.AC = AH^2 = 2R^2 = AO.AD$

$$\Rightarrow \frac{AN}{AD} = \frac{AO}{AC}$$

$$\text{Xét } \triangle ANO \text{ và } \triangle ADC: \begin{cases} \frac{AN}{AD} = \frac{AO}{AC} \\ \hat{A} \text{ chung} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta ANO \square \Delta ADC (c.g.c)$$

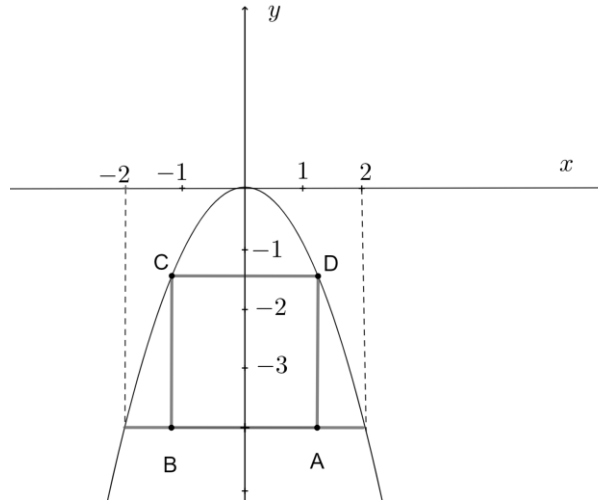
$$\Rightarrow AON = ACD = 90^\circ$$

Chứng minh tương tự $\angle AOM = \angle ABD = 90^\circ$

$$\Rightarrow \angle AOM + \angle AON = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Hay $AMN = 180^\circ \Rightarrow A, M, N$ thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm) Cửa hầm lò khai thác than có dạng một parabol, khoảng cách từ điểm cao nhất của cửa đến mặt đất là 4 mét, khoảng cách giữa hai chân cửa là 4 mét. Người ta muốn gia cố cho cửa lò bằng một khung thép hình chữ nhật sao cho hai đỉnh dưới của khung thép chạm đất, hai đỉnh trên của khung thép chống vào mái hầm (hình vẽ minh họa). Tìm kích thước của khung thép sao cho diện tích của hình chữ nhật tạo bởi khung thép lớn nhất.



Lời giải

Đặt hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Parabol có dạng $y = ax^2$ ($a < 0$)

Khoảng cách từ điểm cao nhất của cửa đến mặt đất là 4 mét, khoảng cách giữa hai chân cửa là 4 mét nên parabol đi qua điểm $(2; -4)$

Suy ra:

$$-4 = a \cdot 2^2$$

$$a = -1$$

Parabol có dạng $y = -x^2$

Giả sử ABCD là hình chữ nhật có độ dài $AB = CD = 2k$

Khi đó 4 đỉnh của khung thép hình chữ nhật có tọa độ là:

$$A(k; -4); B(-k; -4); C(-k; k^2); D(k; k^2) (k > 0)$$

Suy ra $AB = 2k; BC = 4 - k^2$

Khi đó diện tích hình chữ nhật ABCD bằng $2k(4 - k^2)$

Ta có:

$$2k(4 - k^2) - \frac{32}{3\sqrt{3}} = -2 \left(k^3 - 4k + \frac{16}{3\sqrt{3}} \right)$$

$$= -2 \left(k^2 - 2k \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{4}{3} \right) \cdot \left(k + \frac{4}{\sqrt{3}} \right)$$

$$= -2 \left(k - \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^2 \left(k + \frac{4}{\sqrt{3}} \right) \leq 0 \text{ với } k > 0$$

Suy ra

$$2k(4-k^2)\leq \frac{32}{3\sqrt{3}}$$

$$\text{Dấu “=” có khi } k=\frac{2}{\sqrt{3}}$$

⌘HẾT⌘

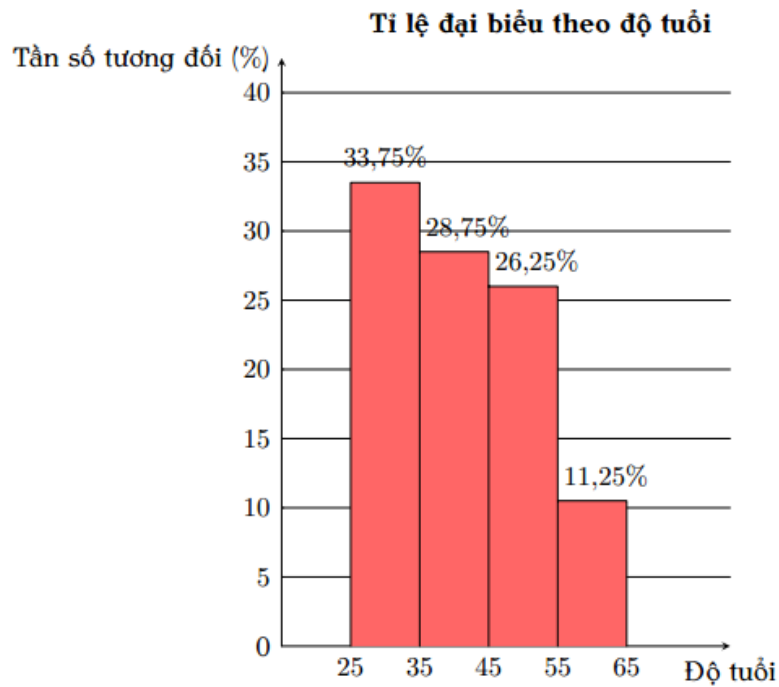
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

- 1) Biểu đồ bên biểu diễn tỉ lệ đại biểu tham dự hội nghị theo độ tuổi. Biết rằng có 54 đại biểu từ 25 đến 35 tuổi.



Có bao nhiêu đại biểu tham dự hội nghị? Lập bảng tần số ghép nhóm tương ứng.

- 2) Xét phép thử quay bánh xe và quan sát xem khi nó dừng thì mũi kim (được gắn cố định) chỉ vào ô số mấy. Tính xác suất của các biến cố A: “Kim chỉ vào ô có số là bội của 3”.



Câu II: (1,5 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{3x+12}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{7\sqrt{x}+3}{x-9}$ (với $x > 0; x \neq 9$).

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.

2) Chứng minh $B = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$.

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{A}{B}$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Hưởng ứng phong trào của hội đồng đội làm tấm kính chắn giọt bắn gửi các y bác sĩ chống dịch. Hai lớp 9A, 9B trong đợt 1 đã làm được 1500 chiếc tấm kính chắn giọt bắn. Để đáp ứng nhu cầu

với tình hình dịch bệnh, nên trong đợt 2 lớp 9A vượt mức 70% và lớp 9B vượt mức 68% nên cả hai lớp đã làm được 2583 chiếc tấm kính chắn giọt bắn. Hỏi trong đợt 1 mỗi lớp làm được bao nhiêu tấm kính chắn giọt bắn?

2) Theo kế hoạch, một công nhân phải hoàn thành 60 sản phẩm trong một thời gian nhất định.

Nhưng do cải tiến kĩ thuật nên mỗi giờ người công nhân đó đã làm thêm 2 sản phẩm. Vì vậy, chẳng những đã

hoàn thành kế hoạch sớm hơn dự định 30 phút mà còn vượt mức 3 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ người đó phải làm bao nhiêu sản phẩm?

3) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - x - 1 = 0$. Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là $\frac{x_2+1}{x_1}; \frac{x_1+1}{x_2}$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một hộp bóng hình trụ chứa vừa khít 3 quả bóng tennis có đường kính 6,5 cm như hình.

- Tính diện tích bề mặt và thể tích của mỗi quả bóng
- Tính diện tích xung quanh và thể tích của hộp bóng.



2) Cho đường tròn (O) , từ điểm A ở ngoài đường tròn vẽ hai tiếp tuyến AB và AC (B, C là các tiếp điểm). OA cắt BC tại E .

a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp.

b) Chứng minh BC vuông góc với OA và $BA \cdot BE = AE \cdot BO$.

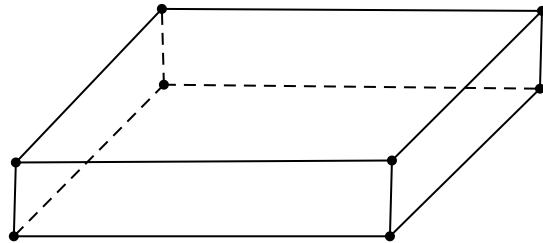
c) Gọi I là trung điểm của BE , đường thẳng qua I và vuông góc OI cắt các tia AB, AC theo thứ tự tại D và F . Chứng minh F là trung điểm của AC .

Câu V: (0,5 điểm)

Một học sinh được giao thiết kế một cái hộp dạng hình hộp chữ nhật thỏa mãn: Tổng của chiều dài và

chiều bằng 12cm; tổng của của rộng và chiều cao là 24cm. Giáo viên yêu cầu học sinh ấy phải thiết kế sao

cho thể tích cái hộp lớn nhất, giá trị lớn nhất ấy bằng bao nhiêu ?

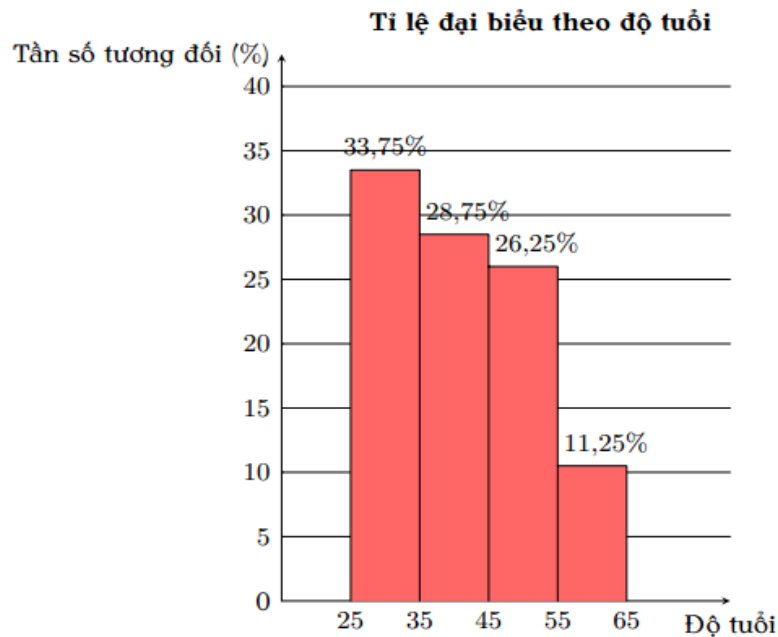


∞ HẾT ∞

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

1) Biểu đồ bên biểu diễn tỉ lệ đại biểu tham dự hội nghị theo độ tuổi. Biết rằng có 54 đại biểu từ 25 đến 35 tuổi.



Có bao nhiêu đại biểu tham dự hội nghị? Lập bảng tần số ghép nhóm tương ứng.

2) Xét phép thử quay bánh xe và quan sát xem khi nó dừng thì mũi kim (được gắn cố định) chỉ vào ô số mấy. Tính xác suất của các biến cố A: “Kim chỉ vào ô có số là bội của 3”

Chứng minh



Lời giải

1)

- Số đại biểu tham dự hội nghị là: $54 : 33,75\% = 160$ (đại biểu)

- Lập bảng tần số ghép nhóm tương ứng:

Độ tuổi	[25; 35]	[35; 45]	[45; 55]	[55; 65]
Tần số tương ứng	33,75%	28,75%	26,25%	11,25%

2)

Không gian mẫu thử có 20 phần tử

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A: “kim chỉ vào ô có số là bội của 3” là 6.

Xác suất của biến cố A là: $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

Câu II: (1,5 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{3x+12}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{7\sqrt{x}+3}{x-9}$ (với $x > 0; x \neq 9$)

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$

2) Chứng minh $B = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{A}{B}$

Lời giải

1) Thay $x = 4$ (TMĐK) vào biểu thức A có:

$$A = \frac{3 \cdot 4 + 12}{\sqrt{4} + 3} = \frac{24}{5}$$

Vậy $A = \frac{24}{5}$ khi $x = 4$

2) Chứng minh $B = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$

$$\begin{aligned} B &= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{7\sqrt{x}+3}{x-9} \\ &= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{7\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+3) + 2\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) - 7\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{x+3\sqrt{x}+\sqrt{x}+3+2x-6\sqrt{x}-7\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{3x-9\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} \end{aligned}$$

Vậy $B = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ với $x > 0; x \neq 9$

2) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{A}{B}$

$$P = \frac{A}{B} = \frac{3x+12}{\sqrt{x}+3} \cdot \frac{\sqrt{x}+3}{3\sqrt{x}} = \frac{x+4}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{4}{\sqrt{x}}$$

Xét bất đẳng thức Cauchy: Với hai số thực không âm a, b ta có:

$$a+b \geq 2\sqrt{ab}. \text{ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } a=b$$

$$\text{Thật vậy: } (a-b)^2 \geq 0 \Rightarrow (a+b)^2 \geq 4ab \Rightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } a=b$$

Vì $x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \geq 0; \frac{4}{\sqrt{x}} > 0$ nên áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có

$$P = \sqrt{x} + \frac{4}{\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{\sqrt{x} \cdot \frac{4}{\sqrt{x}}} = 4$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: } \sqrt{x} = \frac{4}{\sqrt{x}}$$

$$x = 4 \text{ (Thỏa mãn)}$$

Vậy $P_{\min} = 4$ khi và chỉ khi $x = 4$

Câu III: (2,5 điểm)

1) Hướng ứng phong trào của hội đồng đội làm tấm kính chắn giọt bắn gửi các y bác sĩ chống dịch. Hai lớp 9A, 9B trong đợt 1 đã làm được 1500 chiếc tấm kính chắn giọt bắn. Để đáp ứng nhu cầu với tình hình dịch bệnh, nên trong đợt 2 lớp 9A vượt mức 70% và lớp 9B vượt mức 68% nên cả hai lớp đã làm được 2358 chiếc tấm kính chắn giọt bắn. Hỏi trong đợt 1 mỗi lớp làm được bao nhiêu tấm kính chắn giọt bắn?

Lời giải

Gọi số tấm kính giọt bắn mỗi lớp 9A, 9B làm được trong đợt 1 lần lượt là: x, y (tấm) ($0 < x, y < 1500$)

Vì trong đợt 1 cả hai lớp 9A, 9B đã làm được 1500 chiếc tấm kính chắn giọt bắn nên ta có phương trình:

$$x + y = 1500 \quad (1)$$

Số tấm kính giọt bắn lớp 9A làm được trong đợt 2 là: $x + 70\%.x = 1,7x$ (tấm)

Số tấm kính giọt bắn lớp 9B làm được trong đợt 2 là: $y + 68\%.y = 1,68y$ (tấm)

Vì trong đợt 2 cả hai lớp 9A, 9B đã làm được 2358 chiếc tấm kính chắn giọt bắn nên ta có phương trình:

$$1,7x + 1,68y = 2358 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 1500 & (1) \\ 1,7x + 1,68y = 2358 & (2) \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được: $x = 960(TM)$; $y = 540(TM)$

Vậy số tấm kính giọt bắn mỗi lớp 9A, 9B làm được trong đợt 1 lần lượt là: 960; 540 (tấm)

2) Theo kế hoạch, một công nhân phải hoàn thành 60 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng do cải tiến kĩ thuật nên mỗi giờ người công nhân đó đã làm thêm 2 sản phẩm. Vì vậy, chẳng những đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn dự định 30 phút mà còn vượt mức 3 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ người đó phải làm bao nhiêu sản phẩm?

Lời giải

Gọi số sản phẩm phải làm trong 1 giờ theo kế hoạch là: x (sản phẩm) ($x \in \mathbb{N}^*$)

Thời gian công nhân đó làm xong số sản phẩm theo kế hoạch là: $\frac{60}{x}$ (giờ)

Số sản phẩm phải làm trong 1 giờ theo thực tế là: $x + 2$ (sản phẩm)

Số sản phẩm người công nhân đó làm được theo thực tế là: $60 + 3 = 63$ (sản phẩm)

Thời gian công nhân đó làm xong số sản phẩm theo thực tế là: $\frac{63}{x+2}$ (giờ)

Vì thực tế người công nhân đó hoàn thành công việc sớm hơn 30 phút $= \frac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{60}{x} - \frac{63}{x+2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{120(x+2) - 126x}{2x(x+2)} = \frac{x(x+2)}{2x(x+2)}$$

$$120x + 240 - 126x = x^2 + 2x$$

$$x^2 + 8x - 240 = 0$$

$$(x+20)(x-12) = 0$$

$$x = -20(KTM); x = 12(TM)$$

Vậy số sản phẩm phải làm trong 1 giờ theo kế hoạch là 12 (sản phẩm)

3) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - x - 1 = 0$. Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là $\frac{x_2 + 1}{x_1}; \frac{x_1 + 1}{x_2}$

Lời giải

Xét phương trình $x^2 - x - 1 = 0$ (1)

Ta có: $ac = -1 < 0$ nên PT (1) luôn có hai nghiệm trái dấu x_1, x_2

Theo hệ thức Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases}$$

$$\text{Xét } \frac{x_2+1}{x_1} + \frac{x_1+1}{x_2} = \frac{x_2^2 + x_2 + x_1^2 + x_1}{x_1 x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{1^2 + 2 - 1}{-1} = -2$$

$$\frac{x_2+1}{x_1} \cdot \frac{x_1+1}{x_2} = \frac{x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2 + 1}{x_1 \cdot x_2} = \frac{-1 + 1 + 1}{-1} = -1$$

Do đó: $\frac{x_2+1}{x_1}; \frac{x_1+1}{x_2}$ là nghiệm của phương trình bậc hai ẩn t sau: $t^2 + 2t - 1 = 0$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một hộp bóng hình trụ chứa vừa khít 3 quả bóng tennis có đường kính $6,5\text{cm}$ như hình.

- a) Tính diện tích bề mặt và thể tích của mỗi quả bóng
b) Tính diện tích xung quanh và thể tích của hộp bóng.



Lời giải

a)

Tính diện tích bề mặt và thể tích của mỗi quả bóng

Bán kính quả bóng hình cầu là: $r = 6,5 : 2 = 3,25\text{cm}$

Diện tích bề mặt mỗi quả bóng là: $S_{mc} = 4\pi r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 3,25^2 = 42,25\pi (\text{cm}^2)$

Thể tích của mỗi quả bóng hình cầu là: $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3,25^3 = \frac{13,73125\pi}{3} (\text{cm}^3)$

b)

Tính diện tích xung quanh và thể tích của hộp bóng.

Bán kính hộp bóng hình trụ chính là bán kính của quả bóng hình cầu là: $r = 6,5 : 2 = 3,25\text{cm}$

Chiều cao của hộp bóng hình trụ là: $h = 3 \cdot 6,5 = 19,5 (\text{cm})$

Diện tích xung quanh hộp bóng hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi Rh = 2 \cdot \pi \cdot 3,25 \cdot 19,5 = 123,5\pi (\text{cm}^2)$

Thể tích của hộp bóng hình trụ là: $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 3,25^2 \cdot 19,5 = 205,96875\pi (\text{cm}^3)$

2)

Cho đường tròn (O) , từ điểm A ở ngoài đường tròn vẽ hai tiếp tuyến AB và AC (B, C là các tiếp điểm), OA cắt BC tại E .

a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp.

b) Chứng minh BC vuông góc với OA và $BA.BE = AE.BO$.

c) Gọi I thuộc đoạn thẳng BE , đường thẳng qua I và vuông góc OI cắt các tia AB, AC theo thứ tự tại D và F . Chứng minh F là trung điểm của AC .

Lời giải

a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp.

Xét (O) có: AB là tiếp tuyến tại B (GT) nên $AB \perp OB \Rightarrow \angle ABO = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle ABO$ vuông tại B nên điểm B thuộc đường tròn đường kính AO (1)

Mặt khác: AC là tiếp tuyến tại C (GT) nên $AC \perp OC \Rightarrow \angle ACO = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle ACO$ vuông tại C nên điểm C thuộc đường tròn đường kính AO (2)

Từ (1) và (2) suy ra: 4 điểm A, B, O, C cùng thuộc đường tròn đường kính AO

Do đó, tứ giác $ABOC$ nội tiếp đường tròn đường kính AO

b) Chứng minh BC vuông góc với OA và $BA.BE = AE.BO$.

* Chứng minh BC vuông góc với OA

Xét (O) có: AB và AC là hai tiếp tuyến cắt nhau ở A (GT)

$\Rightarrow AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Mà $OB = OC$ (B, C thuộc đường tròn (O))

$\Rightarrow OA$ là đường trung trực của BC nên $BC \perp OA$

* Chứng minh $BA.BE = AE.BO$

Xét $\triangle ABO$ và $\triangle AEB$ có:

$$\angle ABO = \angle AEB = 90^\circ \text{ (cmt)}$$

$\angle BAO$: góc chung

Suy ra: $\triangle ABO \sim \triangle AEB$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{BO}{EB} \Rightarrow AB.EB = AE.BO$$

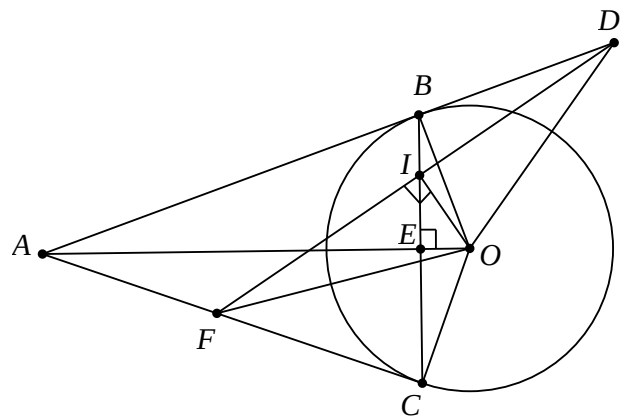
c) Gọi I là điểm thuộc đoạn thẳng BE , đường thẳng qua I và vuông góc OI cắt các tia AB, AC theo thứ tự tại D và F . Chứng minh F là trung điểm của AC .

Vì $AB \perp OB \Rightarrow \angle DBO = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle DBO$ vuông tại B nên điểm B thuộc đường tròn đường kính DO (1)

Vì $OI \perp DF \Rightarrow \angle DIO = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle DIO$ vuông tại I nên điểm I thuộc đường tròn đường kính DO (2)



Từ (1) và (2) suy ra: 4 điểm D, B, I, O cùng thuộc đường tròn đường kính DO

Do đó, tứ giác $DBIO$ nội tiếp đường tròn đường kính DO

$\Rightarrow \angle IDO = \angle IBO$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung IO)

CMTT ta có: $\angle IFO = \angle ICO$

Mặt khác: $OB = OC \Rightarrow \triangle OBC$ cân ở $O \Rightarrow \angle OBC = \angle OCB$ hay $\angle IBO = \angle ICO$

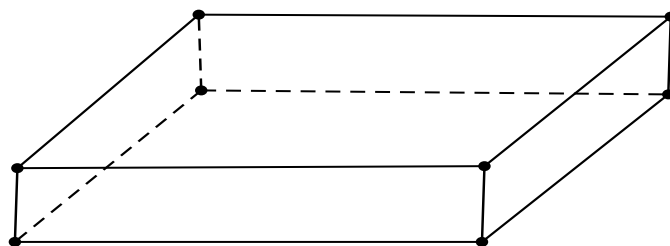
Do đó: $\angle IDO = \angle IFO \Rightarrow \triangle ODF$ cân ở O mà $OI \perp DF$ (GT)

$\Rightarrow I$ là trung điểm của DF

Câu V: (0,5 điểm) Một học sinh được giao thiết kế một cái hộp dạng hình hộp chữ nhật thỏa mãn: Tổng

của chiều dài và chiều rộng 12cm; tổng của chiều rộng và chiều cao là 24cm. Giáo viên yêu cầu học sinh

phải thiết kế sao cho thể tích cái hộp lớn nhất, giá trị lớn nhất ấy bằng bao nhiêu?



Lời giải

Gọi chiều rộng là $x(\text{cm})$ ($0 < x < 12$)

Chiều dài là $12 - x(\text{cm})$

Chiều cao là $24 - x(\text{cm})$

Ta có thể tích chiếc hộp là: $V = x(12 - x)(24 - x)(\text{cm}^3)$

Bất đẳng thức Cauchy 3 số không âm a, b, c ta có: $a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$

Thật vậy, đặt $x = \sqrt[3]{a}, y = \sqrt[3]{b}, z = \sqrt[3]{c} \Rightarrow x, y, z \geq 0 \Rightarrow x + y + z \geq 0$

Ta phải chứng minh:

$$x^3 + y^3 + z^3 \geq 3xyz$$

$$(x + y)^3 - 3xy(x + y) + z^3 - 3xyz \geq 0$$

$$(x + y + z) \left[(x + y)^2 - (x + y)z + z^2 \right] - 3xy(x + y + z) \geq 0$$

$$(x + y + z) \left[x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - xz - yz \right] - 3xy(x + y + z) \geq 0$$

$$(x+y+z)\left[x^2+y^2+z^2-xy-xz-yz\right] \geq 0$$

$$x^2+y^2+z^2-xy-xz-yz \geq 0 \quad (\text{vì } x+y+z \geq 0)$$

$$(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2 \geq 0 \quad (\text{luôn đúng})$$

Dấu “=” xảy ra khi $x=y=z$ hay $a=b=c$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 3 số không âm ta có:

$$V = x(12-x)(24-x)(cm^3)$$

$$\frac{1}{(\sqrt{3}-1)(2-\sqrt{3})} \cdot x \cdot (\sqrt{3}-1)(2-\sqrt{3})(12-x)(24-x)$$

$$\leq \frac{1}{(\sqrt{3}-1)(2-\sqrt{3})} \cdot \left[\frac{x + (\sqrt{3}-1)(12-x) + (2-\sqrt{3})(24-x)}{3} \right]^3$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{3}-1)(2-\sqrt{3})} \cdot \left[\frac{x + 12\sqrt{3} - \sqrt{3}x - 12 + x + 48 - 2x - 24\sqrt{3} + \sqrt{3}x}{3} \right]^3$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{3}-1)(2-\sqrt{3})} \cdot \left[\frac{36 - 12\sqrt{3}}{3} \right]^3 = 384\sqrt{3}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi: } x = (\sqrt{3}-1)(12-x) = (2-\sqrt{3})(24-x) \Leftrightarrow x = 12 - 4\sqrt{3}$$

$$\text{Vậy } V_{\max} = 384\sqrt{3} \Leftrightarrow x = 12 - 4\sqrt{3}$$

☞ HẾT ☞

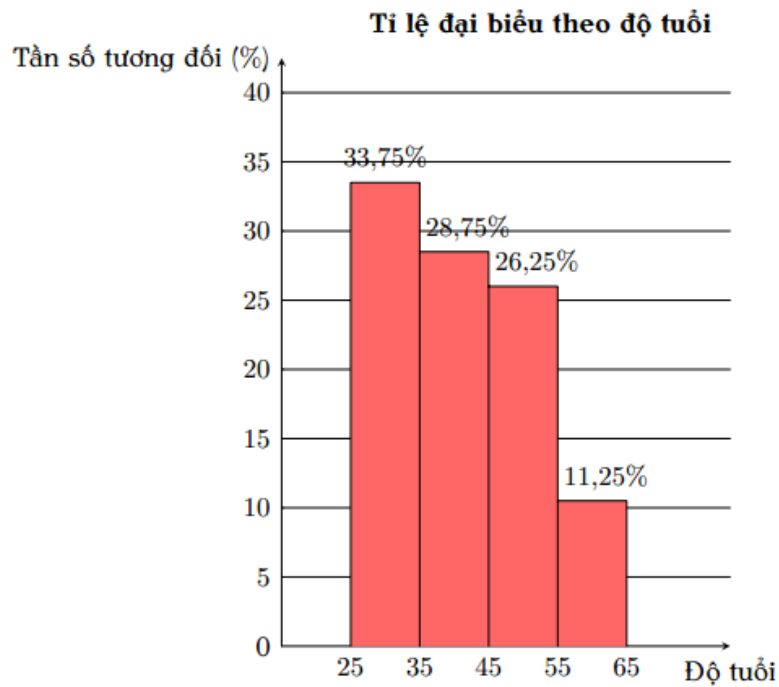
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

- 1) Biểu đồ bên biểu diễn tỉ lệ đại biểu tham dự hội nghị theo độ tuổi. Biết rằng có 54 đại biểu từ 25 đến 35 tuổi.



Có bao nhiêu đại biểu tham dự hội nghị? Lập bảng tần số ghép nhóm tương ứng.

- 2) Xét phép thử quay bánh xe và quan sát xem khi nó dừng thì mũi kim (được gắn cố định) chỉ vào ô số mấy. Tính xác suất của các biến cố A: “Kim chỉ vào ô có số là bội của 3”.



Câu II: (1,5 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{3x+12}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{7\sqrt{x}+3}{x-9}$ (với $x > 0; x \neq 9$).

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.

2) Chứng minh $B = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$.

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{A}{B}$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Hưởng ứng phong trào của hội đồng đội làm tấm kính chắn giọt bắn gửi các y bác sĩ chống dịch. Hai lớp 9A, 9B trong đợt 1 đã làm được 1500 chiếc tấm kính chắn giọt bắn. Để đáp ứng nhu cầu

với tình hình dịch bệnh, nên trong đợt 2 lớp 9A vượt mức 70% và lớp 9B vượt mức 68% nên cả hai lớp đã làm được 2583 chiếc tấm kính chắn giọt bắn. Hỏi trong đợt 1 mỗi lớp làm được bao nhiêu tấm kính chắn giọt bắn?

2) Theo kế hoạch, một công nhân phải hoàn thành 60 sản phẩm trong một thời gian nhất định.

Nhưng do cải tiến kĩ thuật nên mỗi giờ người công nhân đó đã làm thêm 2 sản phẩm. Vì vậy, chẳng những đã

hoàn thành kế hoạch sớm hơn dự định 30 phút mà còn vượt mức 3 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ người đó phải làm bao nhiêu sản phẩm?

3) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - x - 1 = 0$. Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là $\frac{x_2+1}{x_1}; \frac{x_1+1}{x_2}$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một hộp bóng hình trụ chứa vừa khít 3 quả bóng tennis có đường kính 6,5 cm như hình.

- Tính diện tích bề mặt và thể tích của mỗi quả bóng
- Tính diện tích xung quanh và thể tích của hộp bóng.



2) Cho đường tròn (O) , từ điểm A ở ngoài đường tròn vẽ hai tiếp tuyến AB và AC (B, C là các tiếp điểm). OA cắt BC tại E .

a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp.

b) Chứng minh BC vuông góc với OA và $BA \cdot BE = AE \cdot BO$.

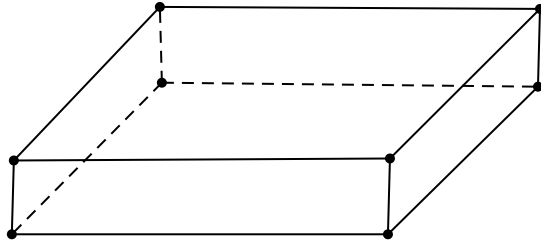
c) Gọi I là trung điểm của BE , đường thẳng qua I và vuông góc OI cắt các tia AB, AC theo thứ tự tại D và F . Chứng minh F là trung điểm của AC .

Câu V: (0,5 điểm)

Một học sinh được giao thiết kế một cái hộp dạng hình hộp chữ nhật thỏa mãn: Tổng của chiều dài và

chiều bằng 12cm; tổng của của rộng và chiều cao là 24cm. Giáo viên yêu cầu học sinh ấy phải thiết kế sao

cho thể tích cái hộp lớn nhất, giá trị lớn nhất ấy bằng bao nhiêu ?

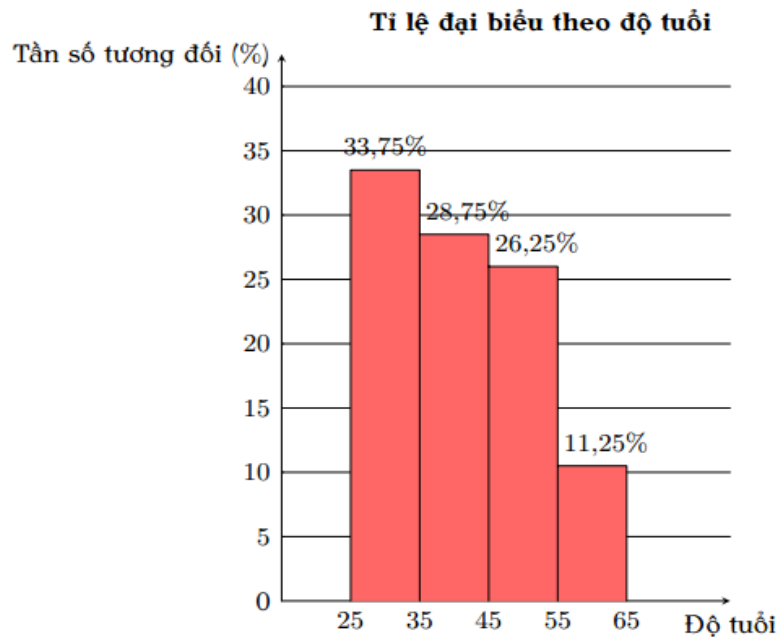


∞ HẾT ∞

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

1) Biểu đồ bên biểu diễn tỉ lệ đại biểu tham dự hội nghị theo độ tuổi. Biết rằng có 54 đại biểu từ 25 đến 35 tuổi.



Có bao nhiêu đại biểu tham dự hội nghị? Lập bảng tần số ghép nhóm tương ứng.

2) Xét phép thử quay bánh xe và quan sát xem khi nó dừng thì mũi kim (được gắn cố định) chỉ vào ô số mấy. Tính xác suất của các biến cố A: “Kim chỉ vào ô có số là bội của 3”

Chứng minh



Lời giải

1)

- Số đại biểu tham dự hội nghị là: $54 : 33,75\% = 160$ (đại biểu)

- Lập bảng tần số ghép nhóm tương ứng:

Độ tuổi	[25; 35]	[35; 45]	[45; 55]	[55; 65]
Tần số tương ứng	33,75%	28,75%	26,25%	11,25%

2)

Không gian mẫu thử có 20 phần tử

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A: “kim chỉ vào ô có số là bội của 3” là 6.

Xác suất của biến cố A là: $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

Câu II: (1,5 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{3x+12}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{7\sqrt{x}+3}{x-9}$ (với $x > 0; x \neq 9$)

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$

2) Chứng minh $B = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{A}{B}$

Lời giải

1) Thay $x = 4$ (TMĐK) vào biểu thức A có:

$$A = \frac{3 \cdot 4 + 12}{\sqrt{4} + 3} = \frac{24}{5}$$

Vậy $A = \frac{24}{5}$ khi $x = 4$

2) Chứng minh $B = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$

$$\begin{aligned} B &= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{7\sqrt{x}+3}{x-9} \\ &= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{7\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+3) + 2\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) - 7\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{x+3\sqrt{x}+\sqrt{x}+3+2x-6\sqrt{x}-7\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{3x-9\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} \end{aligned}$$

Vậy $B = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ với $x > 0; x \neq 9$

2) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{A}{B}$

$$P = \frac{A}{B} = \frac{3x+12}{\sqrt{x}+3} \cdot \frac{\sqrt{x}+3}{3\sqrt{x}} = \frac{x+4}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{4}{\sqrt{x}}$$

Xét bất đẳng thức Cauchy: Với hai số thực không âm a, b ta có:

$$a+b \geq 2\sqrt{ab}. \text{ Dấu "}" xảy ra khi và chỉ khi } a=b$$

$$\text{Thật vậy: } (a-b)^2 \geq 0 \Rightarrow (a+b)^2 \geq 4ab \Rightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab}$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b$

Vì $x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \geq 0; \frac{4}{\sqrt{x}} > 0$ nên áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có

$$P = \sqrt{x} + \frac{4}{\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{\sqrt{x} \cdot \frac{4}{\sqrt{x}}} = 4$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $\sqrt{x} = \frac{4}{\sqrt{x}}$

$$x = 4 \text{ (Thỏa mãn)}$$

Vậy $P_{\min} = 4$ khi và chỉ khi $x = 4$

Câu III: (2,5 điểm)

1) Hướng ứng phong trào của hội đồng đội làm tấm kính chắn giọt bắn gửi các y bác sĩ chống

dịch. Hai lớp 9A, 9B trong đợt 1 đã làm được 1500 chiếc tấm kính chắn giọt bắn. Để đáp

ứng nhu cầu với tình hình dịch bệnh, nên trong đợt 2 lớp 9A vượt mức 70% và lớp 9B vượt mức 68%

nên cả hai lớp đã làm được 2358 chiếc tấm kính chắn giọt bắn. Hỏi trong đợt 1 mỗi lớp làm được bao

nhiều tấm kính chắn giọt bắn?

Lời giải

Gọi số tấm kính giọt bắn mỗi lớp 9A, 9B làm được trong đợt 1 lần lượt là: x, y (tấm) ($0 < x, y < 1500$)

Vì trong đợt 1 cả hai lớp 9A, 9B đã làm được 1500 chiếc tấm kính chắn giọt bắn nên ta có phương trình:

$$x + y = 1500 \quad (1)$$

Số tấm kính giọt bắn lớp 9A làm được trong đợt 2 là: $x + 70\%.x = 1,7x$ (tấm)

Số tấm kính giọt bắn lớp 9B làm được trong đợt 2 là: $y + 68\%.y = 1,68y$ (tấm)

Vì trong đợt 2 cả hai lớp 9A, 9B đã làm được 2358 chiếc tấm kính chắn giọt bắn nên ta có phương trình:

$$1,7x + 1,68y = 2358 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 1500 & (1) \\ 1,7x + 1,68y = 2358 & (2) \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được: $x = 960(TM)$; $y = 540(TM)$

Vậy số tấm kính giọt bắn mỗi lớp 9A, 9B làm được trong đợt 1 lần lượt là: 960; 540 (tấm)

2) Theo kế hoạch, một công nhân phải hoàn thành 60 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng do cải tiến kĩ thuật nên mỗi giờ người công nhân đó đã làm thêm 2 sản phẩm. Vì vậy, chẳng những đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn dự định 30 phút mà còn vượt mức 3 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ người đó phải làm bao nhiêu sản phẩm?

Lời giải

Gọi số sản phẩm phải làm trong 1 giờ theo kế hoạch là: x (sản phẩm) ($x \in \mathbb{N}^*$)

Thời gian công nhân đó làm xong số sản phẩm theo kế hoạch là: $\frac{60}{x}$ (giờ)

Số sản phẩm phải làm trong 1 giờ theo thực tế là: $x + 2$ (sản phẩm)

Số sản phẩm người công nhân đó làm được theo thực tế là: $60 + 3 = 63$ (sản phẩm)

Thời gian công nhân đó làm xong số sản phẩm theo thực tế là: $\frac{63}{x+2}$ (giờ)

Vì thực tế người công nhân đó hoàn thành công việc sớm hơn 30 phút $= \frac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{60}{x} - \frac{63}{x+2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{120(x+2) - 126x}{2x(x+2)} = \frac{x(x+2)}{2x(x+2)}$$

$$120x + 240 - 126x = x^2 + 2x$$

$$x^2 + 8x - 240 = 0$$

$$(x+20)(x-12) = 0$$

$$x = -20(KTM); \quad x = 12(TM)$$

Vậy số sản phẩm phải làm trong 1 giờ theo kế hoạch là 12 (sản phẩm)

3) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - x - 1 = 0$. Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là $\frac{x_2 + 1}{x_1}; \frac{x_1 + 1}{x_2}$

Lời giải

Xét phương trình $x^2 - x - 1 = 0$ (1)

Ta có: $ac = -1 < 0$ nên PT (1) luôn có hai nghiệm trái dấu x_1, x_2

Theo hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases}$

$$\text{Xét } \frac{x_2 + 1}{x_1} + \frac{x_1 + 1}{x_2} = \frac{x_2^2 + x_2 + x_1^2 + x_1}{x_1 x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{1^2 + 2 - 1}{-1} = -2$$

$$\frac{x_2 + 1}{x_1} \cdot \frac{x_1 + 1}{x_2} = \frac{x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2 + 1}{x_1 \cdot x_2} = \frac{-1 + 1 + 1}{-1} = -1$$

Do đó: $\frac{x_2 + 1}{x_1}; \frac{x_1 + 1}{x_2}$ là nghiệm của phương trình bậc hai ẩn t sau: $t^2 + 2t - 1 = 0$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một hộp bóng hình trụ chứa vừa khít 3 quả bóng tennis có đường kính 6,5cm như hình.

- Tính diện tích bề mặt và thể tích của mỗi quả bóng
- Tính diện tích xung quanh và thể tích của hộp bóng.



Lời giải

a) Tính diện tích bề mặt và thể tích của mỗi quả bóng

Bán kính quả bóng hình cầu là: $r = 6,5 : 2 = 3,25\text{cm}$

Diện tích bề mặt mỗi quả bóng là: $S_{mc} = 4\pi r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 3,25^2 = 42,25\pi (\text{cm}^2)$

Thể tích của mỗi quả bóng hình cầu là: $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3,25^3 = \frac{13,73125\pi}{3} (\text{cm}^3)$

b) Tính diện tích xung quanh và thể tích của hộp bóng.

Bán kính hộp bóng hình trụ chính là bán kính của quả bóng hình cầu là: $r = 6,5 : 2 = 3,25\text{cm}$

Chiều cao của hộp bóng hình trụ là: $h = 3 \cdot 6,5 = 19,5 (\text{cm})$

Diện tích xung quanh hộp bóng hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi Rh = 2 \cdot \pi \cdot 3,25 \cdot 19,5 = 123,5\pi (\text{cm}^2)$

Thể tích của hộp bóng hình trụ là: $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 3,25^2 \cdot 19,5 = 205,96875\pi (cm^3)$

2) Cho đường tròn (O) , từ điểm A ở ngoài đường tròn vẽ hai tiếp tuyến AB và AC (B, C là các tiếp điểm), OA cắt BC tại E .

a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp.

b) Chứng minh BC vuông góc với OA và $BA \cdot BE = AE \cdot BO$.

c) Gọi I thuộc đoạn thẳng BE , đường thẳng qua I và vuông góc OI cắt các tia AB, AC theo thứ tự tại D và F . Chứng minh F là trung điểm của AC .

Lời giải

a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp.

Xét (O) có: AB là tiếp tuyến tại B (GT) nên $AB \perp OB \Rightarrow \angle ABO = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle ABO$ vuông tại B nên điểm B thuộc đường tròn đường kính AO (1)

Mặt khác: AC là tiếp tuyến tại C (GT) nên $AC \perp OC \Rightarrow \angle ACO = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle ACO$ vuông tại C nên điểm C thuộc đường tròn đường kính AO (2)

Từ (1) và (2) suy ra: 4 điểm A, B, O, C cùng thuộc đường tròn đường kính AO

Do đó, tứ giác $ABOC$ nội tiếp đường tròn đường kính AO

b) Chứng minh BC vuông góc với OA và $BA \cdot BE = AE \cdot BO$.

* Chứng minh BC vuông góc với OA

Xét (O) có: AB và AC là hai tiếp tuyến cắt nhau ở A (GT)

$\Rightarrow AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Mà $OB = OC$ (B, C thuộc đường tròn (O))

$\Rightarrow OA$ là đường trung trực của BC nên $BC \perp OA$

* Chứng minh $BA \cdot BE = AE \cdot BO$

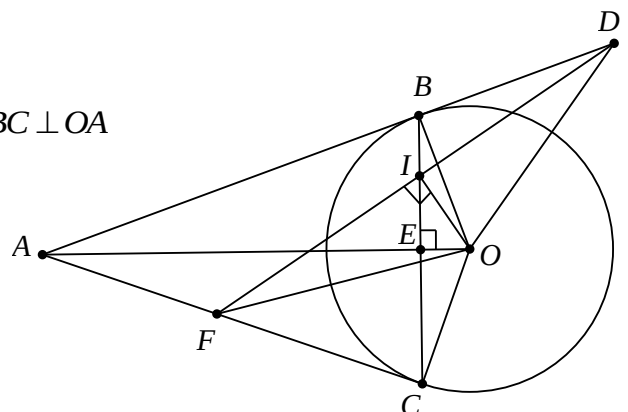
Xét $\triangle ABO$ và $\triangle AEB$ có:

$\angle ABO = \angle AEB = 90^\circ$ (cmt)

$\angle BAO$: góc chung

Suy ra: $\triangle ABO \sim \triangle AEB$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{BO}{EB} \Rightarrow AB \cdot EB = AE \cdot BO$



c) Gọi I là điểm thuộc đoạn thẳng BE , đường thẳng qua I và vuông góc OI cắt các tia AB, AC theo thứ tự tại D và F . Chứng minh F là trung điểm của AC .

Vì $AB \perp OB \Rightarrow DBO = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle DBO$ vuông tại B nên điểm B thuộc đường tròn đường kính DO (1)

Vì $OI \perp DF \Rightarrow DIO = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle DIO$ vuông tại I nên điểm I thuộc đường tròn đường kính DO (2)

Từ (1) và (2) suy ra: 4 điểm D, B, I, O cùng thuộc đường tròn đường kính DO

Do đó, tứ giác $DBIO$ nội tiếp đường tròn đường kính DO

$\Rightarrow \angle IDO = \angle IBO$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung IO)

CMTT ta có: $\angle IFO = \angle ICO$

Mặt khác: $OB = OC \Rightarrow \triangle OBC$ cân ở $O \Rightarrow \angle OBC = \angle OCB$ hay $\angle IBO = \angle ICO$

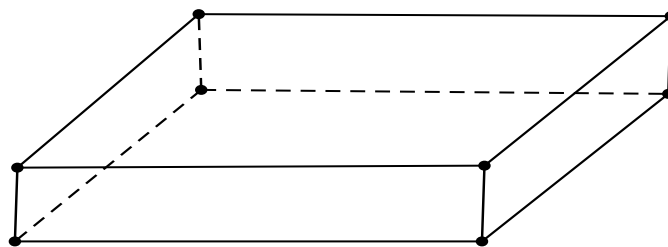
Do đó: $\angle IDO = \angle IFO \Rightarrow \triangle ODF$ cân ở O mà $OI \perp DF$ (GT)

$\Rightarrow I$ là trung điểm của DF

Câu V: (0,5 điểm) Một học sinh được giao thiết kế một cái hộp dạng hình hộp chữ nhật thỏa mãn: Tổng

của chiều dài và chiều rộng 12cm; tổng của chiều rộng và chiều cao là 24cm. Giáo viên yêu cầu học sinh

phải thiết kế sao cho thể tích cái hộp lớn nhất, giá trị lớn nhất ấy bằng bao nhiêu?



Lời giải

Gọi chiều rộng là $x(\text{cm}) (0 < x < 12)$

Chiều dài là $12 - x(\text{cm})$

Chiều cao là $24 - x(\text{cm})$

Ta có thể tích chiếc hộp là: $V = x(12 - x)(24 - x)(\text{cm}^3)$

Bất đẳng thức Cauchy 3 số không âm a, b, c ta có: $a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c$

Thật vậy, đặt $x = \sqrt[3]{a}, y = \sqrt[3]{b}, z = \sqrt[3]{c} \Rightarrow x, y, z \geq 0 \Rightarrow x + y + z \geq 0$

Ta phải chứng minh:

$$x^3 + y^3 + z^3 \geq 3xyz$$

$$(x+y)^3 - 3xy(x+y) + z^3 - 3xyz \geq 0$$

$$(x+y+z) \left[(x+y)^2 - (x+y)z + z^2 \right] - 3xy(x+y+z) \geq 0$$

$$(x+y+z) \left[x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - xz - yz \right] - 3xy(x+y+z) \geq 0$$

$$(x+y+z) \left[x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz \right] \geq 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz \geq 0 \quad (\text{vì } x+y+z \geq 0)$$

$$(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 \geq 0 \quad (\text{luôn đúng})$$

Dấu “=” xảy ra khi $x=y=z$ hay $a=b=c$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 3 số không âm ta có:

$$V = x(12-x)(24-x) \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$\frac{1}{(\sqrt{3}-1)(2-\sqrt{3})} \cdot x \cdot (\sqrt{3}-1)(2-\sqrt{3})(12-x)(24-x)$$

$$\leq \frac{1}{(\sqrt{3}-1)(2-\sqrt{3})} \cdot \left[\frac{x + (\sqrt{3}-1)(12-x) + (2-\sqrt{3})(24-x)}{3} \right]^3$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{3}-1)(2-\sqrt{3})} \cdot \left[\frac{x + 12\sqrt{3} - \sqrt{3}x - 12 + x + 48 - 2x - 24\sqrt{3} + \sqrt{3}x}{3} \right]^3$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{3}-1)(2-\sqrt{3})} \cdot \left[\frac{36 - 12\sqrt{3}}{3} \right]^3 = 384\sqrt{3}$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi: $x = (\sqrt{3}-1)(12-x) = (2-\sqrt{3})(24-x) \Leftrightarrow x = 12 - 4\sqrt{3}$

$$\text{Vậy } V_{\max} = 384\sqrt{3} \Leftrightarrow x = 12 - 4\sqrt{3}$$

☞ HẾT ☞

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

Chiều cao (m)	[8,4;8,6)	[8,6;8,8)	[8,8;9,0)	[9,0;9,2)	[9,2;9,4)	Tổng
Số cây	5	12	25	44	14	100

- a) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm.
b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng thống kê thu được ở câu a.

2) Một hộp có 20 thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1; 2; 3; 4; 5; ... ; 20, hai thẻ khác nhau thì ghi số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

- a) Biến cố A: “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có chữ số tận cùng là 2”.
b) Biến cố B: “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số nguyên tố”.
c) Biến cố C: “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có hai chữ số với tích các chữ số bằng 4”.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{x+7}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{6\sqrt{x}}{9-x} - \frac{3}{\sqrt{x}+3}$ (với

$x \geq 0; x \neq 9$)

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 49$.
2) Rút gọn B.
3) Cho $M = A \cdot B$. Tìm x để M đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu III: (2,5 điểm) Cho .

3.1. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:

Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo. Nếu tổ thứ nhất may trong 3 ngày, tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo. Biết rằng trong mỗi ngày tổ thứ nhất may được nhiều hơn tổ thứ hai 10 chiếc áo. Hỏi mỗi tổ may trong một ngày được bao nhiêu chiếc áo?

3.2 Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một phòng họp có 150 người được xếp đều trên các dãy ghế. Nếu thêm 66 người thì phải kê thêm 2 dãy ghế và mỗi dãy ghế tăng thêm 3 người. Hỏi lúc đầu phòng họp có bao nhiêu dãy ghế?

3.3 Bài toán liên quan đến phương trình bậc hai

Biết rằng phương trình bậc hai $x^2 + 4x + m = 0$ có một nghiệm là $x = -\sqrt{3}$. Tìm tổng các nghịch đảo hai nghiệm của phương trình trên.

Câu IV: (4,0 điểm) Đề.

1) Một hộp đựng bóng tennis có dạng hình trụ. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng tennis được xếp theo chiều dọc, các quả bóng tennis có đường kính là $6,2\text{cm}$ và có kích thước như nhau.

a) Tính thể tích hộp đựng bóng tennis

b) Tính thể tích phần không gian còn trống bên trong là bao nhiêu? (Bỏ qua độ dày của vỏ hộp)

(Lấy $\pi \approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

2) Cho đường tròn (O) và dây cung AB . Trên tia đối của tia AB lấy điểm C . Từ điểm chính giữa P của cung lớn AB kẻ đường kính PQ của đường tròn (O) cắt dây AB tại D . Tia CP cắt đường tròn (O) tại điểm I (điểm I khác điểm P). Các dây AB và QI cắt nhau tại K

a) Chứng minh tứ giác $PDKI$ nội tiếp

b) Chứng minh rằng $CI \cdot CP = CK \cdot CD$ và IC là phân giác góc ngoài tại đỉnh I của tam giác AIB .

c) Giả sử ba điểm A ; B ; C cố định. Chứng minh khi đường tròn (O) thay đổi nhưng vẫn đi qua hai điểm A và B thì đường thẳng QI luôn đi qua một điểm cố định.

Câu V: (0,5 điểm)

Một gia đình muốn xây một hồ chứa nước dạng hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 400 m^3 đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp bốn lần chiều rộng. Giá thuê nhân công xây bể là $500\,000$ đồng/ m^2 (bao gồm cả diện tích tường và đáy bể). Hỏi chi phí thuê nhân công thấp nhất mà gia đình đó phải trả để xây hồ chứa nước là bao nhiêu triệu đồng?

☞ HẾT ☞

HƯỚNG DẪN

Câu I

1) Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

Chiều cao (m)	[8,4;8,6)	[8,6;8,8)	[8,8;9,0)	[9,0;9,2)	[9,2;9,4)	Tổng
Số cây	5	12	25	44	14	100

- a) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm.
b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng thống kê thu được ở câu a.

Lời giải

a) Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [8,4;8,6) là: $f = \frac{n}{N} \cdot 100\% = \frac{5 \cdot 100}{100}\% = 5\%;$

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [8,6;8,8) là: $f = \frac{n}{N} \cdot 100\% = \frac{12 \cdot 100}{100}\% = 12\%;$

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [8,8;9,0) là: $f = \frac{n}{N} \cdot 100\% = \frac{25 \cdot 100}{100}\% = 25\%;$

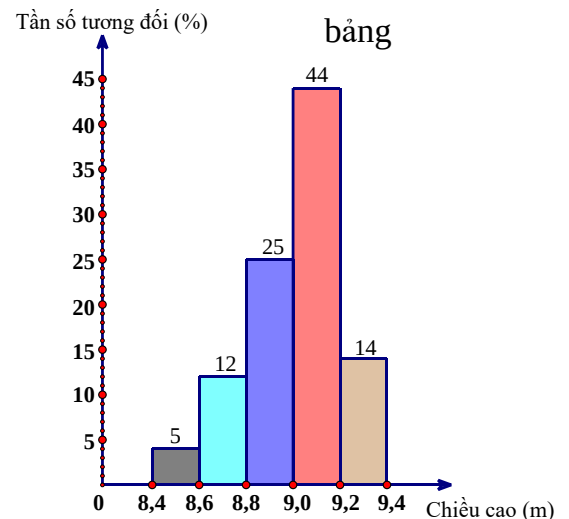
Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [9,0;9,2) là: $f = \frac{n}{N} \cdot 100\% = \frac{44 \cdot 100}{100}\% = 44\%;$

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [9,2;9,4) là: $f = \frac{n}{N} \cdot 100\% = \frac{14 \cdot 100}{100}\% = 14\%;$

Vì vậy, bảng tần ghép nhóm của mẫu số liệu đã cho được nêu trong bảng dưới đây.

Chiều cao (m)	[8,4;8,6)	[8,6;8,8)	[8,8;9,0)	[9,0;9,2)	[9,2;9,4)	Tổng
Tần số tương đối (%)	5	12	25	44	14	100

- b) Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho thống kê thu được ở câu a



2) Một hộp có 20 thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1; 2; 3; 4; 5; ... ; 20, hai thẻ khác nhau thì ghi số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

- a) Biến cố A: “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có chữ số tận cùng là 2”.
- b) Biến cố B: “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số nguyên tố”.
- c) Biến cố C: “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có hai chữ số với tích các chữ số bằng 4”.

Lời giải

- Có 20 kết quả có thể xảy ra của phép thử “Số xuất hiện trên thẻ được lấy ra” là:
1; 2; 3; ...; 19; 20.

a) Những kết quả thuận lợi của biến cố A: “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có chữ số tận cùng là 2” là: 2; 12. Có 2 kết quả thuận lợi

Vậy xác suất của biến cố A là: $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

b) Những kết quả thuận lợi của biến cố B: “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số nguyên tố” là: 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19. Có 8 kết quả thuận lợi

Vậy xác suất của biến cố B là: $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

c) Những kết quả thuận lợi của biến cố C: “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có hai chữ số với tích các chữ số bằng 4” là: 14. Có 1 kết quả thuận lợi

Vậy xác suất của biến cố C là: $\frac{1}{20}$

Câu II. Cho hai biểu thức $A = \frac{x+7}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{6\sqrt{x}}{9-x} - \frac{3}{\sqrt{x}+3}$ (với $x \geq 0; x \neq 9$)

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=49$.

2) Rút gọn B.

3) Cho $M = A \cdot B$. Tìm x để M đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

ĐK: $x \geq 0; x \neq 9$

1) Với $x=49$ (TMĐK) nên $\sqrt{x}=7$ Thay vào A ta được:

$$A = \frac{49+7}{7-3}$$

$$A = 14$$

2)

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{6\sqrt{x}}{9-x} - \frac{3}{\sqrt{x}+3}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{6\sqrt{x}}{x-9} - \frac{3}{\sqrt{x}+3}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{6\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} - \frac{3}{\sqrt{x}+3}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3) - 6\sqrt{x} - 3(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$B = \frac{x+3\sqrt{x}-6\sqrt{x}-3\sqrt{x}+9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$B = \frac{x-6\sqrt{x}+9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$B = \frac{(\sqrt{x}-3)^2}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$$

$$3) \text{ Ta có } M = A.B = \frac{x+7}{\sqrt{x}-3} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$$

$$M = \frac{x+7}{\sqrt{x}+3}$$

$$M = \frac{x-9+16}{\sqrt{x}+3}$$

$$M = \sqrt{x}-3 + \frac{16}{\sqrt{x}+3}$$

$$M = \sqrt{x}+3 + \frac{16}{\sqrt{x}+3} - 6$$

Với $a, b \geq 0$ ta có $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$ nên $a+b \geq 2\sqrt{ab}$. Dấu bằng xảy ra khi $a=b$

Áp dụng bất đẳng thức trên ta có $x \geq 0$ nên $\sqrt{x}+3 > 0, \frac{16}{\sqrt{x}+3} > 0$

$$\text{Do đó } \sqrt{x}+3 + \frac{16}{\sqrt{x}+3} \geq 2\sqrt{(\sqrt{x}+3) \cdot \frac{16}{\sqrt{x}+3}} = 8$$

$$\sqrt{x}+3 + \frac{16}{\sqrt{x}+3} - 6 \geq 8 - 6 = 2$$

Nên $M \geq 2$ Suy ra Min $M = 2$ khi

$$\sqrt{x}+3 = \frac{16}{\sqrt{x}+3}$$

$$(\sqrt{x} + 3)^2 = 16$$

$$\sqrt{x} + 3 = 4$$

$$\sqrt{x} = 1$$

$$x = 1 (TMĐK)$$

Câu III.

3.1. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:

Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo. Nếu tổ thứ nhất may trong 3 ngày, tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo. Biết rằng trong mỗi ngày tổ thứ nhất may được nhiều hơn tổ thứ hai 10 chiếc áo. Hỏi mỗi tổ may trong một ngày được bao nhiêu chiếc áo?

Lời giải

Gọi số áo tổ một may được trong một ngày là x (áo), ($x \in \mathbb{N}^*$; $x > 10$).

Gọi số áo tổ hai may được trong một ngày là y (áo), ($y \in \mathbb{N}^*$).

Vì tổ thứ nhất may trong 3 ngày, tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo nên ta có phương trình: $3x + 5y = 1310$ (1).

Vì trong mỗi ngày tổ thứ nhất may được nhiều hơn tổ thứ hai 10 chiếc áo nên ta có phương trình: $x - y = 10$ hay $x = y + 10$.

Thay $x = y + 10$ vào phương trình (1) ta được:

$$3(y + 10) + 5y = 1310$$

$$3y + 30 + 5y = 1310$$

$$8y = 1280$$

$$y = 160 \text{ (tm)}.$$

Suy ra $x = 160 + 10 = 170$ (tm).

Mỗi ngày tổ một may được 170 áo, tổ hai may được 160 áo.

3.2 Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một phòng họp có 150 người được xếp đều trên các dãy ghế. Nếu thêm 66 người thì phải kê thêm 2 dãy ghế và mỗi dãy ghế tăng thêm 3 người. Hỏi lúc đầu phòng họp có bao nhiêu dãy ghế?

Lời giải

Gọi số dãy ghế lúc đầu ở phòng họp là: x (dãy) ($x \in \mathbb{N}^*$)

Vì lúc đầu phòng họp có 150 người nên số người được xếp trên một dãy ghế là: $\frac{150}{x}$ (người).

Số người có trong phòng họp sau khi thêm 66 người là: $150 + 66 = 216$ (người).

Vì lúc sau phải kê thêm hai dãy ghế nên số dãy ghế lúc sau là: $x+2$ (dãy).

Số người được xếp trên một dãy ghế lúc sau là: $\frac{216}{x+2}$ (người).

Vì lúc sau mỗi dãy tăng thêm 3 người nên ta có phương trình:

$$\frac{216}{x+2} - \frac{150}{x} = 3$$

$$216x - 150x - 300 = 3x(x+2)$$

$$3x^2 - 60x + 300 = 0$$

$$x^2 - 20x + 100 = 0$$

$$(x-10)^2 = 0$$

$$x = 10 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy lúc đầu phòng họp có 10 dãy ghế.

3.3 Bài toán phương trình bậc hai

Biết rằng phương trình bậc hai $x^2 + 4x + m = 0$ có một nghiệm là $x = -\sqrt{3}$. Tìm tổng các nghịch đảo hai nghiệm của phương trình trên.

Lời giải

Vì $x = -\sqrt{3}$ là nghiệm của phương trình $x^2 + 4x + m = 0$ nên ta có:

$$(-\sqrt{3})^2 + 4(-\sqrt{3}) + m = 0$$

$$\Rightarrow m = 4\sqrt{3} - 3$$

Với $m = 3$ phương trình đã cho trở thành: $x^2 + 4x + 4\sqrt{3} - 3 = 0$

$$\Delta' = (b')^2 - ac = 2^2 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3} > 0$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 + x_2 = -4$; $x_1 \cdot x_2 = 4\sqrt{3} - 3$

Vậy tổng các nghịch đảo hai nghiệm của phương trình là:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{-4}{4\sqrt{3} - 3} = \frac{-1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2}.$$

Câu IV.

1. Một hộp đựng bóng tennis có dạng hình trụ. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng tennis được xếp theo chiều dọc, các quả bóng tennis có đường kính là $6,2 \text{ cm}$ và có kích thước như nhau.

a) Tính thể tích hộp đựng bóng tennis

b) Tính thể tích phần không gian còn trống bên trong là bao nhiêu? (Bỏ qua độ dày của vỏ hộp)

(Lấy $\pi \approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải

a) Chiều cao của hộp hình trụ: $3 \cdot 6,2 = 18,6 \text{ (cm)}$

Bán kính của hình tròn đáy hình trụ: $6,2 : 2 = 3,1 \text{ (cm)}$

Thể tích của hộp hình trụ là: $V = \pi R^2 h \approx 3,14 \cdot 3,1^2 \cdot 18,6 \approx 561,3 \text{ (cm}^3\text{)}$

b) Thể tích của 3 quả bóng tennis là: $V = 3 \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \approx 3 \cdot \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 3,1^3 \approx 93,5 \text{ (cm}^3\text{)}$

Thể tích phần không gian còn trống bên trong là: $561,3 - 93,5 = 467,8 \text{ (cm}^3\text{)}$

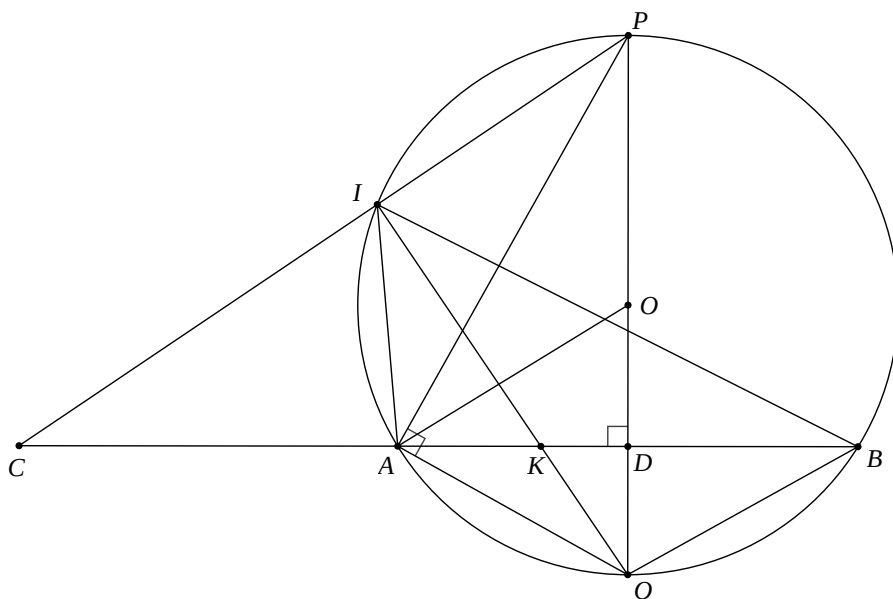
2) Cho đường tròn (O) và dây cung AB . Trên tia đối của tia AB lấy điểm C . Từ điểm chính giữa P của cung lớn AB kẻ đường kính PQ của đường tròn (O) cắt dây AB tại D . Tia CP cắt đường tròn (O) tại điểm I (điểm I khác điểm P). Các dây AB và QI cắt nhau tại K .

a) Chứng minh tứ giác $PDKI$ nội tiếp

b) Chứng minh rằng $CI \cdot CP = CK \cdot CD$ và IC là phân giác góc ngoài tại đỉnh I của tam giác AIB .

c) Giả sử ba điểm $A; B; C$ cố định. Chứng minh khi đường tròn (O) thay đổi nhưng vẫn đi qua hai điểm A và B thì đường thẳng QI luôn đi qua một điểm cố định.

Lời giải



a) Chứng minh: Tứ giác $PDKI$ nội tiếp

Ta có PQ là đường kính của đường tròn (O) . Suy ra $PIQ = 90^\circ$ suy ra $CI.CP = CD.CK$

Do P là điểm chính giữa của cung lớn AB . Suy ra $PA = PB$

Mà $OA = OB$ (cùng là bán kính của (O))

Suy ra PO là đường trung trực của AB suy ra $OP \perp AB$ tại D

Suy ra $PQ \perp AB$

$$PDK = 90^\circ$$

$$\text{Nên } PDK + PIK = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Tứ giác $PDKI$ nội tiếp (hai góc đối bù nhau)

b) Xét tam giác CIK và tam giác CDP ta có :

C chung

$$CIK = CDP = 90^\circ$$

$$\Delta CIK \sim \Delta CDP (g.g)$$

$$\frac{CI}{CD} = \frac{CK}{CP} \text{ suy ra } CI.CP = CD.CK$$

$$CI.CP = CD.CK$$

Ta có PO là đường trung trực của AB , hay PQ là đường trung trực của AB

$QA = QB$ hay điểm Q là điểm chính giữa cung nhỏ AB nên $AQ = BQ$

Do đó $AIQ = BIQ$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau thì bằng nhau)

Hay IK là đường phân giác trong của tam giác AIB ; và lại có $IK \perp IC$ ($PIQ = 90^\circ$)

nên IC là đường phân giác góc ngoài tại đỉnh I của tam giác AIB

c) Ta đi chứng minh K là điểm cố định

Ta có điểm D là trung điểm AB ($OD \perp AB$)

Do $ABPI$ là tứ giác nội tiếp

$$CAI = CPB$$

$$\Delta CAI \sim \Delta CPB (g.g)$$

$$\frac{CA}{CP} = \frac{CI}{CB}$$

$$CA.CB = CI.CP$$

Vậy nên $CA.CB = CK.CD (= CI.CP)$

$$CK.CD = (CD - DA)(CD + DB)$$

$$CK.CD = \left(CD - \frac{AB}{2} \right) \left(CD + \frac{AB}{2} \right)$$

$$CK.CD = CD^2 - \frac{AB^2}{4}$$

$$CD^2 - CK.CD = \frac{AB^2}{4}$$

$$CD.KD = \frac{AB^2}{4}$$

$$KD = \frac{AB^2}{4CD}$$

Vì A; B; C; D là bốn điểm cố định nên K điểm cố định.

Câu V.

Một gia đình muốn xây một hồ chứa nước dạng hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 400 m^3 đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp bốn lần chiều rộng. Giá thuê nhân công xây bể là $500\,000 \text{ đồng/m}^2$ (bao gồm cả diện tích tường và đáy bể). Hỏi chi phí thuê nhân công thấp nhất mà gia đình đó phải trả để xây hồ chứa nước là bao nhiêu triệu đồng?

Lời giải

Gọi chiều rộng của hình chữ nhật đáy bể là $x \text{ (m)}$ ($x > 0$)

Suy ra chiều dài của hình chữ nhật là $4x \text{ (m)}$.

Gọi chiều cao của bể là $y \text{ (m)}$, ($y > 0$).

Thể tích của bể là $V = 4x.x.y = 400$ suy ra $x^2.y = 100$ suy ra $y = \frac{100}{x^2}$.

Diện tích xây dựng của bể là $S = 4x^2 + 2(x + 4x)y = 4x^2 + 10xy = 4x^2 + 10 \cdot \frac{100}{x^2} \cdot x = 4x^2 + \frac{1000}{x}$

Áp dụng bất đẳng thức AM – GM cho 2 số không âm (với hai số không âm x, y ta có $(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geq 0$ nên $x + y - 2\sqrt{xy} \geq 0$ suy ra $x + y \geq 2\sqrt{xy}$, dấu bằng xảy ra khi $x = y$):

Ta có $S = 4x^2 + \frac{1000}{x} = (4x^2 + 100) + \frac{1000}{x} - 100 \geq 2\sqrt{4x^2 \cdot 100} + \frac{1000}{x} - 100 = 40x + \frac{1000}{x} - 100$.

Và $S \geq 40x + \frac{1000}{x} - 100 \geq 2\sqrt{40x \cdot \frac{1000}{x}} - 100 = 400 - 100 = 300$.

Khi đó $S_{\min} = 300$.

Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} 4x^2 = 100 \\ 40x = \frac{1000}{x} \end{cases}$ suy ra $x = 5$

Vậy chi phí thấp nhất thuê nhân công là $300.500\,000 = 150\,000\,000$ đồng = 150 triệu đồng

❧ HẾT ❧

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

- 1) Bảng thống kê sau cho biết số lượng các thiên tai xảy ra tại Việt Nam giai đoạn 1990-2021.

Loại thiên tai	Hạn hán	Bệnh dịch	Lũ lụt	Sạt lở đất	Bão
Số lượng	6	9	71	6	94

(Theo Vietnam.opendevelopmentmekong.net)

Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng biểu diễn số liệu đã cho.

- 2) Có năm đoạn thẳng có độ dài lần lượt là 2; 4; 6; 8; 10 (cm). Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong năm đoạn thẳng trên. Tính xác suất của biến cố E : “Ba đoạn thẳng được lấy ra lập thành ba cạnh của một tam giác”

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = 1 - \frac{1}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$

với $x > 0, x \neq 1$

- 1) Tính giá trị của A khi $x = 4$.
- 2) Rút gọn biểu thức $P = B \cdot A$
- 3) Tìm các giá trị của x để P nhận giá trị nguyên.

Câu III: (2,5 điểm)

- 1) Một cửa hàng kinh doanh điện máy sau khi nhập về chiếc tivi, đã bán chiếc tivi đó; cửa hàng thu được tiền lãi là 10% của giá nhập về. Giả sử cửa hàng tiếp tục nâng giá bán chiếc tivi đó thêm 5% của giá đã bán, nhưng bớt cho khách hàng 245000 đồng, khi đó cửa hàng sẽ thu được tiền lãi là 12% của giá nhập về. Tìm giá tiền khi nhập về của chiếc tivi đó.
- 2) Hai bạn A và B cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 8 ngày. Hỏi nếu A làm riêng hết $\frac{1}{3}$ công việc rồi nghỉ thì B hoàn thành nốt công việc trong thời gian bao lâu? Biết rằng nếu làm một mình xong công việc thì A làm chậm hơn B là 12 ngày.

3) Cho phương trình: $x^2 + 3x - 10 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị biểu thức

$$A = \frac{x_1 + 2}{x_2} + \frac{x_2 + 2}{x_1}$$

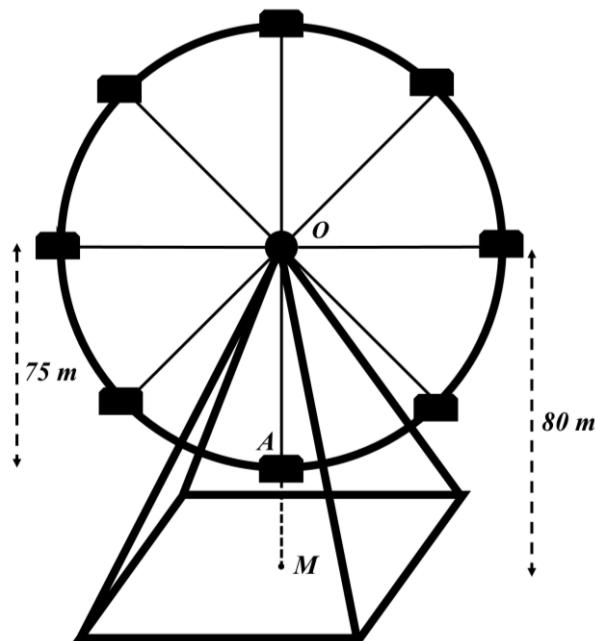
Câu IV: (4,0 điểm)

1. Một cốc nước hình trụ có đường kính đáy là 10 cm đang chứa nước nhưng chưa đầy. Người ta thả vào cốc 6 viên bi hình cầu giống hệt nhau thì thấy mực nước trong cốc dâng lên 5cm (và nước vẫn chưa đầy cốc). Tính bán kính của mỗi viên bi.

2. Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn. Các đường cao AK, BE và CF cắt nhau tại H . Gọi I là trung điểm của đoạn AH , N là trung điểm của đoạn BC .

- Chứng minh bốn điểm A, E, H, F nằm trên cùng một đường tròn.
- Chứng minh NE là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AH .
- Chứng minh $CI^2 - IE^2 = CK \cdot CB$.

Câu V: (0,5 điểm) Một chiếc đu quay có bán kính 75 m, tâm của vòng quay ở độ cao 80 m so với mặt đất. Thời gian thực hiện mỗi vòng quay là 30 phút. Nếu một người vào cabin ở vị trí thấp nhất của đu quay thì sau 10 phút người đó ở độ cao bao nhiêu mét so với mặt đất (giả sử đu quay quay đều)?



♾ HẾT ♾

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

1) Bảng thống kê sau cho biết số lượng các thiên tai xảy ra tại Việt Nam giai đoạn 1990-2021.

Loại thiên tai	Hạn hán	Bệnh dịch	Lũ lụt	Sạt lở đất	Bão
Số lượng	6	9	71	6	94

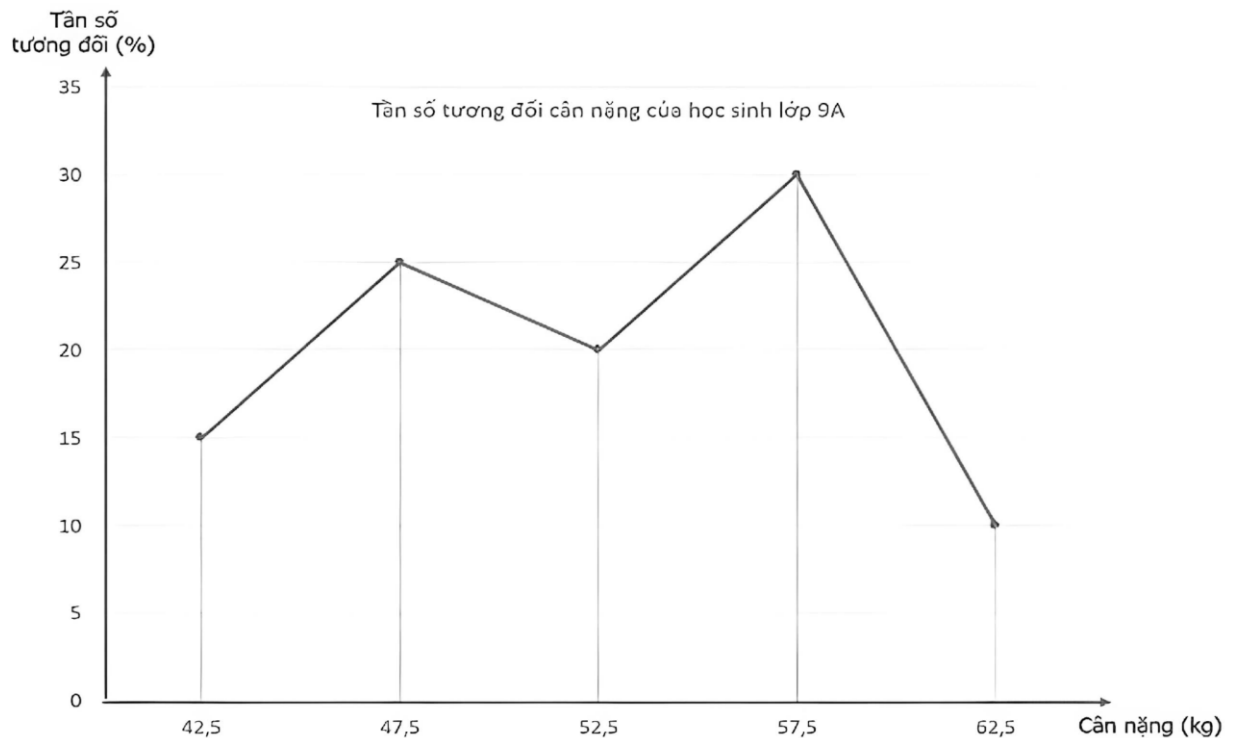
(Theo Vietnam.opendevdevelopmentmekong.net)

Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng biểu diễn số liệu đã cho.

Lời giải

Giá trị đại diện của các nhóm dữ liệu lần lượt là 42,5; 47,5; 52,5; 57,5; 62,5.

Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng biểu diễn số liệu đã cho:



2) Có năm đoạn thẳng có độ dài lần lượt là 2; 4; 6; 8; 10 (cm). Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong năm đoạn thẳng trên. Tính xác suất của biến cố E : “Ba đoạn thẳng được lấy ra lập thành ba cạnh của một tam giác”

Lời giải

Có 5 cách chọn đoạn thẳng thứ nhất

Có 4 cách chọn đoạn thẳng thứ hai

Có 3 cách chọn đoạn thẳng thứ ba

Vậy có $5.4.3 = 60$ cách lấy ra ba đoạn thẳng từ năm đoạn thẳng có độ dài lần lượt là 2; 4; 6; 8; 10(cm) nên số phần tử của không gian mẫu là 60

Trong 10 bộ ba đoạn thẳng đó có ba bộ ba các đoạn thẳng lập thành ba cạnh của một tam giác là

$$\{4\text{cm}; 6\text{cm}; 8\text{cm}\}; \{4\text{cm}; 8\text{cm}; 10\text{cm}\}; \{6\text{cm}; 8\text{cm}; 10\text{cm}\}$$

Mỗi bộ có 6 kết quả thuận lợi

Số kết quả thuận lợi cho biến cố E là $3.6 = 18$

Xác suất của biến cố E là $\frac{18}{60} = \frac{3}{10}$

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = 1 - \frac{1}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$

với $x > 0, x \neq 1$

- 1) Tính giá trị của A khi $x = 4$.
- 2) Rút gọn biểu thức $P = B \cdot A$
- 3) Tìm các giá trị của x để P nhận giá trị nguyên.

Lời giải

1) Thay $x = 4$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A , ta được $A = 1 - \frac{1}{\sqrt{4}} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

2) Ta có $B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1) - (\sqrt{x}+3) + 3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)} = \frac{x - 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$

3) Xét $P = B \cdot A = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}$

Xét $P = 0$ hay $\sqrt{x} - 2 = 0 \Rightarrow x = 4$ (thỏa mãn)

Xét $P \neq 0$. Có $P = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3} = 1 - \frac{5}{\sqrt{x}+3}$.

Để P nhận giá trị nguyên thì $\frac{5}{\sqrt{x}+3}$ nhận giá trị nguyên

Vì $x > 0$ nên $\frac{5}{\sqrt{x}+3} > 0$ (1)

Mặt khác $\sqrt{x}+3 \geq 3$ nên $\frac{5}{\sqrt{x}+3} \leq \frac{5}{3}$ (2)

Từ (1), (2) suy ra :

$$0 < \frac{5}{\sqrt{x}+3} \leq \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{5}{\sqrt{x}+3} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} + 3 = 5$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = 2$$

Nên $x = 4$ (thỏa mãn)

Câu III: (2,5 điểm)

1) Một cửa hàng kinh doanh điện máy sau khi nhập về chiếc tivi, đã bán chiếc tivi đó; cửa hàng thu được tiền lãi là 10% của giá nhập về. Giả sử cửa hàng tiếp tục nâng giá bán chiếc tivi đó thêm 5% của giá đã bán, nhưng bớt cho khách hàng 245 000 đồng, khi đó cửa hàng sẽ thu được tiền lãi là 12% của giá nhập về. Tìm giá tiền khi nhập về của chiếc tivi đó.

2) Hai bạn A và B cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 8 ngày. Hỏi nếu A làm riêng hết $\frac{1}{3}$ công việc rồi nghỉ thì B hoàn thành nốt công việc trong thời gian bao lâu? Biết rằng nếu làm một mình xong công việc thì A làm chậm hơn B là 12 ngày.

3) Cho phương trình: $x^2 + 3x - 10 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị biểu thức

$$A = \frac{x_1 + 2}{x_2} + \frac{x_2 + 2}{x_1}$$

Lời giải

1) Gọi giá nhập về của chiếc tivi là x (đồng). Theo đề cửa hàng thu lãi $\frac{x}{10}$, tức là giá đã bán là $x + \frac{x}{10}$. Nếu cửa hàng tiếp tục nâng giá bán chiếc tivi đó thêm 5% giá đã bán và bớt cho khách hàng 245 000 đồng, khi đó giá bán ra là

$$x + \frac{x}{10} + \frac{5}{100} \left(x + \frac{x}{10} \right) - 245000$$

Theo đề khi đó cửa hàng thu lãi là 12% của giá nhập về nên ta có phương trình :

$$x + \frac{x}{10} + \frac{5}{100} \left(x + \frac{x}{10} \right) - 24500 = x + \frac{12}{100} x$$

Từ đó tính được $x = 7\,000\,000$

Vậy giá nhập về của chiếc tivi đó là 7 triệu đồng.

2) Gọi thời gian bạn A làm một mình hoàn thành công việc là x (giờ, $x > 0$)

Gọi thời gian bạn B làm một mình hoàn thành công việc là y (giờ, $y > 0$).

Trong 1 giờ bạn A làm được số phần công việc là $\frac{1}{x}$ (công việc)

Trong 1 giờ bạn B làm được số phần công việc là $\frac{1}{y}$ (công việc)

Theo bài ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8} \\ x - y = 12 \end{cases}$$

Giải hệ trên ta được: $x = 24$; $y = 12$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy khi làm một mình thì B hoàn thành cả công việc trong 12 ngày

Sau khi A làm được $\frac{1}{3}$ công việc rồi nghỉ thì B làm nốt công việc còn lại trong thời gian là: $\left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot 12 = 8$ ngày

3) Phương trình $x^2 + 3x - 10 = 0$ có hai nghiệm x_1 và x_2 . Theo định lý Viète, ta có

$$x_1 + x_2 = -3; x_1 \cdot x_2 = -10$$

$$A = \frac{x_1 + 2}{x_2} + \frac{x_2 + 2}{x_1} = \frac{x_1(x_1 + 2) + x_2(x_2 + 2)}{x_1 \cdot x_2}$$

$$A = \frac{x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 + 2x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{(x_1^2 + x_2^2) + (2x_1 + 2x_2)}{x_1 \cdot x_2}$$

$$A = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 + 2(x_1 + x_2)}{x_1 \cdot x_2}$$

$$A = \frac{(-3)^2 - 2(-10) + 2(-3)}{-10}$$

$$A = \frac{-23}{10}$$

Câu IV: (4,0 điểm)

1. Một cốc nước hình trụ có đường kính đáy là 10cm đang chứa nước nhưng chưa đầy. Người ta thả vào cốc 6 viên bi hình cầu giống hệt nhau thì thấy mực nước trong cốc dâng lên 5cm (và nước vẫn chưa đầy cốc). Tính bán kính của mỗi viên bi.

Lời giải

Gọi R là bán kính viên bi. Thể tích 6 viên bi là thể tích nước dâng lên trong cốc. Khi đó thể tích 6 viên bi là $V_2 = 6 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot R^3 = 8\pi \cdot R^3$

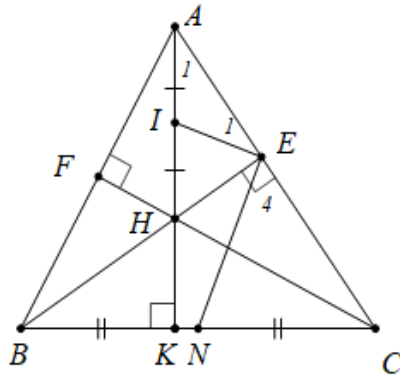
$$\text{Từ đó: } 8\pi \cdot R^3 = 125\pi \Leftrightarrow R = \frac{5}{2} \text{ (cm)}$$

2. Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn. Các đường cao AK , BE và CF cắt nhau tại H . Gọi I là trung điểm của đoạn AH , N là trung điểm của đoạn BC .

a) Chứng minh bốn điểm A , E , H , F nằm trên cùng một đường tròn.

- b) Chứng minh NE là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AH .
c) Chứng minh $CI^2 - IE^2 = CK.CB$.

Lời giải



- a) Chứng minh bốn điểm A, E, H, F nằm trên cùng một đường tròn.

Ta có $AEB = 90^\circ$ (do BE là đường cao của $\triangle ABC$) hay $AEH = 90^\circ$

$AFC = 90^\circ$ (do CF là đường cao của $\triangle ABC$) hay $AFH = 90^\circ$

Suy ra bốn điểm A, E, H, F cùng nằm trên một đường tròn đường kính AH (đpcm)

- b) Chứng minh NE là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AH ;

Vì I là trung điểm của đoạn thẳng AH nên I là tâm đường tròn đường kính AH

Suy ra $IA = IE$

Vì $\triangle IAE$ cân tại I nên $A_1 = E_1$ (1)

$\triangle EBC$ vuông tại E có EN là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền BC

Nên $EN = NC \left(= \frac{BC}{2} \right)$

Suy ra $\triangle ENC$ cân tại N nên $NCE = E_4$ (2)

Xét $\triangle AKC$ vuông tại K có $KCA + A_1 = 90^\circ$ hay $NCE + A_1 = 90^\circ$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $E_1 + E_4 = 90^\circ$

Lại có $E_1 + E_4 + IEN = 180^\circ$ (do A, E, C thẳng hàng)

Suy ra $90^\circ + IEN = 180^\circ$ hay $IE = 90^\circ$

Suy ra $EN \perp EI$ tại E

Do đó NE là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AH (đpcm)

c) Chứng minh $CI^2 - IE^2 = CK \cdot CB$.

Áp dụng định lý Py – Ta – Go $\triangle CIK$ vuông tại K , ta có: $CI^2 = CK^2 + IK^2$

Lại có $IA = IE = IH$ (cùng bán kính đường tròn tâm I)

Suy ra $CI^2 - IE^2 = CK^2 + IK^2 - IE^2$

$$CI^2 - IE^2 = CK^2 + (IK + IE)(IK - IE)$$

$$CI^2 - IE^2 = CK^2 + (IK + IE)(IK - IH) = CK^2 + AK \cdot KH \quad (4)$$

$$\text{Ta lại có } CK \cdot CB = CK(CK + KB) = CK^2 + CK \cdot KB \quad (5)$$

Xét $\triangle KBH$ và $\triangle KAC$ có

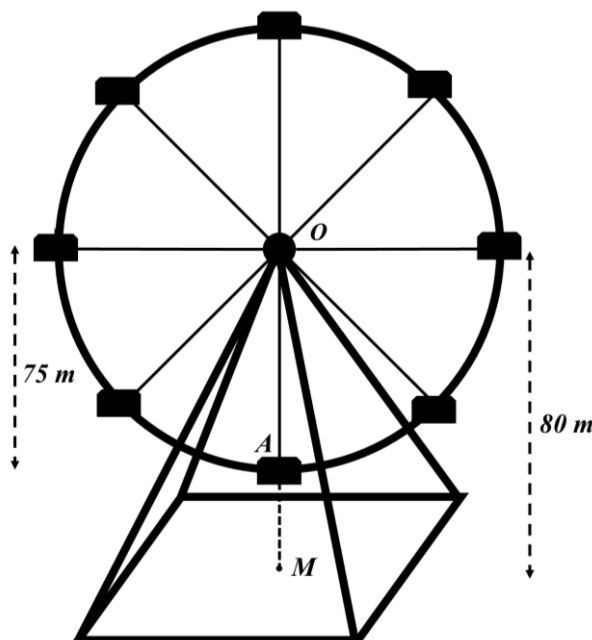
$$KBH = KAC \quad (= 90^\circ - ACB); \quad BKH = AKC = 90^\circ$$

Do đó $\triangle AHK \sim \triangle ACB$ ($g - g$)

$$\text{Nên } \frac{KB}{KA} = \frac{KH}{KC} \text{ suy ra } KA \cdot KH = KB \cdot KC \text{ hay } AK \cdot KH = CK \cdot KB \quad (6)$$

Từ (4), (5) và (6) suy ra $CI^2 - IE^2 = CK \cdot CB$ (đpcm)

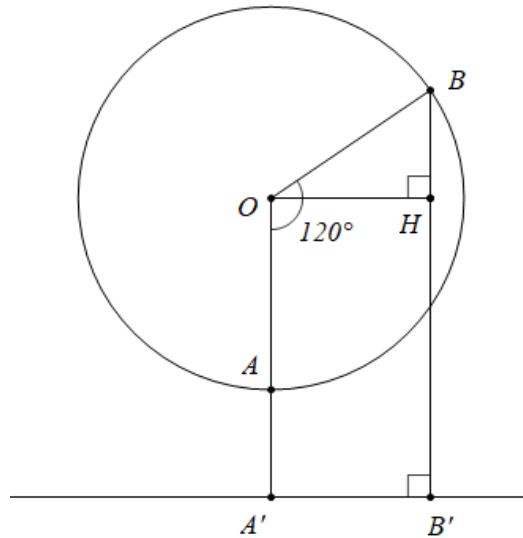
Câu V: (0,5 điểm) Một chiếc đu quay có bán kính 75 m, tâm của vòng quay ở độ cao 80 m so với mặt đất. Thời gian thực hiện mỗi vòng quay là 30 phút. Nếu một người vào cabin ở vị trí thấp nhất của đu quay thì sau 10 phút người đó ở độ cao bao nhiêu mét so với mặt đất (giả sử đu quay quay đều)?



Lời giải

Gọi vị trí ban đầu của người đó là điểm A .

Vì thời gian thực hiện mỗi vòng của đu quay là 30 phút nên khi đu quay quay đều thì 10 phút người đó đi được $\frac{1}{3}$ vòng tròn và đang ở vị trí điểm B như hình vẽ sau:



Gọi A', B' lần lượt là hình chiếu của A, B trên mặt đất, kẻ $OH \perp BB'$.

Ta có: $AOB = \frac{1}{3} \cdot 360^\circ = 120^\circ$, $OA' = 80$ m.

Vì $OA'B'H$ là hình chữ nhật (tứ giác có 3 góc vuông) nên $HB' = OA' = 80$ (m)

Ta có: $AOH = 90^\circ$ suy ra $BOH = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$

Xét tam giác vuông OBH có: $BH = OB \cdot \sin 30^\circ = 75 \cdot \frac{1}{2} = 37,5$ (m)

Mà $BB' = BH + HB' = 37,5 + 80 = 117,5$ (m).

Vậy sau 10 phút người đó ở độ cao 117,5 m so với mặt đất.

☞ HẾT ☞

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: centimét) của 60 lá dương xỉ trưởng thành, người ta có bảng tần số ghép nhóm như sau

Nhóm	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50]	Cộng
Tần số (n)	8	18	24	10	60

- a) Tìm tần số tương đối của mỗi nhóm.
- b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.
- c) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Câu II : (1,5 điểm)

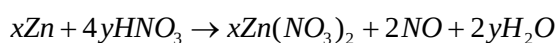
Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{a-\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a}+1} + \frac{2}{a-1} \right)$$

- a) Rút gọn biểu thức A
- b) Tính giá trị của biểu thức A, biết $a = 4 + 2\sqrt{3}$
- c) Tìm a sao cho $A < 0$

Câu III: (2,5 điểm)

- 1) Tìm các hệ số x, y để cân bằng phương trình phản ứng hoá học sau.



2) Bác Lan có 500 triệu đồng để đầu tư vào hai khoản: Trái phiếu và gửi tiết kiệm ngân hàng với kì hạn 12 tháng. Lãi suất của trái phiếu và gửi tiết kiệm ngân hàng lần lượt là 7% / năm và 6% / năm. Tính số tiền mà bác Lan đầu tư vào mỗi khoản để mỗi năm nhận được tiền lãi là 32 triệu đồng từ hai khoản đầu tư đó.

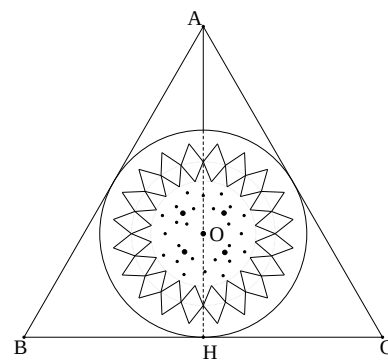
- 3) Cho phương trình: $x^2 - 5x - 6 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Hãy tính giá trị của biểu thức sau:

$$A = \frac{x_1}{x_2 - 1} + \frac{x_2}{x_1 - 1}$$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Đài phun nước ở Công viên Hồ Khánh Hội, TP HCM có dạng đường tròn (gọi là đường tròn tâm O) và được thiết kế theo hình dáng những cánh hoa đan xen nhau, bên dưới là hệ thống phun nước với nhiều độ cao khác nhau kết hợp với hệ thống chiếu sáng và âm nhạc cùng các mảng cây xanh tạo không gian đô thị vui tươi, sinh động.

Một học sinh vẽ tam giác đều ABC ngoại tiếp đường tròn (O) và tính được diện tích tam giác đều là 1200 m^2 . Bạn hãy tính bán kính và chu vi của đường tròn (O) (Kết quả làm tròn



một chữ số thập phân và $\pi = 3,14$).

2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O . Các đường cao AD , BE , CF của tam giác ABC cắt nhau tại H .

a) Chứng minh bốn điểm A, B, D, E cùng thuộc một đường tròn..

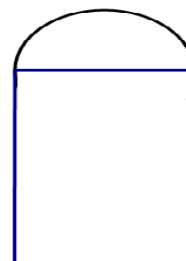
b) Chứng minh $DB \cdot DC = DH \cdot DA$.

c) Đường thẳng AO cắt đường tròn tâm O tại điểm K khác điểm A . Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng HK và BC . Chứng minh I là trung điểm của đoạn thẳng BC .

d) Tính $\frac{AH}{AD} + \frac{BH}{BE} + \frac{CH}{CF}$.

Câu V: (0,5 điểm)

Bác Nam muốn làm một cửa sổ khuôn gỗ, phía trên có dạng nửa hình tròn, phía dưới có dạng hình chữ nhật. Biết rằng đường kính của nửa hình tròn cũng là cạnh phía trên của hình chữ nhật và tổng độ dài của khuôn gỗ (các đường in đậm trong hình bên, bỏ qua độ rộng của cạnh khuôn gỗ) là 8 m . Em hãy giúp bác An tính độ dài các cạnh của hình chữ nhật để cửa sổ có diện tích lớn nhất.



☞ HẾT ☞

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

1) Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: centimét) của 60 lá dương xỉ trưởng thành, người ta có bảng tần số ghép nhóm như sau

Nhóm	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50]	Cộng
Tần số (n)	8	18	24	10	60

a) Tìm tần số tương đối của mỗi nhóm.

b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

c) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Lời giải

a) (0,5 điểm) Tần số tương đối của các nhóm lần lượt là:

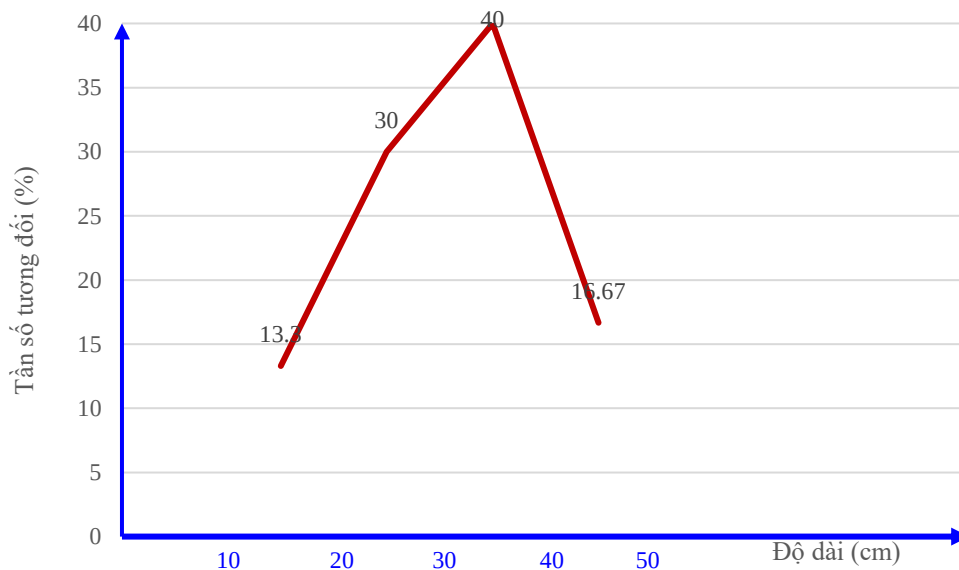
$$f_1 = \frac{8.100}{60} \% = 13,33\%; f_2 = \frac{18.100}{60} \% = 30\%$$

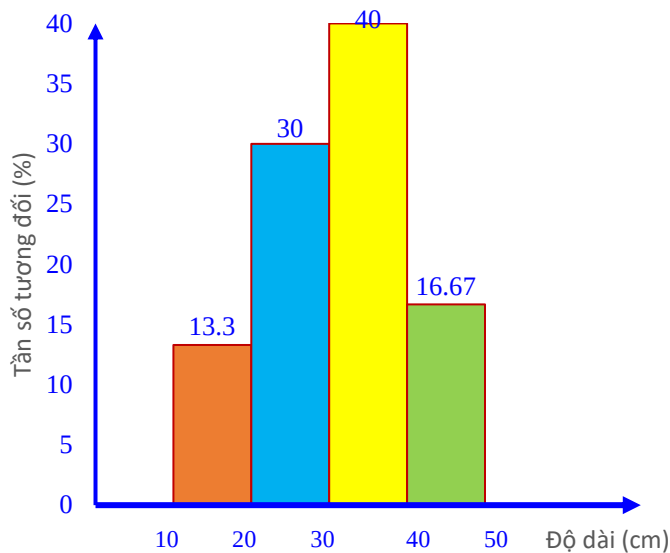
$$f_3 = \frac{24.100}{60} \% = 40\%; f_4 = \frac{10.100}{60} \% = 16,67\%$$

b) (0,5 điểm) Bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó

Nhóm	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50]	Cộng
Tần số tương đối (%)	13,33	30	40	16,67	100

c) (0,5 điểm)





Câu II : (1,5 điểm)

Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{a-\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a}+1} + \frac{2}{a-1} \right)$$

- Rút gọn biểu thức A
- Tính giá trị của biểu thức A, biết $a = 4 + 2\sqrt{3}$
- Tìm a sao cho $A < 0$

Lời giải

a) (0,5 điểm)

Điều kiện $0 < a \neq 1$

$$\text{Khi đó ta có } A = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a}+1} + \frac{2}{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)} \right)$$

$$A = \frac{a-1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} : \frac{\sqrt{a}+1}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)} = \frac{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} : \frac{\sqrt{a}+1}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}$$

$$= \frac{(\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}} : \frac{1}{(\sqrt{a}-1)}$$

$$= \frac{(\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}} \cdot \frac{(\sqrt{a}-1)}{1} = \frac{a-1}{\sqrt{a}}$$

$$\text{Vậy } A = \frac{a-1}{\sqrt{a}}$$

b) (0,5 điểm)

$$a = 4 + 2\sqrt{3} = (\sqrt{2} + 1)^2$$

$$A = \frac{2 + 2\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} = \frac{2(1 + \sqrt{2})}{\sqrt{2} + 1} = 2$$

Vậy với $a = 4 + 2\sqrt{3}$ thì giá trị của biểu thức A là 2

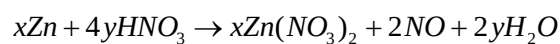
c) (0,5 điểm)

$$\text{Với } 0 < a \neq 1 \text{ thì } A < 0 \Leftrightarrow \frac{a-1}{\sqrt{a}} < 0 \Rightarrow a-1 < 0 \Leftrightarrow a < 1$$

Kết hợp với điều kiện ta có $A < 0$ khi $0 < a < 1$

Câu III: (2,5 điểm)

1) (0,5 điểm) Tìm các hệ số x, y để cân bằng phương trình phản ứng hoá học sau.



Lời giải

Vì chỉ số của Zn và H ở hai bên phương trình phản ứng bằng nhau, nên ta chỉ quan tâm đến chỉ số của N và O

Theo định luật bảo toàn nguyên tố đối với N và O, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 4y = 2x + 2 \\ 12y = 6x + 2 + 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y - 2x = 2 \\ 10y - 6x = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y - x = 1 & (1) \\ 5y - 3x = 1 & (2) \end{cases}$$

$$\text{Nhân 2 về pt (1) với 3 ta được hệ pt: } \begin{cases} 6y - 3x = 3 \\ 5y - 3x = 1 \end{cases}$$

Trừ từng vế 2 pt trên ta được $y = 2$

Thay $y = 2$ vào pt (1) ta được $x = 3$

Vậy ta có phương trình sau cân bằng $3\text{Zn} + 8\text{HNO}_3 \rightarrow 3\text{Zn}(\text{NO}_3)_2 + 2\text{NO} + 4\text{H}_2\text{O}$

2) (1,5 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Bác Lan có 500 triệu đồng để đầu tư vào hai khoản: Trái phiếu và gửi tiết kiệm ngân hàng với kì hạn 12 tháng. Lãi suất của trái phiếu và gửi tiết kiệm ngân hàng lần lượt là 7% / năm và 6% /

năm. Tính số tiền mà bác Lan đầu tư vào mỗi khoản để mỗi năm nhận được tiền lãi là 32 triệu đồng từ hai khoản đầu tư đó.

Lời giải

Gọi số tiền bác Lan đầu tư vào hai khoản trái phiếu và gửi tiết kiệm lần lượt là x (triệu đồng), y (triệu đồng) ($x > 0$, $y > 0$)

Theo bài ra, bác Lan có 500 triệu đồng để đầu tư vào 2 khoản nên ta có phương trình:

$$x + y = 500 \quad (1)$$

Mặt khác, số tiền đầu tư vào 2 khoản có lãi suất lần lượt là 7% / năm và 6% / năm và tổng số tiền lãi 1 năm nhận được là 32 triệu đồng nên ta có pt:

$$7\%.x + 6\%.y = 32 \text{ hay } 7.x + 6.y = 3200 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ pt:
$$\begin{cases} x + y = 500 \\ 7x + 6y = 3200 \end{cases}$$

Từ pt (1), ta có: $y = 500 - x$

Thế $y = 500 - x$ vào pt (2) ta được: $7.x + 6.(500 - x) = 3200$

$$x + 3000 = 3200$$

$$x = 200 \text{ (TMĐK)}$$

Thay $x = 200$ vào pt $y = 500 - x$, ta có:

$$y = 500 - 200 = 300 \text{ (TMĐK)}$$

Vậy số tiền mà bác Lan đầu tư vào trái phiếu và gửi tiết kiệm lần lượt là 200 triệu đồng và 300 triệu đồng.

3) **(0,5 điểm)** Cho phương trình: $x^2 - 5x - 6 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Hãy tính giá trị của biểu

thức sau: $A = \frac{x_1}{x_2 - 1} + \frac{x_2}{x_1 - 1}$

Lời giải

PT: $x^2 - 5x - 6 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = -6 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } A = \frac{x_1}{x_2 - 1} + \frac{x_2}{x_1 - 1} = \frac{x_1(x_1 - 1) + x_2(x_2 - 1)}{(x_1 - 1)(x_2 - 1)}$$

$$A = \frac{x_1^2 + x_2^2 - (x_1 + x_2)}{x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - (x_1 + x_2)}{x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1}$$

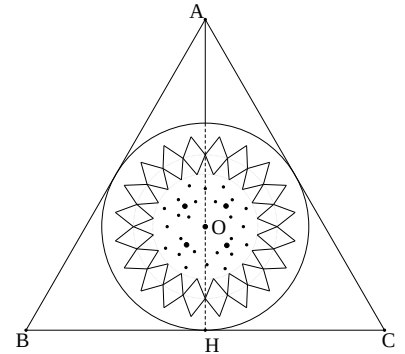
$$\text{Vậy: } A = \frac{5^2 - 2 \cdot (-6) - 5}{-6 - 5 + 1} = \frac{-16}{5}$$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) (1,0 điểm) Đài phun nước ở Công viên Hồ Khánh Hội, TP HCM có

dạng đường tròn (gọi là đường tròn tâm O) và được thiết kế theo hình dáng những cánh hoa đan xen nhau, bên dưới là hệ thống phun nước với nhiều độ cao khác nhau kết hợp với hệ thống chiếu sáng và âm nhạc cùng các mảng cây xanh tạo không gian đô thị vui tươi, sinh động.

Một học sinh vẽ tam giác đều ABC ngoại tiếp đường tròn (O) và tính được diện tích tam giác đều là 1200 m^2 . Bạn hãy tính bán kính và chu vi của đường tròn (O) (Kết quả làm tròn một chữ số thập phân và $\pi = 3,14$).



Lời giải

Gọi O là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.

Khi đó O là giao điểm 3 đường phân giác.

Mà $\triangle ABC$ đều nên AH là đường phân giác cũng là đường cao, đường trung tuyến.

Do đó O là trọng tâm $\triangle ABC$ và $AH = 3.OH = 3.R$.

$$\text{và } \angle HAC = \frac{\angle BAC}{2} = 30^\circ; \quad BC = 2.HC$$

Xét $\triangle HAC$ vuông tại H ta có

$$HC = AH \cdot \tan 30^\circ = 3R \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = R\sqrt{3}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = AH \cdot HC = 3R \cdot R\sqrt{3} = 3\sqrt{3}R^2$$

$$1200 = 3\sqrt{3}R^2$$

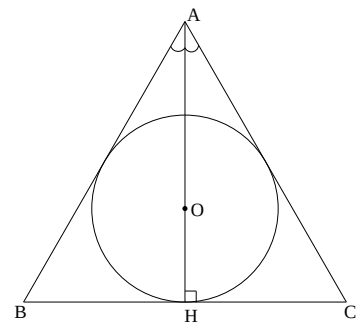
$$R = \sqrt{\frac{1200}{3\sqrt{3}}} \approx 15,2 \text{ (m)}$$

Chu vi đường tròn (O) là $2.3,14.15,2 \approx 95,5 \text{ (m)}$

Vậy bán kính (O) là $15,2 \text{ m}$; chu vi là $95,5 \text{ m}$.

2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O . Các đường cao AD , BE , CF của tam giác ABC cắt nhau tại H .

a) Chứng minh bốn điểm A, B, D, E cùng thuộc một đường tròn.



b) Chứng minh $DB.DC = DH.DA$.

c) Đường thẳng AO cắt đường tròn tâm O tại điểm K khác điểm A. Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng HK và BC. Chứng minh I là trung điểm của đoạn thẳng BC.

d) Tính $\frac{AH}{AD} + \frac{BH}{BE} + \frac{CH}{CF}$.

Lời giải

a) **(0,75 điểm)**

Ta có: $ADB = 90^\circ$ (vì $AD \perp BC$

$AEB = 90^\circ$ (vì $BE \perp AC$)

Xét tứ giác ABDF có $ADB = AEB = 90^\circ$
mà D và F là 2 đỉnh kề nhau cùng cạnh
AB

dưới 1 góc vuông

Nên 4 điểm A, B, D, E cùng thuộc một
đường tròn.

b) **(0,75 điểm)** Xét đường tròn ngoại tiếp
tứ giác ABDF có

EBD là góc nội tiếp chắn cung DE

EAD là góc nội tiếp chắn cung DE

Nên $EBD = EAD$ (Hệ quả góc nội tiếp) hay

$HBD = CAD$

Xét $\triangle BHD$ và $\triangle ACD$ có $HDB = CDA = 90^\circ$

$HBD = CAD$ (cmt)

Do đó $\triangle BHD$ đồng dạng với $\triangle ACD$ (g-g)

Suy ra $\frac{DB}{AD} = \frac{DH}{DC} \Rightarrow DB.DC = DH.DA$

c) **(0,75 điểm)** Chứng minh I là trung điểm của đoạn thẳng BC.

Xét đường tròn (O) có:

$ABK = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn), do đó
 $KB \perp AB$.

Mặt khác: $CH \perp AB$ (giả thiết)

Suy ra: $KB \parallel CH$ (quan hệ vuông góc song song) (1)

Xét đường tròn (O) có: $ACK = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn
nửa đường tròn), do đó $KC \perp AC$.

Mặt khác: $BH \perp AC$ (giả thiết)

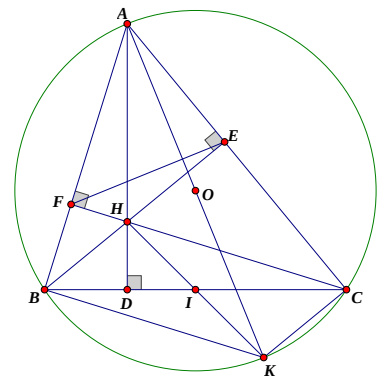
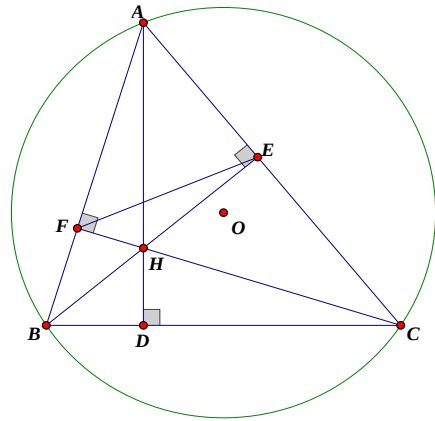
Suy ra: $KC \parallel BH$ (quan hệ vuông góc song song) (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác BHCK là hình bình hành
(dấu hiệu nhận biết), suy ra hai đường chéo BC và
HK

cắt nhau tại trung điểm mỗi đường (tính chất).

Mà I là giao điểm của BC và HK nên I là trung điểm
của BC.

d) **(0,75 điểm)** Tính $\frac{AH}{AD} + \frac{BH}{BE} + \frac{CH}{CF}$.



Đặt $P = \frac{AH}{AD} + \frac{BH}{BE} + \frac{CH}{CF}$

Khi đó

$$P = \frac{AD - HD}{AD} + \frac{BE - HE}{BE} + \frac{CF - HF}{CF}$$

$$P = 1 - \frac{HD}{AD} + 1 - \frac{HE}{BE} + 1 - \frac{HF}{CF}$$

$$P = 3 - \left(\frac{HD}{AD} + \frac{HE}{BE} + \frac{HF}{CF} \right)$$

Ta có: $\frac{HD}{AD} = \frac{\frac{1}{2}HD \cdot BC}{\frac{1}{2}AD \cdot BC} = \frac{S_{\Delta HBC}}{S_{\Delta ABC}}$

Chúng minh tương tự ta có:

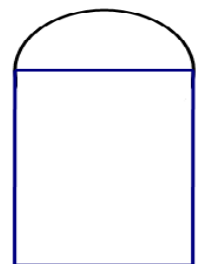
$$\frac{HE}{BE} = \frac{S_{\Delta HAC}}{S_{\Delta ABC}}; \quad \frac{HF}{CF} = \frac{S_{\Delta HAB}}{S_{\Delta ABC}}$$

$$\frac{HD}{AD} + \frac{HE}{BE} + \frac{HF}{CF} = \frac{S_{\Delta HBC}}{S_{\Delta ABC}} + \frac{S_{\Delta HAC}}{S_{\Delta ABC}} + \frac{S_{\Delta HAB}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{S_{\Delta HBC} + S_{\Delta HAC} + S_{\Delta HAB}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta ABC}} = 1$$

Vậy $P = \frac{AH}{AD} + \frac{BH}{BE} + \frac{CH}{CF} = 3 - 1 = 2$

Câu V (0,5 điểm)

Bác Nam muốn làm một cửa sổ khuôn gỗ, phía trên có dạng nửa hình tròn, phía dưới có dạng hình chữ nhật. Biết rằng đường kính của nửa hình tròn cũng là cạnh phía trên của hình chữ nhật và tổng độ dài của khuôn gỗ (các đường in đậm trong hình bên, bỏ qua độ rộng của cạnh khuôn gỗ) là 8m. Em hãy giúp bác An tính độ dài các cạnh của hình chữ nhật để cửa sổ có diện tích lớn nhất.



Lời giải

Gọi đường kính của nửa hình tròn là $x(m; 0 < x < 8)$

Khi đó bán kính: $\frac{x}{2}(m)$

Gọi cạnh còn lại của hình chữ nhật là $y(m; 0 < y < 8)$

khi đó tổng độ dài của khuôn gỗ

$$\frac{\pi x}{2} + x + 2y = 8$$

$$\left(\frac{\pi}{2} + 1\right)x + 2y = 8$$

$$y = 4 - \left(\frac{\pi + 2}{4}\right)x$$

$$\text{S của sô} \quad S = \frac{1}{2}\pi \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 + xy = \frac{\pi x^2}{8} + xy$$

$$\frac{\pi x^2}{8} + x \left[4 - \left(\frac{\pi + 2}{4}\right)x \right]$$

$$= \dots = -\frac{\pi + 4}{8} \left(x - \frac{16}{\pi + 4} \right)^2 + \frac{32}{\pi + 4} \leq \frac{32}{\pi + 4}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi} \quad x = \frac{16}{\pi + 4} \quad \text{nên} \quad y = \frac{8}{\pi + 4}$$

☞ HẾT ☞

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Một túi đựng 10 tấm thẻ bài có kích thước giống nhau và được ghi số 1; 2; 3; ...; 10.

Hoa rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ trong hộp. Tính xác suất của các biến cố:

A: “Rút được tấm thẻ có ghi số chia hết cho 2”;

2) Một bác thợ đóng giày thống kê lại độ dài bàn chân (đơn vị: cm) của 60 khách hàng ở bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[27;28)	[28;29)	[29;30)	[30;31)	Cộng
Tần số (n)	8	18	24	10	60

1) Tìm tần số tương đối của mỗi nhóm.

2) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho mẫu số liệu trên.

3) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột biểu diễn mẫu số liệu trên.

Câu II: (1,5 điểm) Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}+8}{3\sqrt{x}}$ và $Q = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{7\sqrt{x}+3}{9-x}$

với $x \geq 0$ và $x \neq 9$

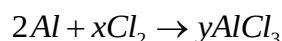
1) Tính giá trị của biểu thức P khi $x = 4$

2) Chứng minh: $Q = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$

3) Tìm $x \in \mathbb{Q}$ để $A \geq 2$ với $A = P.Q$

Câu III: (2,5 điểm)

1) Tìm các hệ số x, y trong phản ứng hóa học đã được cân bằng sau:



2) Một phân xưởng theo kế hoạch phải dệt 3000 tấm thảm. Trong 8 ngày đầu họ đã thực hiện được đúng kế hoạch, những ngày còn lại họ đã dệt vượt mức mỗi ngày 10 tấm, nên đã hoàn thành kế hoạch trước 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng phải dệt bao nhiêu tấm ?

3) Cho phương trình $2x^2 - 3x - 1 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 , không giải phương trình hãy tính

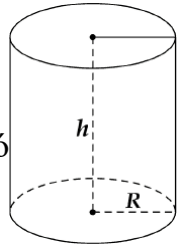
giá trị của biểu thức $A = \frac{x_1 - 1}{x_2 + 1} + \frac{x_2 - 1}{x_1 + 1}$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một doanh nghiệp sản xuất vỏ hộp sữa ông thọ dạng hình trụ, có chiều cao bằng 12cm . Biết thể tích của hộp là $192\pi\text{cm}^3$. Tính tiền mà doanh nghiệp cần chi để sản xuất 10.000 vỏ hộp sữa thọ (kể cả hai nắp hộp), biết chi phí để sản xuất vỏ hộp đó là 80.000 đồng/ m^2 . (làm tròn kết quả đến hàng nghìn của m^2)



trụ, có
số
ông



2) Cho tứ giác ABCD có AB nhỏ hơn AD; BC nhỏ hơn CD nội tiếp đường tròn đường kính BD, AB cắt DC tại E; CB cắt DA tại F, DB cắt EF tại G.

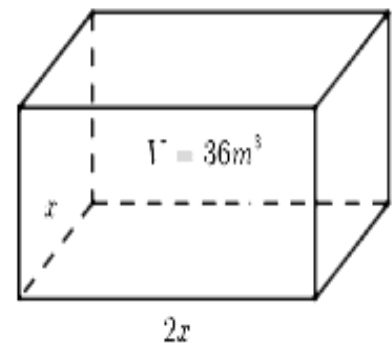
- Chứng minh rằng $BD \perp EF$ tại G
- Chứng minh bốn điểm F, G, B, A cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh rằng $BA \cdot BE = BC \cdot BF = BD \cdot BG$
- Chứng minh rằng B là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ACG$

Câu V: (0,5 điểm) 1) Học sinh chọn một trong hai câu dưới đây để làm bài.

1) Với x, y là các số thực dương thay đổi thỏa mãn $x^2 + 2xy + 2y^2 - 2y = 8$. Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức $P = \frac{2}{x} + \frac{4}{y} - y$

2) Bác Duy muốn xây một bể chứa nước có dạng hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 36m^3 . Đáy bể có dạng hình chữ nhật với chiều rộng là $x(\text{m})$, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bác Duy muốn phần diện tích cần xây (bao gồm diện tích xung quanh và đáy bể) là nhỏ nhất để tiết kiệm chi phí thì x phải bằng bao nhiêu?



HƯỚNG DẪN

LÀM LỜI GIẢI CHI TIẾT CHO ĐỀ TRÊN.

Câu I: 1) Gọi E là tập tất cả các kết quả có thể xảy ra $E = \{1; 2; 3; \dots; 10\}$.

A : “Rút được tấm thẻ có ghi số chia hết cho 2”

$$A = \{2; 4; 6; 8; 10\}$$

Vậy xác suất của A là: $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.

2) Một bác thợ đóng giày thống kê lại độ dài bàn chân (đơn vị: cm) của 60 khách hàng ở bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[27; 28)	[28; 29)	[29; 30)	[30; 31)	Cộng
Tần số (n)	8	18	24	10	60

1) Tìm tần số tương đối của mỗi nhóm.

2) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho mẫu số liệu trên.

3) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột biểu diễn mẫu số liệu trên.

Lời giải

1) Tần số tương đối của các nhóm lần lượt là:

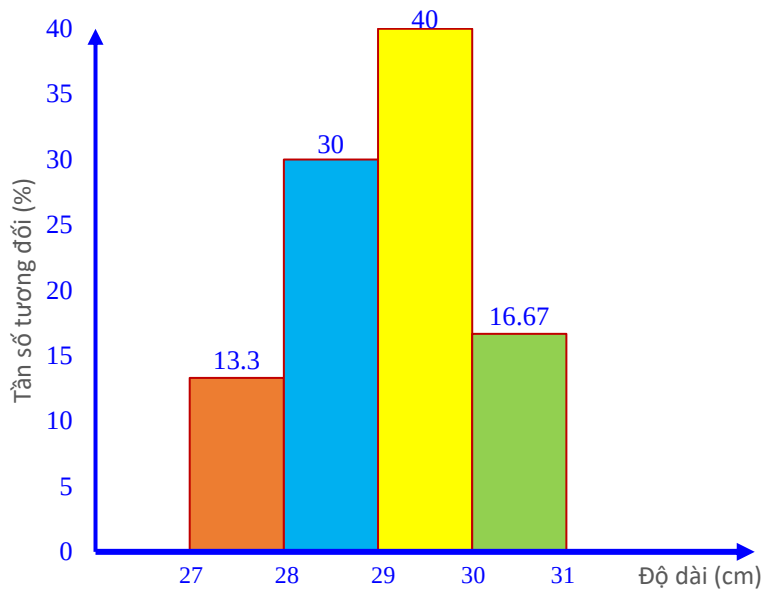
$$f_1 = \frac{8.100}{60} \% = 13,33\%; f_2 = \frac{18.100}{60} \% = 30\%$$

$$f_3 = \frac{24.100}{60} \% = 40\%; f_4 = \frac{10.100}{60} \% = 16,67\%$$

2) Bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó

Nhóm	[27; 28)	[28; 29)	[29; 30)	[30; 31)	Cộng
Tần số tương đối (%)	13,33	30	40	16,67	100

3)



Câu II: Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}+8}{3\sqrt{x}}$ và $Q = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{7\sqrt{x}+3}{9-x}$

với $x \geq 0$ và $x \neq 9$

1) Tính giá trị của biểu thức P khi $x = 4$

2) Chứng minh: $Q = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$

3) Tìm $x \in \mathbb{Q}$ để $A \geq 2$ với $A = P.Q$

Bài giải:

1) Thay $x = 4$ (TMĐK) vào biểu thức P, ta có:

$$P = \frac{\sqrt{4}+8}{3\sqrt{4}} = \frac{2+8}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$\text{Vậy } x = 4 \text{ thì } P = \frac{5}{3}$$

2) Với $x \geq 0; x \neq 9$. Ta có

$$Q = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{7\sqrt{x}+3}{9-x}$$

$$Q = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{7\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$Q = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+3) + 2\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) - 7\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$Q = \frac{3x - 9\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} = \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} (\text{đpcm})$$

$$2) \text{ Ta có } A = P.Q = \frac{\sqrt{x} + 8}{3\sqrt{x}} \cdot \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} = \frac{\sqrt{x} + 8}{\sqrt{x} + 3}$$

$$\text{Để } A \geq 2 \text{ thì } \frac{\sqrt{x} + 8}{\sqrt{x} + 3} \geq 2 \text{ suy ra } \frac{\sqrt{x} + 8}{\sqrt{x} + 3} - 2 \geq 0 \text{ suy ra } \frac{-\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 3} \geq 0$$

$$\text{Suy ra } -\sqrt{x} + 2 \geq 0 \text{ (Vì } \sqrt{x} + 3 > 0 \forall x > 0, x \neq 9)$$

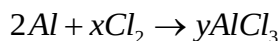
$$-\sqrt{x} \geq -2 \text{ suy ra } \sqrt{x} \leq 2 \text{ thì } x \leq 4$$

Kết hợp với điều kiện $x > 0, x \neq 9$ và $x \in \mathbb{Q}$

Vậy $x \in \{1; 2; 3; 4\}$ thì $A \geq 2$

Câu III:

1) Tìm các hệ số x, y trong phản ứng hóa học đã được cân bằng sau:



Bài giải:

$$\text{Ta có } \begin{cases} 2 = y \\ 2x = 3y \end{cases} \quad \begin{cases} 2 = y \\ 2x = 3 \cdot 2 = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy $x = 3; y = 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

2) Một phân xưởng theo kế hoạch phải dệt 3000 tấm thảm. Trong 8 ngày đầu họ đã thực hiện được đúng kế hoạch, những ngày còn lại họ đã dệt vượt mức mỗi ngày 10 tấm, nên đã hoàn thành kế hoạch trước 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng phải dệt bao nhiêu tấm?

Bài giải:

Gọi số tấm thảm phân xưởng phải dệt trong một ngày theo kế hoạch là x (tấm)

(ĐK $x \in \mathbb{N}^*$)

*Theo kế hoạch:

+ Tổng số sản phẩm làm là 3000 (tấm)

+ Thời gian dự định hoàn thành là $\frac{3000}{x}$ (ngày)

*Thực tế:

- 8 ngày đầu phân xưởng thực hiện đúng kế hoạch nên phân xưởng đã làm được là $8x$ (sản phẩm)

- Số sản phẩm phải làm trong những ngày còn lại là $3000 - 8x$ (sp)
- Năng suất làm trong những ngày còn lại là $x + 10$ (tấm / ngày)
- Thời gian hoàn thành số sản phẩm còn lại là $\frac{3000 - 8x}{x + 10}$ (ngày)

Vì thời gian thực tế ít hơn kế hoạch là 2 ngày nên ta có phương trình

$$\frac{3000}{x} - \left(\frac{3000 - 8x}{x + 10} + 8 \right) = 2$$

$$\frac{3000}{x} - \frac{3000 - 8x}{x + 10} - 8 = 2$$

$$\frac{3000}{x} - \frac{3000 - 8x}{x + 10} = 2 + 8 = 10$$

$$\frac{3000(x + 10) - x(3000 - 8x)}{x(x + 10)} = \frac{10x(x + 10)}{x(x + 10)}$$

$$3000x + 30000 - 3000x + 8x^2 = 10x^2 + 100x$$

$$10x^2 - 8x^2 + 100x - 30000 = 0$$

$$2x^2 + 100x - 30000 = 0$$

$$x^2 + 50x - 15000 = 0$$

$$(x - 100).(x + 150) = 0$$

$$x = 100 \text{ (tmđk)} \text{ hoặc } x = -150 \text{ (ko tmđk)}$$

Vậy số tấm thảm phân xưởng phải dệt trong một ngày theo kế hoạch là 100 (tấm)

3) Cho phương trình $2x^2 - 3x - 1 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 , không giải phương trình hãy tính

giá trị của biểu thức $A = \frac{x_1 - 1}{x_2 + 1} + \frac{x_2 - 1}{x_1 + 1}$

Bài giải:

Xét phương trình $2x^2 - 3x - 1 = 0$ (1) có $a = 2, b = -3, c = -1$

Do $a.c = -2 < 0$ nên pt(1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Áp dụng hệ thức viete có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{3}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

Do đó $A = \frac{x_1 - 1}{x_2 + 1} + \frac{x_2 - 1}{x_1 + 1} = \frac{x_1^2 + x_2^2 - 2}{x_1 \cdot x_2 + (x_1 + x_2) + 1}$

$$= \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 2}{x_1x_2 + (x_1 + x_2) + 1} = \frac{\left(\frac{-3}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right) - 2}{\frac{-1}{2} + \frac{3}{2} + 1} = \frac{\frac{9}{4} + 1 - 2}{1 + 1} = \frac{\frac{5}{4}}{2} = \frac{5}{8}$$

Câu IV:

- 1) Một doanh nghiệp sản xuất vỏ hộp sữa ông thọ dạng hình trụ, có chiều cao bằng $12cm$. Biết thể tích của hộp là $192\pi cm^3$. Tính số tiền mà doanh nghiệp cần chi để sản xuất 10 000 vỏ hộp sữa ông thọ (kể cả hai nắp hộp), biết chi phí để sản xuất vỏ hộp đó là 80.000 đồng/ m^2 . (làm tròn kết quả đến phần nghìn của m^2)

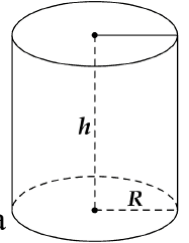


Giải

Vì hộp sữa hình trụ có chiều cao $h = 12cm$ và thể tích $V_{\text{hộp}} = 192\pi cm^3$ nên:
 $V = \pi r^2 h$

$$192\pi = 12\pi r^2 \text{ suy ra } r^2 = 16 \text{ suy ra } r = 4cm$$

Vì hộp sữa hình trụ có $r = 4cm$ và chiều cao $h = 12cm$ nên diện tích toàn phần của hộp sữa là: $S_p = 2\pi r(h + r) \approx 402,124cm^2 \approx 0,04m^2$

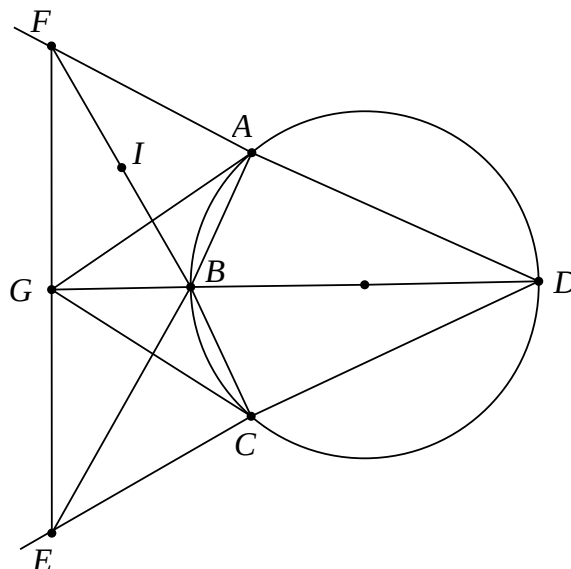


Chi phí sản xuất 10.000 vỏ hộp sữa là : $0,04.10000.80000 = 32000000$ đồng

- 2) Cho tứ giác ABCD có AB nhỏ hơn AD; BC nhỏ hơn CD nội tiếp đường tròn đường kính BD, AB cắt DC tại E; CB cắt DA tại F, DB cắt EF tại G.

- Chứng minh rằng $BD \perp EF$ tại G
- Chứng minh bốn điểm F, G, B, A cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh rằng $BA \cdot BE = BC \cdot BF = BD \cdot BG$
- Chứng minh rằng B là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ACG$

Bài giải:



- Chứng minh rằng $BD \perp EF$ tại G

Có $\angle BAD = \angle BCD = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính BD)

Suy ra $AE \perp DF$ và $FC \perp DE$

Mà AE cắt FC tại B

Suy ra B là trực tâm của $\triangle DEF$

Suy ra $BD \perp EF$ tại G

b. Chứng minh bốn điểm F, G, B, A cùng thuộc một đường tròn.

Gọi I là trung điểm của FB

Ta có $BD \perp EF$ tại G (cmt)

Suy ra $\triangle FGB$ vuông tại G suy ra $GI = IF = IB$ (1)

$AE \perp DF$ (cmt) suy ra $\rightarrow \triangle FBA$ vuông tại A suy ra $AI = IF = IB$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $GI = AI = IF = IB$

Suy ra bốn điểm F, G, B, A cùng thuộc một đường tròn. (đpcm)

c. Chứng minh rằng $BA \cdot BE = BC \cdot BF = BD \cdot BG$

+ c/m $\triangle BFA \sim \triangle BEC$ (g.g)

Suy ra $\frac{BA}{BC} = \frac{BF}{BE}$ suy ra $BA \cdot BE = BF \cdot BC$ (1)

+ c/m $\triangle BGF \sim \triangle BCD$ (g.g) suy ra $\frac{BF}{BD} = \frac{BG}{BC}$ suy ra $BF \cdot BC = BD \cdot BG$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BA \cdot BE = BC \cdot BF = BD \cdot BG$ (đpcm)

d. Chứng minh rằng B là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ACG$

+ Xét tứ giác ABGF có bốn điểm F, G, B, A cùng thuộc một đường tròn đường kính BF (theo câu b) suy ra tứ giác ABGF nội tiếp đường tròn đường kính BF.

+ Do $\angle BCE = \angle BGE = 90^\circ$ nên Tứ giác DCEG nội tiếp đường tròn đường kính BE.

+ Do $\angle EAF = \angle ECF = 90^\circ$ nên Tứ giác ACEF nội tiếp đường tròn đường kính EF.

Do đó $\angle GAB = \angle GFB$ ($= \frac{1}{2}$ số cung BG)

$\angle CAE = \angle EFA$ ($= \frac{1}{2}$ số cung CE)

Suy ra $\angle BAG = \angle CAE$ ($= \angle EFC$) suy ra AB là đường phân giác của $\triangle ACG$ (1)

Do đó $\angle FCA = \angle FEA$ ($= \frac{1}{2}$ số cung AF)

$\angle GCF = \angle GEB$ ($= \frac{1}{2}$ số cung BG)

Suy ra $\angle FCA = \angle GCF$ ($= \angle FAE$) suy ra CB là đường phân giác của $\triangle ACG$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra B là giao hai đường phân giác của $\triangle ACG$

Suy ra B là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ACG$ (đpcm)

Câu V:

Chứng minh BĐT Cô – si: với $a \geq 0, b \geq 0$

Ta có: $a + b \geq 2\sqrt{ab}$

Suy ra $a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0$

Suy ra $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$

Vậy bất đẳng thức luôn đúng.

1) Với các số thực x, y không âm thỏa mãn $x^2 + y^2 = 8$, tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{xy + 16}{x + y}$

Lời giải

Có

$$x^2 + y^2 = 8$$

$$\Leftrightarrow (x + y)^2 = 8 + 2xy$$

$$\Leftrightarrow xy = \frac{(x + y)^2 - 8}{2}$$

Thay $xy = \frac{(x + y)^2 - 8}{2}$ vào P

$$\text{Có } P = \frac{\frac{(x + y)^2 - 8}{2} + 16}{x + y}$$

$$P = \frac{(x + y)^2 + 24}{2(x + y)}$$

$$P = \frac{1}{2} \left(x + y + \frac{24}{x + y} \right)$$

Ta có x, y là hai số không âm nên áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có

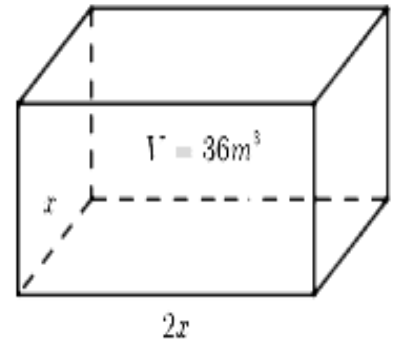
$$x + y + \frac{24}{x + y} \geq 2\sqrt{24}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \left(x + y + \frac{24}{x + y} \right) \geq \sqrt{24}$$

$$\Rightarrow P \geq \sqrt{24}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\sqrt{24}$ khi $x + y = \sqrt{24}$

2) Bác Duy muốn xây một bể chứa nước có dạng hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 36m^3 . Đáy bể có dạng hình chữ nhật với chiều rộng là $x(\text{m})$, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bác Duy muốn phần diện tích cần xây (bao gồm diện tích xung quanh và đáy bể) là nhỏ nhất để tiết kiệm chi phí thì x phải bằng bao nhiêu?



Bài giải:

Có hai số không âm a, b , áp dụng BĐT Cô – si. Ta có: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

Suy ra $a+b \geq 2\sqrt{ab}$

Diện tích đáy bể $x \cdot 2x = 2x^2 (\text{m}^2)$

Chiều cao bể $36 : (2x^2) = \frac{18}{x^2} \text{ m}$

Diện tích xung quanh bể $2 \cdot (x + 2x) \cdot \frac{18}{x^2} = \frac{108}{x} \text{ m}^2$

Áp dụng BĐT Cô – si cho $2x^2; \frac{54}{x}$ (vì $x > 0$)

Diện tích cần sơn $S = 2x^2 + \frac{108}{x} \text{ m}^2 = 2x^2 + \frac{54}{x} + \frac{54}{x} \geq 3\sqrt{2x^2 \cdot \frac{54}{x} \cdot \frac{54}{x}} = 54$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $2x^2 = \frac{54}{x}$

Suy ra $x^3 = 27$ suy ra $x = 3$

Vậy diện tích cần sơn nhỏ nhất là $x = 3\text{m}$

♻HẾT♻

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1). Một cuộc điều tra về thời gian một nhóm học sinh làm một bài kiểm tra trắc nghiệm cho kết quả như sau:

Thời gian (phút)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)
Tần số	1	5	9	5

Cho biết có bao nhiêu học sinh tham gia điều tra và lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho kết quả điều tra

2). Một toà nhà chung cư có 30 tầng, được đánh số lần lượt từ 1 đến 30. Bạn Bình vào thang máy ở tầng 1, bấm chọn ngẫu nhiên số một tầng để đi lên. Tính xác suất của các biến cố A: “Bình đi lên tầng có số là một số nguyên tố”.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{3\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

1). Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$

2). Rút gọn biểu thức B

3). Cho $P = AB$. Hãy so sánh và P và $\sqrt{P}$.

Câu III: (2,5 điểm)

1). Một vườn trường hình chữ nhật trước đây có chu vi 120 m, nhà trường đã mở rộng chiều dài thêm 5 m và chiều rộng thêm 3 m, do đó diện tích vườn trường đã tăng thêm 245 m². Tính chiều dài và chiều rộng mảnh vườn lúc đầu.

2). Bạn Bình mua một quyển từ điển và một món đồ chơi với tổng số tiền theo giá niêm yết là 750 nghìn đồng. Vì Bình mua đúng dịp cửa hàng có chương trình khuyến mại nên khi thanh toán giá quyển từ điển được giảm 20%, giá món đồ chơi được giảm 10%. Do đó Bình chỉ phải trả 630 nghìn đồng. Hỏi giá gốc mỗi thứ giá bao nhiêu tiền ?

3). Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - 4x - 7 = 0$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $T = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} - 2$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1). Một xô nước inox hình trụ (không có nắp đáy) có chiều cao 0,6 m, bán kính đáy 0,2 m

a). Tính diện tích inox để làm nên chiếc xô hình trụ trên (bỏ qua phần mép nối).

b). Trong xô có chứa nước, mực nước đó chiếm $\frac{2}{3}$ chiều cao của xô. Tính thể tích nước có trong xô.



2). Cho nửa đường tròn (O) , đường kính AB . Từ điểm M bất kì trên tiếp tuyến Ax của nửa đường tròn (O) vẽ tiếp tuyến thứ hai MC (C là tiếp điểm). Gọi I là giao điểm của OM và AC .

- a). Chứng minh bốn điểm A, M, C, O cùng thuộc một đường tròn.
- b). Chứng minh $OI \cdot OM = OA^2$ và $OM \parallel BC$.
- c). Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ C đến AB , MB cắt đường tròn (O) tại D và cắt CH tại K . Chứng minh K là trung điểm của CH .

Câu V: (0,5 điểm) Cửa hàng nhà bác Dũng chuyên kinh doanh máy tính tại Hà Nội. Một loại máy tính có giá nhập vào một chiếc là 18 triệu đồng và bán ra với giá 22 triệu đồng. Với giá bán như trên thì một năm số lượng máy tính bán được dự kiến là 500 chiếc. Để tăng thêm lượng tiêu thụ dòng máy tính này, bác Dũng dự định giảm giá bán và ước lượng cứ giảm 200 nghìn đồng một chiếc thì số lượng máy tính bán ra trong một năm sẽ tăng 50 chiếc. Vậy bác Dũng phải bán với giá bao nhiêu để sau khi giảm giá lợi nhuận thu được sẽ cao nhất?

☞ HẾT ☞

HƯỚNG DẪN

Câu I:

1). Một cuộc điều tra về thời gian một nhóm học sinh làm một bài kiểm tra trắc nghiệm cho kết quả như sau:

Thời gian (phút)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15, 20)
Tần số	1	5	9	5

Cho biết có bao nhiêu học sinh tham gia điều tra và lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho kết quả điều tra

2). Một toà nhà chung cư có 30 tầng, được đánh số lần lượt từ 1 đến 30. Bạn Bình vào thang máy ở tầng 1, bấm chọn ngẫu nhiên số một tầng để đi lên. Tính xác suất của các biến cố A: “Bình đi lên tầng có số là một số nguyên tố”.

Lời giải

1). Có tất cả: $1+5+9+5=20$ học sinh tham gia

Bảng tần số tương đối ghép nhóm cho kết quả trên là:

Thời gian (phút)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15, 20)
Tần số tương đối	5%	25%	45%	25%

2). Không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{2; 3; \dots; 29; 30\}$. Ω có 29 phần tử.

Các kết quả của phép thử là đồng khả năng.

+ Có 10 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{10}{29}$.

Câu II: Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{3\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

1). Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$

2). Rút gọn biểu thức B

3). Cho $P = AB$. Hãy so sánh và P và $\sqrt{P}$

Lời giải

1). Thay $x = 16$ (TMĐK) vào biểu thức A ta được $A = \frac{3}{4}$ và kết luận

$$2). B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)} + \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)} - \frac{3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{x + 2\sqrt{x} + \sqrt{x} - 1 - 3\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{x - 1}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)} \\
&= \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)} \\
&= \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2}
\end{aligned}$$

3). Với $x \geq 0, x \neq 1$

$$P = AB = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 1} \cdot \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 2} = 1 + \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$$

Vì $\sqrt{x} \geq 0, \forall x \geq 0$ nên $\sqrt{x} + 2 > 0$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x} + 2} > 0 \Rightarrow P > 1 \Rightarrow \sqrt{P} > 1 \Rightarrow P - \sqrt{P} = \sqrt{P}(\sqrt{P} - 1) > 0 \Rightarrow P > \sqrt{P}$$

Câu III:

1). Một vườn trường hình chữ nhật trước đây có chu vi $120m$, nhà trường đã mở rộng chiều dài thêm $5m$ và chiều rộng thêm $3m$, do đó diện tích vườn trường đã tăng thêm $245m^2$. Tính chiều dài và chiều rộng mảnh vườn lúc đầu.

2). Bạn Bình mua một quyển từ điển và một món đồ chơi với tổng số tiền theo giá niêm yết là 750 nghìn đồng. Vì Bình mua đúng dịp cửa hàng có chương trình khuyến mại nên khi thanh toán giá quyển từ điển được giảm 20% , giá món đồ chơi được giảm 10% . Do đó Bình chỉ phải trả 630 nghìn đồng. Hỏi giá gốc mỗi thứ giá bao nhiêu tiền?

3). Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - 4x - 7 = 0$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $T = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} - 2$.

Lời giải

1). Gọi chiều dài, chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật lần lượt là $x(m)$, $y(m)$.

Điều kiện: $x > y > 0$

Vì chu vi của mảnh đất là $120m$ nên $2(x + y) = 120 \Leftrightarrow x + y = 60$ (1)

Diện tích của mảnh đất ban đầu là $xy(m^2)$

Nếu tăng chiều dài thêm $5m$ và tăng chiều rộng thêm $3m$ thì chiều dài mảnh đất là $x + 5(m)$ và chiều rộng mảnh đất là $y + 3(m)$. Khi đó diện tích mảnh đất tăng thêm $245m^2$ nên

$$(x + 5)(y + 3) - xy = 245 \Rightarrow 5x + 3y = 260 \quad (2)$$

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 60 \\ 5x + 3y = 260 \end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta được: $\begin{cases} x = 40 \\ y = 20 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó là 40 m và 20 m

2). Gọi giá gốc của quyền từ điển và món đồ chơi lần lượt là x, y (nghìn đồng). ĐK: $x, y > 0$

Tổng số tiền của quyền từ điển và món đồ chơi là 750 nghìn đồng, nên ta có $x + y = 750$ (1)

Do quyền từ điển được giảm 20% và món đồ chơi được giảm 10% nên Bình chỉ trả 630 nghìn đồng, nên ta có $\frac{4}{5}x + \frac{9}{10}y = 630$ (2)

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 750 \\ \frac{4}{5}x + \frac{9}{10}y = 630 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 450 \\ y = 300 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy giá gốc của quyền từ điển và món đồ chơi lần lượt là 450, 300 nghìn đồng.

3). $x^2 - 4x - 7 = 0$

Phương trình có $ac = -7 < 0$ nên luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

Áp dụng hệ thức Viète ta có : $x_1 + x_2 = 4; x_1x_2 = -7$.

Khi đó ta có : $T = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} - 2 = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1x_2} - 2 = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{x_1x_2} - 2 = \frac{4^2 - 2 \cdot (-7)}{-7} - 2 = \frac{-44}{7}$

Vậy $T = -\frac{44}{7}$

Câu IV:

1). Một xô nước inox hình trụ (không có nắp đáy) có chiều cao 0,6 m, bán kính đáy 0,2 m

a). Tính diện tích inox để làm nên chiếc xô hình trụ trên (bỏ qua phần mép nối).

b). Trong xô có chứa nước, mực nước trong xô chiếm $\frac{2}{3}$ chiều cao của xô. Tính thể tích nước có trong xô.



2). Cho nửa đường tròn (O) , đường kính AB . Từ điểm M bất kì trên tiếp tuyến Ax của nửa đường tròn (O) vẽ tiếp tuyến thứ hai MC (C là tiếp điểm). Gọi I là giao điểm của OM và AC .

a). Chứng minh bốn điểm A, M, C, O cùng thuộc một đường tròn.

b). Chứng minh $OI \cdot OM = OA^2$ và $OM \parallel BC$.

c). Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ C đến AB , MB cắt đường tròn (O) tại D và cắt CH tại K . Chứng minh K là trung điểm của CH .

Lời giải

1).

a). Diện tích inox để làm nên chiếc xô hình trụ trên là:

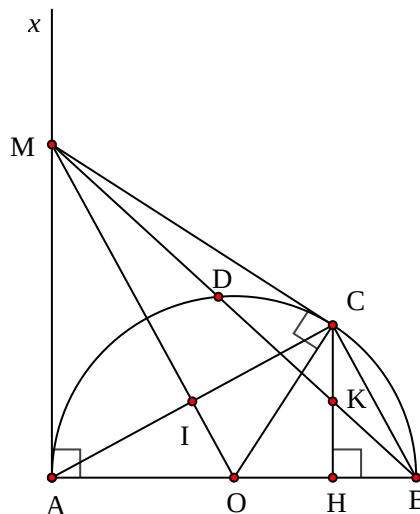
$$S = S_{\text{xung quanh}} + S_{\text{đáy}} \approx 2 \cdot \pi \cdot 0,2 \cdot 0,6 + 0,2^2 \cdot \pi = 0,28\pi \text{ (m}^2\text{)}.$$

Vậy diện tích inox để làm nên chiếc xô hình trụ trên $0,28\pi \text{ m}^2$

b). Thể tích nước có trong xô là

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot \frac{2}{3}h = \pi \cdot 0,2^2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,6 = 0,016\pi \text{ (m}^3\text{)}$$

2).



a) Chứng minh bốn điểm A, M, C, O cùng thuộc một đường tròn.

Xét đường tròn (O) ,

+ Do AM là tiếp tuyến của (O) :

$$MA \perp OA$$

$$MAO = 90^\circ$$

Suy ra A thuộc đường tròn đường kính MO (1)

+ Do MC là tiếp tuyến của (O) :

$$MC \perp OC$$

$$MCO = 90^\circ$$

Suy ra C thuộc đường tròn đường kính MO (2)

Từ (1) và (2) suy ra 4 điểm A, M, C, O cùng thuộc một đường tròn (đpcm)

b) Chứng minh $OI \cdot OM = OA^2$ và $OM \parallel BC$.

Xét đường tròn (O)

Có hai tiếp tuyến MA, MC cắt nhau tại M suy ra $MA = MC$

$$\text{Mà } OA = OC = R$$

Suy ra OM là đường trung trực của AC

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow OM \perp AC(3) \\ I \in AC \end{array} \right\} \Rightarrow AI \perp OM$$

Xét $\triangle OIA$ và $\triangle OAM$ có

$$\left. \begin{array}{l} OIA = OAM = 90^\circ \\ AOM \text{ chung} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAI \sim \triangle OAM$$

$$\frac{OI}{OA} = \frac{OA}{OM}$$

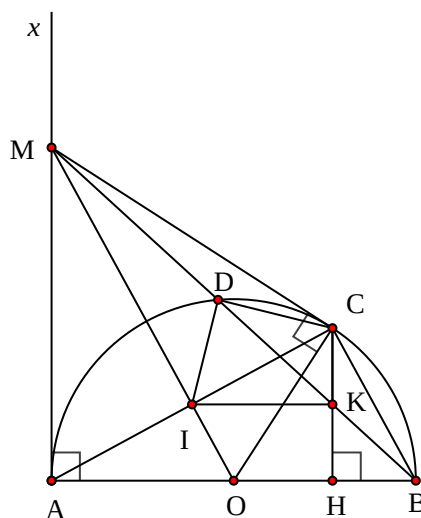
$$OI \cdot OM = OA^2 \text{ (đpcm)}$$

Ta có $ACB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\Rightarrow AC \perp BC(4)$$

Từ (3) và (4) $\Rightarrow OM \parallel BC$ (đpcm)

c) Chứng minh K là trung điểm của CH .



Do $CH \parallel AM$ (cùng vuông góc với AB)

$$HCA = CAM \text{ (So le trong)}(5)$$

Mà $MA = MC$ (cmt) $\Rightarrow \Delta MAC$ cân tại M

$\Rightarrow MAC = MCA$ (t/c tam giác cân) (6)

Từ (5) và (6) $\Rightarrow MCA = HCA$

$\Rightarrow AC$ là tia phân giác MCH

Mà $AC \perp CB$ (cmt)

$\Rightarrow CB$ là phân giác ngoài tại C của $\Delta KCM \Rightarrow \frac{BK}{BM} = \frac{CK}{CM}$ (7)

Xét ΔABM có

$KH \parallel AM$ (cùng vuông góc với AB)

$\Rightarrow \frac{BK}{BM} = \frac{KH}{AM}$ (8)

Từ (7) và (8) $\Rightarrow \frac{CK}{CM} = \frac{KH}{AM}$

Mà $CM = AM$ (cmt)

$\Rightarrow CK = KH$

Vậy K là trung điểm của CH (đpcm)

Câu V: Cửa hàng nhà bác Dũng chuyên kinh doanh máy tính tại Hà Nội. Một loại máy tính có giá nhập vào một chiếc là 18 triệu đồng và bán ra với giá 22 triệu đồng. Với giá bán như trên thì một năm số lượng máy tính bán được dự kiến là 500 chiếc. Để tăng thêm lượng tiêu thụ dòng máy tính này, bác Dũng dự định giảm giá bán và ước lượng cứ giảm 200 nghìn đồng một chiếc thì số lượng máy tính bán ra trong một năm sẽ tăng 50 chiếc. Vậy bác Dũng phải bán với giá bao nhiêu để sau khi giảm giá lợi nhuận thu được sẽ cao nhất ?

Lời giải

Đổi 200 nghìn đồng = 0,2 triệu đồng.

Gọi x là giá mới mà cửa hàng bán một chiếc máy tính (triệu đồng, $x > 18$)

Số tiền cửa hàng bị giảm khi bán một chiếc máy tính là $22 - x$ (triệu đồng)

Khi đó, số lượng máy tính bán ra được trong một năm là:

$$500 + 50(22 - x) : 0,2 = 6000 - 250x \text{ (chiếc)}$$

Lợi nhuận mà cửa hàng thu được khi bán giá mới là:

$$(6000 - 250x) \cdot (x - 18) = -250x^2 + 10500x - 108000 = -250 \cdot (x^2 - 42x + 432)$$

$$= -250(x - 21)^2 + 2250 \geq 2250$$

Dấu “=” xảy ra khi $x - 21 = 0$ hay $x = 21$

Vậy giá bán mới một chiếc máy tính của cửa hàng là 21 triệu đồng, giá trị lợi nhuận thu được cao nhất là 2250 (triệu đồng).

⚡HẾT⚡

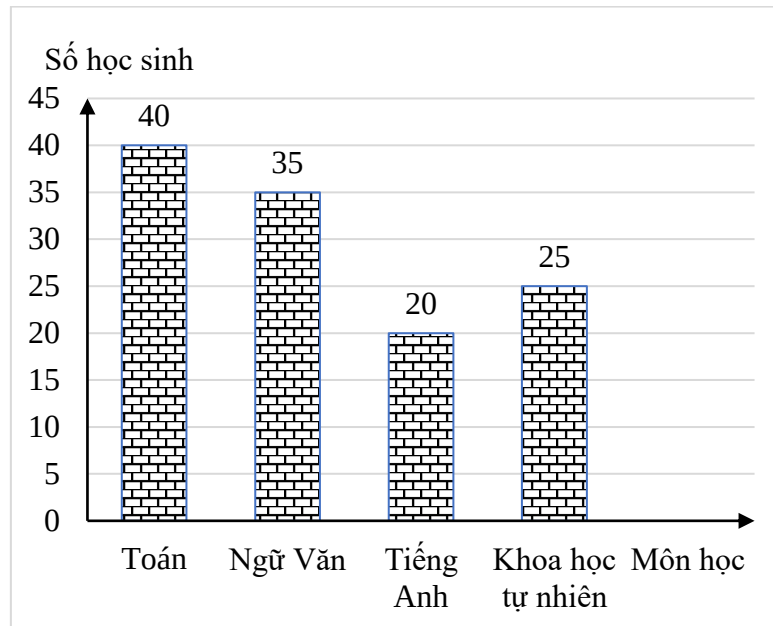
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

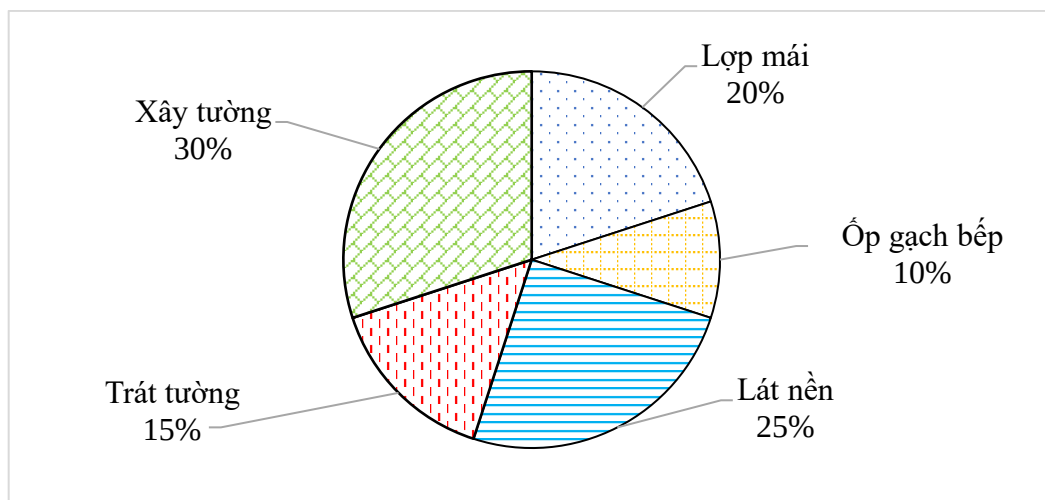
Câu I: (1,5 điểm) .

- 1) Biểu đồ hình cột sau thống kê về sự yêu thích các môn học của học sinh khối 9. Biết mỗi học sinh chọn một môn yêu thích.



Lập bảng tần số và bảng tần số tương đối của dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ.

- 2) Mỗi công nhân của một đội xây dựng làm việc ở một trong năm bộ phận của đội đó là: Lợp mái, ốp gạch bếp, lát nền, trát tường, xây tường. Biểu đồ hình quạt tròn ở dưới đây thống kê tỷ lệ công nhân thuộc mỗi bộ phận. Chọn ngẫu nhiên một công nhân của đội. Tính xác suất của mỗi biến cố A : “Công nhân được chọn không thuộc bộ phận Lát nền hoặc Lợp mái”.



Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+9}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} + \frac{9\sqrt{x}-10}{4-x}$, với $x \geq 0$, $x \neq 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = -\frac{3}{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{-8}{27}}$.

2) Rút gọn biểu thức B .

3) Cho $P = B : A$. Tìm các giá trị x là số thực để P nhận là một số chính phương.

Câu III: (2,5 điểm) Cho .

1) Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng 21,7 triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng 21,8 triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu cho mỗi loại hàng ?

2) Hướng ứng ngày Chủ nhật xanh với chủ đề “Hãy hành động để môi trường thêm Xanh, Sạch, Đẹp”, một trường THCS đã cử học sinh của hai lớp 9A và 9B cùng tham gia làm tổng vệ sinh một con đường, sau $\frac{35}{12}$ giờ thì làm xong công việc. Nếu làm riêng từng lớp thì thời gian học sinh lớp 9A làm xong công việc ít hơn thời gian học sinh lớp 9B là 2 giờ. Hỏi nếu mỗi lớp làm một mình thì sau bao nhiêu giờ sẽ làm xong công việc?

3) Phương trình $x^2 + mx + 2m - 4 = 0$ có x_1, x_2 hai nghiệm và $x_1 = -1$, tính giá trị của biểu thức $N = \frac{1}{x_1 + 3} + \frac{1}{x_2 + 3}$

Câu IV: (4,0 điểm) Đề.

1) Để làm thí nghiệm về sự nổi của vật không chứa nước. Nam chuẩn bị một ly nước thủy tinh với dạng lòng trong của ly là một hình trụ có đường kính đáy là 6 cm ; chiều cao là 10 cm và một quả bóng bàn tiêu chuẩn quốc tế có dạng hình cầu với đường kính 40 mm . Minh tiến hành bỏ quả bóng bàn vào trong ly rồi rót 200 cm^3 nước từ từ vào ly và đo được mực nước dâng cao 7,2 cm .

a) Tính thể tích của quả bóng bàn.

b) Tính thể tích phần nổi của quả bóng bàn trong thí nghiệm của Nam. (lấy $\pi \approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

2) Từ điểm M nằm ngoài đường tròn $(O; R)$ kẻ các tiếp tuyến MP và MQ với đường tròn $(O; R)$, (P và Q là các tiếp điểm). Kẻ đường kính PA . Tiếp tuyến tại A với đường tròn $(O; R)$ cắt PQ tại B .

a) Chứng minh: AQ song song với OM .

b) Chứng minh: $PQ \cdot PB = 4R^2$.

c) Gọi K là trung điểm của MO . Tia PK cắt AQ tại I . Chứng minh tứ giác $MIAO$ là hình bình hành.

Câu V: (0,5 điểm) Một gia đình muốn cải tạo một ao nước nhỏ thành một hồ nước đẹp hơn. Hồ nước có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp hai lần chiều rộng và người ta tính được có thể tích bằng $\frac{62\,250}{3} \text{ m}^3$. Theo thị trường xây dựng, giá tiền xây dựng bình quân là 350 000 đồng/m² (bao gồm cả đáy và thành hồ). Hỏi chi phí thấp nhất mà gia đình đó phải trả để xây dựng hồ nước trên là bao nhiêu tiền?

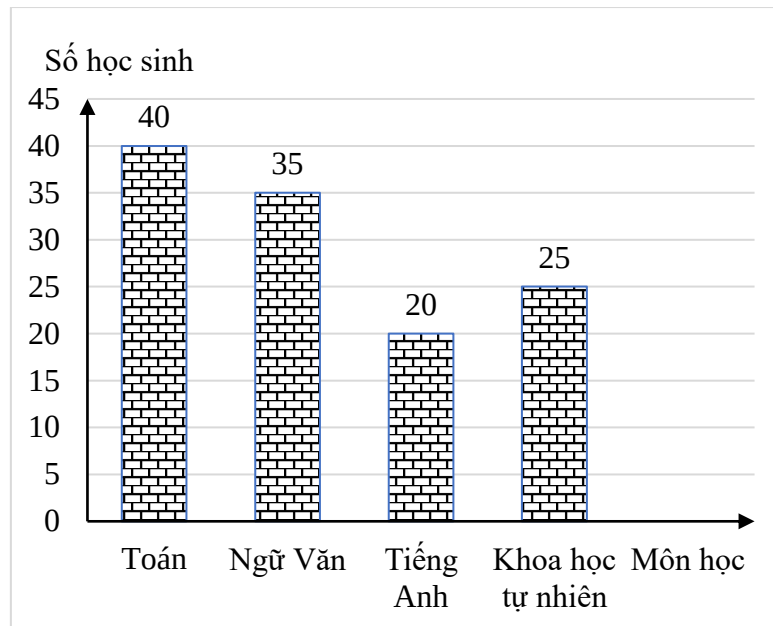


☞ HẾT ☞

HƯỚNG DẪN

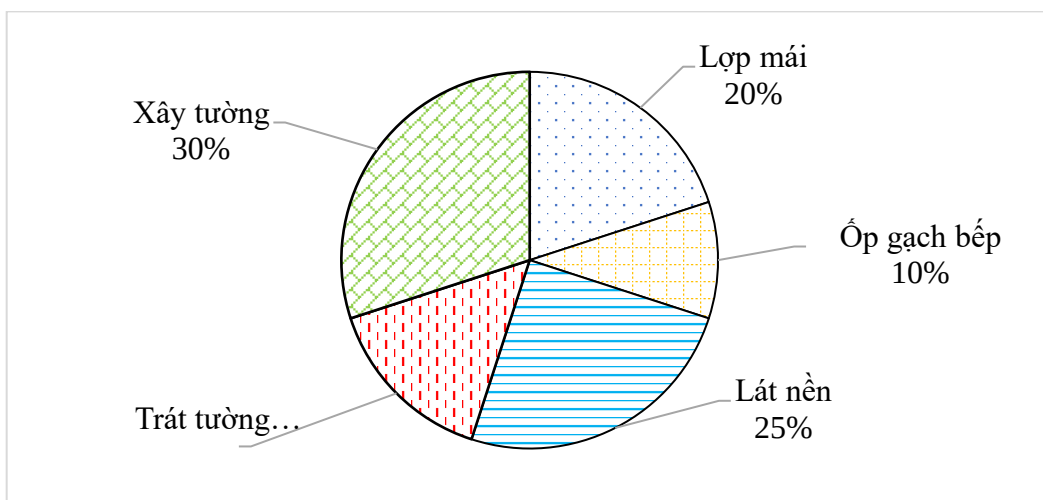
Câu I: (1,5 điểm) .

1) Biểu đồ hình cột sau thống kê về sự yêu thích các môn học của học sinh khối 9. Biết mỗi học sinh chọn một môn yêu thích.



Lập bảng tần số và bảng tần số tương đối của dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ.

2) Mỗi công nhân của một đội xây dựng làm việc ở một trong năm bộ phận của đội đó là: Lợp mái, ốp gạch bếp, lát nền, trát tường, xây tường. Biểu đồ hình quạt tròn ở dưới đây thống kê tỷ lệ công nhân thuộc mỗi bộ phận. Chọn ngẫu nhiên một công nhân của đội. Tính xác suất của mỗi biến cố A: “Công nhân được chọn không thuộc bộ phận Lát nền hoặc Lợp mái”.



Lời giải

1) Quan sát biểu đồ, ta có:

Tổng số học sinh khối 9 là: $40 + 35 + 20 + 25 = 120$ học sinh. Vậy $N = 120$.

Bảng tần số:

Môn học (x)	Toán	Ngữ Văn	Tiếng Anh	Khoa học tự nhiên	Cộng
Tần số (n)	40	35	20	25	$N = 120$

Tần số tương đối của số học sinh yêu thích các môn Toán, Ngữ Văn, Tiếng Anh, Khoa học tự nhiên lần lượt là:

$$f_1 = \frac{40}{120} \cdot 100\% \approx 33,33\%; \quad f_2 = \frac{35}{120} \cdot 100\% \approx 29,17\%;$$

$$f_3 = \frac{20}{120} \cdot 100\% \approx 16,67\%; \quad f_4 = \frac{25}{120} \cdot 100\% \approx 20,83\%.$$

Bảng tần số tương đối:

Môn học (x)	Toán	Ngữ Văn	Tiếng Anh	Khoa học tự nhiên	Cộng
Tần số tương đối (%)	33,33	29,17	16,67	20,83	100

2) Ta có số công nhân thuộc bộ phận Lát nền hoặc Lợp mái chiếm: $25\% + 20\% = 45\%$ tổng số công nhân của toàn đội nên số công nhân được chọn không thuộc bộ phận Lát nền hoặc Lợp mái chiếm $100\% - 45\% = 55\%$ tổng số công nhân của toàn đội. Vậy

$$P(A) = \frac{55}{100} = 0,55$$

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+9}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} + \frac{9\sqrt{x}-10}{4-x}$, với $x \geq 0$, $x \neq 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = -\frac{3}{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{-8}{27}}$.

2) Rút gọn biểu thức B .

3) Cho $P = B : A$. Tìm các giá trị x là số thực để P nhận là một số chính phương.

Lời giải

Điều kiện $x \geq 0$, $x \neq 4$.

1) Ta có: $x = -\frac{3}{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{-8}{27}} = -\frac{3}{2} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{-2}{3}\right)^3} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{-2}{3} = 1$.

Thay $x = 1$ (thỏa mãn điều kiện) vào A ta được: $A = \frac{\sqrt{1}-2}{\sqrt{1}+9} = \frac{1-2}{1+9} = \frac{-1}{10}$.

Vậy $A = \frac{-1}{10}$ khi $x = -\frac{3}{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{-8}{27}}$.

2) Ta có: $B = \frac{3}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} + \frac{9\sqrt{x}-10}{4-x}$

$$= \frac{3(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{9\sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{3\sqrt{x}-6+x+2\sqrt{x}-9\sqrt{x}+10}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \\
&= \frac{x-4\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\
&= \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\
&= \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}.
\end{aligned}$$

Vậy $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

3) Ta có:

$$P = B : A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} : \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+9} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} \cdot \frac{\sqrt{x}+9}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}+9}{\sqrt{x}+2} = 1 + \frac{7}{\sqrt{x}+2}$$

Vì $7 > 0, \sqrt{x}+2 > 0$ nên $\frac{7}{\sqrt{x}+2} > 0$.

Do $\sqrt{x} \geq 0$ nên $\sqrt{x}+2 \geq 2$, suy ra $\frac{7}{\sqrt{x}+2} \leq \frac{7}{2}$

Do đó $0 < \frac{7}{\sqrt{x}+2} \leq \frac{7}{2}$, suy ra $1 < \frac{7}{\sqrt{x}+2} + 1 \leq \frac{7}{2} + 1$ hay $1 < P < \frac{9}{2}$

mà P là số chính phương nên $P = 4$.

+ Với $P = 4$, ta có $\frac{7}{\sqrt{x}+2} = 3$

$$\sqrt{x}+2 = \frac{7}{3}$$

$$x = \frac{1}{9} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy $x = \frac{1}{9}$.

Câu III: (2,5 điểm) Cho .

1) Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng 21,7 triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng 21,8 triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu cho mỗi loại hàng ?

2) Hưởng ứng ngày Chủ nhật xanh với chủ đề “Hãy hành động để môi trường thêm Xanh, Sạch, Đẹp”, một trường THCS đã cử học sinh của hai lớp 9A và 9B cùng tham

gia làm tổng vệ sinh một con đường, sau $\frac{35}{12}$ giờ thì làm xong công việc. Nếu làm riêng từng lớp thì thời gian học sinh lớp 9A làm xong công việc ít hơn thời gian học sinh lớp 9B là 2 giờ. Hỏi nếu mỗi lớp làm một mình thì sau bao nhiêu giờ sẽ làm xong công việc?

3) Phương trình $x^2 + mx + 2m - 4 = 0$ có x_1, x_2 hai nghiệm và $x_1 = -1$, tính giá trị của biểu thức $N = \frac{1}{x_1 + 3} + \frac{1}{x_2 + 3}$

Lời giải

1) Giả sử không kể thuế VAT, người đó phải trả x triệu đồng cho loại hàng thứ nhất, y triệu đồng cho loại hàng thứ hai. ($x > 0; y > 0$).

Khi đó số tiền phải trả cho loại hàng thứ nhất (kể cả thuế VAT 10%) là $\frac{110}{100}x$ (triệu đồng), cho loại hàng thứ hai với thuế VAT 8% là $\frac{108}{100}y$ (triệu đồng).

Ta có phương trình $\frac{110}{100}x + \frac{108}{100}y = 21,7$ hay $1,1x + 1,08y = 21,7$.

Khi thuế VAT là 9% cho cả hai loại hàng thì số tiền phải trả là: $\frac{109}{100}(x + y) = 21,8$ hay $1,09x + 1,09y = 21,8$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 1,1x + 1,08y = 21,7 \\ 1,09x + 1,09y = 21,8 \end{cases}$$

Chia cả hai vế phương trình (2) cho 1,09 ta được $x + y = 20$

Suy ra $x = 20 - y$.

Thay $x = 20 - y$ vào $1,1x + 1,08y = 21,7$ phương trình ta được $1,1(20 - y) + 1,08y = 21,7$ hay $-0,02y = -0,3$ suy ra $y = 15$.

Thay $y = 15$ vào $x = 20 - y$ ta được $x = 20 - 15 = 5$.

Vậy với $x = 5, y = 15$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy loại thứ nhất 5 triệu đồng, loại thứ hai 15 triệu đồng.

2) Gọi thời gian lớp 9B làm một mình xong công việc là x (giờ, $x > \frac{35}{12}$)

Khi đó thời gian lớp 9A làm một mình xong công việc là $x - 2$ (giờ)

Trong một giờ, lớp 9B làm được $\frac{1}{x}$ (công việc)

Trong một giờ, lớp 9A làm được $\frac{1}{x - 2}$ (công việc)

Trong một giờ, cả hai lớp làm được: $1: \frac{35}{12} = \frac{12}{35}$ nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = \frac{12}{35}$$

$$\frac{35(x-2) + 35x}{35x(x-2)} = \frac{12x(x-2)}{35x(x-2)}$$

$$12x^2 - 24x - 35x + 70 - 35x = 0$$

$$12x^2 - 94x + 70 = 0$$

$$6x^2 - 47x + 35 = 0$$

$$\text{Có: } \Delta = (-47)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 35 = 1369 > 0$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{47 + \sqrt{1369}}{2 \cdot 6} = 7 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$x_2 = \frac{47 - \sqrt{1369}}{2 \cdot 6} = \frac{5}{6} \text{ (loại)}$$

Vậy thời gian lớp 9B và 9A làm một mình xong công việc lần lượt là 7 giờ và 5 giờ.

3) Thay $x_1 = -1$ vào phương trình đã cho ta có

$$(-1)^2 + m \cdot (-1) + 2m - 4 = 0$$

$$m = 3$$

$$\text{Ta có } N = \frac{1}{x_1 + 3} + \frac{1}{x_2 + 3} = \frac{x_1 + x_2 + 6}{(x_1 + 3)(x_2 + 3)} \quad (\text{điều kiện } x_1 \neq -3, x_2 \neq -3)$$

$$N = \frac{x_1 + x_2 + 6}{x_1 x_2 + 3(x_1 + x_2) + 9}$$

$$N = \frac{-m + 6}{2m - 4 + 3(-m) + 9} = \frac{6 - m}{5 - m} = \frac{6 - 3}{5 - 3} = \frac{3}{2}.$$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Để làm thí nghiệm về sự nổi của vật không chứa nước. Nam chuẩn bị một ly nước thủy tinh với dạng lòng trong của ly là một hình trụ có đường kính đáy là 6 cm ; chiều cao là 10 cm và một quả bóng bàn tiêu chuẩn quốc tế có dạng hình cầu với đường kính 40 mm . Minh tiến hành bỏ quả bóng bàn vào trong ly rồi rót 200 cm³ nước từ từ vào ly và đo được mực nước dâng cao 7,2 cm .

a) Tính thể tích của quả bóng bàn.

- b) Tính thể tích phần nổi của quả bóng bàn trong thí nghiệm của Nam. (lấy $\pi \approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)
- 2) Từ điểm M nằm ngoài đường tròn $(O; R)$ kẻ các tiếp tuyến MP và MQ với đường tròn $(O; R)$, (P và Q là các tiếp điểm). Kẻ đường kính PA . Tiếp tuyến tại A với đường tròn $(O; R)$ cắt PQ tại B .
- a) Chứng minh: AQ song song với OM .
- b) Chứng minh: $PQ \cdot PB = 4R^2$.
- c) Gọi K là trung điểm của MO . Tia PK cắt AQ tại I . Chứng minh tứ giác $MIAO$ là hình bình hành.

Lời giải

1) Đổi $40\text{ mm} = 4\text{ cm}$

a) Bán kính của quả bóng bàn là: $4 : 2 = 2\text{ (cm)}$

Thể tích của quả bóng bàn là:

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 2^3 = 33,49 \text{ (cm}^3\text{)}$$

b) Thể tích nước dâng: $V_2 = \pi R^2 \cdot h = 3,14 \cdot 2^2 \cdot 7,2 = 203,472 \text{ (cm}^3\text{)}$

Thể tích phần bóng chìm: $V_3 = 203,472 - 200 = 3,472 \text{ (cm}^3\text{)}$

Vậy thể tích phần nổi quả bóng:

$$V = V_1 - V_3 = 33,49 - 3,472 \approx 30,02 \text{ (cm}^3\text{)}$$

2)

Xét tứ giác $MIAO$ có: $AI \parallel OM$ và $AI = OM$ (chứng minh trên).

Suy ra *MIAO* là hình bình hành.

Câu V: (0,5 điểm) Một gia đình muốn cải tạo một ao nước nhỏ thành một hồ nước đẹp hơn. Hồ nước có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp hai lần chiều rộng và người ta tính được có thể tích bằng $\frac{62\,250}{3} \text{ m}^3$. Theo thị trường xây dựng, giá tiền xây dựng bình quân là 350 000 đồng/m² (bao gồm cả đáy và thành hồ). Hỏi chi phí thấp nhất mà gia đình đó phải trả để xây dựng hồ nước trên là bao nhiêu tiền?



Lời giải

Gọi chiều rộng của hình chữ nhật đáy hồ là x (m) (điều kiện $x > 0$)

Suy ra chiều dài của hình chữ nhật là $2x$ (m).

Gọi y là chiều sâu của hồ (điều kiện $y > 0$)

Thể tích của hồ là $V = 2x \cdot x \cdot y = 2x^2 y$ (m³).

Theo bài ra ta có phương trình $2x^2 y = \frac{62\,500}{3}$.

$$\text{Suy ra } y = \frac{31\,250}{3x^2}$$

Diện tích xây dựng của hồ nước là

$$S = 2x \cdot x + 2 \cdot (2x + x) \cdot y = 2x^2 + 6xy = 2x^2 + 6 \cdot x \cdot \frac{31\,250}{3x^2} = 2x^2 + \frac{62\,500}{x}$$

Áp dụng bất đẳng thức AM–GM, với hai số dương a, b ta có $a + b \geq 2\sqrt{ab}$. dấu bằng xảy ra khi $a = b$.

Ta có

$$S = 2x^2 + \frac{62\,500}{x} = (2x^2 + 1250) + \frac{62\,500}{x} - 1250 \geq 2\sqrt{2x^2 \cdot 1250} + \frac{62\,500}{x} - 1250 = 100x + \frac{62\,500}{x} - 1250$$

$$S \geq 100x + \frac{62\,500}{x} - 1250 \geq 2\sqrt{100x \cdot \frac{62\,500}{x}} - 1250 = 3750$$

Khi đó $S_{\min} = 3750$.

$$\text{Dầu = xảy ra khi } \begin{cases} 2x^2 = 1250 \\ 100x = \frac{62500}{x} \end{cases} \text{ Suy ra } x = 25$$

Vậy chi phí thấp nhất mà gia đình đó phải trả để xây dựng hồ nước là

$$3750.350\,000 = 1\,312\,500\,000 \text{ đồng.}$$

☞ **HẾT** ☞

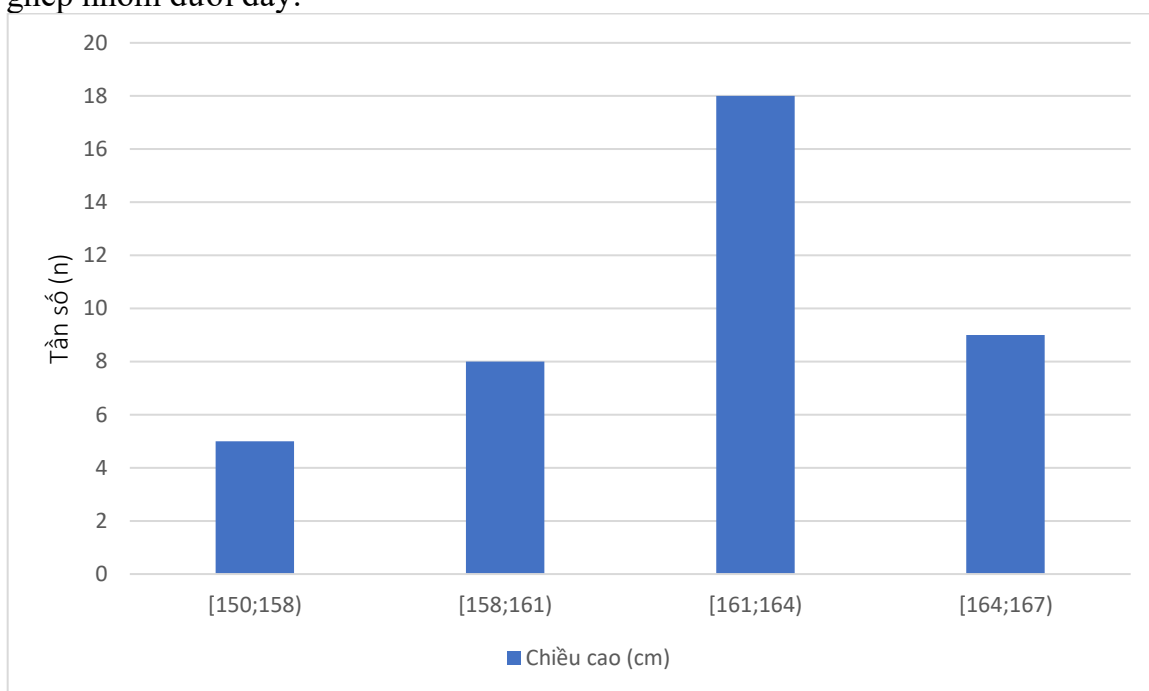
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Sau khi thống kê chiều cao của 40 học sinh lớp 9A, cô giáo lập biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây:



Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [161;164).

2) Một hộp chứa 9 quả bóng màu cam và một số quả bóng màu trắng. Các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp, xem màu rồi trả lại hộp. Biết xác suất của biến cố “Lấy được quả bóng màu trắng” là $\frac{2}{5}$. Hỏi trong hộp có bao nhiêu quả bóng màu trắng?



Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}}{x-9}$ và $B = \frac{3\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}-2} + \frac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ với

$x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$.

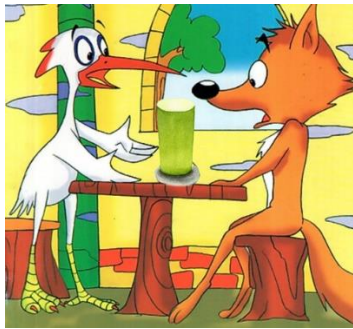
- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.
- 2) Rút gọn biểu thức B.
- 3) Xét biểu thức $P = AB$. Tìm x để $P < 1$.

Câu III: (2,5 điểm)

- 1) Hướng ứng chiến dịch mùa hè xanh, 27 tình nguyện viên chia thành hai đội tham gia trồng cây gây rừng. Mỗi tình nguyện viên đội A trồng được 2 cây xanh. Mỗi tình nguyện viên đội B trồng được 3 cây xanh. Tổng kết phong trào cả hai đội trồng được 66 cây. Tính số tình nguyện viên mỗi đội.
- 2) Lúc 6 giờ 30 phút, một ca nô xuôi dòng sông từ A đến B dài 48 km. Khi đến B, ca nô nghỉ 30 phút sau đó lại ngược dòng từ B về A lúc 10 giờ 36 phút cùng ngày. Tìm vận tốc riêng của ca nô, biết vận tốc dòng nước là 3 km/h.
- 3) Phương trình $x^2 - 2x - m + 1 = 0$ (m là tham số) có một nghiệm là $x = 1 + \sqrt{7}$. Tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1$.

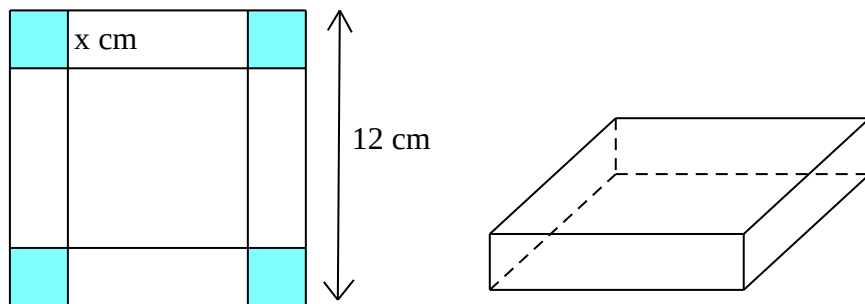
Câu IV: (4,0 điểm)

- 1) Trong chuyện ngụ ngôn La Fonten, Cò mời Cáo đến ăn tiệc với món súp hảo hạng. Món súp đó Cò thường cho vào một cái bình hình trụ, có bán kính đáy là 4 cm, chiều cao 30 cm. Nhưng khi Cáo đến Cò chỉ đổ súp sao cho phần súp trong bình đó cao 10 cm và mời Cáo dùng bữa.
 - a) Tính thể tích của phần súp mà Cò mời Cáo ăn tiệc.
 - b) Cổ của Cáo quá ngắn nên không thể lấy được súp, Cáo nhìn quanh và phát hiện ra nhà Cò có những viên sỏi hình cầu giống hệt nhau, bán kính là 2 cm. Cáo bèn cho từng viên sỏi vào bình súp đến khi súp dâng lên vừa đầy đến miệng bình rồi Cáo thành thạo ăn súp. Hỏi Cáo đã cho vào bình bao nhiêu viên sỏi.



- 2) Cho nửa đường tròn tâm O , bán kính $AB = 2R$ và tia tiếp tuyến Ax cùng phía với nửa đường tròn đối với AB . Từ điểm M trên Ax kẻ tiếp tuyến thứ hai MC với nửa đường tròn (C là tiếp điểm). AC cắt OM tại E ; MB cắt nửa đường tròn (O) tại D ($D \neq B$).
 - a) Chứng minh rằng bốn điểm A, M, C, O cùng thuộc một đường tròn.
 - b) Tính diện tích hình quạt OCB theo R , trong trường hợp $\angle AMC = 60^\circ$ và chứng minh $\angle ADE = \angle ACO$.
 - c) Gọi H là hình chiếu của C trên AB . Chứng minh rằng MB đi qua trung điểm của CH .

- Câu V: (0,5 điểm)** Cho một tấm nhôm hình vuông có cạnh bằng 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x cm, rồi gập tấm nhôm đó thành hình hộp không có nắp (Hình vẽ). Tìm x để không khí bên trong hộp là nhiều nhất.

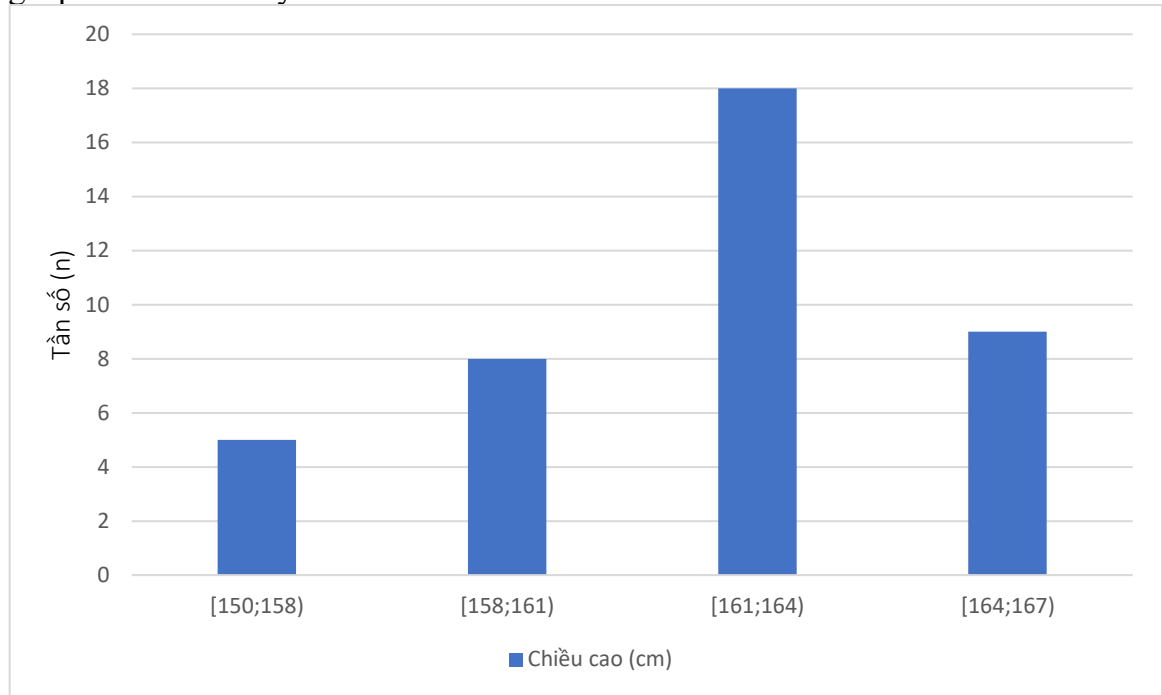


⌘ HẾT ⌘

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

1) Sau khi thống kê chiều cao của 40 học sinh lớp 9A, cô giáo lập biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây:



Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [161;164) .

2) Một hộp chứa 9 quả bóng màu cam và một số quả bóng màu trắng. Các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp, xem màu rồi trả lại hộp. Biết xác suất của biến cố "Lấy được quả bóng màu trắng" là $\frac{2}{5}$. Hỏi trong hộp có bao nhiêu quả bóng màu trắng?



Lời giải

1) Tần số ghép nhóm của nhóm [161;164) là $n=18$.

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [161;164) là: $f = \frac{18.100}{40} \% = 45\%$

2) Gọi số quả bóng trắng trong hộp là x (đơn vị: quả bóng) ($x \in \mathbb{N}^*$)

Tổng số quả bóng trong hộp là $9+x$ (quả bóng)

Xác suất để lấy được một quả bóng màu trắng là: $P = \frac{x}{x+9}$

Theo đề bài, ta có phương trình: $\frac{x}{x+9} = \frac{2}{5}$

$$5x = 2(x+9)$$

$$x = 6 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy trong hộp có 6 quả bóng màu trắng.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}}{x-9}$ và $B = \frac{3\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}-2} + \frac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ với

$x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$.

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Xét biểu thức $P = A.B$. Tìm x để $P < 1$.

Lời giải

- 1) Tính giá trị của A khi $x = 16$.

Thay $x = 16$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta được:

$$A = \frac{\sqrt{16}}{16-9} = \frac{4}{7}.$$

Vậy khi $x = 16$ thì $A = \frac{4}{7}$.

- 2) Rút gọn biểu thức B .

Điều kiện: với $x \geq 0$ và $x \neq 4, x \neq 9$

$$\begin{aligned} B &= \frac{3\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}-2} + \frac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \\ &= \frac{3(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}+2} \\ &= 3 + \sqrt{x} \end{aligned}$$

Vậy $B = 3 + \sqrt{x}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 4, x \neq 9$.

- 3) Xét biểu thức $P = A.B$. Tìm x để $P < 1$.

$$P = \frac{\sqrt{x}}{x-9} \cdot (\sqrt{x}+3) = \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \cdot (\sqrt{x}+3) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}.$$

Để $P < 1$ thì $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} < 1$ hay $\frac{3}{\sqrt{x}-3} < 0$. Suy ra $\sqrt{x}-3 < 0$ (vì $3 > 0$)

Do đó $\sqrt{x} < 3$ hay $x < 9$. Kết hợp với điều kiện $x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$, ta được $0 \leq x < 9$ và $x \neq 4$

Vậy $P < 1$ khi $0 \leq x < 9$ và $x \neq 4$.

Câu III: (2,5 điểm)

- 1) Hướng ứng chiến dịch mùa hè xanh, 27 tình nguyện viên chia thành hai đội tham gia trồng cây gây rừng. Mỗi tình nguyện viên đội A trồng được 2 cây xanh. Mỗi tình

nguyên viên đội B trồng được 3 cây xanh. Tổng kết phong trào cả hai đội trồng được 66 cây. Tính số tình nguyện viên mỗi đội.

2) Lúc 6 giờ 30 phút, một ca nô xuôi dòng sông từ A đến B dài 48 km. Khi đến B, ca nô nghỉ 30 phút sau đó lại ngược dòng từ B về A lúc 10 giờ 36 phút cùng ngày. Tìm vận tốc riêng của ca nô, biết vận tốc dòng nước là 3 km/h.

3) Phương trình $x^2 - 2x - m + 1 = 0$ (m là tham số) có một nghiệm là $x = 1 + \sqrt{7}$. Tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1$.

Lời giải

1) Gọi số tình nguyện viên đội A là x (đơn vị: tình nguyện viên)

số tình nguyện viên đội B là y (đơn vị: tình nguyện viên)

Điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}^*$; $x, y < 27$

Theo đề bài ta có phương trình $x + y = 27$ (1)

Số cây đội A trồng được là $2x$ (cây xanh)

Số cây đội B trồng được là $3y$ (cây xanh)

Theo đề bài ta có phương trình $2x + 3y = 66$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 27 \\ 2x + 3y = 66 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 54 \\ 2x + 3y = 66 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 27 \\ y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 12 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy đội A có 15 tình nguyện viên và đội B có 12 tình nguyện viên

2) Gọi vận tốc riêng của ca nô là x (đơn vị: km/h) ($x > 3$)

Vận tốc ca nô đi xuôi dòng là $x + 3$ (km/h)

Vận tốc ca nô đi ngược dòng là $x - 3$ (km/h)

Thời gian ca nô đi xuôi dòng là $\frac{48}{x+3}$ (h)

Thời gian ca nô đi ngược dòng là $\frac{48}{x-3}$ (h)

Theo đề bài ta có phương trình $\frac{48}{x+3} + \frac{1}{2} + \frac{48}{x-3} = \frac{41}{10}$

$$\frac{48}{x+3} + \frac{48}{x-3} = \frac{18}{5}$$

$$\frac{48(x-3)+48(x+3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{18}{5}$$

$$\frac{96x}{(x-3)(x+3)} = \frac{18}{5}$$

$$3x^2 - 80x - 27 = 0$$

$$3x^2 - 81x + x - 27 = 0$$

$$(3x+1)(x-27) = 0$$

$$\begin{cases} x = \frac{-1}{3} (ktm) \\ x = 27 (tm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc riêng của ca nô là $27km/h$.

3) Thay $x = 1 + \sqrt{7}$ vào phương trình ta có:

$$(1 + \sqrt{7})^2 - 2(1 + \sqrt{7}) - m + 1 = 0$$

$$8 + 2\sqrt{7} - 2 - 2\sqrt{7} - m + 1 = 0$$

$$m = 7$$

Phương trình có dạng $x^2 - 2x - 6 = 0$

Áp dụng hệ thức Vi - ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = -6 \end{cases}$

Ta có $A = x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 = x_1 x_2 (x_1 + x_2) = -6 \cdot 2 = -12$

Vậy $A = -12$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Trong chuyện ngụ ngôn La Phong ten, Cò mời Cáo đến ăn tiệc với món súp hảo hạng. Món súp đó Cò thường cho vào một cái bình hình trụ, có bán kính đáy là 4 cm , chiều cao 30 cm . Nhưng khi Cáo đến Cò chỉ đổ súp sao cho phần súp trong bình đó cao 10 cm và mời Cáo dùng bữa.

a) Tính thể tích của phần súp mà Cò mời Cáo ăn.

b) Cổ của Cáo quá ngắn nên không thể lấy được súp, Cáo nhìn quanh và phát hiện ra nhà Cò có những viên sỏi hình cầu giống hệt nhau, bán kính là 2 cm . Cáo bèn cho từng viên sỏi vào bình súp đến khi súp dâng lên vừa đầy đến miệng bình rồi Cáo thành thạo ăn súp. Hỏi Cáo đã cho vào bình bao nhiêu viên bi.

Lời giải

a) Thể tích của phần súp mà Cò mời Cáo ăn là $V_1 = \pi \cdot 4^2 \cdot 10 = 160\pi\text{ (cm}^3\text{)}$

Vậy thể tích của phần súp mà Cò mời Cáo ăn là $480\pi\text{ (cm}^3\text{)}$

b) Thể tích của bình hình trụ đó là $V_0 = \pi \cdot 4^2 \cdot 30 = 480\pi\text{ (cm}^3\text{)}$

khi Cáo thả những viên bi vào thì súp dâng đến vừa đầy miệng bình nên thể tích của các viên bi là $V = V_0 - V_1 = 480\pi - 160\pi = 320\pi\text{ (cm}^3\text{)}$

Thể tích của mỗi viên bi là $V_{\text{viên bi}} = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = \frac{32}{3}\pi\text{ (cm}^3\text{)}$

Số lượng viên sỏi đã thêm vào là: $320\pi : \left(\frac{32}{3}\pi\right) = 30\text{ (viên)}$

Vậy Cáo đã thêm 30 viên bi.

2) Cho nửa đường tròn tâm O , bán kính $AB = 2R$ và tia tiếp tuyến Ax cùng phía với nửa đường tròn đối với AB . Từ điểm M trên Ax kẻ tiếp tuyến thứ hai MC với nửa đường tròn (C là tiếp điểm). AC cắt OM tại E ; MB cắt nửa đường tròn (O) tại D ($D \neq B$).

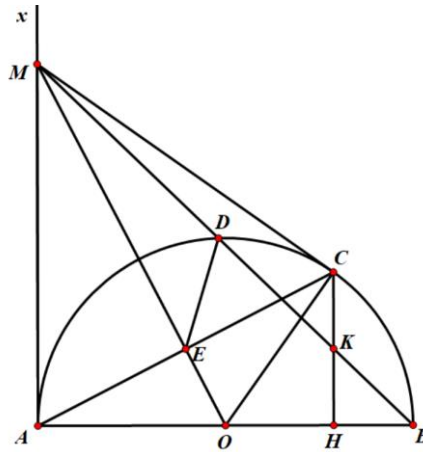
a) Chứng minh rằng bốn điểm A, M, C, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Tính diện tích hình quạt OCB theo R , trong trường hợp $AMC = 60^\circ$ và chứng minh

$$ADE = ACO.$$

c) Gọi H là hình chiếu của C trên AB . Chứng minh rằng MB đi qua trung điểm của CH .

Lời giải



a) Do MA, MB là tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) nên ta có $MAO = MCO = 90^\circ$

Suy ra $\square MAO$ là tam giác vuông tại A và $\square MCO$ là tam giác vuông tại C

Suy ra M, A, O cùng thuộc đường tròn đường kính MO và M, C, O cùng thuộc đường tròn đường kính MO

Do đó bốn điểm A, M, C, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Ta có $AMC = COB = 60^\circ$ (hai góc cùng bù với AOC)

$$\text{Diện tích hình quạt } COB \text{ là } \frac{60}{360} \pi \cdot R^2 = \frac{\pi R^2}{6}$$

Do MA, MC là hai tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) nên $MA = MC$ và $OA = OC$

Từ đó suy ra M thuộc đường trung trực của AC , O thuộc đường trung trực của AC

Nên MO vuông góc AC tại trung điểm E của AC , suy ra $AEM = 90^\circ$

Suy ra $\square AEM$ vuông tại E , nên $\square AEM$ nội tiếp đường tròn đường kính MA

Có $ADM = 180 - ADB = 90^\circ$ (do ADB chắn nửa đường tròn nên $ADB = 90^\circ$).

Suy ra $\triangle ADM$ vuông tại D , nên $\triangle ADM$ nội tiếp đường tròn đường kính MA

Do đó tứ giác $AMDE$ nội tiếp đường tròn đường kính MA .

Xét tứ giác $AMDE$ nội tiếp có : $ADE = AMO$ (cùng chắn AE)

Xét tứ giác $AMCO$ nội tiếp có : $AMO = ACO$ (cùng chắn AO)

Suy ra $ADE = ACO$.

c) Gọi K là giao điểm của MB và CH .

Do $CH \parallel AM$ nên theo định lý Thales thì $\frac{HK}{AM} = \frac{HB}{AB} = \frac{HB}{2R} = \frac{1}{2} \cdot \frac{HB}{R}$

Ta có $OM \parallel BC$ (cùng vuông góc với AC) suy ra $MOA = CBH$ (hai góc đồng vị)

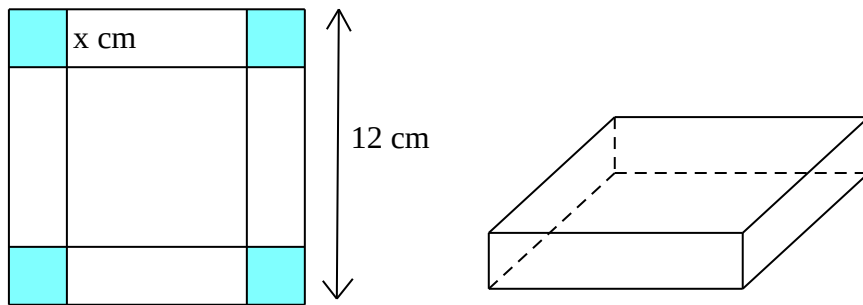
Xét $\triangle HCB$ và $\triangle AMO$ có $MAO = CHB = 90^\circ$; $MOA = CBH$

Suy ra $\triangle HCB \sim \triangle AMO$, nên $\frac{HB}{OA} = \frac{CH}{AM} = \frac{HB}{R}$

Do đó $\frac{HK}{AM} = \frac{1}{2} \cdot \frac{CH}{AM}$ hay $HK = \frac{1}{2} CH$

Suy ra MB đi qua trung điểm của CH (đpcm).

Câu V: (0,5 điểm) Cho một tấm nhôm hình vuông có cạnh bằng 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x cm, rồi gấp tấm nhôm đó thành hình hộp không có nắp (Hình vẽ). Tìm x để không khí bên trong hộp là nhiều nhất.



Lời giải

Chiều cao của hình hộp là x (cm). ĐK: $0 < x < 6$.

Đáy của hình hộp là hình vuông cạnh bằng.

Không khí bên trong hộp là: $V = S_{\text{đáy}} \cdot h = (12 - 2x)^2 \cdot x \text{ (cm}^3\text{)}.$

Ta có: $V = 4x(6 - x)(6 - x) = 2 \cdot 2x(6 - x)(6 - x).$

Chứng minh bất đẳng thức: $a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc$. Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c$.

Ta có: $(a + b)^3 - 3ab(a + b) + c^3 - 3abc \geq 0$

$(a + b + c)((a + b)^2 - (a + b)c + c^2) - 3ab(a + b + c) \geq 0$

$(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - ac - bc - 3ab) \geq 0$

$(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc) \geq 0$

$(a + b + c)[(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2] \geq 0$ đúng với mọi a, b, c dương.

Vậy bất đẳng thức: $a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc$ được chứng minh.

Đặt $a = \sqrt[3]{2x}, b = \sqrt[3]{6-x}, c = \sqrt[3]{6-x}$. Khi đó ta có: $2x + 6 - x + 6 - x \geq 3 \cdot \sqrt[3]{2x(6-x)(6-x)}$

Hay $12 \geq 3 \cdot \sqrt[3]{2x(6-x)(6-x)}$.

$$\sqrt[3]{2x(6-x)(6-x)} \leq 4$$

$$2 \cdot 2x(6-x)(6-x) \leq 2 \cdot 4^3$$

$$V \leq 128$$

Dấu “=” xảy ra khi $2x = 6 - x$ hay $x = 2$ (thỏa mãn).

Vậy không khí trong hộp nhiều nhất bằng $128(\text{cm}^3)$ khi $x = 2(\text{cm})$.

∞ HẾT ∞

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Thống kê tuổi thọ của 30 bóng đèn điện được lắp thử (đơn vị: giờ) được cho trong bảng dưới đây:

1180	1150	1190	1170	1180	1170	1160	1170	1160	1150
1190	1180	1170	1170	1170	1190	1170	1170	1170	1180
1170	1160	1160	1160	1170	1160	1180	1180	1150	1170

- a) Lập bảng tần số và tần số tương đối của mẫu số liệu trên.
- b) Có người nói: “Có trên 75% bóng đèn có tuổi thọ từ 1160 đến 1180”. Theo em nhận định đó đúng hay sai?
- 2) Bình tung một đồng tiền xu có hai mặt sấp (S) và ngửa (N) liên tiếp ba lần, sau mỗi lần tung Bình đều ghi lại mặt xuất hiện. Tính xác suất của các biến cố A: “Mặt sấp xuất hiện đúng một lần”.

Câu II: (1,5 điểm) Cho $M = \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-1}$ và $N = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ Với $x > 0; x \neq 1$.

- a) Tính giá trị của N khi $x = 25$
- b) Rút gọn $S = M.N$
- c) Tìm x để $S < -1$

Câu III: (2,5 điểm)

1) **Ngày của Cha** hay còn gọi là *Father's Day* là ngày để con bày tỏ lòng biết ơn và hiếu thảo đối với cha mình. Tương tự như **Ngày của Mẹ**, ngày của Cha cũng không cố định cụ thể mà được quy ước chọn ngày chủ nhật tuần thứ 3 của tháng 6 hàng năm (Theo Vietnamnet.vn).

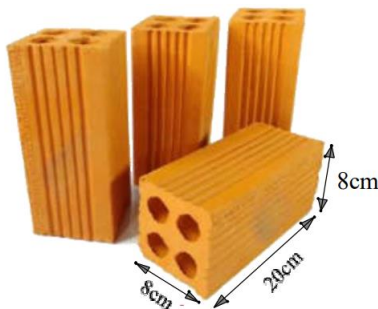
Nhân dịp lễ “Ngày của Cha – 19/6/2022”, siêu thị A đã giảm giá 18% cho mỗi đôi giày và 20% cho mỗi chiếc cà vạt. Bạn Duy đã dùng 834 700 đồng để mua một đôi giày và một chiếc cà vạt ở siêu thị A làm quà tặng ba mình. Duy tính nhầm: cùng ở siêu thị A, cùng số lượng, cùng mẫu mã nhưng nếu mua vào ngày 18/6/2022 (ngày mà siêu thị A không có khuyến mại giảm giá các mặt hàng) thì chỉ với số tiền tiết kiệm được là 1 025 000 đồng bạn ấy không đủ tiền để mua hai món hàng này. Em hãy cho biết, bạn Duy tính nhầm như vậy có đúng không? Biết rằng, nếu không giảm giá thì tiền mua mỗi đôi giày gấp 11 lần tiền mua mỗi chiếc cà vạt.

2) Theo kế hoạch, một tổ trong xưởng may phải may xong 8 400 chiếc khẩu trang trong một thời gian quy định. Do tình hình dịch bệnh Covid-19 diễn biến phức tạp, tổ đã quyết định tăng năng suất nên mỗi ngày tổ đã may được nhiều hơn 102 chiếc khẩu trang so với số khẩu trang phải may trong một ngày theo kế hoạch. Vì vậy, trước thời gian quy định 4 ngày, tổ đã may được 6 416 chiếc khẩu trang. Hỏi số khẩu trang mà tổ phải may mỗi ngày theo kế hoạch là bao nhiêu?

3) Tìm hai số x và y biết $x + y = 13$ và $xy = 42$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Gạch ống là một sản phẩm được tạo hình thành từ đất sét và nước, được kết hợp lại với nhau theo một công thức chung hợp lý mới có thể tạo ra hỗn hợp dẻo quánh, sau đó chúng được đổ vào khuôn, rồi đem phơi hoặc sấy khô và cuối cùng là đưa vào lò nung. Một viên gạch hình hộp chữ nhật có kích thước dài 20cm , rộng 8cm . Bên trong có bốn lỗ hình trụ bằng nhau có đường kính $2,5\text{cm}$.



- Tính thể tích đất sét để làm một viên gạch. (lấy $\pi \approx 3,14$)
- Theo toán học, bác Ba muốn xây một ngôi nhà phải mua 10 **thiên gạch**, giá một viên là 1 100 đồng. Nhưng khi thi công, bác Ba phải mua dư 2% số gạch cần dùng dự phòng cho hư hao. Tính số tiền bác Ba mua gạch để xây căn nhà, biết 1 **thiên gạch** là 1 000 viên.

2) Cho đường tròn $(O; R)$ và dây MN cố định ($MN < 2R$). Kẻ đường kính AB vuông góc với dây MN tại E (điểm A thuộc cung nhỏ MN). Lấy điểm C thuộc dây MN (C khác M, N, E). Đường thẳng BC cắt $(O; R)$ tại điểm K (K khác B).

- Chứng minh $AKCE$ là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh $BM^2 = BK \cdot BC$.
- Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng AK và MN ; D là giao điểm của hai đường thẳng AC và BI . Chứng minh điểm C cách đều ba cạnh của $\triangle DEK$.

Câu V: (0,5 điểm) Công ty sản xuất thùng gỗ muốn thiết kế số lượng lớn thùng đựng hàng hóa bên trong, dạng hình lăng trụ tứ giác đều không nắp với thể tích là $62,5\text{dm}^3$. Để tiết kiệm vật liệu gỗ làm thùng, người ta cần thiết kế thùng sao cho có tổng S diện tích xung quanh và diện tích mặt đáy là nhỏ nhất. Hỏi S có giá trị bằng bao nhiêu?

☞ HẾT ☞

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

1) Thống kê tuổi thọ của 30 bóng đèn điện được lắp thử (đơn vị: giờ) được cho trong bảng dưới đây:

1180	1150	1190	1170	1180	1170	1160	1170	1160	1150
1190	1180	1170	1170	1170	1190	1170	1170	1170	1180
1170	1160	1160	1160	1170	1160	1180	1180	1150	1170

c) Lập bảng tần số và tần số tương đối của mẫu số liệu trên.

d) Có người nói: “Có trên 75% bóng đèn có tuổi thọ từ 1160 đến 1180”. Theo em nhận định đó đúng hay sai?

2) Bình tung một đồng tiền xu có hai mặt sấp (S) và ngửa (N) liên tiếp ba lần, sau mỗi lần tung Bình đều ghi lại mặt xuất hiện. Tính xác suất của các biến cố A: “Mặt sấp xuất hiện đúng một lần”.

Lời giải

1) a) Liệt kê các giá trị khác nhau ta được: 1150; 1160; 1170; 1180; 1190

Với mỗi giá trị khác nhau, ta đếm xem giá trị đó xuất hiện bao nhiêu lần trong bảng.

Bảng phân bố tần số:

Tuổi thọ (giờ)	1150	1160	1170	1180	1190	Tổng
Tần số (n)	3	6	12	6	3	$N = 30$

Tần số tương đối của các giá trị lần lượt là:

$$f_1 = \frac{3.100}{30} = 10\%; \quad f_2 = \frac{6.100}{30} = 20\%; \quad f_3 = \frac{12.100}{30} = 40\%;$$

$$f_4 = \frac{6.100}{30} = 20\%; \quad f_5 = \frac{3.100}{30} = 10\%$$

Vì vậy, bảng tần số tương đối của mẫu số liệu đã cho được nêu trong Bảng sau.

Tuổi thọ (giờ)	1150	1160	1170	1180	1190	Tổng
Tần số tương đối (%)	10	20	40	20	10	100

b) Số bóng đèn có tuổi thọ từ 1160 đến 1180 chiếm số phần trăm là:

$$20\% + 40\% + 20\% = 80\%$$

Vậy nhận định “Có trên 75% bóng đèn có tuổi thọ từ 1160 đến 1180” là đúng.

2) Xét phép thử “Tung một đồng tiền xu liên tiếp ba lần”. Ta thấy, các kết quả có thể xảy ra của phép thử đó là đồng khả năng.

Có 8 khả năng có thể xảy ra là: SSS; SSN; SNS; SNN; NSS; NSN; NNS; NNN.

Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: SNN; NSN; NNS.

Vậy $P(A) = \frac{3}{8}$.

Câu II: (1,5 điểm) Cho $M = \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-1}$ và $N = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ Với $x > 0$; $x \neq 1$.

a) Tính giá trị của N khi $x=25$

b) Rút gọn $S = M.N$

c) Tìm x để $S < -1$

Lời giải

$$\text{Có } M = \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-1} \text{ và } N = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \quad \text{Với } x > 0; x \neq 1.$$

a) Thay $x=25$ (thỏa mãn ĐKXD) vào biểu thức $N = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$, ta có:

$$N = \frac{\sqrt{25}+1}{\sqrt{25}} = \frac{6}{5}$$

Vậy với $x=25$ thì giá trị của biểu thức $N = \frac{6}{5}$

$$\text{b) Có: } M = \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-1}$$

$$M = \frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+1)^2} - \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$M = \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1) - (\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)^2(\sqrt{x}-1)}$$

$$M = \frac{x+\sqrt{x}-2-x+\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+1)^2(\sqrt{x}-1)}$$

$$M = \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)^2(\sqrt{x}-1)}$$

$$\text{+) Có } M = \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)^2(\sqrt{x}-1)}; N = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \text{ mà } S = M.N$$

$$\text{Nên } S = \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)^2(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}. \text{ Do đó, } S = \frac{2}{x-1}$$

$$\text{c) Có } S = \frac{2}{x-1} \quad (x > 0; x \neq 1.) \text{ mà } S < -1$$

$$\text{nên có: } \frac{2}{x-1} < -1. \text{ Do đó: } \frac{2+x-1}{x-1} < 0 \text{ hay } \frac{x+1}{x-1} < 0 \quad (1)$$

$$\text{Vì } x > 0 \text{ nên } x+1 > 0 \quad (2)$$

Từ (1) (2), ta có: $x-1 < 0$ nên $x < 1$

Kết hợp điều kiện xác định $x > 0$; $x \neq 1$. Ta có: $0 < x < 1$

Vậy $0 < x < 1$ thì $S < -1$

Câu III: (2,5 điểm)

1) **Ngày của Cha** hay còn gọi là *Father's Day* là ngày để con bày tỏ lòng biết ơn và hiếu thảo đối với cha mình. Tương tự như **Ngày của Mẹ**, ngày của Cha cũng không cố định cụ thể mà được quy ước chọn ngày chủ nhật tuần thứ 3 của tháng 6 hàng năm (Theo Vietnamnet.vn).

Nhân dịp lễ “Ngày của Cha – 19/6/2022”, siêu thị A đã giảm giá 18% cho mỗi đôi giày và 20% cho mỗi chiếc cà vạt. Bạn Duy đã dùng 834 700 đồng để mua một đôi giày và một chiếc cà vạt ở siêu thị A làm quà tặng ba mình. Duy tính nhầm: cùng ở siêu thị A, cùng số lượng, cùng mẫu mã nhưng nếu mua vào ngày 18/6/2022 (ngày mà siêu thị A không có khuyến mãi giảm giá các mặt hàng) thì chỉ với số tiền tiết kiệm được là 1 025 000 đồng bạn ấy không đủ tiền để mua hai món hàng này. Em hãy cho biết, bạn Duy tính nhầm như vậy có đúng không? Biết rằng, nếu không giảm giá thì tiền mua mỗi đôi giày gấp 11 lần tiền mua mỗi chiếc cà vạt.

2) Theo kế hoạch, một tổ trong xưởng may phải may xong 8 400 chiếc khẩu trang trong một thời gian quy định. Do tình hình dịch bệnh Covid-19 diễn biến phức tạp, tổ đã quyết định tăng năng suất nên mỗi ngày tổ đã may được nhiều hơn 102 chiếc khẩu trang so với số khẩu trang phải may trong một ngày theo kế hoạch. Vì vậy, trước thời gian quy định 4 ngày, tổ đã may được 6 416 chiếc khẩu trang. Hỏi số khẩu trang mà tổ phải may mỗi ngày theo kế hoạch là bao nhiêu?

3) Tìm hai số x và y biết $x + y = 13$ và $xy = 42$.

Lời giải

Gọi x là số tiền đôi giày lúc chưa giảm giá ($x > 0$; đồng)

Gọi y là số cà vạt lúc chưa giảm giá ($y > 0$; đồng)

Theo bài ra:

+) Số tiền mua mỗi đôi giày gấp 11 lần tiền mua mỗi chiếc cà vạt không giảm giá nên ta có phương trình: $x = 11y$ (1)

+) Vì giảm giá 18% cho mỗi đôi giày và 20% cho mỗi chiếc cà vạt. Bạn Duy đã dùng 834 700 đồng nên ta có phương trình: $\frac{100-18}{100}x + \frac{100-20}{100}y = 834\,700$ (2)

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} x = 11y \\ \frac{100-18}{100}x + \frac{100-20}{100}y = 834\,700 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $x = 935\,000$; $y = 85\,000$

Do đó khi chưa giảm giá số tiền mua đôi giày và cà vạt là:

$$935\,000 + 85\,000 = 1\,020\,000 \text{ đồng}$$

Vậy với số tiền 1 025 000 đồng bạn Duy đủ tiền mua nên bạn nhầm chưa đúng.

2) Gọi x (chiếc) là số khẩu trang mà tổ phải may mỗi ngày theo kế hoạch ($x \in \mathbb{N}^*$).

Thời gian may xong theo kế hoạch là : $\frac{8400}{x}$ (ngày)

Số khẩu trang thực tế tổ phải may mỗi ngày là: $x+102$ (chiếc)

Thời gian may xong theo thực tế là : $\frac{6416}{x+102}$ (ngày)

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{8400}{x} - \frac{6416}{x+102} = 4$

Giải phương trình ta được: $x = 700$ (tm) ; $x = -306$ (ktm)

Vậy số khẩu trang tổ phải may mỗi ngày theo kế hoạch là 700 chiếc.

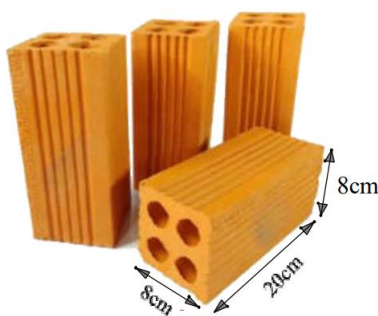
3) Vì $x + y = 13$ và $xy = 42$ nên x, y là nghiệm của phương trình: $t^2 - 13t + 42 = 0$

Giải phương trình được: $t = 6; t = 7$

Vậy hai số x, y cần tìm là $(x; y) = (6; 7)$ hoặc $(x; y) = (7; 6)$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Gạch ống là một sản phẩm được tạo hình thành từ đất sét và nước, được kết hợp lại với nhau theo một công thức chung hợp lý mới có thể tạo ra hỗn hợp dẻo quánh, sau đó chúng được đổ vào khuôn, rồi đem phơi hoặc sấy khô và cuối cùng là đưa vào lò nung. Một viên gạch hình hộp chữ nhật có kích thước dài 20cm, rộng 8cm. Bên trong có bốn lỗ hình trụ bằng nhau có đường kính 2,5cm.



a. Tính thể tích đất sét để làm một viên gạch. (lấy $\pi \approx 3,14$)

b. Theo toán học, bác Ba muốn xây một ngôi nhà phải mua 10 **thiên gạch**, giá một viên là 1 100 đồng. Nhưng khi thi công, bác Ba phải mua dư 2% số gạch cần dùng dự phòng cho hư hao. Tính số tiền bác Ba mua gạch để xây căn nhà, biết 1 **thiên gạch** là 1 000 viên.

2) Cho đường tròn $(O; R)$ và dây MN cố định ($MN < 2R$). Kẻ đường kính AB vuông góc với dây MN tại E (điểm A thuộc cung nhỏ MN). Lấy điểm C thuộc dây MN (C khác M, N, E). Đường thẳng BC cắt $(O; R)$ tại điểm K (K khác B).

a. Chứng minh $AKCE$ là tứ giác nội tiếp.

b. Chứng minh $BM^2 = BK \cdot BC$.

c. Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng AK và MN ; D là giao điểm của hai đường thẳng AC và BI . Chứng minh điểm C cách đều ba cạnh của $\triangle DEK$.

Lời giải

1) Thể tích đất sét làm viên gạch hình hộp chữ nhật chưa trừ bốn lỗ rỗng bên trong là:

$$V = 8.8.20 = 320 \text{ (cm}^3\text{)}$$

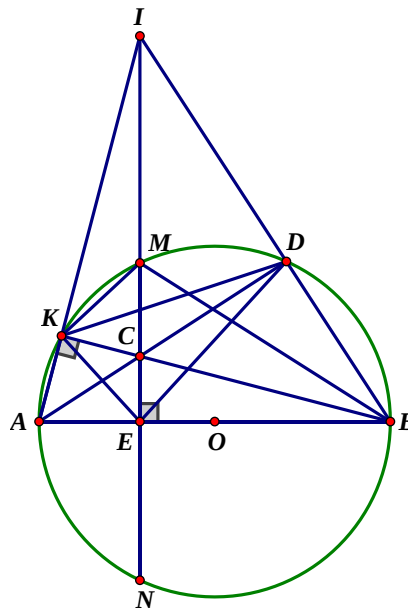
Thể tích của bốn lỗ hình trụ bằng nhau là: $V_1 = \pi R^2 h = 3,14 \cdot \left(\frac{2,5}{2}\right)^2 \cdot 20 = 98,125 \text{ (cm}^3\text{)}$

Thể tích đất sét để làm một viên gạch là: $V_2 = V - V_1 = 320 - 98,125 \approx 221,9 \text{ (cm}^3\text{)}$

b) Số viên gạch bác Ba cần mua là: $10.1000 \cdot (1 + 2\%) = 10\,200$ (viên gạch)

Số tiền bác Ba mua gạch để xây căn nhà là: $10\,200 \cdot 1\,100 = 11\,220\,000$ (đồng)

2)



a. Ta có: $AKB = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))

nên $\triangle AKC$ vuông tại K

Do đó, ba điểm A, K, C thuộc đường tròn đường kính AC (1)

+) Ta có $AEC = 90^\circ$ (vì đường kính AB vuông góc với dây MN tại E theo giả thiết)

Nên $\triangle AEC$ vuông tại E

Do đó, ba điểm A, E, C thuộc đường tròn đường kính AC (2)

Từ (1) và (2), ta có bốn điểm A, K, E, C cùng thuộc đường tròn đường kính AC

Vậy tứ giác $AKCE$ nội tiếp.

b. + Ta có tứ giác AKCE nội tiếp (cmt)

nên $KAE + KCE = 180^\circ$ (tính chất)

Do đó, $KCE = 180^\circ - KAE$ (1)

+) Ta có bốn điểm AKMB thuộc đường tròn (O) nên tứ giác AKMB nội tiếp

Do đó, $KAB + KMB = 180^\circ$. Suy ra $KMB = 180^\circ - KAB$ (2)

+) Từ (1) và (2) ta có: $KCE = KMB$ mà $KCE = MCB$ (đối đỉnh)

Nên $MCB = KMB$

+) Xét $\triangle BMC$ và $\triangle BKM$ có:

$\angle MBK$ chung; $MCB = KMB$ (cmt)

Nên $\triangle BMC \sim \triangle BKM$ (góc-góc)

Do đó $\frac{BM}{BK} = \frac{BC}{BM}$. Suy ra $BM^2 = BK \cdot BC$.

c. Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác AECK, ta có:

$EKC = EAC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung EC) (3)

+) Xét tam giác BAI có BK, IE là hai đường cao, mà chúng cắt nhau tại C.

Suy ra C trực tâm tam giác BAI nên $ADB = 90^\circ$. Suy ra D thuộc đường tròn (O)

+) Ta có $CKD = EAC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BD của đường tròn (O)). (4)

Từ (3) và (4) suy ra $EKC = CKD$

Do đó, KC là tia phân giác của góc EKD

+) Chứng minh tương tự câu a ta được tứ giác BECD nội tiếp

Suy ra $CDE = CBE$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung CE)

Mặt khác $KDC = CBE$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AK của (O))

Suy ra $CDE = KDC$, suy ra DC là tia phân giác của góc KDE

Tam giác KDE có C là giao điểm của hai đường phân giác góc K và D

Suy ra C cách đều 3 cạnh của tam giác KDE

Câu V: (0,5 điểm) Công ty sản xuất thùng gỗ muốn thiết kế số lượng lớn thùng đựng hàng hóa bên trong, dạng hình lăng trụ tứ giác đều không nắp với thể tích là $62,5\text{dm}^3$. Để tiết kiệm vật liệu gỗ làm thùng, người ta cần thiết kế thùng sao cho có tổng S diện tích xung quanh và diện tích mặt đáy là nhỏ nhất. Hỏi S có giá trị bằng bao nhiêu?

Lời giải

*** Chứng minh bất đẳng thức Cauchy với ba số không âm a, b, c :** $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$

Giải:

Đặt $a = x^3; b = y^3; c = z^3$ suy ra $x + y + z \geq 0$

Bất đẳng thức qui được về: $x^3 + y^3 + z^3 \geq 3xyz$ hay $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz \geq 0$

Xét $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x+y)^3 - 3xy(x+y) + z^3 - 3xyz$

$$= (x+y+z)^3 - 3z(x+y)(x+y+z) - 3xy(x+y+z)$$

$$= (x+y+z) \left[(x+y+z)^2 - 3z(x+y) - 3xy \right]$$

$$= (x+y+z) \left[x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz - 3xz - 3yz - 3xy \right]$$

$$= (x+y+z) \left[x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz \right]$$

$$= \frac{1}{2}(x+y+z) \left[(x-y)^2 + (x-z)^2 + (y-z)^2 \right] \geq 0$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = y = z$

Từ đó suy ra $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$ dấu bằng xảy ra khi $a = b = c$

*** Áp dụng giải bài toán:**

Gọi a (dm) là độ dài cạnh đáy của hình lăng trụ ($a > 0$)

Theo đề bài ta có chiều cao của lăng trụ là $h = \frac{62,5}{a^2}$

Diện tích xung quang của hình lăng trụ đứng là:

$$S = 4 \cdot \frac{62,5}{a^2} \cdot a + a^2 = \frac{250}{a} + a^2 = \frac{125}{a} + \frac{125}{a} + a^2$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 3 số dương ta có:

$$S \geq 3 \sqrt[3]{\frac{125}{a} \cdot \frac{125}{a} \cdot a^2} = 75$$

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{125}{a} = a^2$ hay $a = 5$

Vậy diện tích gồ nhỏ nhất để sản xuất thùng là 75dm^2 khi độ dài cạnh đáy là 5dm

❧HẾT❧

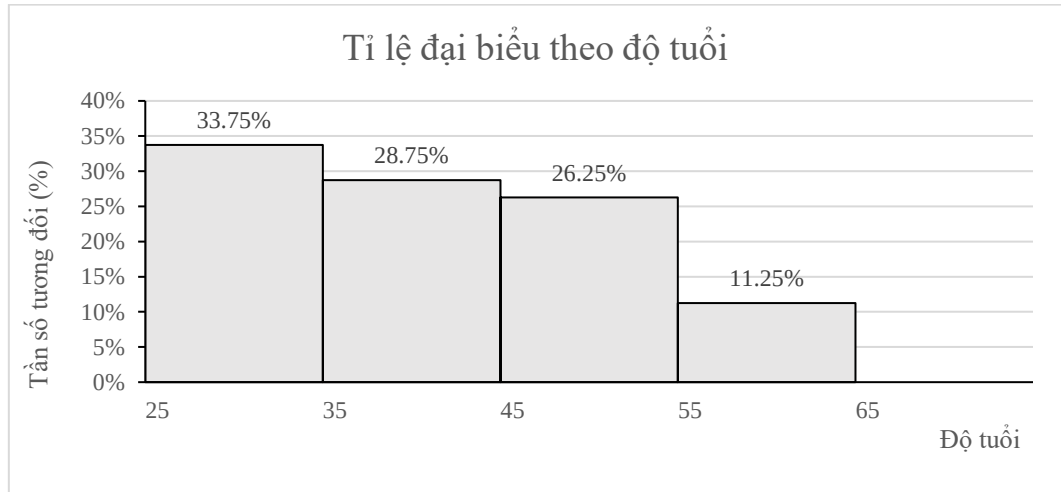
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

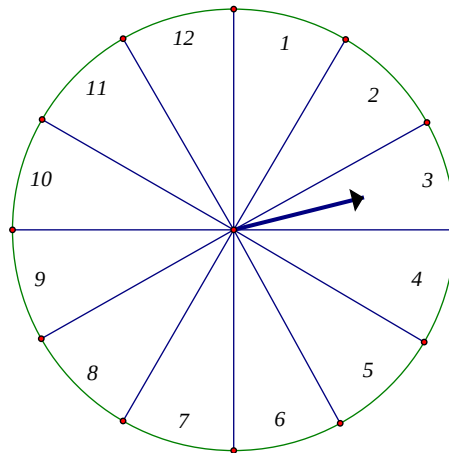
ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm) Đề.

- 1) . Đề chuẩn bị cho tiết mục kỉ niệm 70 năm Chiến thắng Điện Biên Phủ, phường Mỹ Đình có cử một số lượng người tham gia, được biểu diễn dưới biểu đồ tỉ lệ sau:
(Biết rằng có 54 người từ 25 tuổi đến 35 tuổi)



- a) Có bao nhiêu người tham gia biểu diễn?
- b) Một người cho rằng có trên 50% số người biểu diễn dưới 45 tuổi. Nhận định đó đúng hay sai? Tại sao?
- 2) . Hình vẽ dưới đây mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia thành 12 phần bằng nhau và ghi các số 1;2;3;...;12. Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa.



Xét phép thử: “Quay đĩa tròn một lần” và biến cố P : “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số là số nguyên tố”. Tính xác suất của biến cố P .

Câu II: (1,5 điểm) Với $x > 0$, cho hai biểu thức $A = \frac{x+2\sqrt{x}}{x}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.

b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1}$.

c) Tìm số nguyên x nhỏ nhất để $\frac{A}{B} < \frac{7}{4}$.

Câu III: (2,5 điểm)

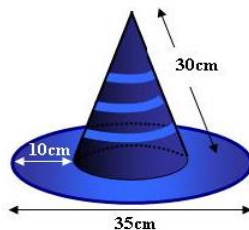
1) . Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng 2,17 triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng 2,18 triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu tiền mỗi loại hàng.

2) Nam đi xe đạp từ nhà đến trường trên quãng đường dài 4 km. Khi đi từ trường về nhà, vẫn trên con đường đó, Nam đạp xe với vận tốc trung bình lớn hơn vận tốc trung bình lúc đi là 2 km/h. Tổng thời gian đạp xe cả đi và về của Nam là 44 phút. Tính vận tốc đạp xe trung bình của Nam lúc đi từ nhà đến trường.

3) Cho phương trình $x^2 - 12x + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức $T = \frac{|x_1| + |x_2|}{2x_1^2 + 24x_2 - 4}$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) . Tính lượng vải cần mua để tạo ra nón của chú hề với các số liệu trong hình bên. Biết rằng tỉ lệ vải khâu (may) hao (tốn) khi may nón là 15%. Cho biết $\pi \approx 3,14$.



2) . Cho nửa (O) đường kính $AB = 2R$, C là điểm bất kì nằm trên nửa đường tròn sao cho C khác A và $AC < CB$. Điểm D thuộc cung nhỏ BC sao cho: $\angle COD = 90^\circ$. Gọi E là giao điểm của AD và BC , F là giao điểm của AC và BD , I là trung điểm của EF .

a) Chứng minh: $CEDF$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh: $FC.FA = FD.FB$

c) Chứng minh IC là tiếp tuyến của (O)

d) Hỏi khi C thay đổi thỏa mãn điều kiện bài toán, E thuộc đường tròn cố định nào?

Câu V: (0,5 điểm) Kim cương là một khoáng sản quý, có rất nhiều giá trị và được sử dụng với nhiều mục đích khác nhau. Giá bán của một viên kim cương rất cao và phụ thuộc vào rất nhiều yếu tố. Giả sử rằng giá bán của viên kim cương tỉ lệ với bình phương khối lượng của nó. Khi đem một viên kim cương cắt thành ba phần và vẫn bán với giá như trên (theo

đúng tỉ lệ trên) thì tổng số tiền thu được tăng lên hay giảm đi? Trong trường hợp nào, giá bán của viên kim cương ban đầu giảm nhiều nhất? và giảm bao nhiêu lần?

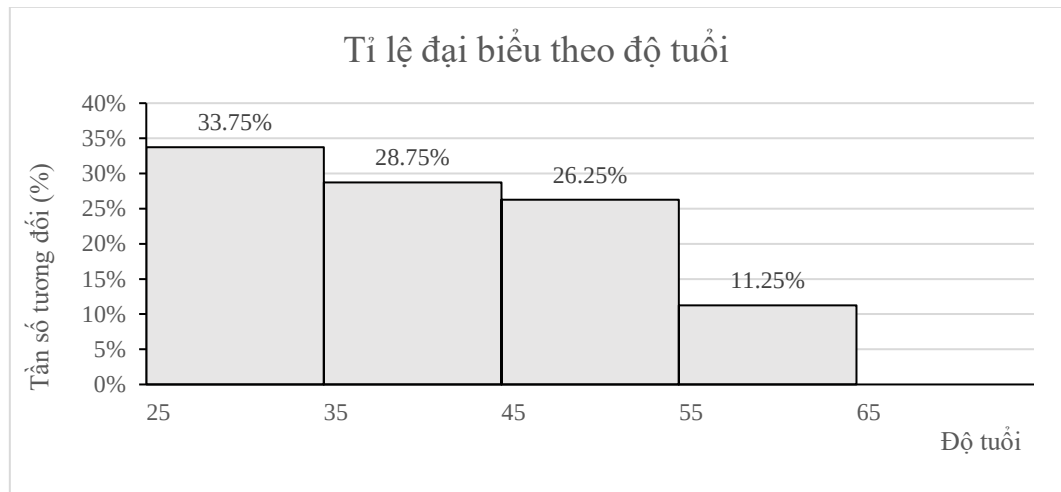
☞ HẾT ☞

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm) Đề.

1) . Để chuẩn bị cho tiết mục kỉ niệm 70 năm Chiến thắng Điện Biên Phủ, phường Mỹ Đình có cử một số lượng người tham gia, được biểu diễn dưới biểu đồ tỉ lệ sau:

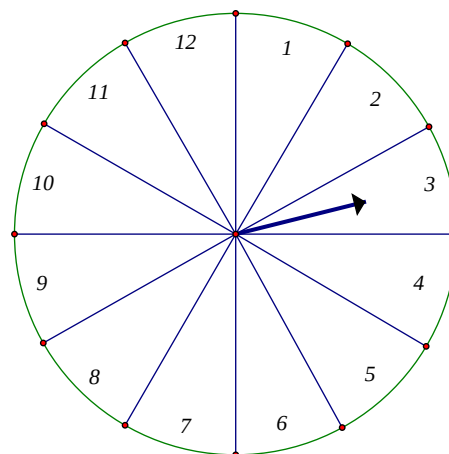
(Biết rằng có 54 người từ 25 tuổi đến 35 tuổi)



a) Có bao nhiêu người tham gia biểu diễn?

b) Một người cho rằng có trên 50% số người biểu diễn dưới 45 tuổi. Nhận định đó đúng hay sai? Tại sao?

2) . Hình vẽ dưới đây mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia thành 12 phần bằng nhau và ghi các số 1;2;3;...;12 . Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa.



Xét phép thử: “Quay đĩa tròn một lần” và biến cố P : “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số là số nguyên tố”. Tính xác suất của biến cố P .

Lời giải

1a) Nhóm [25; 35) chiếm 33,75% so với tổng số người và có 54 người.

Nên: $54: 33,75\% = 160$ (người)

Tổng số người tham gia biểu diễn là 160 người.

b) Tổng số % số người tham gia biểu diễn dưới 45 tuổi là:

$$33,75\% + 28,75\% = 62,5\% > 50\%.$$

Nhận định trên là đúng.

2) Có 12 kết quả có thể xảy ra khi quay ngẫu nhiên tám bìa một lần.

$$A = \{1; 2; 3; \dots; 12\}$$

Có 5 kết quả thuận lợi cho biến cố B là: 2; 3; 5; 7; 11.

Tính được xác suất của biến P có là: $\frac{5}{12}$

Câu II: (1,5 điểm) Với $x > 0$, cho hai biểu thức $A = \frac{x+2\sqrt{x}}{x}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.

b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$.

c) Tìm số nguyên x nhỏ nhất để $\frac{A}{B} < \frac{7}{4}$.

Lời giải

a) Khi $x = 4$ (thỏa mãn điều kiện), ta thay vào biểu thức A

$$\text{Ta có } A = \frac{x+2\sqrt{x}}{x} = \frac{4+2\sqrt{4}}{4} = 2$$

Vậy $A = 2$ khi $x = 4$

b)

$$B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)+2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} = \frac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$$

$$\text{Vậy với } x > 0 \text{ thì } B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$$

$$\text{c) Với } x > 0, \frac{A}{B} = \frac{x+2\sqrt{x}}{x} : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{x} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{x} = \frac{x+\sqrt{x}}{x}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & \frac{A}{B} < \frac{7}{4} \\ & \frac{x+\sqrt{x}}{x} < \frac{7}{4} \end{aligned}$$

$$1 + \frac{1}{\sqrt{x}} < \frac{7}{4}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}} < \frac{3}{4}$$

$$\sqrt{x} > \frac{4}{3}$$

$$\text{Nên } x > \frac{16}{9}$$

Vậy số nguyên x nhỏ nhất thỏa điều kiện bài toán là $x = 2$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) . Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng 2,17 triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng 2,18 triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu tiền mỗi loại hàng.

2) Nam đi xe đạp từ nhà đến trường trên quãng đường dài 4 km. Khi đi từ trường về nhà, vẫn trên con đường đó, Nam đạp xe với vận tốc trung bình lớn hơn vận tốc trung bình lúc đi là 2 km/h. Tổng thời gian đạp xe cả đi và về của Nam là 44 phút. Tính vận tốc đạp xe trung bình của Nam lúc đi từ nhà đến trường.

3) Cho phương trình $x^2 - 12x + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức $T = \frac{|x_1| + |x_2|}{2x_1^2 + 24x_2 - 4}$

Lời giải

1) Gọi x, y là số tiền phải trả cho mỗi loại hàng khi chưa tính thuế VAT (triệu đồng, $x, y > 0$)

* Khi tính thuế 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai người đó phải trả 2,17 triệu đồng:

Số tiền phải trả cho loại hàng thứ nhất là $x + 0,1x = 1,1x$ triệu đồng

Số tiền phải trả cho loại hàng thứ hai là $y + 0,08y = 1,08y$ triệu đồng

Tổng số tiền phải trả là 2,17 triệu đồng $1,1x + 1,08y = 2,17$ (1)

* Khi tính thuế 9% đối với cả hai loại hàng người đó phải trả 2,18 triệu đồng:

Số tiền phải trả cho loại hàng thứ nhất là $x + 0,09x = 1,09x$ triệu đồng

Số tiền phải trả cho loại hàng thứ hai là $y + 0,09y = 1,09y$ triệu đồng

Tổng số tiền phải trả là 2,18 triệu đồng $1,09x + 1,09y = 2,18$ (1)

Ta có HPT
$$\begin{cases} 1,1x + 1,08y = 2,17 \\ 1,09x + 1,09y = 2,18 \end{cases}$$

Giải hệ ta được nghiệm duy nhất $\begin{cases} x = 0,5 \\ y = 1,5 \end{cases}$ (TMDK)

Vậy khi chưa tính thêm tiền thuế VAT thì giá của loại hàng thứ nhất là 0,5 triệu đồng và giá của loại hàng thứ hai là 1,5 triệu đồng

2) Gọi vận tốc đạp xe trung bình của Nam lúc đi từ nhà đến trường là x (km/h, $x > 0$)

Thời gian đạp xe của Nam lúc đi từ nhà đến trường là $\frac{4}{x}$ (h)

Vận tốc đạp xe trung bình của Nam lúc đi từ trường về nhà là $x + 2$ (km/h).

Thời gian đạp xe của Nam lúc đi từ trường về nhà là $\frac{4}{x+2}$ (h)

Lập luận để có PT: $\frac{4}{x} + \frac{4}{x+2} = \frac{11}{15}$

Giải PT tìm được $x = 10$ (TM) hoặc $x = \frac{-12}{11}$ (KTM)

Vậy vận tốc đạp xe trung bình của Nam lúc đi từ nhà đến trường là 10 km/h

3) Theo hệ thức Viet có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 12 \\ x_1 \cdot x_2 = 4 \end{cases}$

Nên $x_1 > 0, x_2 > 0$

Suy ra $|x_1| + |x_2| = x_1 + x_2 = 12$

x_1 là nghiệm của PT đã cho nên $x_1^2 - 12x_1 + 4 = 0$ hay $x_1^2 = 12x_1 - 4$ hay $2x_1^2 = 24x_1 - 8$

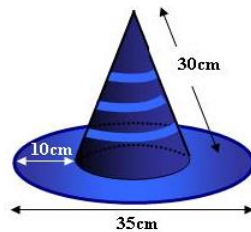
Suy ra

$$\begin{aligned} 2x_1^2 + 24x_2 - 4 &= 24x_1 - 8 + 24x_2 - 4 \\ &= 24(x_1 + x_2) - 12 = 24 \cdot 12 - 12 = 276 \end{aligned}$$

Vậy $T = \frac{12}{276} = \frac{1}{24}$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) . Tính lượng vải cần mua để tạo ra nón của chú hề với các số liệu trong hình bên. Biết rằng tỉ lệ vải khâu (may) hao (tồn) khi may nón là 15%. Cho biết $\pi \approx 3,14$.



2) . Cho nửa (O) đường kính $AB = 2R$, C là điểm bất kì nằm trên nửa đường tròn sao cho C khác A và $AC < CB$. Điểm D thuộc cung nhỏ BC sao cho: $\angle COD = 90^\circ$. Gọi E là giao điểm của AD và BC , F là giao điểm của AC và BD , I là trung điểm của EF .

a) Chứng minh: $CEDF$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh: $FC \cdot FA = FD \cdot FB$

c) Chứng minh IC là tiếp tuyến của (O)

d) Hỏi khi C thay đổi thỏa mãn điều kiện bài toán, E thuộc đường tròn cố định nào?

Lời giải

1) Diện tích vải cần có để làm nên cái mũ gồm diện tích xung quanh của hình nón và diện tích của vành nón.

Bán kính đường tròn đáy của hình nón: $r = \frac{35 - 2 \cdot 10}{2} = 7,5$ (cm)

Nên E là trực tâm của $\triangle ABF$

Nên $EF \perp AB \Rightarrow F_1 + CAO = 90^\circ$ (3)

Từ (1); (2); (3) nên $ICF + OCA = 90^\circ$

Do đó $OCI = 90^\circ$ hay $OC \perp CI$

Vậy CI là tiếp tuyến của đường tròn (O)

d) Ta có

$$\left. \begin{array}{l} O_1 + O_2 + O_3 = 180^\circ \\ O_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \text{ nên } O_1 + O_3 = 90^\circ$$

Xét (O) ta có:

$$\left. \begin{array}{l} DAB = \frac{1}{2}O_1 \\ ABC = \frac{1}{2}O_3 \end{array} \right\} \text{ nên } DAB + ABC = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ$$

Xét $\triangle AEB$ ta có $DAB + ABC = 45^\circ$ nên $AEB = 135^\circ$

Qua A kẻ $Ax \perp AE$.

Qua B kẻ $By \perp BE$. $By \cap Ax = K$

Xét tứ giác $EAKB$ ta có

$$\left. \begin{array}{l} KAE = 90^\circ (Ax \perp AE) \\ KBE = 90^\circ (By \perp BE) \end{array} \right\} \text{ nên } KAE + KBE = 180^\circ$$

Mà hai góc nằm tại hai đỉnh đối nhau nên tứ giác $EAKB$ nội tiếp.

$$AKB + AEB = 180^\circ \text{ nên } AKB = 45^\circ$$

Gọi H là trung điểm của EK .

nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác

$$\text{Xét (H): } AKB = \frac{1}{2} AHB \Rightarrow AHB = 90^\circ.$$

Xét $\square AHB (AHB = 90^\circ)$ có : $HA = HB$ (bán kính đường tròn tâm H)

nên $\triangle AHB$ vuông cân tại H. Mà AB không đổi nên H cố định.

Áp dụng định lý Pytago vào $\square AHB$ ta có:

$$HA^2 + HB^2 = AB^2$$

$$\text{ nên } 2HA^2 = 4R^2$$

$$HA^2 = 2R^2$$

$$HA = \sqrt{2}R$$

Vậy khi C thay đổi E chạy trên đường tròn ($H; \sqrt{2}R$) cố định.

Câu V: (0,5 điểm) Kim cương là một khoáng sản quý, có rất nhiều giá trị và được sử dụng với nhiều mục đích khác nhau. Giá bán của một viên kim cương rất cao và phụ thuộc vào rất nhiều yếu tố. Giả sử rằng giá bán của viên kim cương tỉ lệ với bình phương khối lượng của nó. Khi đem một viên kim cương cắt thành ba phần và vẫn bán với giá như trên (theo đúng tỉ lệ trên) thì tổng số tiền thu được tăng lên hay giảm đi? Trong trường hợp nào, giá bán của viên kim cương ban đầu giảm nhiều nhất? và giảm bao nhiêu lần?

Lời giải

Giả sử viên kim cương ban đầu có khối lượng là m . Giá bán của viên kim cương tỉ lệ với bình phương khối lượng, nên giá bán là km^2 với k là một hằng số.

Khi cắt viên kim cương thành ba phần có khối lượng a, b, c sao cho $m = a + b + c$,

Giá bán của ba phần này lần lượt là ka^2, kb^2, kc^2

Tổng giá bán của ba phần là $ka^2 + kb^2 + kc^2 = k(a^2 + b^2 + c^2)$

Ta cần so sánh km^2 và $k(a^2 + b^2 + c^2)$

Vì $m = a + b + c$, ta có $m^2 = (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$

Do đó $m^2 > a^2 + b^2 + c^2$,

Điều này có nghĩa là $km^2 > k(a^2 + b^2 + c^2)$

Vậy tổng số tiền thu được sau khi cắt giảm đi so với giá bán của viên kim cương ban đầu.

Sau giảm giá nhiều nhất xảy ra khi $a^2 + b^2 + c^2$ nhỏ nhất, tức là $a = b = c = \frac{m}{3}$

Trong trường hợp này, tổng giá bán là : $k\left(\left(\frac{m}{3}\right)^2 + \left(\frac{m}{3}\right)^2 + \left(\frac{m}{3}\right)^2\right) = k\frac{m^2}{3}$

So với giá bán ban đầu km^2 , giá bán giảm đi $km^2 - k\frac{m^2}{3} = \frac{2}{3}km^2$

Vậy giá bán giảm đi $\frac{2}{3}$ lần so với giá bán ban đầu.

Và Giảm giá nhiều nhất khi chia thành 3 phần bằng nhau.

♣HẾT♣

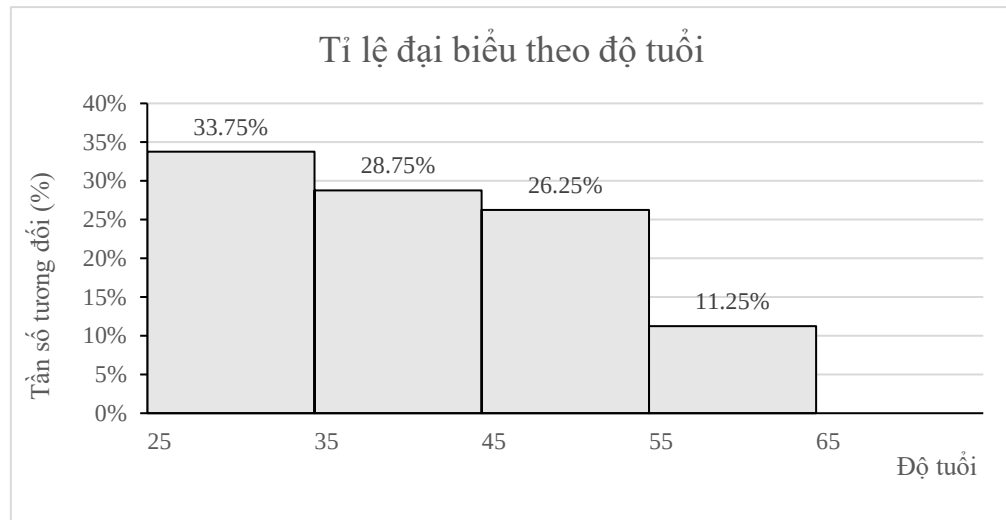
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

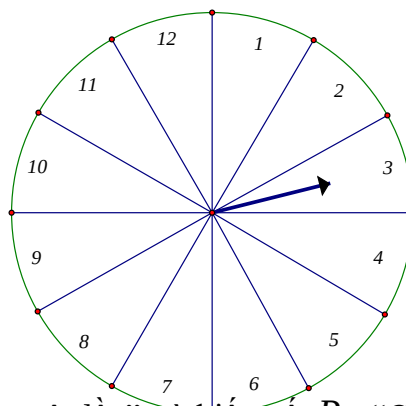
1) . Biểu đồ bên biểu diễn tỉ lệ đại biểu tham dự hội nghị theo độ tuổi. Biết rằng có 54 đại biểu từ 25 tuổi đến 35 tuổi.



a) Có bao nhiêu đại biểu tham dự hội nghị?

b) Một người cho rằng có trên 50% số đại biểu tham dự hội nghị dưới 45 tuổi. Nhận định đó đúng hay sai? Tại sao?

2) . Hình vẽ dưới đây mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia thành 12 phần bằng nhau và ghi các số 1;2;3;...;12. Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa.



Xét phép thử: “Quay đĩa tròn một lần” và biến cố P : “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số là số nguyên tố”. Tính xác suất của biến cố P .

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 3} \text{ và } B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 1} + \frac{2\sqrt{x} + 4}{x - 1} \quad (\text{Với } x \geq 0; x \neq 1)$$

- a) Tính giá trị của A khi $x = 4$
- b) Rút gọn B
- c) Tìm x để $A.B \leq \frac{1}{2}$

Câu III: (2,5 điểm)

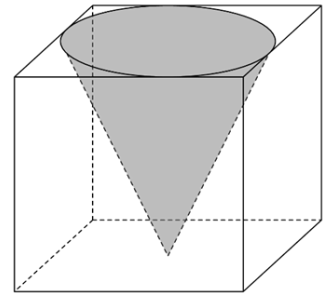
1) . Một người mua một cái bàn là và một cái quạt điện với tổng số tiền theo giá niêm yết là 850 nghìn đồng. Khi trả tiền người đó được khuyến mại giảm 20% đối với giá tiền bàn là và 10% đối với giá tiền quạt điện với giá niêm yết. Vì vậy, người đó phải trả tổng cộng 740 nghìn đồng. Tính giá tiền của cái bàn là và cái quạt điện theo giá niêm yết

2) . Một người đi xe đạp từ địa điểm A đến địa điểm B với vận tốc không đổi, hai địa điểm cách nhau 30km . Khi đi từ B về A , người đó chọn đường khác dễ hơn nhưng dài hơn con đường cũ 6km . Vì lúc về, người đó đi với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 3km/h nên thời gian về vẫn ít hơn thời gian đi là 20 phút. Tính vận tốc lúc đi của người đó.

3) Biết rằng phương trình bậc hai $x^2 - 5x + m = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt sao cho tổng các bình phương của hai nghiệm bằng 13.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) . Người ta đặt một khối nón vào trong một khối lập phương cạnh 1m chứa đầy nước. Biết rằng đỉnh khối nón trùng với tâm một mặt của khối lập phương, đáy khối nón tiếp xúc với các cạnh của mặt đối diện. Tính thể tích lượng nước trong khối bị tràn ra ngoài. (Lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân)



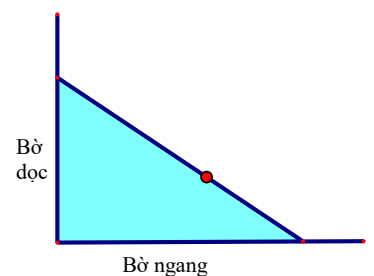
2) . Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) , kẻ các tiếp tuyến MA, MB với (O) (B, C là các tiếp điểm). Kẻ đường kính AC của (O) . Đoạn thẳng MC cắt AB tại K và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai D . Gọi I, H lần lượt là các giao điểm của MO với BD, AB .

a) Chứng minh bốn điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh MO song song với BC và $IM^2 = ID.IB$.

c) Gọi L là giao điểm của IK, HC . Chứng minh ba điểm M, B, L thẳng hàng.

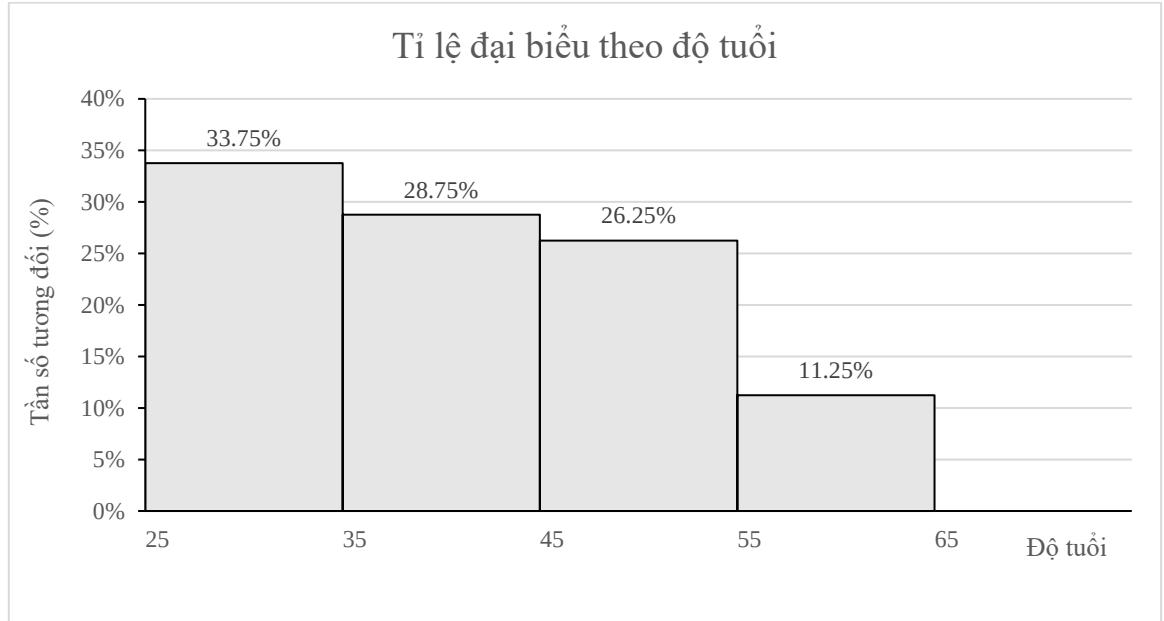
Câu V: (0,5 điểm) Người ta giăng lưới để nuôi riêng một loại cá trên một góc hồ. Biết rằng lưới được giăng theo một đường thẳng từ một vị trí trên bờ ngang đến một vị trí trên bờ dọc và phải đi qua một cái cọc đã cắm sẵn ở vị trí A . Hỏi diện tích nhỏ nhất có thể giăng là bao nhiêu, biết rằng khoảng cách từ cọc đến bờ ngang là 5 m và khoảng cách từ cọc đến bờ dọc là 12 m.



HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THAM KHẢO THI VÀO LỚP 10

Câu I: (1,5 điểm) Đề.

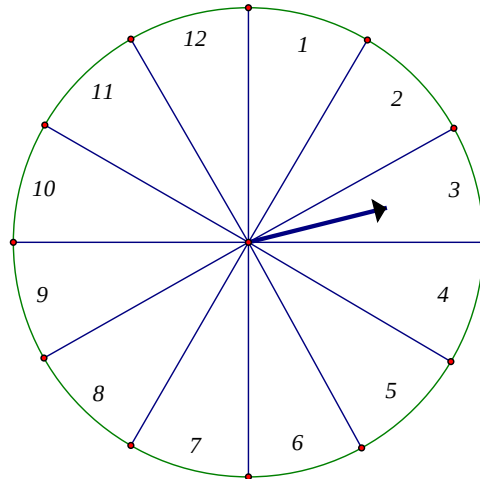
1) . Biểu đồ bên biểu diễn tỉ lệ đại biểu tham dự hội nghị theo độ tuổi. Biết rằng có 54 đại biểu từ 25 tuổi đến 35 tuổi.



a) Có bao nhiêu đại biểu tham dự hội nghị?

b) Một người cho rằng có trên 50% số đại biểu tham dự hội nghị dưới 45 tuổi. Nhận định đó đúng hay sai? Tại sao?

2) . Hình vẽ dưới đây mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia thành 12 phần bằng nhau và ghi các số 1; 2; 3; ...; 12. Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa.



Xét phép thử: “Quay đĩa tròn một lần” và biến cố P : “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số là số nguyên tố”. Tính xác suất của biến cố P .

Lời giải

1a) Nhóm [25; 35) chiếm 33,75% so với tổng số đại biểu và có 54 người.

Nên: $54: 33,75\% = 160$ (người)

Tổng số đại biểu tham dự hội nghị là 160 người.

b) Tổng số % số đại biểu tham dự hội nghị dưới 45 tuổi là:

$$33,75\% + 28,75\% = 62,5\% > 50\%.$$

Nhận định trên là đúng.

2) Có 12 kết quả có thể xảy ra khi quay ngẫu nhiên tấm bìa một lần.

$$A = \{1; 2; 3; \dots; 12\}$$

Có 5 kết quả thuận lợi cho biến cố B là: 2; 3; 5; 7; 11.

Tính được xác suất của biến P có là: $\frac{5}{12}$

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$;

$$B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} + \frac{2\sqrt{x}+4}{x-1}$$

Với $x \geq 0; x \neq 1$

a) Tính giá trị của A khi $x = 4$.

b) Rút gọn B

c) Tìm x để $A.B \leq \frac{1}{2}$

Lời giải

a) Thay $x = 4$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta có:

$$A = \frac{\sqrt{4}+1}{\sqrt{4}+3} = \frac{3}{5}$$

Vậy giá trị của biểu thức A tại $x = 4$ là: $\frac{3}{5}$

$$\text{b) Ta có: } B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} + \frac{2\sqrt{x}+4}{x-1}$$

$$= \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} + \frac{2\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$$

$$= \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} - \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} + \frac{2\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$$

$$= \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-1) - (\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+1) + 2\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$$

$$= \frac{2x - 2\sqrt{x} - x - 2\sqrt{x} - \sqrt{x} - 2 + 2\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}$$

$$= \frac{x - 3\sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}$$

$$= \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}$$

$$= \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1}$$

$$\text{Vậy } B = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1}$$

$$\text{c) Ta có: } A.B \leq \frac{1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 3} \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1} \leq \frac{1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 3} \leq \frac{1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 3} - \frac{1}{2} \leq 0$$

$$\frac{2\sqrt{x} - 4 - \sqrt{x} - 3}{2(\sqrt{x} + 3)} \leq 0$$

$$\frac{\sqrt{x} - 7}{2(\sqrt{x} + 3)} \leq 0$$

$$\sqrt{x} - 7 \leq 0 \quad (\text{Vì } 2(\sqrt{x} + 3) > 0)$$

$$\sqrt{x} \leq 7$$

$$x \leq 49$$

Kết hợp điều kiện ta có: $0 \leq x \leq 49$; $x \neq 1$

$$\text{Vậy } 0 \leq x \leq 49; x \neq 1 \text{ thì } A.B \leq \frac{1}{2}$$

Câu III: (2,5 điểm)

1). Một người mua một cái bàn là và một cái quạt điện với tổng số tiền theo giá niêm yết là 850 nghìn đồng. Khi trả tiền người đó được khuyến mại giảm 20% đối với giá tiền bàn là và 10% đối với giá tiền quạt điện với giá niêm yết. Vì vậy, người

đó phải trả tổng cộng 740 nghìn đồng. Tính giá tiền của cái bàn là và cái quạt điện theo giá niêm yết

2) . Một người đi xe đạp từ địa điểm A đến địa điểm B với vận tốc không đổi, hai địa điểm cách nhau 30km . Khi đi từ B về A , người đó chọn đường khác dễ hơn nhưng dài hơn con đường cũ 6km . Vì lúc về, người đó đi với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 3km/h nên thời gian về vẫn ít hơn thời gian đi là 20 phút. Tính vận tốc lúc đi của người đó.

3) Biết rằng phương trình bậc hai $x^2 - 5x + m = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt sao cho tổng các bình phương của hai nghiệm bằng 13.

Lời giải

1) Gọi giá tiền của bàn là và quạt điện theo giá niêm yết lần lượt là: $x; y$ (đơn vị: nghìn đồng; điều kiện $0 < x; y < 850$).

Do tổng số tiền mua bàn là và quạt điện theo giá niêm yết là 850 nghìn đồng nên ta có phương trình: $x + y = 850$ (1).

Bàn là giảm giá 20% nên số tiền cần trả cho bàn là là: $x - \frac{20}{100}x = \frac{4}{5}x$ (nghìn đồng).

Quạt điện giảm giá 10% nên số tiền trả cho quạt điện là: $y - \frac{10}{100}y = \frac{9}{10}y$ (nghìn đồng).

Tổng số tiền phải trả theo giá khuyến mại là 740 nghìn nên ta có phương trình:

$$\frac{4}{5}x + \frac{9}{10}y = 740 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 850 \\ \frac{4}{5}x + \frac{9}{10}y = 740 \end{cases} \quad \begin{cases} 8x + 8y = 6800 \\ 8x + 9y = 7400 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 850 \\ y = 600 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 250 \\ y = 500 \end{cases} \quad (\text{Thỏa mãn điều kiện})$$

Vậy giá tiền của bàn là là 250 nghìn đồng, của quạt điện là 600 nghìn đồng.

2) Gọi vận tốc lúc đi là: x (km/h) ($x > 0$)

Thời gian lúc đi là : $\frac{30}{x}$ (giờ)

Quãng đường lúc về là : $30 + 6 = 36$ (km)

Vận tốc lúc về là : $x + 3$

Thời gian lúc về là : $\frac{36}{x + 3}$ (giờ)

Theo đầu bài thời gian về ít hơn thời gian đi 20 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{30}{x} - \frac{36}{x + 3} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{90(x + 3)}{3x(x + 3)} - \frac{108x}{3x(x + 3)} = \frac{x(x + 3)}{3x(x + 3)}$$

$$90(x + 3) - 108x = x(x + 3)$$

$$90x + 270 - 108x = x^2 + 3x$$

$$x^2 + 21x - 270 = 0$$

$$(x + 30)(x - 9) = 0$$

$$\begin{cases} x + 30 = 0 \\ x - 9 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -30 \text{ (L)} \\ x = 9 \text{ (TM)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc lúc đi là: 9 km/h.

3) Xét phương trình: $x^2 - 5x + m = 0$ (m là tham số)

Ta có: $a = 1; b = -5; c = m$

$$\Delta = (-5)^2 - 4.1.m$$

$$= 25 - 4m$$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì: $\Delta > 0$

$$25 - 4m > 0$$

$$m < \frac{25}{4}$$

Với $m < \frac{25}{4}$ phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$, theo định lí

Viète ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = m \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác: } x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$$

$$\text{Nên: } 5^2 - 2m = 13$$

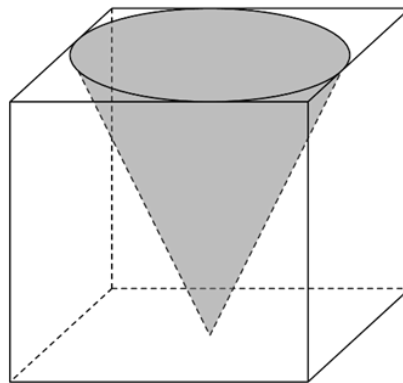
$$2m = 12$$

$$m = 6 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy với $m = 6$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn tổng các bình phương của hai nghiệm bằng 13.

Câu IV: (4,0 điểm)

- 1) . Người ta đặt một khối nón vào trong một khối lập phương cạnh $1m$ chứa đầy nước. Biết rằng đỉnh khối nón trùng với tâm một mặt của khối lập phương, đáy khối nón tiếp xúc với các cạnh của mặt đối diện. Tính thể tích lượng nước trong khối bị tràn ra ngoài. (Lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân)



- 2) . Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) , kẻ các tiếp tuyến MA, MB với (O) (B, C là các tiếp điểm). Kẻ đường kính AC của (O) . Đoạn thẳng MC cắt AB tại K và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai D . Gọi I, H lần lượt là các giao điểm của MO với BD, AB .

- Chứng minh bốn điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh MO song song với BC và $IM^2 = ID \cdot IB$.
- Gọi L là giao điểm của IK, HC . Chứng minh ba điểm M, B, L thẳng hàng.

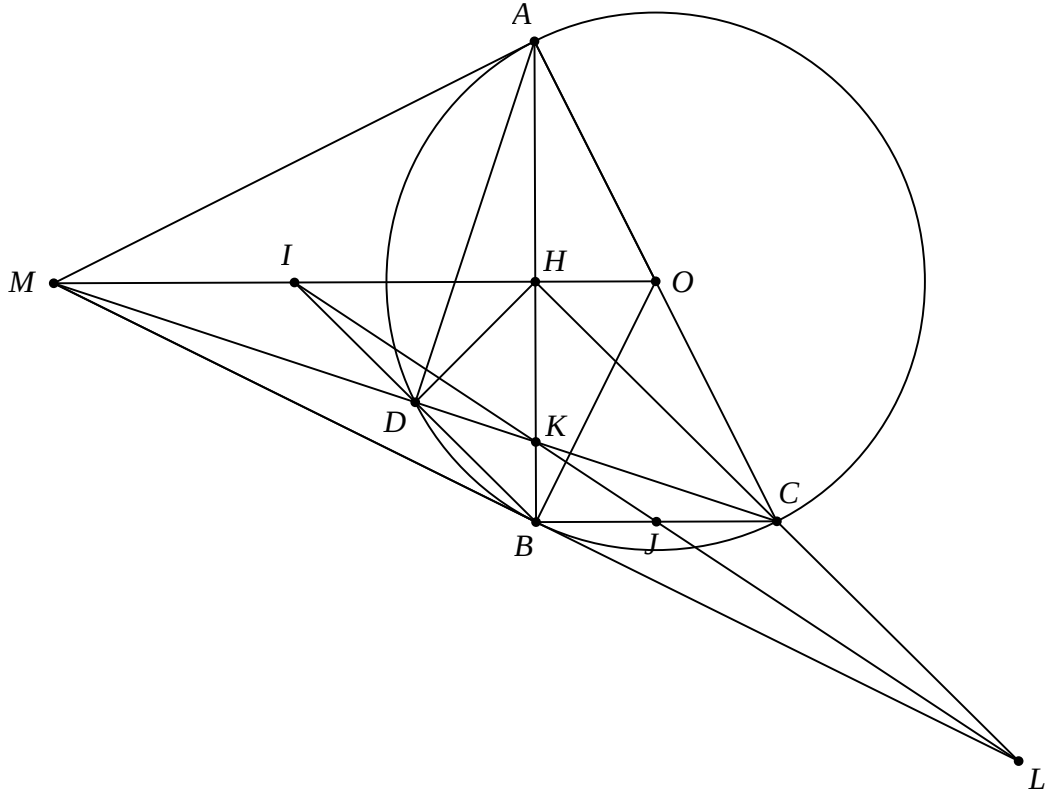
Lời giải

- 1) Thể tích lượng nước trong khối hộp bị tràn ra ngoài là thể tích của khối nón.

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h \approx \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 1 \approx 0,26 \text{ (m}^2\text{)}$$

Vậy lượng nước bị trào ra có thể tích $\approx 0,26 \text{ (m}^2\text{)}$

2)



a) MA, MB là hai tiếp tuyến của (O) nên : $MA \perp OA; MB \perp OB$

- Xét $\triangle MAO$ có $MAO = 90^\circ$ nên 3 điểm A, M, O cùng thuộc đường tròn đường kính OM

- Xét $\triangle MBO$ có $MBO = 90^\circ$ nên 3 điểm B, M, O cùng thuộc đường tròn đường kính OM

Vậy bốn điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn. (ĐPCM)

b) Ta có: $MA = MB$ (MA, MB là hai tiếp tuyến của (O))

$$OA = OB = R$$

Nên OM là trung trực của AB hay $OM \perp AB$ tại H

Mà B thuộc đường tròn đường kính AC nên $ABC = 90^\circ$ hay $BC \perp AB$

Suy ra: $MO \parallel BC$

$$\angle IMD = \angle BCD \text{ (2 góc so le trong)}$$

Lại có: $MBI = BCD$ nên $IMD = IBM = BCD$

Xét $\triangle IMD$ và $\triangle IBM$ có :

MIB chung

$$IMD = IBM$$

Nên: $\triangle IMD \square \triangle IBM$ (g.g)

$$\text{Suy ra: } \frac{IM}{IB} = \frac{ID}{IM} \text{ hay } IM^2 = IB.ID (\text{ĐPCM})$$

c) Ta có $ADC = 90^\circ$ nên $ADM = 90^\circ$

Suy ra 3 điểm A, D, M cùng thuộc đường tròn đường kính AM .

Mà $AHM = 90^\circ$ nên 3 điểm A, H, M cùng thuộc đường tròn đường kính AM

Suy ra bốn điểm A, D, H, M cùng thuộc đường tròn đường kính AM .

Hay $AMDH$ là tứ giác nội tiếp nên $IHD = MAD$

Mà $MAD = ABD$ nên $IBH = IHD$

Xét $\triangle IHD$ và $\triangle IBH$ có:

$$IHD = IBH \text{ (cmt)}$$

HIB chung

Nên: $\triangle IHD \square \triangle IBH$, suy ra $IH^2 = IB.ID$

Mà $IM^2 = IB.ID$ nên $IM = IH$

Gọi J là giao điểm của IL và BC

$$\text{Xét } \triangle MKI \text{ có } IM \parallel CJ \text{ nên } \frac{JC}{IM} = \frac{KI}{KI}$$

$$\text{Xét } \triangle IKH \text{ có } BJ \parallel IH \text{ nên } \frac{BJ}{IH} = \frac{KI}{KI}$$

$$\text{Suy ra: } JC = JB$$

Hay J là trung điểm của BC

$$\text{Xét } \triangle ILH \text{ có } CJ \parallel LH \text{ nên } \frac{LC}{LH} = \frac{CJ}{HI} = \frac{2CI}{2HJ} = \frac{CB}{MH}$$

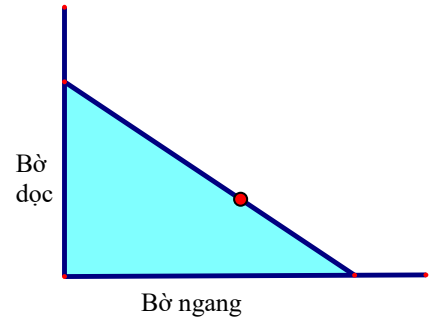
Lại có $MHL = BCL$ (đồng vị)

Suy ra $\triangle MHL \square \triangle BCL$ (c.g.c)

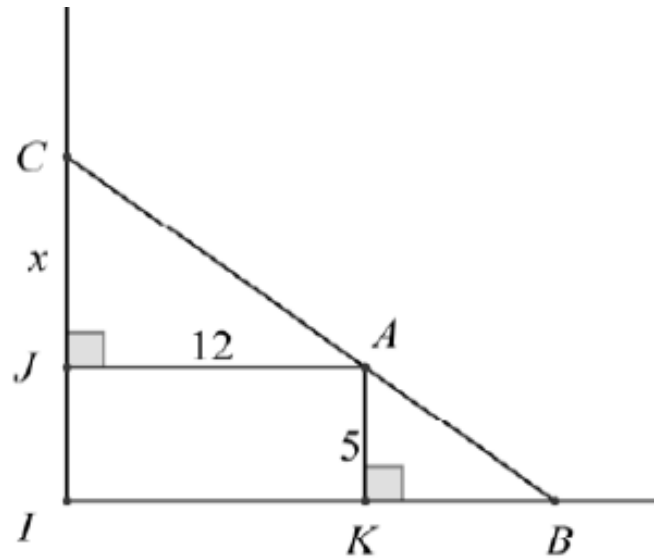
Từ đó ta có: $HLB = HLM$

Vậy M, B, L thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm) Người ta giăng lưới để nuôi riêng một loại cá trên một góc hồ. Biết rằng lưới được giăng theo một đường thẳng từ một vị trí trên bờ ngang đến một vị trí trên bờ dọc và phải đi qua một cái cọc đã cắm sẵn ở vị trí A. Hỏi diện tích nhỏ nhất có thể giăng là bao nhiêu, biết rằng khoảng cách từ cọc đến bờ ngang là 5 m và khoảng cách từ cọc đến bờ dọc là 12 m.



Lời giải



Đặt tên các điểm như hình vẽ. Đặt $CJ = x, (x > 0)$.

Vì hai tam giác AJC và BKA là hai tam giác đồng dạng nên:

$$\frac{CJ}{AK} = \frac{JA}{KB}$$

$$\frac{x}{5} = \frac{12}{KB}$$

$$KB = \frac{60}{x}.$$

Diện tích của khu nuôi cá là: $S = \frac{1}{2}(x + 5) \cdot \left(\frac{60}{x} + 12\right)$.

$$S(x) = \frac{1}{2} \left(60 + 12x + \frac{300}{x} + 60 \right)$$

$$S(x) = 6x + \frac{150}{x} + 60$$

$$S(x) = 6x + \frac{150}{x} + 60$$

$$S(x) = \frac{6x^2 + 60x + 150}{x}$$

$$S(x) = \frac{6x^2 - 60x + 150}{x} + \frac{120x}{x}$$

$$S(x) = \frac{6(x-5)^2}{x} + 120$$

Ta thấy : $\frac{6(x-5)^2}{x} \geq 0$ (Với mọi $x > 0$)

$$\frac{6(x-5)^2}{x} + 120 \geq 120$$

$$S(x) \geq 120$$

Dấu bằng xảy ra khi: $\frac{6(x-5)^2}{x} = 0$

$$(x-5)^2 = 0$$

$$x = 5$$

Vậy diện tích nhỏ nhất có thể giăng là $120(m^2)$, đạt được khi $x = 5m$.

❧HẾT❧

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) . Chỉ số phát triển con người (HDI) là chỉ tiêu tổng hợp phản ánh các mặt thu nhập, sức khỏe, giáo dục của người dân trong một quốc gia. Các nước và vùng lãnh thổ trên thế giới được chia thành 4 nhóm theo HDI: Nhóm 1(rất cao) có HDI từ 0,8 trở lên; Nhóm 2(cao) có HDI từ 0,7 đến dưới 0,8; Nhóm 3(trung bình) có HDI từ 0,55 đến dưới 0,7; Nhóm 4(thấp) có HDI dưới 0,55. Năm 2021, chỉ số HDI của 11 quốc gia Đông Nam Á như sau.

0,939 0,829 0,803 0,8 0,705 0,703 0,699 0,607 0,607 0,593 0,585

Dựa vào dữ liệu trên, hãy hoàn thành bảng tần số ghép nhóm sau:

Chỉ số HDI	$[0; 0,55)$	$[0,55; 0,7)$	$[0,7; 0,8)$	$[0,8; 1)$	Cộng
Tần số	?	?	?	?	N =

2) Một hộp có chứa 5 quả bóng có cùng khối lượng và kích thước, được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Lấy ra ngẫu nhiên cùng một lúc 2 quả bóng từ hộp.

a) Hãy liệt kê các phần tử của không gian mẫu của phép thử.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố sau:

D : “Trong 2 quả bóng lấy ra có ít nhất 1 quả bóng ghi số chẵn”.

c) Tính xác suất của biến cố D : “Trong 2 quả bóng lấy ra có ít nhất 1 quả bóng ghi số chẵn”.

Câu II: (1,5 điểm)

1) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} + 2}$. Tính giá trị của biểu thức A với $x = 36$.

2) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 4} + \frac{4}{\sqrt{x} - 4} \right) : \frac{x + 16}{\sqrt{x} + 2}$ (với $x \geq 0, x \neq 16$).

3) Với các biểu thức A và B , hãy tìm các giá trị nguyên của x để giá trị của biểu thức $B(A - 1)$ là $\square$ nhận giá trị nguyên.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Bạn Thanh có 100 nghìn đồng. Bạn muốn mua một cái bút giá 18 nghìn đồng và một số quyển vở, mỗi quyển vở giá 17 nghìn đồng. Hỏi bạn Thanh mua được nhiều nhất bao nhiêu quyển vở?

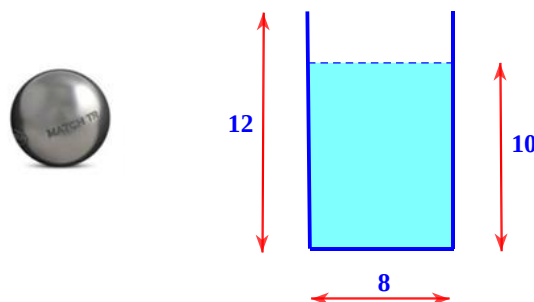
2) Hai ô tô cùng khởi hành một lúc từ hai tỉnh, cách nhau 150 km, đi ngược chiều và gặp nhau sau 2 giờ. Tìm vận tốc của mỗi ô tô, biết rằng nếu vận tốc của ô tô A tăng thêm 5km/h và vận tốc của ô tô B giảm đi 5km/h thì vận tốc của ô tô A bằng 2 lần vận tốc của ô tô B .

3) Cho phương trình $-x^2 + mx + m + 1 = 0$. Chứng minh phương trình luôn có một nghiệm không phụ thuộc vào m . Tìm nghiệm còn lại.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) . Một cốc nước có dạng hình trụ với đường kính đáy bằng 8 cm, chiều cao 12 cm và chứa một lượng nước cao 10 cm. Người ta thả từ từ một viên bi làm bằng thép đặc (không thấm nước) có thể tích là $V = 4p(\text{cm}^3)$ vào trong cốc. Hỏi mực nước trong cốc lúc này cao bao nhiêu cm?

(Giả sử độ dày của cốc không đáng kể).



2) . Cho đường tròn tâm (O) , đường kính $AB = 2R$. Trên đường tròn (O) lấy điểm C bất kì (C không trùng với A và B). Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A cắt tia BC ở điểm D . Gọi H là hình chiếu của A trên đường thẳng DO . Tia AH cắt đường tròn (O) tại điểm F (không trùng với A).

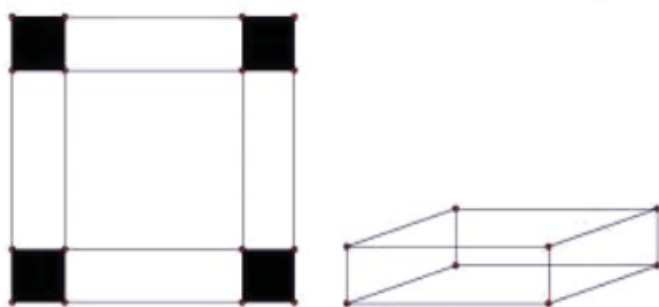
a) Chứng minh tứ giác $AHCD$ nội tiếp được một đường tròn.

b) Chứng minh $\triangle CFH$ là tam giác vuông.

c) Tính giá trị của biểu thức $S = \frac{BH \cdot BC}{BF}$.

Câu V: (0,5 điểm)

Cho tấm nhôm hình vuông cạnh 12cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(\text{cm})$, rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



❧ HẾT ❧

LỜI GIẢI CHI TIẾT CHO ĐỀ TRÊN NHƯ SAU:

Câu I: (1,5 điểm)

1) Bảng tần số ghép nhóm

Chỉ số HDI	$[0; 0,55)$	$[0,55; 0,7)$	$[0,7; 0,8)$	$[0,8; 1)$	Cộng
Tần số	0	5	2	4	$N = 11$

2)

a) Các phần tử của không gian mẫu của phép thử là:

$$\{(1; 2); (1; 3); (1; 4); (1; 5); (2; 3); (2; 4); (2; 5); (3; 4); (3; 5); (4; 5)\}$$

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố D là:

$$\{(1; 2); (1; 4); (2; 3); (2; 4); (2; 5); (3; 4); (4; 5)\}$$

c) Xác suất của biến cố D: “Trong 2 quả bóng lấy ra có ít nhất 1 quả bóng ghi số chẵn” là $\frac{7}{10}$

Câu II: (1,5 điểm)

a) Với $x = 36$, ta có $A = \frac{\sqrt{36} + 4}{\sqrt{36} + 2} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$.

b) Với $x \geq 0$, $x \neq 16$ ta có

$$B = \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 4)}{x - 16} + \frac{4(\sqrt{x} + 4)}{x - 16} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} + 2}{x + 16} = \frac{(x + 16)(\sqrt{x} + 2)}{(x - 16)(x + 16)} = \frac{\sqrt{x} + 2}{x - 16}.$$

$$\text{a) Biểu thức } B(A - 1) = \frac{\sqrt{x} + 2}{x - 16} \cdot \left(\frac{\sqrt{x} + 4 - \sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 2} \right) = \frac{2}{x - 16}.$$

$B(A - 1)$ nhận giá trị nguyên khi

$$(x - 16) \in U(2)$$

$$(x - 16) \in \{-2; -1; 1; 2\}$$

$$x \in \{14; 15; 17; 18\}$$

Kết hợp điều kiện, để $B(A - 1)$ nhận giá trị nguyên thì $x \in \{14; 15; 17; 18\}$.

Câu III: (2,5 điểm)

1/ Gọi x (quyển) là số vở mà Thanh có thể mua. Theo bài ta có bất phương trình

$$17x + 18 \leq 100$$

$$17x \leq 100 - 18$$

$$17x \leq 82$$

$$x \leq \frac{82}{17}$$

Vì số vở là số tự nhiên nên Thanh có thể mua nhiều nhất 4 quyển vở

2 Gọi vận tốc của ô tô thứ nhất là: $x(km/h)$ ($x > 0$); vận tốc ô tô thứ hai là: $y(km/h)$ ($y > 5$)

Vì hai ô tô đi ngược chiều và gặp nhau sau 2 giờ nên:

$$2x + 2y = 150$$

$$x + y = 75$$

Khi: Ô tô thứ nhất tăng $5(km/h)$ thì vận tốc của nó là: $x + 5(km/h)$

Ô tô thứ hai giảm $5(km/h)$ thì vận tốc của nó là: $y - 5(km/h)$

Vì vận tốc ô tô thứ nhất bằng 2 lần vận tốc ô tô thứ hai nên: $x + 5 = 2(y - 5)$

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 75 \\ x + 5 = 2(y - 5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 75 \\ x - 2y = -15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y = 90 \\ x = 75 - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 30(t/m) \\ x = 45(t/m) \end{cases}$$

Vậy vận tốc xe A là: $45km/h$, xe B là: $30km/h$

3/ Nhận thấy phương trình có: $a - b + c = -1 - m + (m + 1) = 0$

Vậy phương trình luôn có một nghiệm $x_1 = -1$ không phụ thuộc vào m

và nghiệm còn lại là: $x_2 = m + 1$

Câu IV: (4,0 điểm)

1/ Bài giải:

* Bán kính đáy của cốc nước hình trụ là:

$$R = 8 : 2 = 4(cm)$$

* Vì thể tích mực nước dâng lên bằng thể tích của viên bi nên:

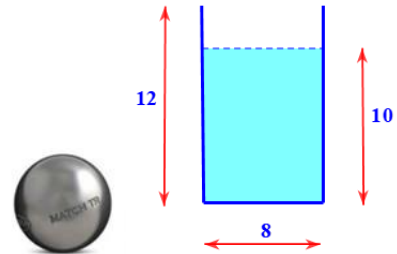
$$V_{\text{nuoc dang}} = \pi R^2 \cdot h_1 = 4\pi$$

$$h_1 = \frac{4\pi}{\pi R^2} = \frac{4}{16} = 0,25(\text{cm})$$

* Mức nước trong cốc sau khi thả viên bi là:

$$10 + 0,25 = 10,25 (\text{cm})$$

* Vậy mực nước trong cốc lúc này là 10,25 cm.



2/

a) Do $AH \perp DH \Rightarrow AHD = 90^\circ$ nên A, H, D thuộc đường tròn đường kính AD (1)

Lại có $ACB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Suy ra $ACD = 90^\circ$ nên A, C, D thuộc đường tròn đường kính AD (1)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow A, H, C, D$ thuộc đường tròn đường kính AD

hay tứ giác $AHCD$ nội tiếp được một đường tròn.

b) Tứ giác $AHCD$ nội tiếp $\Rightarrow HCB = DAH$

Ta có $BCF; BAF$ nội tiếp (O) cùng chắn $BF \Rightarrow BCF = BAF$

$$\Rightarrow HCF = HCB + BCF = DAH + BAF = DAB = 90^\circ$$

Vậy $\triangle CFH$ là tam giác vuông tại C .

c) Ta có: $FCB = HAB$ (3) (hai góc nội tiếp cùng chắn cung FB).

Tam giác OAD vuông tại A . Khi đó $OA^2 = OH \cdot OD$

$$\text{Mà } OA = OB \text{ nên } OB^2 = OH \cdot OD \Rightarrow \frac{OH}{OB} = \frac{OB}{OD}$$

Suy ra hai tam giác OHB và OBD đồng dạng

Suy ra $OBH = ODB$ (4)

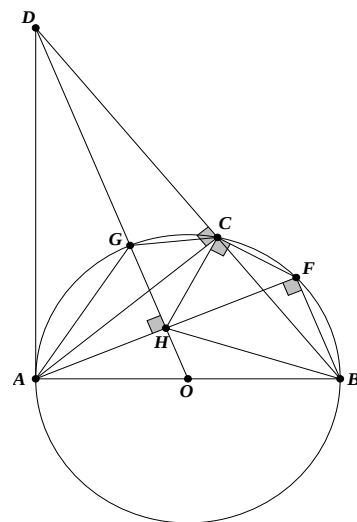
Ta lại có tứ giác $AHCD$ nội tiếp nên $ODB = CAH$ (5)

Tứ giác $ABFC$ nội tiếp nên $CAH = CBF$ (6)

Từ (4), (5) và (6) suy ra $OBH = CBF$ (7)

Từ (3) và (7) suy ra hai tam giác HAB và FCB đồng dạng

$$\text{Khi đó, ta có: } \frac{BC}{BA} = \frac{BF}{BH} \Rightarrow \frac{BC \cdot BH}{BF} = BA \Rightarrow \frac{BC \cdot BH}{BF} = 2R.$$



$$\text{Vậy } S = \frac{BC \cdot BH}{BF} = 2R.$$

Câu V: (0,5 điểm) :

Bài giải

- Gọi độ dài cạnh hình vuông bị cắt là x (cm) ($0 < x < 6$)

Thể tích của khối hộp tạo thành là:

$$V = x(12 - 2x)^2 \text{ (cm}^3\text{)}$$

-Áp dụng BĐT AM-GM (Cauchy) cho 3 số dương, ta có

$$x(12 - 2x)^2 = 2 \cdot 2x \cdot (6 - x)(6 - x) \leq 2 \cdot \frac{(2x + 6 - x + 6 - x)^3}{27} = 128 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Dấu bằng xảy ra khi: $2x = 6$

$$x = 3$$

Vậy khi độ dài cạnh hình vuông bị cắt bằng 3cm thì thể tích hình tạo thành lớn nhất.

❧HẾT❧

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Ban phụ huynh đặt tặng áo phông cho 40 học sinh của lớp 8A. Ban phụ huynh đo chiều cao (đơn vị: centimét) của cả lớp để quyết định chọn các cỡ áo, kết quả cho bởi bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[150;155)	[155;160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)	Cộng
Tần số (n)	5	11	12	8	4	N=40

Xác định tần số ghép nhóm và tìm tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [160; 165).

2) Hình bên mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia làm tám phần bằng nhau và ghi các số 1; 2; 3; ...; 8. Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa. Quay đĩa tròn một lần. Tính xác suất của biến cố A: “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số lớn hơn 3”.



Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{x+1}{x-\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0; x \neq 1$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A tại $x = 25$.
- 2) Rút gọn B.
- 3) Cho $P = A.B$. So sánh giá trị của P với 1.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Để chuẩn bị cho năm học mới, bạn Tuấn đem 20 tờ tiền gồm hai loại 10 000 đồng và 20 000 đồng đến nhà sách mua đồ dùng học tập. Khi thanh toán, đơn hàng của Tuấn có giá 300 000 đồng. Sau khi Tuấn trả tiền cho đơn hàng thì Tuấn còn lại 1 tờ 20 000 đồng. Hỏi lúc đầu Tuấn có bao nhiêu tờ tiền mỗi loại.

2) Một Ô tô dự định đi từ tỉnh A đến tỉnh B với vận tốc trung bình 40 km/h. Lúc đầu ô tô đi với vận tốc đó, khi còn 60 km nữa thì được nửa quãng đường AB, người lái xe tăng thêm vận tốc 10 km/h trên quãng đường còn lại, do đó Ô tô đến B sớm hơn 1 giờ so với dự định. Tính quãng đường AB.

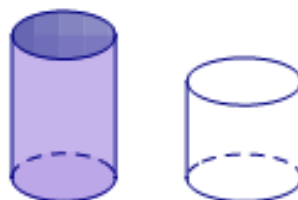
3) Biết rằng phương trình bậc hai $x^2 + 6x + a = 0$ có một nghiệm là $x = -3 + \sqrt{14}$. Tìm tổng bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một lọ thủy tinh hình trụ có đường kính đáy là 30 cm, chiều cao 20 cm, đựng đầy nước tinh khiết.

a. Tính thể tích lượng nước tinh khiết được chứa trong lọ. (Lấy $\pi \approx 3,14$).

b. Người ta đổ tất cả lượng nước trên vào một lọ thứ hai bên trong có đường kính đáy là 40 cm thì lượng nước trong lọ thứ hai cao một nửa chiều cao của lọ. Hỏi chiều cao của lọ thứ hai? (Giả sử độ dày của lọ là không đáng kể).



2) Cho đường tròn (O) và điểm M ở ngoài đường tròn. Qua M kẻ các tiếp tuyến MA, MB và cát tuyến MPQ (MP < MQ). Gọi I là trung điểm của dây PQ.

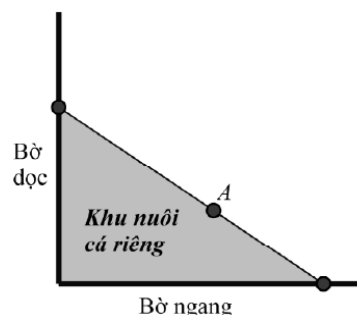
a. Chứng minh bốn điểm B, O, I, M cùng thuộc một đường tròn.

b. Gọi E là giao điểm thứ 2 của đường thẳng BI và đường tròn (O). Chứng minh: $BOM = BEA$ và $AE \parallel PQ$.

c. Gọi K là trung điểm của EA. Chứng minh ba điểm O; I; K thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm)

Người ta giăng lưới để nuôi riêng một loại cá trên một góc hồ. Biết rằng lưới được giăng theo một đường thẳng từ một vị trí trên bờ ngang đến một vị trí trên bờ dọc và phải đi qua một cái cọc đã cắm sẵn ở vị trí A. Hỏi diện tích nhỏ nhất có thể giăng là bao nhiêu, biết rằng khoảng cách từ cọc đến bờ ngang là 5 m và khoảng cách từ cọc đến bờ dọc là 12 m.



❧ HẾT ❧

HƯỚNG DẪN

Câu I:

1) Ban phụ huynh đặt tặng áo phông cho 40 học sinh của lớp 8A. Ban phụ huynh đo chiều cao (đơn vị: centimét) của cả lớp để quyết định chọn các cỡ áo, kết quả cho bởi bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[150;155)	[155;160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)	Cộng
Tần số (n)	5	11	12	8	4	N=40

Xác định tần số ghép nhóm và tìm tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [160; 165).

Lời giải

Dựa vào bảng tần số ghép nhóm đã cho, tần số ghép nhóm của nhóm [160; 165) là 12 và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [160; 165) là $\frac{12.100}{40} \% = 30\%$

2) Hình bên mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia làm tám phần bằng nhau và ghi các số 1; 2; 3; ...; 8. Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa. Quay đĩa tròn một lần.

Tính xác suất của biến cố A: “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số lớn hơn 3”.

Lời giải

Có 5 kết quả thuận lợi cho biến cố A: “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số lớn hơn 3” là 4; 5; 6; 7; 8.

Xác suất của biến cố A: “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số lớn hơn 3” là: $\frac{5}{8} = 0,625$



Câu II: Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{x+1}{x-\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0; x \neq 1$

1) Tính giá trị của biểu thức A tại $x = 25$.

Lời giải

Thay $x = 25$ thỏa mãn điều kiện $x > 0; x \neq 1$ vào biểu thức A, ta được:

$$A = \frac{\sqrt{25}+1}{\sqrt{25}-1} = \frac{5+1}{5-1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}.$$

Vậy giá trị của biểu thức A bằng $\frac{3}{2}$ tại $x = 25$.

2) Rút gọn B.

Lời giải

$$B = \frac{x+1}{x-\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}-1} \text{ với } x > 0; x \neq 1$$

$$B = \frac{x+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$$

$$B = \frac{x+1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}}.$$

$$\text{Vậy } B = \frac{(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}} \text{ với } x > 0; x \neq 1.$$

3) Cho $P = A.B$. So sánh giá trị của P với 1.

Lời giải

$$P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \text{ với } x > 0; x \neq 1.$$

Xét hiệu:

$$P-1 = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} - 1 = \frac{\sqrt{x}+1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

Vì $x > 0$ nên $\sqrt{x} > 0$, suy ra $\frac{1}{\sqrt{x}} > 0$. Do vậy $P-1 > 0 \Rightarrow P > 1$.

Vậy $P > 1$.

Câu III:

1) Để chuẩn bị cho năm học mới, bạn Tuấn đem 20 tờ tiền gồm hai loại 10 000 đồng và 20 000 đồng đến nhà sách mua đồ dùng học tập. Khi thanh toán, đơn hàng của Tuấn có giá 300 000 đồng. Sau khi Tuấn trả tiền cho đơn hàng thì Tuấn còn lại 1 tờ 20 000 đồng. Hỏi lúc đầu Tuấn có bao nhiêu tờ tiền mỗi loại.

Lời giải

Số tiền của Tuấn có đem đến nhà sách là : $300 + 20 = 320$ (nghìn đồng)

Gọi x (tờ), ($x > 0$) là số tờ tiền loại 10 nghìn đồng; y (tờ), ($y > 0$) là số tờ tiền loại 20 nghìn đồng.

Tuần đem 20 tờ tiền nên $x + y = 20$ (1);

Số tiền của Tuần đem đến nhà sách là 320 nghìn đồng nên $x.10 + y.20 = 320$ (2).

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ x.10 + y.20 = 320 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x.10 + y.10 = 200 \\ x.10 + y.20 = 320 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 10y = 120$$

$$y = 12$$

Thay $y = 12$ vào (1) ta tính được $x = 8$.

$x = 8$; $y = 12$ thỏa mãn điều kiện $x > 0$; $y > 0$.

Vậy lúc đầu Tuần có 8 tờ tiền loại 10 nghìn đồng và có 12 tờ tiền loại 20 nghìn đồng.

2) Một Ô tô dự định đi từ tỉnh A đến tỉnh B với vận tốc trung bình 40 km/h. Lúc đầu ô tô đi với vận tốc đó, khi còn 60 km nữa thì được nửa quãng đường AB, người lái xe tăng thêm vận tốc 10 km/h trên quãng đường còn lại, do đó Ô tô đến B sớm hơn 1 giờ so với dự định. Tính quãng đường AB.

Lời giải

Gọi x (km), ($x > 120$) là độ dài quãng đường AB.

Thời gian ô tô dự định đi từ A đến B với vận tốc 40 km/h là: $\frac{x}{40}$ (giờ);

Nửa quãng đường AB là $\frac{x}{2}$ (km);

Thời gian thực tế ô tô đi đoạn đường lúc đầu với vận tốc 40 km/h là: $\frac{\frac{x}{2} - 60}{40} = \frac{x - 120}{80}$ (giờ);

Vận tốc sau khi tăng 10 km/h là: $40 + 10 = 50$ (km/h);

Thời gian thực tế ô tô đi đoạn đường còn lại với vận tốc 50 km/h là: $\frac{\frac{x}{2} + 60}{50} = \frac{x + 120}{100}$ (giờ);

Ô tô đến B sớm hơn 1 giờ so với dự định nên ta có phương trình:

$$\frac{x - 120}{80} + \frac{x + 120}{100} = \frac{x}{40} - 1$$

$$\frac{5(x - 120)}{400} + \frac{4(x + 120)}{400} = \frac{10x}{400} - \frac{400}{400}$$

$$5x - 5.120 + 4x + 4.120 = 10x - 400$$

$$9x - 120 = 10x - 400$$

$$9x - 10x = -400 + 120$$

$$-x = -280$$

$$x = 280$$

$x = 280$ thỏa mãn điều kiện $x > 120$.

Vậy quãng đường AB dài 280 km.

3) Biết rằng phương trình bậc hai $x^2 + 6x + a = 0$ có một nghiệm là $x = -3 + \sqrt{14}$. Tìm tổng bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Lời giải

Vì phương trình bậc hai $x^2 + 6x + a = 0$ có một nghiệm là $x = -3 + \sqrt{14}$ nên tổng hai nghiệm của phương trình $x^2 + 6x + a = 0$ là $S = \frac{-b}{a} = -6$. Suy ra nghiệm còn lại là

$$x = -6 - (-3 + \sqrt{14}) = -3 - \sqrt{14}. \text{ Khi đó, tổng bình phương hai nghiệm của phương trình}$$

$$x^2 + 6x + a = 0 \text{ là: } (-3 + \sqrt{14})^2 + (-3 - \sqrt{14})^2 = 9 - 6\sqrt{14} + 14 + 9 + 6\sqrt{14} + 14 = 46$$

Vậy tổng bình phương hai nghiệm của phương trình trên là 46.

Câu IV:

1) Một lọ thủy tinh hình trụ có đường kính đáy là 30 cm, chiều cao 20 cm, đựng đầy nước tinh khiết.

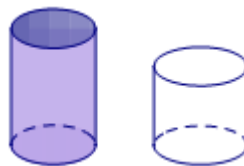
a. Tính thể tích lượng nước tinh khiết được chứa trong lọ. (Lấy $\pi \approx 3,14$).

Lời giải

Bán kính đáy của lọ hình trụ là: $r = 30:2 = 15$ (cm)

Thể tích nước tinh khiết chứa trong lọ bằng thể tích của lọ hình trụ. Thể tích nước tinh khiết là: $V = \pi r_1^2 \cdot h_1 \approx 3,14 \cdot 15^2 \cdot 20 = 14130$ (cm³)

b. Người ta đổ tất cả lượng nước trên vào một lọ thứ hai bên trong có đường kính đáy là 40 cm thì lượng nước trong lọ thứ hai cao một nửa chiều cao của lọ. Hỏi chiều cao của lọ thứ hai? (Giả sử độ dày của lọ là không đáng kể).



Lời giải

Gọi thể tích lọ thứ hai bên trong có đường kính đáy là 40cm, chiều cao h_2 (cm) là V_2
 $\Rightarrow V_2 = \pi \cdot r_2^2 \cdot h_2 \approx 3,14 \cdot 400 \cdot h_2 = 1256 \cdot h_2$ (cm³)

Theo bài lượng nước trong lọ thứ hai cao một nửa chiều cao của lọ nên: $1256 \cdot \frac{h_2}{2} = 14130$ suy

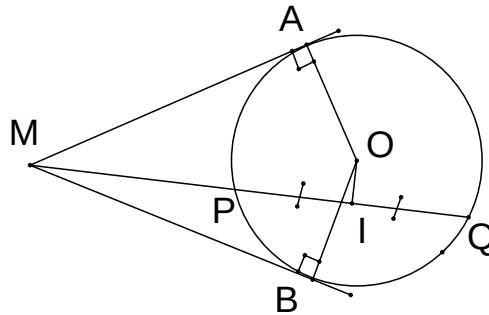
ra $h_2 = 22,5$ (cm).

Vậy chiều cao của lọ thứ hai là 22,5 cm.

2) Cho đường tròn (O) và điểm M ở ngoài đường tròn. Qua M kẻ các tiếp tuyến MA, MB và cát tuyến MPQ (MP < MQ). Gọi I là trung điểm của dây PQ.

a. Chứng minh bốn điểm B, O, I, M cùng thuộc một đường tròn.

Lời giải



+) Có MB là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $MB \perp OB$ tại B suy ra B thuộc đường tròn đường kính MO (1)

+) Có I là trung điểm của dây PQ của đường tròn (O) nên $OI \perp PQ$ tại I suy ra $OI \perp MI$ tại I, suy ra I thuộc đường tròn đường kính MO (2)

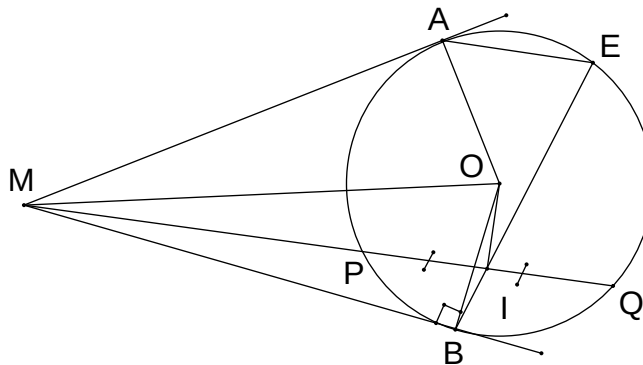
Từ (1) và (2) suy ra bốn điểm B, O, I, M cùng thuộc một đường tròn đường kính MO.

Vậy bốn điểm B, O, I, M cùng thuộc một đường tròn.

b. Gọi E là giao điểm thứ 2 của đường thẳng BI và đường tròn (O). Chứng minh:

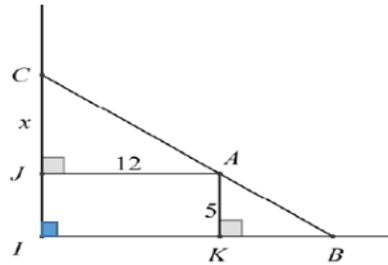
$BOM = BEA$ và $AE \parallel PQ$.

Lời giải



+) Xét (O) có các tiếp tuyến MA, MB suy ra tia OM là phân giác của $\angle AOB$

$$\Rightarrow \angle AOM = \angle BOM = \frac{1}{2} \angle BOA$$



Đặt $CJ = x, (x > 0)$.

Chứng minh hai tam giác AJC và BKA là hai tam giác đồng dạng, suy ra

$$\frac{CJ}{AK} = \frac{JA}{KB} \Leftrightarrow \frac{x}{5} = \frac{12}{KB} \Leftrightarrow KB = \frac{60}{x}.$$

Diện tích của khu nuôi cá là: $S = \frac{1}{2}(x+5) \cdot \left(\frac{60}{x} + 12\right)$.

$$S(x) = \frac{1}{2} \left(60 + 12x + \frac{300}{x} + 60 \right)$$

$$S(x) = 6x + \frac{150}{x} + 60$$

Ta có $\left(\sqrt{6x} - \sqrt{\frac{150}{x}} \right)^2 \geq 0$ với mọi $x > 0$ suy ra

$$6x + \frac{150}{x} \geq 2\sqrt{6x \cdot \frac{150}{x}} = 60$$

Dấu bằng xảy ra khi $6x = \frac{150}{x} \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow x = 5$.

Nên $S(x) = 6x + \frac{150}{x} + 60 \geq 60 + 60 = 120$

Suy ra diện tích nhỏ nhất có thể gĩng là 120 m^2 , đạt được khi $x = 5 \text{ m}$.

☞ HẾT ☞

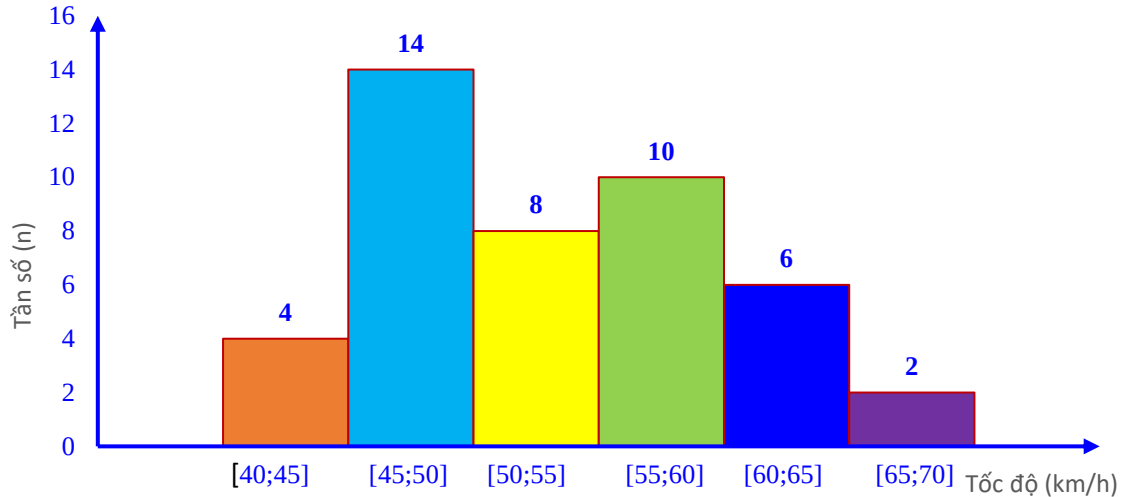
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

- 1) Biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây ghi lại tốc độ (đơn vị: km/h) của 44 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ.



Hãy cho biết số lượng ô tô ở nhóm nào nhiều nhất, tính tần số tương đối ghép nhóm của nhóm đó. (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)

- 2) Một hộp có 20 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân viết lên các viên bi đó các số 1; 2; 3; ...; 20; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau.

Xét phép thử “Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp”.

a) Viết không gian mẫu phép thử đó.

b) Tính xác suất biến cố: “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1”.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$ và $B = \frac{x-2}{x+2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}}$ với $x > 0$.

- 1) Tính giá trị của A khi $x = 9$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$

3) Tìm giá trị của x để $P = 2AB + \frac{4}{x+1}$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Mai mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng 165000 đồng, trong đó đã tính 15000 đồng là thuế giá trị gia tăng (viết tắt là VAT). Biết rằng thuế VAT với loại hàng thứ nhất là 12%; thuế VAT với loại hàng thứ hai là 9%. Hỏi nếu không kể thuế thì Mai phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại hàng?

2) Hướng ứng phong trào thi đua “Xây dựng trường học thân thiện, học sinh tích cực”,

lớp 9A trường THCS Hoàng Hoa Thám dự định trồng 300 cây xanh. Đến ngày lao động,

có 5 bạn được Liên Đội triệu tập tham gia chiến dịch an toàn giao thông nên mỗi bạn còn lại

phải trồng thêm 2 cây mới đảm bảo kế hoạch đặt ra. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu học sinh?

3) Cho phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình,

hãy tính giá trị của biểu thức $A = \frac{5x_1 - x_2}{x_1} - \frac{x_1 - 5x_2}{x_2}$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một hình nón có chiều cao $h = 16$ cm và bán kính đường tròn đáy $r = 12$ cm. Tính độ dài đường sinh và diện tích xung quanh của hình nón đó. (Tính với số $\pi \approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị)

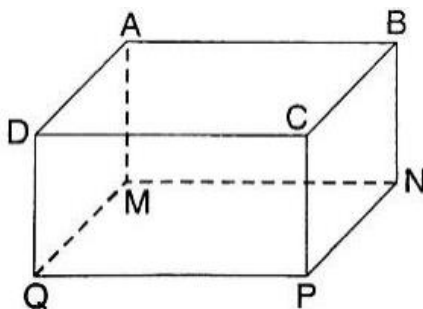
2) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) , các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H . Kẻ đường kính AQ của đường tròn (O) cắt cạnh BC tại I .

a) Chứng minh bốn điểm A, F, H, E cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $\angle BAD = \angle CAQ$.

c) Gọi P là giao điểm của AH và EF . Chứng minh $\triangle AEP$ đồng dạng với $\triangle ABI$ và $PI \parallel HQ$.

Câu V(0,5 điểm) Một gia đình muốn xây một cái bể chứa nước nhỏ ở góc vườn để chủ động tưới rau, bể có dạng hình hộp chữ nhật với mặt đáy $MNPQ$ là hình vuông (hình vẽ)

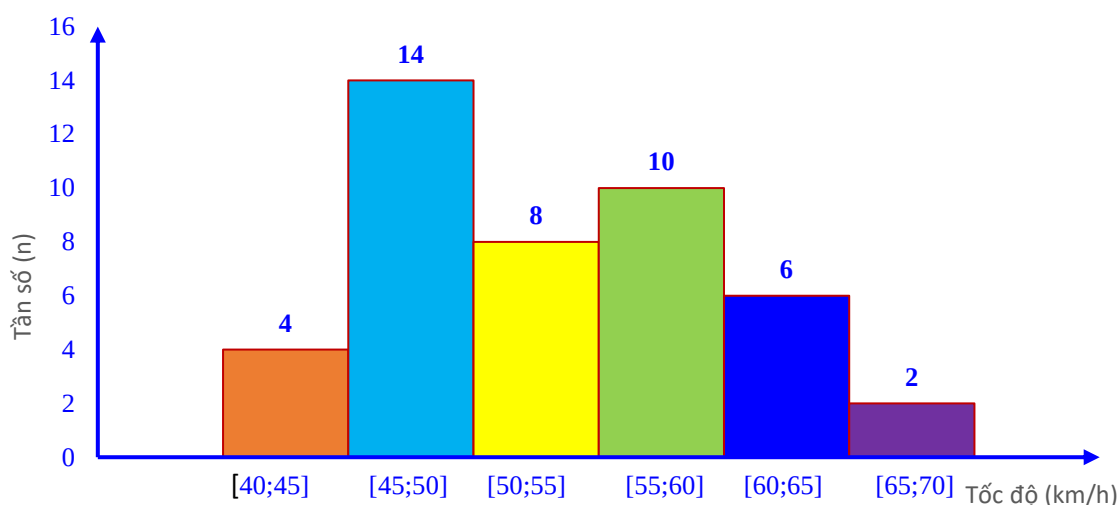


Hãy tìm độ dài cạnh MN của mặt đáy và chiều cao AM của bể sao cho tổng diện tích các mặt làm bể (bao gồm 4 mặt xung quanh và một mặt đáy) là nhỏ nhất, biết rằng thể tích của bể là $4m^3$.

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

- 1) Biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây ghi lại tốc độ (đơn vị: km/h) của 44 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ.



Hãy cho biết số lượng ô tô ở nhóm nào nhiều nhất, tính tần số tương đối ghép nhóm của nhóm đó. (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)

Lời giải

Số lượng ô tô ở nhóm $[45;50]$ là nhiều nhất : 14 chiếc

Tần số tương đối của nhóm là $\frac{14.100}{44} \% \approx 31,8 \%$

- 2) Một hộp có 20 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân viết lên các viên bi đó các số $1; 2; 3; \dots; 20$; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau.

Xét phép thử “Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp”.

a) Viết không gian mẫu phép thử đó.

b) Tính xác suất biến cố: “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1”.

Lời giải

a) $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

có 20 phần tử.

b) Có 3 kết quả thuận lợi là: 1, 8, 15. Vậy : $P = \frac{3}{20}$

Bài II (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$ và $B = \frac{x-2}{x+2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x > 0$.

a) Tính giá trị của B khi $x = 9$.

b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$

c) Tìm giá trị của x để $P = 2AB + \frac{4}{x+1}$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải

a) Thay $x=9$ (thỏa mãn điều kiện) vào A ta có:

$$A = \frac{\sqrt{9}}{9+1} = \frac{3}{10}.$$

Vậy với $x=9$ thì $A = \frac{3}{10}$.

b) Điều kiện xác định: $x > 0$.

$$\begin{aligned} B &= \frac{x-2}{x+2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \\ &= \frac{x-2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} \\ &= \frac{x-2-\sqrt{x}-2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} \\ &= \frac{x-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} \\ &= \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} \\ &= \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

Vậy $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$ (đpcm).

$$\begin{aligned} \text{c) } P &= 2AB + \frac{4}{x+1} \\ &= 2 \cdot \frac{\sqrt{x}}{x+1} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} + \frac{4}{x+1} \\ &= \frac{2\sqrt{x}-4}{x+1} + \frac{4}{x+1} \\ &= \frac{2\sqrt{x}-4+4}{x+1} \\ &= \frac{2\sqrt{x}}{x+1} \end{aligned}$$

$$\text{Xét hiệu: } P-1 = \frac{2\sqrt{x}}{x+1} - 1 = \frac{2\sqrt{x}-x-1}{x+1} = \frac{-(x-2\sqrt{x}+1)}{x+1} = \frac{-(\sqrt{x}-1)^2}{x+1}$$

$$\text{Vì } x > 0 \Rightarrow (\sqrt{x}-1)^2 \geq 0 \Rightarrow -(\sqrt{x}-1)^2 \leq 0 \quad (1)$$

$$\text{Vì } x > 0 \Rightarrow x+1 > 1 > 0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \frac{-(\sqrt{x}-1)^2}{x+1} \leq 0 \Rightarrow P-1 \leq 0 \Rightarrow P \leq 1$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow (\sqrt{x}-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}=1 \Leftrightarrow x=1$ (thỏa mãn)

Vậy $P_{\max} = 1 \Leftrightarrow x = 1$.

Bài III (2,5 điểm) :

1) Mai mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng 165000 đồng, trong đó đã tính 15000 đồng là thuế giá trị gia tăng (viết tắt là VAT). Biết rằng thuế VAT với loại hàng thứ nhất là 12%; thuế VAT với loại hàng thứ hai là 9%. Hỏi nếu không kể thuế thì Mai phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại hàng?

Lời giải

Gọi x, y (đồng) lần lượt là số tiền của loại hàng thứ nhất và loại hàng thứ hai không kể

thuế VAT mà Mai đã mua ($x, y > 0$)

Số tiền khi mua loại hàng thứ nhất sau khi tính thuế là: $x + 12\%x = 1,12x$ (đồng).

Số tiền khi mua loại hàng thứ hai sau khi tính thuế là: $y + 9\%y = 1,09y$ (đồng).

Tổng số tiền khi mua hai loại hàng sau khi tính thuế là 165000 đồng ta có phương trình:

$$1,12x + 1,09y = 165000 \quad (1)$$

Tổng số tiền thuế của hai loại hàng là 15000 đồng ta có phương trình:

$$12\%x + 9\%y = 15000$$

$$\text{Hay: } 0,12x + 0,09y = 15000 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 1,12x + 1,09y = 165000 \\ 0,12x + 0,09y = 15000 \end{cases} \quad \text{Giải hệ ta có: } \begin{cases} x = 50000 \\ y = 100000 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn})$$

Vậy số tiền không kể thuế của loại hàng thứ nhất là 50000 đồng, số tiền không kể thuế của

loại hàng thứ hai là 100000 đồng.

2) Hưởng ứng phong trào thi đua “Xây dựng trường học thân thiện, học sinh tích cực”, lớp 9A trường THCS Hoàng Hoa Thám dự định trồng 300 cây xanh. Đến ngày lao động,

có 5 bạn được Liên Đội triệu tập tham gia chiến dịch an toàn giao thông nên mỗi bạn còn lại phải trồng thêm 2 cây mới đảm bảo kế hoạch đặt ra. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu học sinh?

Lời giải

Gọi số HS lớp 9A là x (học sinh), $x \in N, x > 5$

Số học sinh thực tế tham gia trồng cây là : $x - 5$ (học sinh)

Theo kế hoạch mỗi học sinh phải trồng số cây là: $\frac{300}{x}$ (cây)

Thực tế, mỗi học sinh phải trồng số cây là: $\frac{300}{x-5}$ (cây)

Vì thực tế mỗi học sinh phải trồng thêm 2 cây so với kế hoạch nên ta có PT:

$$\frac{300}{x-5} - \frac{300}{x} = 2$$

$$x^2 - 5x - 750 = 0$$

Giải phương trình ta được: $x_1 = 30(tm)$; $x_2 = -25(loại)$

Vậy lớp 9A có 30 học sinh.

3) . Cho phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = \frac{5x_1 - x_2}{x_1} - \frac{x_1 - 5x_2}{x_2}$.

Lời giải:

Ta có: $x^2 - 4x + 3 = 0$.

$$\text{Vì } \Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4.1.3 = 4 > 0.$$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

$$\text{Theo định lí Vi-et, ta có: } \begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 4 \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = 3 \end{cases}$$

$$A = \frac{5x_1 - x_2}{x_1} - \frac{x_1 - 5x_2}{x_2} = \frac{(5x_1 - x_2) \cdot x_2 - (x_1 - 5x_2) \cdot x_1}{x_1 \cdot x_2}$$

$$A = \frac{5x_1 \cdot x_2 - x_2^2 - x_1^2 + 5x_1 \cdot x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{10x_1 \cdot x_2 - (x_1^2 + x_2^2)}{x_1 \cdot x_2}$$

$$A = \frac{10 \cdot P - (S^2 - 2 \cdot P)}{P} = \frac{10 \cdot 3 - (4^2 - 2 \cdot 3)}{3} = \frac{20}{3}$$

Bài IV (4 điểm)

1) Một hình nón có chiều cao $h = 16\text{ cm}$ và bán kính đường tròn đáy $r = 12\text{ cm}$. Tính độ dài đường sinh và diện tích xung quanh của hình nón đó. (Tính với số $\pi \approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị)

Lời giải

Ký hiệu độ dài đường sinh của hình nón là l , bán kính đáy nón là r .

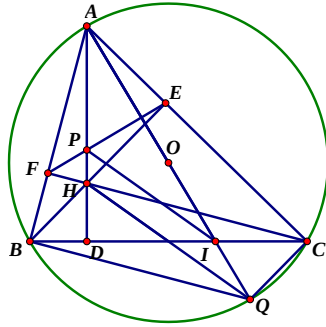
$$\text{Độ dài đường sinh bằng } l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20(\text{cm}).$$

$$\text{Ta có } S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 12 \cdot 20 \approx 240 \cdot 3,14 \approx 754(\text{cm}^2).$$

2) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) , các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H . Kẻ đường kính AQ của đường tròn (O) cắt cạnh BC tại I .

- Chứng minh bốn điểm A, F, H, E cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh $\angle BAD = \angle CAQ$.
- Gọi P là giao điểm của AH và EF . Chứng minh $\triangle AEP$ đồng dạng với $\triangle ABI$ và $PI \parallel HQ$.

Lời giải



a) Ta có: $BE \perp AC$ (gt) $\Rightarrow \angle AEH = 90^\circ$ nên $\triangle AEH$ vuông tại E , cạnh huyền AH

Suy ra A, H, E cùng thuộc đường tròn đường kính AH (1)

Ta có: $CF \perp AB$ (gt) $\Rightarrow \angle HFA = 90^\circ$ nên $\triangle AFH$ vuông tại F , cạnh huyền AH

Suy ra A, H, E cùng thuộc đường tròn đường kính AH . (2)

Từ (1), (2) suy ra bốn điểm A, H, E, F cùng thuộc đường tròn đường kính AH

b) Xét đường tròn (O) có:

$\angle ABC = \angle AQC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

$\widehat{ACQ} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét $\triangle ADB$ và $\triangle ACQ$ có: $\angle ABC = \angle AQC$

$$\angle ADB = \angle ACQ = 90^\circ$$

Suy ra $\triangle ADB \sim \triangle ACQ$ suy ra $\widehat{BAD} = \widehat{CAQ}$.

c) Vì $\widehat{BAD} = \widehat{CAQ} \Rightarrow \widehat{BAD} + \widehat{DAQ} = \widehat{DAQ} + \widehat{QAC}$

Suy ra $\widehat{BAI} = \widehat{PAE}$

Hoặc chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp suy ra $\widehat{ABI} = \widehat{AEP}$

Chứng minh $\triangle AEP$ đồng dạng với $\triangle ABI$ (gg)

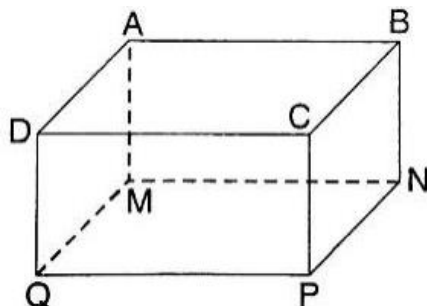
Vì $\triangle AEP$ đồng dạng với $\triangle ABI \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AP}{AI}$ (1)

Chứng minh $\triangle AEH$ đồng dạng với $\triangle ABQ \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AH}{AQ}$ (2)

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \frac{AP}{AI} = \frac{AH}{AQ} \Rightarrow \frac{AP}{AH} = \frac{AI}{AQ}$$

$PI \parallel HQ$ (định lý Talet đảo)

Câu V: (0,5 điểm) Một gia đình muốn xây một cái bể chứa nước nhỏ ở góc vườn để chủ động tưới rau, bể có dạng hình hộp chữ nhật với mặt đáy $MNPQ$ là hình vuông (hình vẽ)



Hãy tìm độ dài cạnh MN của mặt đáy và chiều cao AM của bể sao cho tổng diện tích các mặt làm bể (bao gồm 4 mặt xung quanh và một mặt đáy) là nhỏ nhất, biết rằng thể tích của bể là $4m^3$.

Lời giải

Gọi độ dài cạnh đáy MN và độ dài chiều cao AM của bể lần lượt là $x(m)$ và $y(m)$ với $x > 0; y > 0$

Do thể tích bể bơi là $4m^3$ nên $x^2y = 4$ hay $y = \frac{4}{x^2}$

Tổng diện tích các mặt của bể bơi là : $S = 4xy + x^2 = x^2 + \frac{16}{x}$

$$S = x^2 - 4x + 4 + \frac{4x^2 + 16}{x} - 4 = (x-2)^2 + \frac{4(x-2)^2}{x} + 12 \geq 12$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = 2; y = 1$ (thỏa mãn)

Vậy để tổng diện tích các mặt của bể nhỏ nhất khi độ dài cạnh mặt đáy và chiều cao của bể lần lượt là $2m$ và $1m$.

☞ HẾT ☞

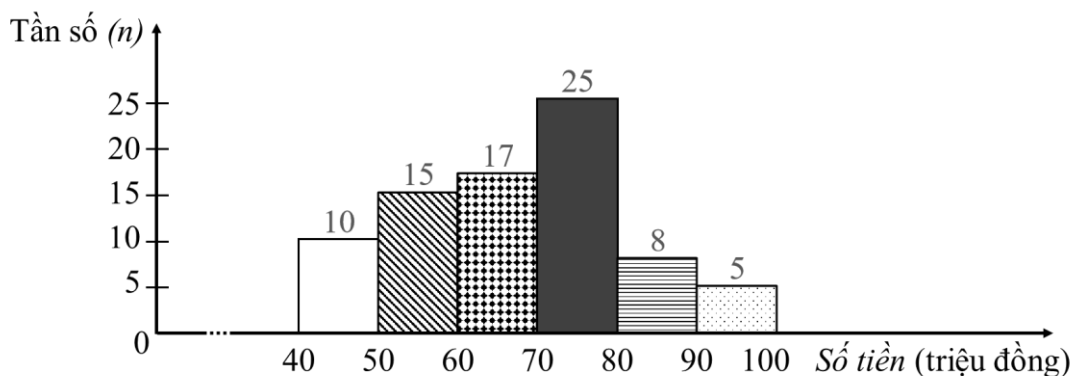
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Một ngân hàng thống kê số tiền (đơn vị: triệu đồng) mà 80 hộ gia đình vay để phát triển sản xuất. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm ở *Hình 1*.



Hình 1

Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu được ghép nhóm đó.

2) Một hộp có chứa ba viên bi vàng lần lượt ghi các số 1; 2; 3 và hai viên bi nâu lần lượt ghi các số 4; 5. Các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai viên bi trong hộp. Tính xác suất của biến cố: “Hai viên bi được lấy ra khác màu”.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $P = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} + \frac{8\sqrt{x}}{x-4}$ và $Q = \frac{1}{\sqrt{x}+2}$ (với $x \geq 0; x \neq 4$)

1) Tính giá trị của biểu thức Q khi $x=9$.

2) Rút gọn biểu thức P .

3) Biết $M = \frac{P}{Q}$; Tìm các giá trị của x để $M=18$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Trong một thí nghiệm, Bình muốn pha để được 36 ml dung dịch HCl nồng độ 12%. Trong phòng thí nghiệm chỉ có sẵn dung dịch HCl nồng độ 8% và dung dịch HCl nồng độ 20%. Hỏi Bình cần sử dụng bao nhiêu millilit mỗi loại dung dịch để có được dung dịch mong muốn?

2) Một ô tô dự định đi từ A đến B cách nhau 120 km trong một thời gian quy định. Sau khi đi được 1 giờ thì ô tô bị chặn bởi xe cứu hỏa 10 phút. Do đó để đến B đúng hạn xe phải tăng vận tốc thêm 6 km/h. Tính vận tốc lúc đầu của ô tô.

3) Cho phương trình $-\sqrt{2}x^2 + 2x + 3 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x_2+1}{1-x_1} + \frac{x_1+1}{1-x_2}$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Để làm thí nghiệm về sự nổi của các vật thể, Minh chuẩn bị một cái cốc thủy tinh có dạng lòng trong hình trụ có đường kính đáy 6 cm và chiều cao là 10 cm ; một quả bóng bàn tiêu chuẩn của các giải đấu quốc tế có dạng hình cầu đường kính 40 mm . Minh bỏ quả bóng bàn vào trong cốc, rót từ từ 200 cm³ nước và đo được mực nước dâng lên cao 7,2 cm .



- a) Tính thể tích của quả bóng bàn.
 - b) Tính tỉ lệ phần trăm thể tích phần nổi của quả bóng bàn trong thí nghiệm trên.
(Lấy $\pi \approx 3,14$ và các kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)
- 2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) , kẻ đường cao BE của $\triangle ABC$.
Gọi H và K lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ E đến AB và BC .
- a) Chứng minh tứ giác $BHEK$ là tứ giác nội tiếp.
 - b) Chứng minh: $BH.BA = BK.BC$.
 - c) Kẻ đường cao CF của tam giác ABC ($F \in AB$) và I là trung điểm của EF . Chứng minh ba điểm H, I, K thẳng hàng.

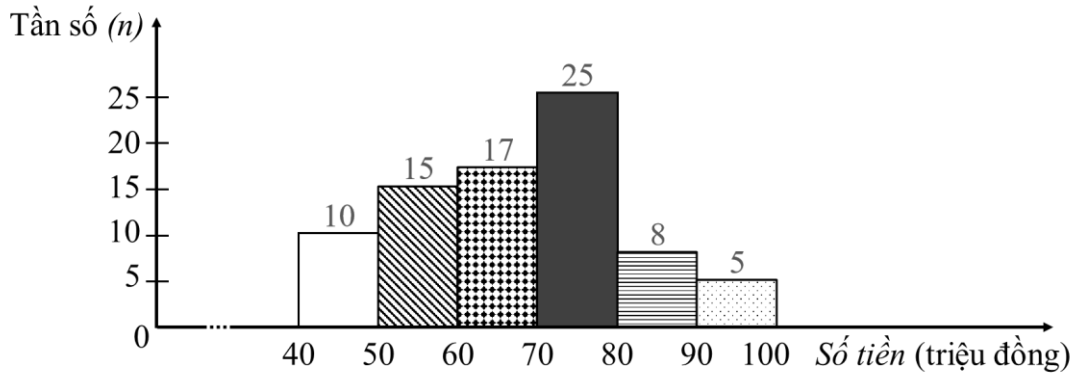
Câu V: (0,5 điểm) Một công ty du lịch dự định tổ chức một tour du lịch xuyên Việt nhân kỉ niệm ngày giải phóng hoàn toàn miền Nam 30 – 4 . Công ty dự định nếu giá tour là 2 triệu đồng thì sẽ có khoảng 200 người tham gia. Để thu hút nhiều người tham gia, công ty sẽ quyết định giảm giá và cứ mỗi lần giảm giá 100 nghìn đồng/1tour thì sẽ có thêm 20 người tham gia. Hỏi công ty phải giảm giá tour còn bao nhiêu để doanh thu từ tour xuyên Việt đó là lớn nhất.

☞ HẾT ☞

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

1) Một ngân hàng thống kê số tiền (đơn vị: triệu đồng) mà 80 hộ gia đình vay để phát triển sản xuất. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm ở Hình 1.



Hình 1

Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu được ghép nhóm đó.

2) Một hộp có chứa ba viên bi vàng lần lượt ghi các số 1; 2; 3 và hai viên bi nâu lần lượt ghi các số 4; 5. Các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai viên bi trong hộp. Tính xác suất của biến cố: “Hai viên bi được lấy ra khác màu”.

Lời giải

1) Bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu được ghép nhóm trên là:

Nhóm	Tần số tương đối (%)
[40;50)	12,5
[50;60)	18,75
[60;70)	21,25
[70;80)	31,25
[80;90)	10
[90;100)	6,25
Cộng	100

2) Không gian mẫu là: $\Omega = \{ \{1;2\}; \{1;3\}; \{1;4\}; \{1;5\}; \{2;3\}; \{2;4\}; \{2;5\}; \{3;4\}; \{3;5\}; \{4;5\} \}$.

Do đó, tập hợp Ω có 10 phần tử.

Do các viên bi có kích thước, khối lượng như nhau và được lấy ngẫu nhiên nên các kết quả trên là đồng khả năng.

Gọi A là biến cố: “Hai viên bi được lấy ra khác màu”.

Có 6 khả năng thuận lợi của biến cố A là $\{ \{1;4\}; \{1;5\}; \{2;4\}; \{2;5\}; \{3;4\}; \{3;5\} \}$.

Vậy $P(A) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $P = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} + \frac{8\sqrt{x}}{x-4}$ và $Q = \frac{1}{\sqrt{x}+2}$ (với $x \geq 0; x \neq 4$)

- 1) Tính giá trị của biểu thức Q khi $x=9$.
- 2) Rút gọn biểu thức P .
- 3) Biết $M = \frac{P}{Q}$; Tìm các giá trị của x để $M=18$.

Lời giải

1) Với $x=9$ (TMĐK) thay vào biểu thức Q ta được: $Q = \frac{1}{3+2} = \frac{1}{5}$

Vậy $x=9$ thì biểu thức $Q = \frac{1}{5}$.

2) Với $x \geq 0; x \neq 4$ ta có:

$$\begin{aligned} P &= \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} + \frac{8\sqrt{x}}{x-4} \\ &= \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}-2) - \sqrt{x}(\sqrt{x}+2) + 8\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\ &= \frac{3x - 6\sqrt{x} - x - 2\sqrt{x} + 8\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\ &= \frac{2x}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \end{aligned}$$

3) Với $x \geq 0; x \neq 4$ ta có: $M = \frac{P}{Q} = \frac{2x}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} : \frac{1}{\sqrt{x}+2} = \frac{2x}{\sqrt{x}-2}$

Để $M=18$ thì $\frac{2x}{\sqrt{x}-2} = 18$

$$x - 9\sqrt{x} + 18 = 0$$

$$(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-6) = 0$$

$$\sqrt{x} = 3 \text{ hoặc } \sqrt{x} = 6$$

$$x = 9 \text{ hoặc } x = 36 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy để $M=18$ thì $x \in \{9; 36\}$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Trong một thí nghiệm, Bình muốn pha để được 36 ml dung dịch HCl nồng độ 12%. Trong phòng thí nghiệm chỉ có sẵn dung dịch HCl nồng độ 8% và dung dịch HCl nồng độ 20%. Hỏi Bình cần sử dụng bao nhiêu millilit mỗi loại dung dịch để có được dung dịch mong muốn?

Lời giải

1) Gọi x và y lần lượt là số mililit dung dịch HCl nồng độ 8% và 20% cần sử dụng để tạo thành 36 ml dung dịch HCl nồng độ 12%. Điều kiện: $x > 0, y > 0$

Vì Bình muốn pha 36 ml dung dịch HCl nồng độ 12% nên ta có phương trình: $x + y = 36$

Mặt khác, Bình muốn pha 36 ml dung dịch HCl có nồng độ 12% từ các dung dịch HCl 8% và 20% nên ta có phương trình: $8\%x + 20\%y = 12\% \cdot 36$ hay $0,08x + 0,2y = 4,32$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 36 & (1) \\ 0,08x + 0,2y = 4,32 & (2) \end{cases}$$

Nhân hai vế của phương trình (1) với 0,08 ta được:
$$\begin{cases} 0,08x + 0,08y = 2,88 & (3) \\ 0,08x + 0,2y = 4,32 & (4) \end{cases}$$

Trừ từng vế hai phương trình (3) và (4) ta được $0,12y = 1,44$ hay $y = 12$.

Thay $y = 12$ vào phương trình (1) ta được $x = 24$.

Các giá trị tìm được này thỏa mãn các điều kiện của ẩn.

Vậy bạn Bình cần sử dụng khoảng 24 ml dung dịch HCl nồng độ 8% và 12 ml dung dịch HCl nồng độ 20% để pha chế 36 ml dung dịch HCl nồng độ 12%.

2) Một ô tô dự định đi từ A đến B cách nhau 120 km trong một thời gian quy định. Sau khi đi được 1 giờ thì ô tô bị chặn bởi xe cứu hỏa 10 phút. Do đó để đến B đúng hạn xe phải tăng vận tốc thêm 6 km/h. Tính vận tốc lúc đầu của ô tô.

Lời giải

Đổi 10 phút = $\frac{1}{6}$ giờ

Gọi vận tốc lúc đầu của ô tô là x (km/h). Điều kiện: $x > 0$

Thời gian dự định của ô tô là: $\frac{120}{x}$ (giờ).

Trong 1 giờ đầu ô tô đi được x (km) nên quãng đường còn lại là: $120 - x$ (km).

Thời gian ô tô đi trên quãng đường còn lại là: $\frac{120 - x}{x + 6}$ (giờ).

Do xe đến B đúng hạn nên ta có phương trình

$$1 + \frac{1}{6} + \frac{120 - x}{x + 6} = \frac{120}{x}$$

$$\frac{120}{x} - \frac{120 - x}{x + 6} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{x^2 + 720}{x(x + 6)} = \frac{7}{6}$$

$$6(x^2 + 720) = 7(x^2 + 6x)$$

$$x^2 + 42x - 4320 = 0$$

$$(x - 48)(x + 90) = 0$$

$$x = 48 \text{ hoặc } x = -90$$

Ta thấy $x = 48$ thỏa mãn điều kiện bài toán; $x = -90$ không thỏa mãn điều kiện bài toán. Vậy vận tốc lúc đầu của ô tô là 48 km/h.

3) Cho phương trình $-\sqrt{2}x^2 + 2x + 3 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x_2 + 1}{1 - x_1} + \frac{x_1 + 1}{1 - x_2}$

Lời giải

$$\text{Vì } \Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4(-\sqrt{2}).3 = 4 + 12\sqrt{2} > 0$$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Theo định lí Viète, ta có: $S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-2}{-\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$; $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{3}{-\sqrt{2}} = -\frac{3}{\sqrt{2}}$

$$\begin{aligned} \text{Do đó } A &= \frac{x_2+1}{1-x_1} + \frac{x_1+1}{1-x_2} = \frac{(x_2+1)(1-x_2)}{(1-x_1)(1-x_2)} + \frac{(x_1+1)(1-x_1)}{(1-x_2)(1-x_1)} = \frac{x_2 - x_2^2 + 1 - x_2 + x_1 - x_1^2 + 1 - x_1}{1 - x_2 - x_1 + x_1 x_2} \\ &= \frac{2 - (x_1^2 + x_2^2)}{1 - (x_1 + x_2) + x_1 x_2} = \frac{2 - [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2]}{1 - (x_1 + x_2) + x_1 x_2} = \frac{2 - (S^2 - 2P)}{1 - S + P} = \frac{2 - \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{3}{\sqrt{2}} \right) \right]}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \left(-\frac{3}{\sqrt{2}} \right)} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Để làm thí nghiệm về sự nổi của các vật thể, Minh chuẩn bị một cái cốc thủy tinh có dạng lòng trong hình trụ có đường kính đáy 6 cm và chiều cao là 10 cm; một quả bóng bàn tiêu chuẩn của các giải đấu quốc tế có dạng hình cầu đường kính 40 mm. Minh bỏ quả bóng bàn vào trong cốc, rót từ từ 200 cm³ nước và đo được mực nước dâng lên cao 7,2 cm.



a) Tính thể tích của quả bóng bàn.

b) Tính tỉ lệ phần trăm thể tích phần nổi của quả bóng bàn trong thí nghiệm trên.

(Lấy $\pi \approx 3,14$ và các kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Lời giải

a) Bán kính quả bóng bàn là: $R = \frac{40}{2} = 20 \text{ (mm)} = 2 \text{ (cm)}$

Thể tích quả bóng bàn là: $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2^3 = \frac{32}{3} \pi \approx 33,51 \text{ (cm}^3\text{)}$

b) Thể tích nước và phần chìm của quả bóng bàn trong cốc là: $V = \pi r^2 h = 3^2 \cdot 7,2 \pi = \frac{324}{5} \pi \text{ (cm}^3\text{)}$

Thể tích phần chìm của quả bóng bàn là: $\frac{324}{5} \pi - 200 \approx 3,58 \text{ (cm}^3\text{)}$

Thể tích phần nổi của quả bóng bàn là: $\frac{32}{3} \pi - \left(\frac{324}{5} \pi - 200 \right) \approx 16,53 \text{ (cm}^3\text{)}$

Tỉ lệ phần trăm thể tích phần nổi của quả bóng bàn trong thí nghiệm trên là: $\frac{16,53}{33,51} \approx 49,33\%$

2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) , kẻ đường cao BE của $\triangle ABC$.

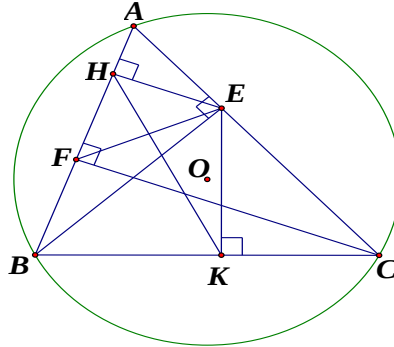
Gọi H và K lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ E đến AB và BC .

a) Chứng minh tứ giác $BHEK$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh: $BH.BA = BK.BC$.

c) Kẻ đường cao CF của tam giác ABC ($F \in AB$) và I là trung điểm của EF . Chứng minh ba điểm H, I, K thẳng hàng.

Lời giải



a) Chứng minh tứ giác $BHEK$ nội tiếp

Xét tứ giác $BHEK$, có: $BHE = 90^\circ$ ($EH \perp AB$) và $EKB = 90^\circ$ ($EK \perp BC$)

nên $BHE + EKB = 180^\circ$ mà BHE và EKB là hai góc đối

Do đó tứ giác $BHEK$ nội tiếp

b) Chứng minh $BH.BA = BK.BC$

Xét $\triangle BEC$ và $\triangle BKE$ có: $BEC = BKE = 90^\circ$; EBC : góc chung

Do đó $\triangle BEC \sim \triangle BKE$ (g.g)

$$\text{Suy ra } \frac{BE}{BK} = \frac{BC}{BE} \Rightarrow BE^2 = BK.BC \quad (1)$$

$$\text{Chứng minh tương tự ta được } BE^2 = BH.BA \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra: $BH.BA = BK.BC$.

c) Kẻ đường cao CF của tam giác ABC ($F \in AB$) và I là trung điểm của EF . Chứng minh ba điểm H, I, K thẳng hàng.

Theo câu a) ta có tứ giác $BHEK$ nội tiếp nên $BHK = BEK$ (2 góc nội tiếp cùng chắn BK) (3)

Xét $\triangle BEC$ vuông tại E có $EK \perp BC$ nên $BEK = ECB$ (cùng phụ KEC) (4)

Xét $\triangle BFC$ có $BFC = 90^\circ$ ($CF \perp AB$) nên B, F, C thuộc đường tròn đường kính BC

Lại có $\triangle BEC$ có $BEC = 90^\circ$ ($BE \perp AC$) nên B, E, C thuộc đường tròn đường kính BC

Suy ra bốn điểm B, F, E, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC

hay tứ giác $BFEC$ nội tiếp

$$\text{Do đó } ECB = HFE \text{ (cùng bù với } BFE) \quad (5)$$

Xét $\triangle FHE$ vuông tại H ($EH \perp AB$) có HI là đường trung tuyến ứng với cạnh EF (I là trung

$$\text{điểm của } EF) \text{ nên } HI = IF = \frac{EF}{2}$$

hay $\triangle HIF$ cân tại I do đó $\angle IFH = \angle FHI$ (6)

Từ (3), (4), (5) và (6) suy ra $\angle BHK = \angle FHI$

Do đó H, I, K thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm) Một công ty du lịch dự định tổ chức một tour du lịch xuyên Việt nhân kỉ niệm ngày giải phóng hoàn toàn miền Nam 30 – 4 . Công ty dự định nếu giá tour là 2 triệu đồng thì sẽ có khoảng 200 người tham gia. Để thu hút nhiều người tham gia, công ty sẽ quyết định giảm giá và cứ mỗi lần giảm giá 100 nghìn đồng/1tour thì sẽ có thêm 20 người tham gia. Hỏi công ty phải giảm giá tour còn bao nhiêu để doanh thu từ tour xuyên Việt đó là lớn nhất.

Lời giải

Gọi số lần giảm giá 100 000 đồng/1tour để thu được doanh thu lớn nhất là x (lần)

Sau x lần giảm thì giá của một tour là: $2\,000\,000 - 100\,000.x$ (đồng).

Vì cứ sau 1 lần giảm thì có thêm 20 người tham gia nên sau x lần giảm thì có thêm $20.x$ (người tham gia) nên tổng số người tham gia sau x lần giảm giá là: $200 + 20.x$ (người)

Tổng doanh thu sau x lần giảm giá là:

$$S = (2\,000\,000 - 100\,000.x) \cdot (200 + 20.x) \text{ (đồng)}$$

$$S = 100\,000.20.(20 - x).(10 + x) \text{ (đồng)}$$

$$S = 2\,000\,000.(-x^2 + 10x + 200) \text{ (đồng)}$$

$$\text{Xét } -x^2 + 10x + 200 = -(x^2 - 10x + 25 - 25 - 200) = -(x - 5)^2 + 225$$

$$\text{Vì } -(x - 5)^2 + 225 \leq 225 \text{ nên } 2\,000\,000.(-x^2 + 10x + 200) \leq 2\,000\,000.225 = 450\,000\,000$$

$$\text{hay } S \leq 450\,000\,000$$

$$S_{\max} = 450\,000\,000$$

Khi đó $x = 5$ (lần)

Vậy giá tour khi đó: $2\,000\,000 - 100\,000.5 = 1\,500\,000$ (đồng).

∞ HẾT ∞

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Cân nặng của các bạn học sinh lớp 9A (đơn vị: ki-lo-gam) có kết quả như sau:

62	59	68	53	50	57	72	65	62	58
69	53	64	67	72	74	63	56	66	66
62	52	65	69	60	52	65	63	74	68
59	68	64	69	56	72	67	58	62	60

Mẫu số liệu thống kê ở trên đã được ghép thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng: $[50 ; 55)$, $[55 ; 60)$, $[60 ; 65)$, $[65 ; 70)$, $[70 ; 75)$. Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm ở trên.

2) Một hộp đựng 20 tấm thẻ như nhau được đánh số từ 1 đến 20. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Tính xác suất của biến cố A : “Số ghi trên tấm thẻ là bội của 4”.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} + \frac{6\sqrt{x}-8}{x-5\sqrt{x}+6}$

với $x \geq 0$, $x \neq 4$, $x \neq 9$

1) Tính giá trị của A khi $x=16$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}$.

3) Cho $P = A:B$. Tìm x để $P < \frac{1}{2}$

Câu III: (2,5 điểm)

1) Nhân dịp Khai giảng đầu năm học, bạn Minh được mẹ đưa đi siêu thị điện máy Pico để mua điện thoại, laptop chuẩn bị bước vào cấp 3. Giá niêm yết một chiếc laptop Dell và một chiếc Iphone 12 Pro max có tổng số tiền là 30 triệu đồng. Siêu thị giảm giá nhiều mặt hàng để ưu đãi cho học sinh, sinh viên, chiếc laptop Dell giảm 30% giá bán và giá một chiếc Iphone 12 Pro max giảm 20% giá bán nên mẹ Minh đã mua một chiếc laptop Dell và một chiếc Iphone 12 Pro max trên với tổng số tiền là 22 triệu đồng. Hỏi giá mỗi món đồ trên khi chưa giảm giá là bao nhiêu tiền?

2) Một cơ sở sản xuất lập kế hoạch làm 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do cải tiến kỹ thuật, năng suất mỗi ngày tăng 10 sản phẩm. Vì thế không những hoàn thành sớm kế hoạch 1 ngày, mà còn vượt mức 100 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phải làm bao nhiêu sản phẩm.

(Giả định rằng số sản phẩm mà tổ đó làm được trong mỗi ngày là bằng nhau).

3) Biết rằng phương trình bậc hai $x^2 - 2x + m = 0$ có một nghiệm là $x = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$. Tính tổng nghịch đảo bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

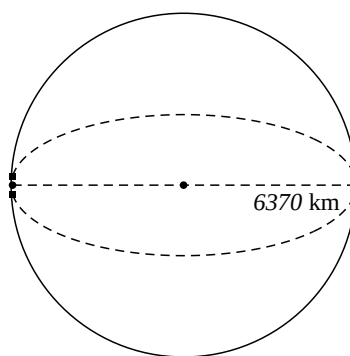
Câu IV: (4,0 điểm)

1) Trái Đất, hành tinh chúng ta đang sống, dạng hình cầu có bán kính là 6370 km.

Biết rằng 29% diện tích bề mặt Trái Đất không bị bao phủ bởi nước bao gồm núi, sa mạc, cao nguyên, đồng bằng và các địa hình khác.

a) Tính diện tích của bề mặt Trái Đất.

b) Tính diện tích bề mặt Trái Đất bị bao phủ bởi nước



(Lấy $\pi \approx 3,14$; kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị.



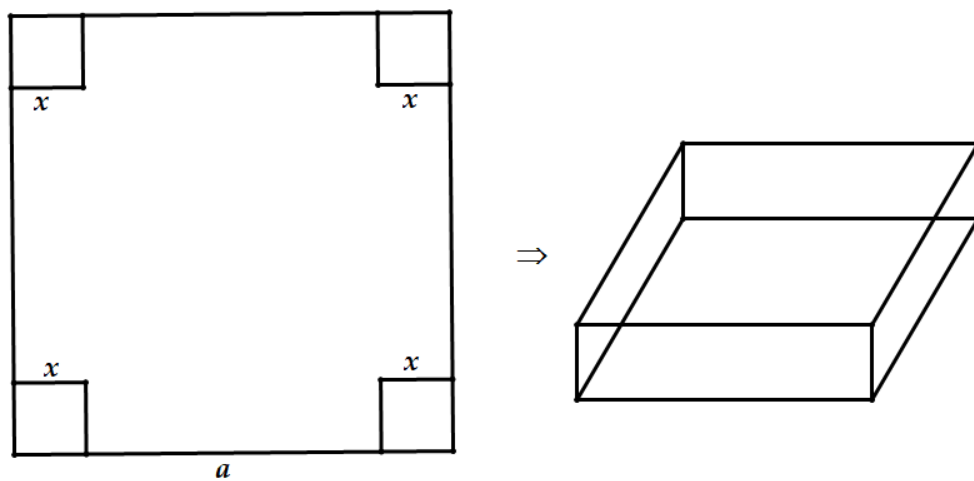
2) Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 4 cm. Vẽ đường tròn tâm O đường kính AD ; kẻ BM là tiếp tuyến của đường tròn tâm O (M là tiếp điểm, $M \neq A$), BM cắt CD tại K .

a) Chứng minh 4 điểm A, B, M, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $OB \perp OK$ và $BM \cdot MK = \frac{AB^2}{4}$.

c) Đường thẳng AM cắt CD tại E . Chứng minh K là trung điểm của đoạn thẳng ED và tính chu vi của tứ giác $ABKD$.

Câu V: (0,5 điểm) Một miếng tôn phẳng hình vuông với kích thước a (cm), người ta muốn cắt đi ở bốn góc bốn hình vuông cạnh bằng x (cm) để uốn thành một hình hộp chữ nhật không có nắp. Phải cắt như thế nào để hình hộp có thể tích lớn nhất?



∞ HẾT ∞

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

1) Cân nặng của các bạn học sinh lớp 9A (đơn vị: ki-lo-gam) có kết quả như sau:

62	59	68	53	50	57	72	65	62	58
69	53	64	67	72	74	63	56	66	66
62	52	65	69	60	52	65	63	74	68
59	68	64	69	56	72	67	58	62	60

Mẫu số liệu thống kê ở trên đã được ghép thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng: $[50 ; 55)$, $[55 ; 60)$, $[60 ; 65)$, $[65 ; 70)$, $[70 ; 75)$. Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm ở trên.

2) Một hộp đựng 20 tấm thẻ như nhau được đánh số từ 1 đến 20. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Tính xác suất của biến cố A : “Số ghi trên tấm thẻ là bội của 4”.

Lời giải

1) Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó như sau:

Nhóm	Tần số (n)
$[50 ; 55)$	4
$[55 ; 60)$	7
$[60 ; 65)$	11
$[65 ; 70)$	13
$[70 ; 75)$	5
Cộng	$N = 40$

2) Kí hiệu: Tấm thẻ ghi số tương ứng từ 1 đến 20.

Không gian mẫu là: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20\}$

suy ra $n(\Omega) = 20$

Do các tấm thẻ là như nhau và được rút ngẫu nhiên nên các kết quả trên là đồng khả năng.

Kết quả thuận lợi của biến cố “Số ghi trên tấm thẻ là bội của 4” là: $\{4; 8; 12; 16; 20\}$. suy ra $n(A) = 5$

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} + \frac{6\sqrt{x}-8}{x-5\sqrt{x}+6}$

với $x \geq 0$, $x \neq 4$, $x \neq 9$

1) Tính giá trị của A khi $x=16$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 3}$.

3) Cho $P = A:B$. Tìm x để $P < \frac{1}{2}$.

Lời giải

1) Tính giá trị của A khi $x=16$.

Thay $x=16$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta được: $A = \frac{\sqrt{16}-1}{\sqrt{16}-3} = 3$

Vậy $A=3$ khi $x=16$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 3}$.

Với $x \geq 0$, $x \neq 4$, $x \neq 9$

$$\begin{aligned} B &= \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} + \frac{6\sqrt{x}-8}{x-5\sqrt{x}+6} \\ &= \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)} - \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)} + \frac{6\sqrt{x}-8}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)} \\ &= \frac{2x-6\sqrt{x}-x+4+6\sqrt{x}-8}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)} \\ &= \frac{x-4}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)} \\ &= \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)} \\ &= \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} \end{aligned}$$

Vậy $B = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 3}$ với $x \geq 0$, $x \neq 4$, $x \neq 9$.

3) Cho $P = A:B$. Tìm x để $P < \frac{1}{2}$.

$$\begin{aligned} P = A:B &= \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} \\ &= \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2} \\ &= \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} \end{aligned}$$

Ta có: $P < \frac{1}{2}$

Suy ra $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} < \frac{1}{2}$

$$2\sqrt{x} - 2 < \sqrt{x} + 2 \text{ (vì } 2(\sqrt{x} + 2) > 0)$$

$$\sqrt{x} < 4$$

$$0 \leq x < 16$$

Vậy $0 \leq x < 16$; $x \neq 4$; $x \neq 9$ thì $P < \frac{1}{2}$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Nhân dịp Khai giảng đầu năm học, bạn Minh được mẹ đưa đi siêu thị điện máy Pico để mua điện thoại, laptop chuẩn bị bước vào cấp 3. Giá niêm yết một chiếc laptop Dell và một chiếc Iphone 12 Pro max có tổng số tiền là 30 triệu đồng. Siêu thị giảm giá nhiều mặt hàng để ưu đãi cho học sinh, sinh viên, chiếc laptop Dell giảm 30% giá bán và giá một chiếc Iphone 12 Pro max giảm 20% giá bán nên mẹ Minh đã mua một chiếc laptop Dell và một chiếc Iphone 12 Pro max trên với tổng số tiền là 22 triệu đồng. Hỏi giá mỗi món đồ trên khi chưa giảm giá là bao nhiêu tiền?

2) Một cơ sở sản xuất lập kế hoạch làm 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do cải tiến kĩ thuật, năng suất mỗi ngày tăng 10 sản phẩm. Vì thế không những hoàn thành sớm kế hoạch 1 ngày, mà còn vượt mức 100 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phải làm bao nhiêu sản phẩm.

(Giả định rằng số sản phẩm mà tổ đó làm được trong mỗi ngày là bằng nhau).

3) Biết rằng phương trình bậc hai $x^2 - 2x + m = 0$ có một nghiệm là $x = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$. Tính tổng nghịch đảo bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Lời giải

1) Gọi x là số ngày để người thứ nhất làm một mình xong công việc, y là số ngày để người thứ hai làm một mình xong công việc ($x > 15$, $y > 15$).

Mỗi ngày người thứ nhất hoàn thành $\frac{1}{x}$ (công việc)

Mỗi ngày người thứ hai hoàn thành $\frac{1}{y}$ (công việc)

Vì hai người cùng làm chung một công việc hết 15 ngày nên mỗi ngày, cả hai người cùng làm được là $\frac{1}{15}$ công việc. Ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15}$ công việc

Năng suất trong một ngày của người thứ hai bằng $\frac{2}{3}$ năng suất của người thứ nhất nên ta có

phương trình: $\frac{1}{y} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{x}$

Ta có hệ phương trình: (I)
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15} & (1) \\ \frac{1}{y} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{x} & (2) \end{cases}$$

Thế (2) vào (1) ta được $\frac{1}{x} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{15}$

suy ra $\frac{1}{x} \left(1 + \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{15}$; từ đó tính được $\frac{1}{x} = \frac{1}{25}$ nên $x = 25$, thế lại vào (2) ta được $\frac{1}{y} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{25} = \frac{2}{75}$, suy ra $y = 37,5$

Các giá trị $x = 25$ và $y = 37,5$ thỏa mãn các điều kiện của ẩn

Vậy số ngày để người thứ nhất làm một mình xong công việc là 25 ngày, số ngày để người thứ hai làm một mình xong công việc là 37,5 ngày.

2) Gọi x là số sản phẩm phải làm mỗi ngày theo kế hoạch (sản phẩm, $x \in \mathbb{N}^*$)

Số sản phẩm làm trong một ngày theo thực tế là: $x + 10$ (sản phẩm)

Thời gian làm xong sản phẩm theo kế hoạch là: $\frac{600}{x}$ (ngày)

Số sản phẩm làm được trong thực tế là: $600 + 100 = 700$ (sản phẩm)

Thời gian làm xong sản phẩm theo thực tế là: $\frac{700}{x + 10}$ (ngày)

Do thực tế hoàn thành sớm hơn kế hoạch 1 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{600}{x} - \frac{700}{x + 10} = 1$$

$$\frac{600(x + 10) - 700x}{x(x + 10)} = \frac{x(x + 10)}{x(x + 10)}$$

$$\text{Suy ra } 600x + 6000 - 700x = x^2 + 10x$$

$$x^2 + 110x - 6000 = 0$$

$$\text{Tính được } x = -150 \text{ (ktm)}, x = 40 \text{ (tm)}$$

Vậy số sản phẩm phải làm mỗi ngày theo kế hoạch là 40 sản phẩm.

3) Ta có $x = \frac{2}{\sqrt{3} - 1} = \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{3 - 1} = \sqrt{3} + 1$, thay vào phương trình ta được

$$(\sqrt{3} + 1)^2 - 2(\sqrt{3} + 1) + m = 0$$

$$4 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 2 + m = 0$$

$$2 + m = 0$$

$$m = -2$$

Mà theo hệ thức Viète ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = m = -2 \end{cases}$$

$$\text{Do đó } \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2 \cdot x_2^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{(x_1x_2)^2} = \frac{2^2 - 2 \cdot (-2)}{(-2)^2} = \frac{8}{4} = 2$$

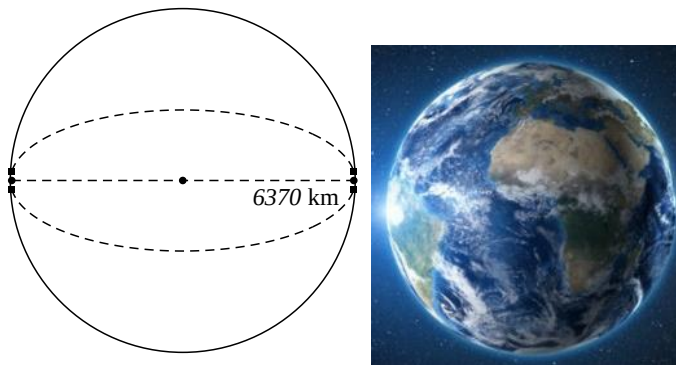
Câu IV: (4,0 điểm)

1) Trái Đất, hành tinh chúng ta đang sống, dạng hình cầu có bán kính là 6370 km.

Biết rằng 29% diện tích bề mặt Trái Đất không bị bao phủ bởi nước bao gồm núi, sa mạc, cao nguyên, đồng bằng và các địa hình khác, phần còn lại bị bao phủ bởi nước.

a) Tính diện tích của bề mặt Trái Đất.

b) Tính diện tích bề mặt Trái Đất bị bao phủ bởi nước (Lấy $\pi \approx 3,14$; kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị.)



2) Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 4 cm. Vẽ đường tròn tâm O đường kính AD ; kẻ BM là tiếp tuyến của đường tròn tâm O (M là tiếp điểm, $M \neq A$), BM cắt CD tại K .

a) Chứng minh 4 điểm A, B, M, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $OB \perp OK$ và $BM \cdot MK = \frac{AB^2}{4}$.

c) Đường thẳng AM cắt CD tại E . Chứng minh K là trung điểm của đoạn thẳng ED và tính chu vi của tứ giác $ABKD$.

Lời giải

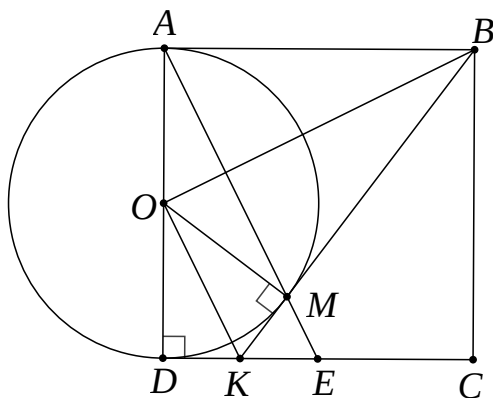
(1) Vì Trái Đất hình cầu có bán kính là 6370 km nên diện tích bề mặt Trái Đất là:

$$S_{xq} = 4\pi R^2 = 4 \cdot \pi \cdot 6370^2 \approx 509645864 \text{ (km}^2\text{)}$$

Vậy diện tích bề mặt Trái Đất bị bao phủ bởi nước là:

$$(100\% - 29\%) \cdot 509645864 = 361848563,4 \text{ (km}^2\text{)}$$

(2)



a) Ta có $\triangle ABO$ vuông tại A , do đó A thuộc đường tròn đường kính BO .

Ta có BM là tiếp tuyến tại M của đường tròn (O) , suy ra $BM \perp OM$ nên ta có $\triangle BMO$ vuông tại M , do đó M thuộc đường tròn đường kính BO .

Suy ra 4 điểm A, B, M, O cùng thuộc một đường tròn đường kính BO .

b) Ta có $BA \perp OA$ (A thuộc đường tròn tâm O)

nên BA là tiếp tuyến của đường tròn (O)

Tương tự ta có KD là tiếp tuyến của đường tròn (O)

Ta có BA và BM là hai tiếp tuyến cắt nhau

Suy ra OB là đường phân giác của $\angle AOM$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Ta có KD và KM là hai tiếp tuyến cắt nhau

Suy ra OK là đường phân giác của $\angle DOM$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

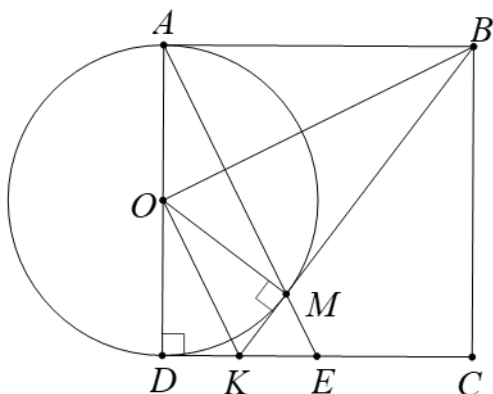
Do đó OB và OK là hai tia phân giác của hai góc kề bù $\angle AOM$ và $\angle DOM$.

Suy ra $OB \perp OK$ hay $\angle BOK = 90^\circ$

Xét $\triangle OBK$ vuông tại O , $OM \perp BK$, dễ dàng chứng minh được $\triangle MBO \sim \triangle MOK$ (g.g) nên suy ra

$$\frac{BM}{MO} = \frac{MO}{MK} \text{ (cạnh tương ứng)}.$$

$$\text{suy ra } BM \cdot KM = OM^2 = OA^2 = \frac{AB^2}{4}$$



c) Ta có $\triangle BAM$ cân tại B ($BA = BM$)

nên $BAM = BMA$

Lại có $KEM = BAM$ (hai góc so le trong)

$BMA = KME$ (hai góc đối đỉnh)

Suy ra $KEM = KME$

Nên $\triangle KEM$ cân tại K

Do đó $KE = KM$

Mặt khác $KD = KM$

Do đó $KE = KD$ hay K là trung điểm của ED .

Ta có $BM \cdot KM = OA^2 = OM^2 = 2^2 = 4(\text{cm})$

$$KM = \frac{4}{BM} = \frac{4}{4} = 1(\text{cm})$$

$$KD = 1(\text{cm})$$

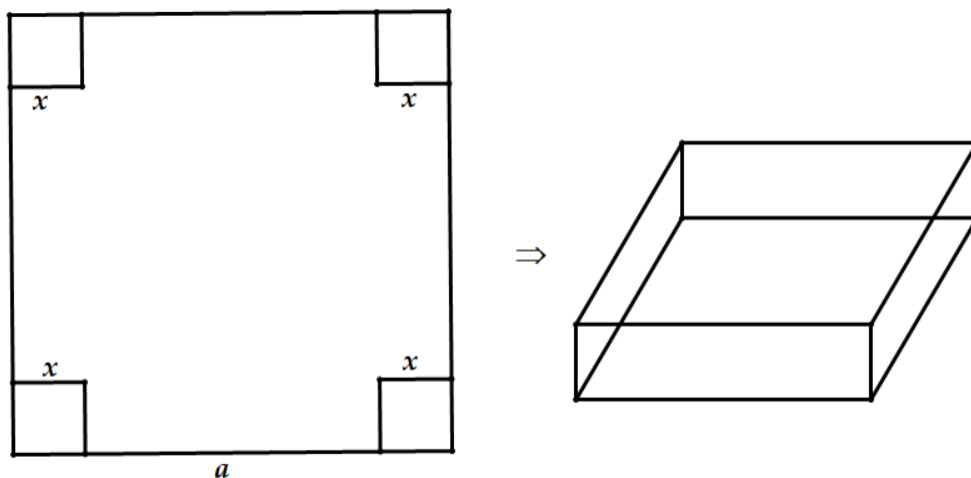
Ta có chu vi tứ giác $ABKD$ là

$$P_{ABKD} = AB + AD + KB + KD$$

$$= AB + AD + (AB + KD) + KD$$

$$= 3AB + 2KD = 3 \cdot 4 + 2 \cdot 1 = 14(\text{cm})$$

Câu V: (0,5 điểm) Một miếng tôn phẳng hình vuông với kích thước a (cm), người ta muốn cắt đi ở bốn góc bốn hình vuông cạnh bằng x (cm) để uốn thành một hình hộp chữ nhật không có nắp. Phải cắt như thế nào để hình hộp có thể tích lớn nhất?



Lời giải

Vì cạnh của hình vuông bị cắt là x (cm) nên ta có điều kiện $0 < x < a$

Chiều dài cạnh của miếng tôn sau khi cắt là $a - 2x$ (cm), chiều cao là x (cm)

Ta có thể tích hình hộp $V = x(a - 2x)(a - 2x) = \frac{1}{4}4x(a - 2x)(a - 2x)$.

Ta chứng minh bài toán: Với ba số không âm a, b, c thì $a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}$

Ta có:

$$\begin{aligned} & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) + c^3 - 3abc \\ &= (a + b)^3 + c^3 - 3ab(a + b + c) \\ &= (a + b + c)\left[(a + b)^2 + c^2 - c(a + b)\right] + c^3 - 3ab(a + b + c) \\ &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + 2ab + c^2 - bc - ca - 3ab) \\ &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \\ &= \frac{1}{2}(a + b + c)\left((a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\right) \geq 0 \end{aligned}$$

Khi đó $a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc$

Đặt $a^3 = x, b^3 = y, c^3 = z$ thì

$$x + y + z \geq 3\sqrt[3]{xyz} \text{ hay } xyz \leq \left(\frac{x + y + z}{3}\right)^3$$

Áp dụng bài toán trên ta có

$$\frac{1}{4}4x(a - 2x)(a - 2x) \leq \frac{1}{4}\left(\frac{4x + a - 2x + a - 2x}{3}\right)^3 = \frac{1}{4} \cdot \frac{8a^3}{27} = \frac{2a^3}{27}$$

Thể tích lớn nhất khi $4x = a - 2x$ suy ra $a = 6x$ hay $x = \frac{a}{6}$ (cm)

Vậy để thể tích hộp lớn nhất cần cắt 4 góc bốn hình vuông cạnh $\frac{a}{6}$ (cm)

❧HẾT❧

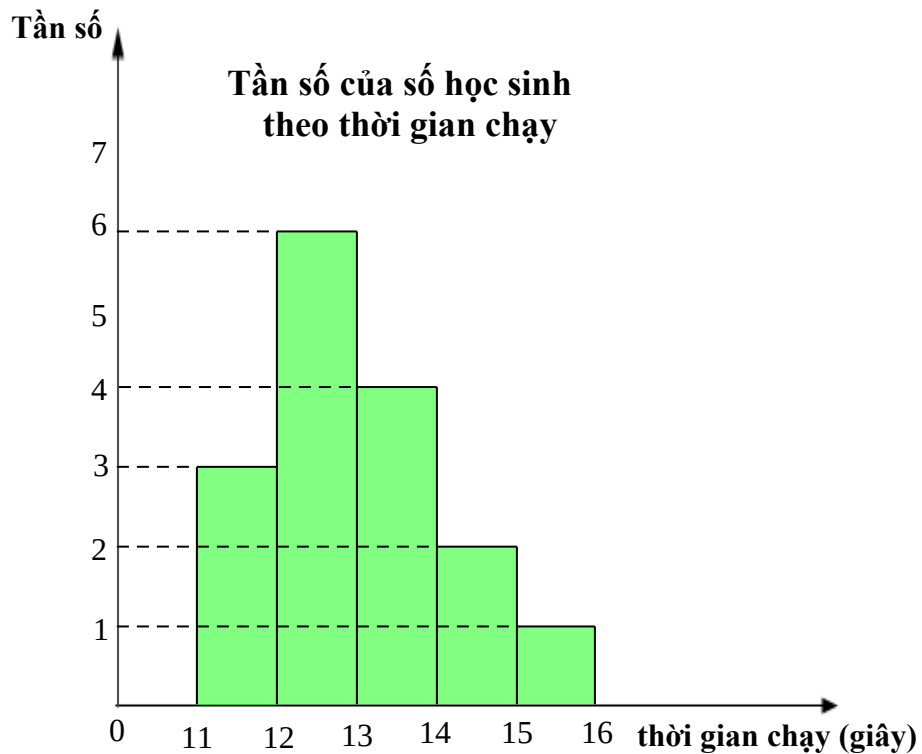
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Biểu đồ dưới đây biểu diễn kết quả khảo sát thành tích chạy 100m của một số học sinh



1) Có bao nhiêu học sinh chạy 100m hết ít hơn 13 giây và tìm tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[13;14)$.

2) Bạn Long có n tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến n . Bạn Long rút ngẫu nhiên 1 tấm thẻ. Biết rằng xác suất của biến cố “Lấy được tấm thẻ ghi số có một chữ số” là 0,25. Hỏi bạn Long có bao nhiêu tấm thẻ?

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{x}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{2x-3}{x-3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

2) Chứng minh $B = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$.

3) Tìm tất cả giá trị của x để $A-B < 0$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước thì trong 5 giờ sẽ đầy bể. Nếu vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ và vòi thứ 2 chảy trong 4 giờ thì được $\frac{2}{3}$ bể nước. Hỏi nếu mỗi vòi nước chảy một mình thì trong bao lâu mới đầy bể.

2) Một xí nghiệp theo kế hoạch phải sản xuất 75 sản phẩm trong một số ngày dự kiến. **Nhưng khi thực hiện**, do cải tiến kĩ thuật nên mỗi ngày xí nghiệp làm vượt mức 5 sản phẩm, vì vậy không những họ đã làm được 80 sản phẩm mà còn hoàn thành trước kế hoạch 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xí nghiệp sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

3) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , biết rằng parabol $y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = x - m$ có một hoành độ giao điểm là $x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$. Giả sử $x_1; x_2$ là các hoành độ giao điểm của hai hàm số trên.

Không giải phương trình, hãy tính **giá trị biểu thức**: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} - \frac{2025}{x_1 + x_2 - 2}$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Các viên kẹo mút có dạng hình cầu, bán kính 1,6cm. Người ta dùng một que nhựa hình trụ tròn **dài**, bán kính 0,2cm cắm vào đến phân nửa viên kẹo để người dùng dễ sử dụng.

a) Tính thể tích phần ống nhựa cắm vào phân nửa viên kẹo.

b) Tính thể tích thực của viên kẹo sau khi trừ phần ống nhựa cắm vào (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). **Biết kẹo không tràn vào phần trong ống nhựa.**

2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$), nội tiếp đường tròn (O) . Tiếp tuyến

tại điểm A của đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại điểm S . Gọi I là chân đường vuông góc kẻ từ điểm O đến đường thẳng BC .

a) Chứng minh tứ giác $SAOI$ là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi H và D lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ điểm A đến các đường thẳng SO và SC . Chứng minh $OAH = IAD$.

c) Vẽ đường cao CE của tam giác ABC . Gọi Q là trung điểm của đoạn thẳng BE . Đường thẳng QD cắt đường thẳng AH tại điểm K . Chứng minh $BQ \cdot BA = BD \cdot BI$

Câu V: (0,5 điểm) Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh bên đều bằng 6 cm, độ dài cạnh đáy là x (cm). Tìm x để diện tích xung quanh của hình chóp đều đó là lớn nhất.

☞ HẾT ☞

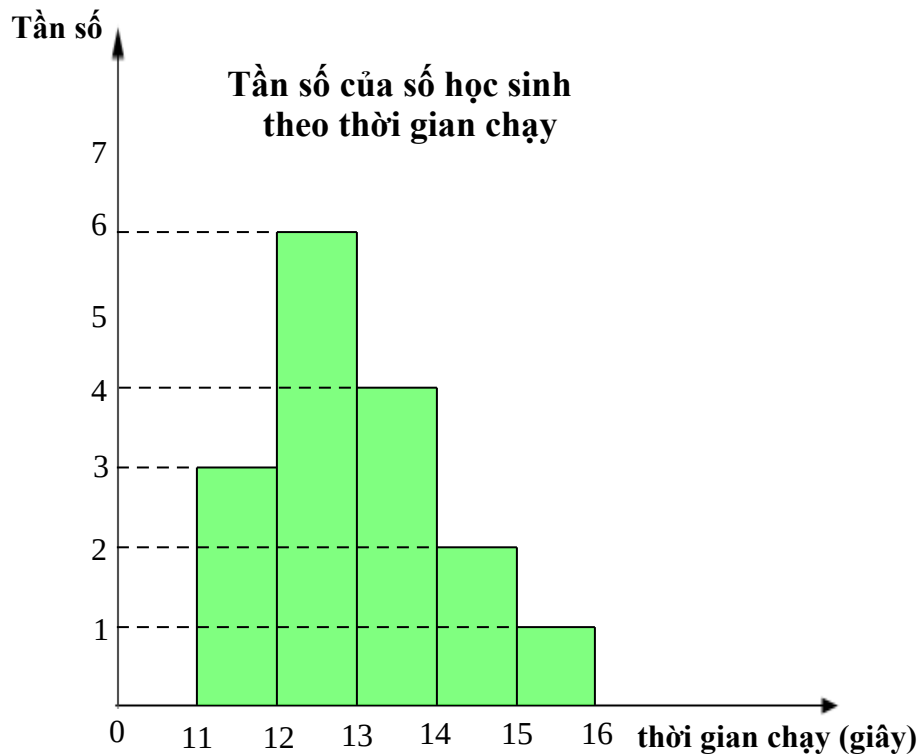
**ĐÁP ÁN TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9**

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Biểu đồ dưới đây biểu diễn kết quả khảo sát thành tích chạy 100 m của một số học sinh



1) Có bao nhiêu học sinh chạy 100m hết ít hơn 13 giây và tìm tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [13;14)

2) Bạn Long có n tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến n . Bạn Long rút ngẫu nhiên 1 tấm thẻ. Biết rằng xác suất của biến cố “Lấy được tấm thẻ ghi số có một chữ số” là 0,25. Hỏi bạn Long có bao nhiêu tấm thẻ?

Lời giải

1) Có 9 học sinh chạy 100m hết ít hơn 13 giây.

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [13;14) là: $\frac{4}{3+6+4+2+1} \cdot 100\% = 25\%$

2) Do n tấm thẻ cùng loại nên các thẻ có cùng khả năng được chọn. Có n kết quả có thể xảy ra.

Có 9 kết quả thuận lợi cho biến cố “Lấy được tấm thẻ ghi số có một chữ số”.

Vậy xác suất của biến cố “Lấy được tấm thẻ ghi số có một chữ số” là $\frac{9}{n}$.

Ta có: $\frac{9}{n} = 0,25$. Suy ra $n = 36$.

Vậy bạn Long có 36 tấm thẻ.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{x}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{2x-3}{x-3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.

2) Chứng minh $B = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$.

3) Tìm tất cả giá trị của x để $A - B < 0$.

Lời giải

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

$$\text{Thay } x=16 \text{ (tmđk) vào } A \text{ ta có: } A = \frac{16}{\sqrt{16}-3} = \frac{16}{4-3} = 16$$

Vậy với $x=16$ thì $A=16$.

$$2) \text{ Chứng minh } B = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}.$$

ĐKXĐ: $x > 0, x \neq 9$

$$\begin{aligned} B &= \frac{2x-3}{x-3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \\ B &= \frac{2x-3}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} - \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} \\ B &= \frac{2x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} \\ B &= \frac{\sqrt{x}(2\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy với } x > 0, x \neq 9 \text{ thì } B = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}.$$

3) Tìm tất cả giá trị của x để $A-B < 0$.

$$A-B < 0$$

$$\frac{x}{\sqrt{x}-3} - \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} < 0$$

$$\frac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} < 0$$

$$\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}-3} < 0$$

$$\text{Ta có: } (\sqrt{x}-1)^2 \geq 0$$

$$\text{Do đó: } \begin{cases} \sqrt{x}-3 < 0 \\ \sqrt{x}-1 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x} < 3 \\ \sqrt{x} \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 9 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện ta có: $0 < x < 9$ và $x \neq 1$

Vậy với $0 < x < 9$ và $x \neq 1$ thì $A - B < 0$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước thì trong 5 giờ sẽ đầy bể. Nếu vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ và vòi thứ 2 chảy trong 4 giờ thì được $\frac{2}{3}$ bể nước. Hỏi nếu mỗi vòi nước chảy một mình thì trong bao lâu mới đầy bể.

Lời giải

Gọi thời gian vòi *I* chảy một mình đầy bể là x (giờ $x > 5$)

Thời gian vòi *II* chảy một mình đầy bể là y (giờ, $y > 5$)

Thời gian cả hai vòi cùng chảy đầy bể là 5 giờ.

Trong 1 giờ, vòi *I* chảy được $\frac{1}{x}$ bể; vòi *II* chảy được $\frac{1}{y}$ bể; cả hai vòi cùng chảy được $\frac{1}{5}$ bể.

Do đó ta có phương trình:
$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \quad (1)$$

Trong 3 giờ vòi *I* chảy được $\frac{3}{x}$ bể; Trong 2 giờ vòi *II* chảy được $\frac{2}{y}$ bể. Cả hai vòi chảy được $\frac{2}{3}$ bể.

Do đó ta có phương trình:
$$\frac{3}{x} + \frac{4}{y} = \frac{2}{3} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được:
$$\begin{cases} x = 7,5 \\ y = 15 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy:

Thời gian vòi *I* chảy một mình đầy bể là 7,5 giờ.

Thời gian vòi *II* chảy một mình đầy bể là 15 giờ.

2) Một xí nghiệp theo kế hoạch phải sản xuất 75 sản phẩm trong một số ngày dự kiến. Trong thực tế, do cải tiến kĩ thuật nên mỗi ngày xí nghiệp làm vượt mức 5 sản phẩm, vì vậy không những họ đã làm được 80 sản phẩm mà còn hoàn thành trước kế hoạch 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xí nghiệp sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Lời giải

Gọi số sản phẩm mỗi ngày xí nghiệp phải làm theo kế hoạch là x , (sản phẩm $x \in \mathbb{N}^*$, $x < 75$)

Số sản phẩm phải làm theo kế hoạch là 75 sản phẩm.

Thời gian hoàn thành theo kế hoạch là $\frac{75}{x}$ ngày.

Thực tế, mỗi ngày làm được $x + 5$ sản phẩm.

Thực tế số sản phẩm làm được là 80 sản phẩm.

Thực tế, thời gian hoàn thành là $\frac{80}{x}$ sản phẩm.

Thực tế, xí nghiệp hoàn thành trước 1 ngày so với kế hoạch nên ta có phương trình:

$$\frac{80}{x+5} + 1 = \frac{75}{x}$$

$$\frac{80 + x + 5}{x + 5} = \frac{75}{x}$$

$$x^2 + 80x + 5x = 75x + 375$$

$$x^2 + 10x - 375 = 0$$

$$(x - 15)(x + 25) = 0$$

Trường hợp 1: $x = 15$ (thỏa mãn)

Trường hợp 2: $x = -25$ (loại)

Vậy, theo kế hoạch mỗi ngày xí nghiệp phải làm 15 sản phẩm.

3) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , biết rằng parabol $y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = x - m$ có một

hoành độ giao điểm là $x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$. Giả sử $x_1; x_2$ là các hoành độ giao điểm của hai hàm số trên.

Không giải phương trình, hãy tính: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} - \frac{2025}{x_1 + x_2 - 2}$.

Lời giải

Hoành độ giao điểm của parabol và đường thẳng (d) là nghiệm của phương trình:

$$x^2 = x - m$$

$$x^2 - x + m = 0$$

Hai đồ thị hàm số có một giao điểm là $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ nên ta có:

$$\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \frac{1-\sqrt{5}}{2} + m = 0$$

$$m = \frac{1-\sqrt{5}}{2} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1-\sqrt{5}}{2} - \frac{6-2\sqrt{5}}{4} = \frac{1-\sqrt{5}-3+\sqrt{5}}{2} = -1$$

Với $m = -1$ ta có phương trình: $x^2 - x - 1 = 0$

Theo định lí Viet ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases} \quad (1)$$

Theo bài ra:
$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} - \frac{2025}{x_1 + x_2 - 2}$$

$$\frac{x_2 + x_1}{x_1 x_2} - \frac{2025}{x_1 + x_2 - 2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có:
$$\frac{1}{-1} - \frac{2025}{1-2} = -1 + 2025 = 2024$$

Vậy
$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} - \frac{2025}{x_1 + x_2 - 2} = 2024 \text{ với } m = -1.$$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Các viên kẹo mút có dạng hình cầu, bán kính 1,6cm. Người ta dùng một que nhựa hình trụ tròn, bán kính 0,2cm cắm vào đến phân nửa viên kẹo để người dùng dễ sử dụng.

a) Tính thể tích phần ống nhựa cắm vào phân nửa viên kẹo.

b) Tính thể tích thực của viên kẹo sau khi trừ phần ống nhựa cắm vào (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

1)

a) Phần ống nhựa cắm vào phân nửa viên kẹo là hình trụ có độ cao $h = 0,8\text{cm}$, bán kính $r = 0,2\text{cm}$

Thể tích phần ống nhựa cắm vào phân nửa viên kẹo là:

$$V_1 = \pi r^2 h = \pi \cdot 0,2^2 \cdot 1,6 \approx 0,2(\text{cm}^3)$$

b) Thể tích của viên kẹo tính cả phần ống nhựa cắm vào là:

$$V_2 = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 1,6^3 \approx 17,16(\text{cm}^3)$$

Thể tích thực của viên kẹo sau khi trừ phần ống nhựa:

$$V = V_2 - V_1 \approx 17,16 - 0,2 = 16,96(\text{cm}^3)$$

2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$), nội tiếp đường tròn (O). Tiếp tuyến

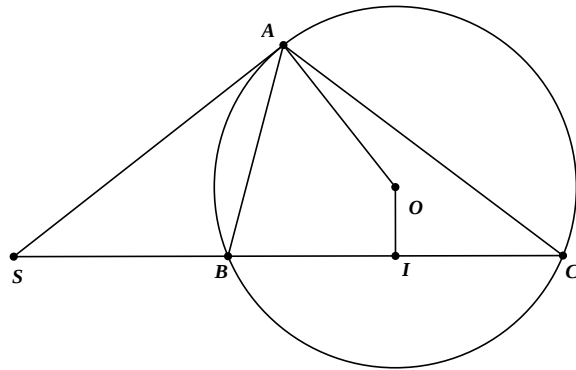
tại điểm A của đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại điểm S . Gọi I là chân đường vuông góc kẻ từ điểm O đến đường thẳng BC .

a) Chứng minh tứ giác $SAOI$ là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi H và D lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ điểm A đến các đường thẳng SO và SC . Chứng minh $OAH = IAD$.

c) Vẽ đường cao CE của tam giác ABC . Gọi Q là trung điểm của đoạn thẳng BE . Đường thẳng QD cắt đường thẳng AH tại điểm K . Chứng minh $BQ.BA = BD.BI$

Hướng dẫn



a) Chứng minh tứ giác $SAOI$ là tứ giác nội tiếp.

Gọi M là trung điểm của SO , suy ra $SM = MO = \frac{SO}{2}$

(1)

Xét $\triangle SAO$ vuông tại A có M là trung điểm của SO

$\Rightarrow AM$ là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền SO

$$\Rightarrow AM = \frac{1}{2}SO.$$

(2)

Xét $\triangle SIO$ vuông tại I có M là trung điểm SO

$\Rightarrow IM$ là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền SO

$$IM = \frac{1}{2}SO$$

(3)

Từ (1), (2) và (3) ta có: $AM = IM = SM = MO = \frac{SO}{2}$

Suy ra bốn điểm S, A, O, I cùng thuộc một đường tròn hay tứ giác $SAOI$ nội tiếp đường tròn đường kính SO .

b) Gọi H và D lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ điểm A đến các đường thẳng SO và SC . Chứng minh $OAH = IAD$.



$$\Rightarrow \angle BDQ = \angle QAI \left(= 180^\circ - \angle QDI \right).$$

Xét $\triangle BDQ$ và $\triangle BAI$ có:

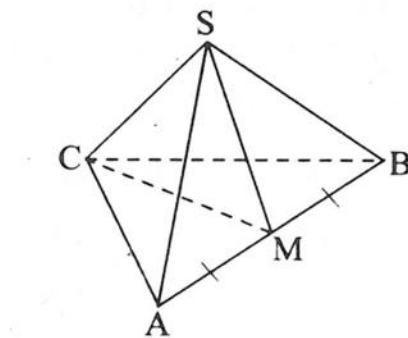
$\angle B$ chung; $\angle BDQ = \angle BAI$ (chứng minh trên);

$$\Rightarrow \triangle BDQ \sim \triangle BAI \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{BQ} = \frac{BA}{BI} \Rightarrow BQ \cdot BA = BD \cdot BI.$$

Câu V: (0,5 điểm) Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh bên đều bằng 6 cm , độ dài cạnh đáy là $x \text{ (cm)}$. Tìm x để diện tích xung quanh của hình chóp đều đó là lớn nhất.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của AB .

Khi đó SM là trung đoạn của hình chóp.

Ta có $AB = BC = AC = x$ thì:

$$SM^2 = SB^2 - \left(\frac{x}{2} \right)^2 = 6^2 - \frac{x^2}{4}$$

$$SM = \frac{1}{2} \sqrt{4 \cdot 6^2 - x^2} = \frac{1}{2} \sqrt{144 - x^2}$$

$$\text{Diện tích xung quanh của hình chóp là: } S_{xq} = \frac{3x}{2} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{144 - x^2} = \frac{3x}{4} \sqrt{144 - x^2}$$

Vận dụng bất đẳng thức $a^2 + b^2 \geq 2ab$ hay $ab \leq \frac{a^2 + b^2}{2}$ ta được:

$$x \cdot \sqrt{144 - x^2} \leq \frac{x^2 + 144 - x^2}{2} = 72.$$

$$\text{Do đó } S_{xq} \leq \frac{3}{4} \cdot 72 = 54.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } x = \sqrt{144 - x^2} \Leftrightarrow x^2 = 144 - x^2 \Leftrightarrow x^2 = 72 \Leftrightarrow x = 6\sqrt{2}.$$

HẾT

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Cho bảng tần số ghép nhóm sau về tuổi thọ của một số ong mật cái như sau:

Tuổi thọ (ngày)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Tần số	14	24	22

Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [40; 50).

2) Trong một hộp đựng 15 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 15 và không có hai tấm thẻ nào đánh số trùng nhau. An rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Tính xác suất của biến cố A: “An rút được tấm thẻ đánh số chia hết cho 3 và không vượt quá 10”.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $M = \frac{x+3}{\sqrt{x}-2}$ và $N = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}-2}{x-4}$ với $x > 0, x \neq 4$

1) Tính giá trị biểu thức của M khi $x = 9$.

2) Rút gọn biểu thức N.

3) Tìm giá trị của x để biểu thức $\frac{M}{N}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Một cửa hàng thời trang trong một quý đã nhập hàng với tổng số vốn là 800 triệu và bán hết hàng trong quý đó. Cửa hàng gồm 2 loại thời trang nam và thời trang nữ. Biết thời trang nam lãi 15% và thời trang nữ lãi 20%, tổng số tiền lãi của quý đó là 145 triệu đồng. Tính số vốn của cửa hàng đã nhập cho mỗi loại thời trang trên.

2) Một ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc của mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB dài 120km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10km/h nên xe ô tô đến B sớm hơn xe máy là 36 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

3) Cho phương trình $x^2 - x - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Không phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = 3x_1x_2^2 + x_1 + x_2(3x_1^2 + 1)$

giải



10 cm

hình cầu

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một cốc thủy tinh hình trụ đựng đầy nước có chiều cao bằng và thể tích bằng $90\pi \text{ cm}^3$. Người ta thả vào cốc một viên bi sắt có bán kính bằng bán kính đáy cốc nước, viên bi sắt ngập toàn bộ trong nước. Tính lượng nước bị tràn ra khỏi cốc?

a) Tính bán kính của viên bi hình cầu đó.

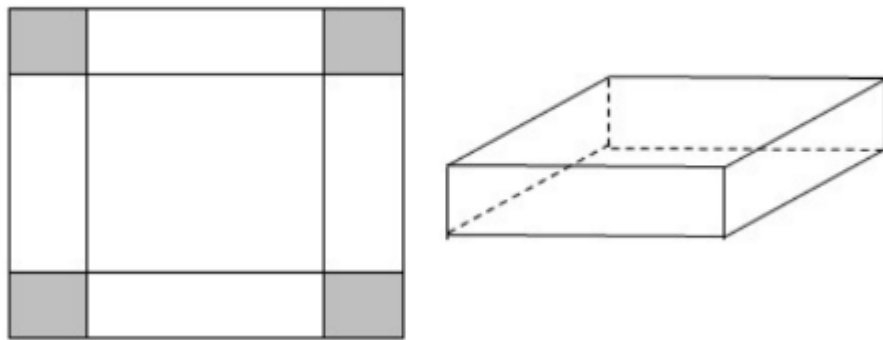
b) Tính lượng nước bị tràn ra khỏi cốc?

2) Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Điểm M nằm trên nửa đường tròn ($M \neq A; B$).

Tiếp tuyến tại M cắt tiếp tuyến tại A và B của đường tròn (O) lần lượt tại C và D.

- a) Chứng minh rằng: tứ giác ACMO nội tiếp.
- b) Gọi P là giao điểm CD và AB. Chứng minh: $PA \cdot PO = PC \cdot PM$
- c) Gọi E là giao điểm của AM và BD; F là giao điểm của AC và BM. Chứng minh: E; F; P thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm) Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để thể tích của hộp là lớn nhất.



☞ HẾT ☞

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu I. 1) Cho bảng tần số ghép nhóm sau về tuổi thọ của một số ong mật cái như sau:

Tuổi thọ (ngày)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Tần số	14	24	22

Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [40; 50).

Lời giải

1) Tần số ghép nhóm của nhóm [40; 50) là 24

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [40;50) là $\frac{24}{14+24+22} \cdot 100\% = 40\%$

2) Trong một hộp đựng 15 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 15 và không có hai tấm thẻ nào đánh số trùng nhau. An rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Tính xác suất của biến cố A: “An rút được tấm thẻ đánh số chia hết cho 3 và không vượt quá 10”.

Lời giải

Số kết quả có thể xảy ra là 15

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: 3 (rút được thẻ ghi số 3 hoặc 6 hoặc 9)

Xác suất của biến cố A là $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

Câu II. Cho hai biểu thức $M = \frac{x+3}{\sqrt{x}-2}$ và $N = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}-2}{x-4}$ với $x > 0, x \neq 4$.

1) Tính giá trị biểu thức của M khi $x = 9$.

2) Rút gọn biểu thức N.

3) Tìm giá trị của x để biểu thức $\frac{M}{N}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

1) $M = \frac{x+3}{\sqrt{x}-2}$ và $N = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}-2}{x-4}$ với $x > 0, x \neq 4$.

Thay $x=9$ vào biểu thức M ta được : $M = \frac{9+3}{\sqrt{9}-2} = 12$

2) $N = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}-2}{x-4} = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} + \frac{5\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$
 $= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$

3) $M:N = \frac{x+3}{\sqrt{x}-2} : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = \frac{x+3}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{3}$

Dấu bằng xảy ra khi $\sqrt{x} = \frac{3}{\sqrt{x}}$ hay $x=3$ (thỏa mãn đkxd)

Vậy $x = 3$

Câu III. 1) Một cửa hàng thời trang trong một quý đã nhập hàng với tổng số vốn là 800 triệu và bán hết hàng trong quý đó. Cửa hàng gồm 2 loại thời trang nam và thời trang nữ. Biết thời trang nam lãi 15% và thời trang nữ lãi 20%, tổng số tiền lãi của quý đó là 145 triệu đồng. Tính số vốn cửa hàng đã nhập cho mỗi loại thời trang trên.

2) Một ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc của mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB dài 120km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10km/h nên xe ô tô đến B sớm hơn xe máy là 36 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

3) Cho phương trình $x^2 - x - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = 3x_1x_2^2 + x_1 + x_2(3x_1^2 + 1)$

Lời giải

1) Gọi số vốn lấy hàng thời trang nam là x (triệu đồng), số vốn lấy hàng thời trang nữ là y (triệu đồng), điều kiện : $x > 0, y > 0$.

Tổng số vốn cả hai loại hàng là 800 triệu đồng nên ta có phương trình:

$$x + y = 800 \quad (1)$$

Thời trang nam lãi 15% và thời trang nữ lãi 20%, tổng số tiền lãi là 145 triệu đồng nên ta có phương trình $15\%x + 20\%y = 145$ hay $0,15x + 0,2y = 145 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 800 \\ 0,15x + 0,2y = 145 \end{cases}$$

Gải hệ phương trình ta được
$$\begin{cases} x = 300 \\ y = 500 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn đk})$$

Vậy số vốn của loại hàng thời trang nam là 300 triệu đồng và số vốn của hàng thời trang nữ là 500 triệu đồng.

2) Gọi vận tốc của xe máy là x (km/h), $x > 0$

Suy ra vận tốc của ô tô là $x + 10$ (km/h)

Thời gian Thời gian ô tô đi từ A đến B là $\frac{120}{x+10}$ (giờ)

Thời gian xe máy đi từ A đến B là $\frac{120}{x}$ (giờ)

Do ô tô đến B sớm hơn xe máy là 36 phút $= \frac{3}{5}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+10} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{1200}{x(x+10)} = \frac{3}{5}$$

$$x(x+10) = 2000$$

$$x^2 + 10x - 2000 = 0$$

$$x = 40 \text{ (thỏa mãn đk)} \text{ hoặc } x = -50 \text{ (loại)}$$

Vậy vận tốc xe máy là 40 km/h và vận tốc ô tô là 50 km/h

3) Xét phương trình $x^2 - x - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2

Theo định lí Vi-et ta có: $x_1 + x_2 = 1$; $x_1 x_2 = -3$

Khi đó $A = 3x_1 x_2^2 + x_1 + x_2(3x_1^2 + 1)$

$$= 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) + (x_1 + x_2)$$

$$= (3x_1 x_2 + 1)(x_1 + x_2)$$

$$= [3.(-3)+1].1 = -8$$

Câu IV.

1) Một cốc thủy tinh hình trụ đựng đầy nước có chiều cao bằng **10 cm** và thể tích bằng **90π cm³**. Người ta thả vào cốc một viên bi sắt hình cầu có bán kính bằng bán kính đáy cốc nước, viên bi sắt ngập hoàn toàn trong nước. Tính lượng nước bị tràn ra khỏi cốc?



a) Tính bán kính của viên bi hình cầu đó.

b) Tính lượng nước bị tràn ra khỏi cốc?

2) Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Điểm M nằm trên nửa đường tròn ($M \neq A; B$). Tiếp tuyến tại M cắt tiếp tuyến tại A và B của đường tròn (O) lần lượt tại C và D.

a) Chứng minh rằng: tứ giác ACMO nội tiếp.

b) Gọi P là giao điểm CD và AB. Chứng minh: $PA \cdot PO = PC \cdot PM$

c) Gọi E là giao điểm của AM và BD; F là giao điểm của AC và BM. Chứng minh: Ba điểm E; F; P thẳng hàng.

Lời giải

1) a) Gọi R là bán kính của viên bi hình cầu. Vì cốc hình trụ có bán kính đáy bằng bán kính của viên bi và có chiều cao 10 cm, thể tích 90π cm³ nên ta có:

$$10\pi R^2 = 90$$

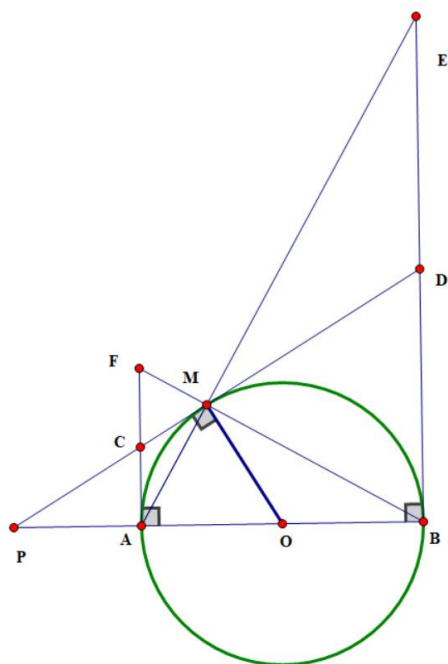
$$R^2 = 9$$

$$R = 3 \text{ (vì } R > 0)$$

b) Thể tích của viên bi sắt là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = 36\pi$ (cm³)

Thể tích nước bị tràn ra ngoài là $90\pi - 36\pi = 54\pi$

2)



- a) Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng CO. Xét tam giác CMO vuông tại M và tam giác CAO vuông tại A, ta có: $HC = HO = HM$ và $HC = HO = HA$

Do đó $HC = HO = HA = HM$. Vậy bốn điểm O, A, C, M cùng thuộc một đường tròn
Hay tứ giác OACM nội tiếp.

- b) Xét tam giác PAC và tam giác PMO, có: $\angle MPO$ chung và $\angle PAC = \angle PMO = 90^\circ$

Nên $\triangle PAC$ và $\triangle PMO$ đồng dạng

$$\text{Nên } \frac{PA}{PC} = \frac{PM}{PO} \text{ Suy ra } PA \cdot PO = PC \cdot PM$$

- c) Chứng minh được $CA = CM = CF$; $DB = DM = DE$

Gọi G là giao điểm của PF và BD, cần chứng minh G trùng E.

$$\text{Dựa vào } AC \parallel BD \text{ chứng minh được } \frac{FC}{DG} = \frac{PC}{PD}; \frac{PC}{PD} = \frac{AC}{BD}; \frac{AC}{BD} = \frac{CF}{DE}$$

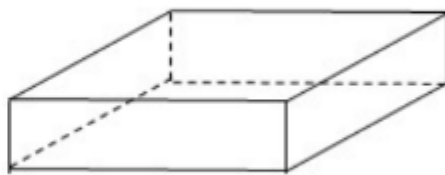
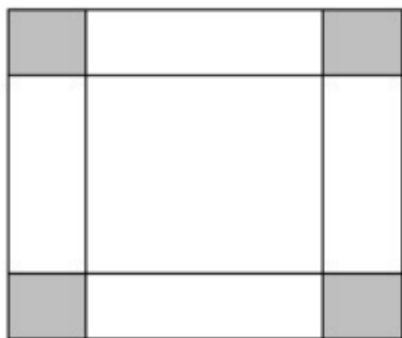
Suy ra $DE = DG$ mà G và E đều thuộc tia đối của tia DB

Do đó G trùng với E.

Vậy ba điểm E; F; P thẳng hàng.

Câu V.

Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để thể tích của hộp là lớn nhất.



Lời giải

Chiếc hộp tạo thành là một hình hộp có đáy là hình vuông cạnh $12-2x$ cm và chiều cao là x cm. Thể tích của hộp là $V = (12-2x)^2 x$ ($0 < x < 6$)

$$\text{Ta có: } (12-2x)^2 x = \frac{1}{4}(12-2x)(12-2x)4x$$

Áp dụng bất đẳng thức cosi cho 3 số dương ta được

$$(12-2x)(12-2x)4x \leq \left(\frac{12-2x+12-2x+4x}{3} \right)^3$$

$$\text{Do đó } V \leq \frac{1}{4} \cdot 8^3 = 128$$

Dấu “=” xảy ra khi $12-2x = 4x$

Khi đó $x = 2$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy khi $x = 2$ thì thể tích của hộp là lớn nhất

∞ HẾT ∞

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI.

Câu I: (1,5 điểm)

1). Bảng sau thống kê số lượt nhấp chuột vào quảng cáo ở một trang web vào tháng 12/2022.

Số lượt nhấp chuột	0	1	2	3	4	5
Số người dùng	25	56	12	9	5	3

Lập bảng tần số tương đối cho mẫu số liệu trên.

2). Một hộp đựng 10 viên bi được đánh số từ 1 đến 10. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp. Xét biến cố N : "Viên bi lấy ra có số ghi trên đó là số nguyên tố". Tính xác suất của biến cố N .

Câu II: (1,5 điểm): Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{2}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 1$.

1). Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.

2). Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+2}{x-\sqrt{x}}$.

3). Xét biểu thức $P = A + \frac{1}{B}$. Tìm x để $P \geq 1$.

Câu III: (2,5 điểm)

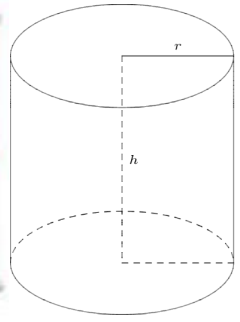
1). Trên địa bàn thành phố X có 1850 học sinh lớp 9 đăng kí dự thi tuyển sinh vào lớp 10 của hai trường THPT A và B, kết quả có 680 học sinh trúng tuyển. Biết tỉ lệ trúng tuyển của trường A là 30% và trường B là 80%. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu có bao nhiêu học sinh lớp 9 đăng kí dự thi vào lớp 10.

2). Sân vận động Quốc gia Mỹ Đình (Quận Nam Từ Liêm – Hà Nội) có mặt sân bóng hình chữ nhật với chiều dài hơn chiều rộng 37m và có diện tích là $7140 m^2$. Hãy tính chiều dài và chiều rộng của mặt sân bóng đá này.

3). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 - 8 = 0$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1). Một doanh nghiệp sản xuất vỏ hộp sữa ông thọ dạng hình trụ (như hình minh họa bên dưới), có chiều cao bằng 12 cm. Biết thể tích của hộp là $192\pi cm^3$.



a). Tính bán kính đáy của hình trụ

b). Tính số tiền mà doanh nghiệp cần chi để sản xuất 10000 vỏ hộp sữa ông thọ (kể cả hai nắp hộp), biết chi phí để sản xuất vỏ hộp đó là 80000 đồng/m² (làm tròn kết quả đến phần ngàn).

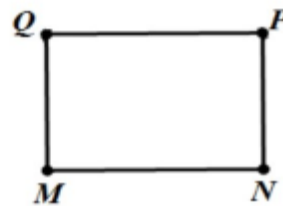
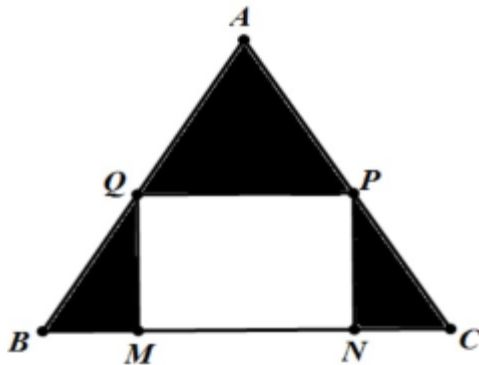
2). Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Kẻ tiếp tuyến Ax , lấy P trên Ax ($AP > R$). Từ P kẻ tiếp tuyến PM với (O) .

a) Chứng minh rằng bốn điểm A, P, M, O cùng thuộc 1 đường tròn.

b) Chứng minh: $BM \parallel OP$. Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt tia BM tại N . Chứng minh tứ giác $OBNP$ là hình bình hành.

c) Giả sử AN cắt OP tại K ; PM cắt ON tại I ; PN cắt OM tại J . Chứng minh I, J, K thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm) Cho một tấm nhôm có hình tam giác đều có cạnh bằng 100cm. Người ta cắt ở ba góc của tấm nhôm đó ba tam giác như hình vẽ dưới đây để được hình chữ nhật $MNPQ$. Tìm độ dài MB để hình chữ nhật $MNPQ$ có diện tích lớn nhất.



HƯỚNG DẪN LÀM LỜI GIẢI CHI TIẾT CHO ĐỀ TRÊN.

Câu I: (1,5 điểm)

1). Bảng sau thống kê số lượt nhấp chuột vào quảng cáo ở một trang web vào tháng 12/2022.

Số lượt nhấp chuột	0	1	2	3	4	5
Số người dùng	25	56	12	9	5	3

Lập bảng tần số tương đối cho mẫu số liệu trên.

Lời giải

Số lượt nhấp chuột	0	1	2	3	4	5
Tần số tương đối	22,73%	50,91%	10,91%	8,18%	4,54%	2,73%

2). Một hộp đựng 10 viên bi được đánh số từ 1 đến 10. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp. Xét biến cố N : "Viên bi lấy ra có số ghi trên đó là số nguyên tố". Tính xác suất của biến cố N .

Lời giải

Bước 1: Xác định không gian mẫu (S)

Không gian mẫu S là tất cả các kết quả có thể xảy ra khi lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp. Vì hộp có 10 viên bi được đánh số từ 1 đến 10, nên:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

Số phần tử của không gian mẫu là $|S| = 10$.

Bước 2: Xác định biến cố A

Biến cố A là việc viên bi lấy ra có số ghi trên đó là số nguyên tố. Các số nguyên tố trong khoảng từ 1 đến 10 là: $\{2, 3, 5, 7\}$

Vậy biến cố A là tập hợp: $A = \{2, 3, 5, 7\}$

Số phần tử của biến cố A là $|A| = 4$.

Bước 3: Tính xác suất của biến cố A

Xác suất của biến cố A được tính bằng tỉ số giữa số phần tử của biến cố A và số phần tử của không gian mẫu S :

$$P(A) = \frac{|A|}{|S|} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Kết luận: Xác suất để lấy được một viên bi có số ghi trên đó là số nguyên tố là $\frac{2}{5}$.

Câu II: (1,5 điểm): Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{2}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-\sqrt{x}}$ với

$x > 0; x \neq 1$.

1). Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.

2). Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x} + 2}{x - \sqrt{x}}$.

3). Xét biểu thức $P = A + \frac{1}{B}$. Tìm x để $P \geq 1$.

Lời giải

1). Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$

Biểu thức A được cho là: $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2}$

Thay $x = 4$ vào biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{4} + 2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Vậy giá trị của A khi $x = 4$ là $\frac{1}{2}$.

2). Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x} + 2}{x - \sqrt{x}}$

Biểu thức B được cho là:

$$B = \frac{2}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} - 2}{x - \sqrt{x}}$$

$$B = \frac{2}{(\sqrt{x} - 1)} - \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}$$

$$B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} - \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}$$

$$B = \frac{2\sqrt{x} - \sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 1)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x} + 2}{x - \sqrt{x}}$$

Điều phải chứng minh

3). Ta có: $P = A + \frac{1}{B} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} + \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} = \frac{x}{\sqrt{x} + 2}$ với

$$P = \frac{x}{\sqrt{x} + 2} \geq 1 \Rightarrow x \geq \sqrt{x} + 2 \Rightarrow x - \sqrt{x} - 2 \geq 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2) \geq 0$$

$$(\sqrt{x}-2) \geq 0$$

$$\sqrt{x} \geq 2$$

$$\Rightarrow x \geq 4$$

Kết hợp với điều kiện ta đc $x \geq 4$ thì $P \geq 1$

Câu III: (2,5 điểm)

1). Trên địa bàn thành phố X có 1850 học sinh lớp 9 đăng kí dự thi tuyển sinh vào lớp 10 của hai trường THPT A và B, kết quả có 680 học sinh trúng tuyển. Biết tỉ lệ trúng tuyển của trường A là 30% và trường B là 80%. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu có bao nhiêu học sinh lớp 9 đăng kí dự thi vào lớp 10.

Lời giải.

Bài toán có thể được giải bằng cách lập hệ phương trình dựa trên thông tin đề bài:

Gọi x là số học sinh đăng ký dự thi vào trường A

Gọi y là số học sinh đăng ký dự thi vào trường B

Theo đề bài, ta có hệ phương trình sau:

+) Tổng số học sinh đăng ký dự thi là 1850 học sinh: $x + y = 1850$

+) Tổng số học sinh trúng tuyển là 680 học sinh. Số học sinh trúng tuyển tại trường A chiếm 30% số học sinh đăng ký vào trường A, và tại trường B chiếm 80% số học sinh đăng ký vào trường B: $0,3x + 0,8y = 680$

Giải hệ phương trình này, ta có:

$$\begin{cases} x + y = 1850 \\ 0,3x + 0,8y = 680 \end{cases}$$

Từ phương trình thứ nhất, ta có: $y = 1850 - x$

Thay $y = 1850 - x$ vào phương trình thứ hai ta được:

$$0,3x + 0,8(1850 - x) = 680$$

$$0,3x + 0,8 \cdot 1850 - 0,8x = 680$$

$$0,3x + 1480 - 0,8x = 680$$

$$-0,5x + 1480 = 680$$

$$-0,5x = 680 - 1480$$

$$-0,5x = -800$$

$$x = \frac{-800}{-0,5} = 1600$$

$$+) \text{ Tìm } y = 1850 - 1600 = 250$$

Vậy số học sinh đăng ký dự thi vào:

- Trường A là 1600 học sinh.

- Trường B là 250 học sinh.

2). Sân vận động Quốc gia Mỹ Đình (Quận Nam Từ Liêm – Hà Nội) có mặt sân bóng hình chữ nhật với chiều dài hơn chiều rộng 37m và có diện tích là $7140 m^2$. Hãy tính chiều dài và chiều rộng của mặt sân bóng đá này.

Lời giải

Gọi chiều rộng mặt sân là $x(m)$ ($x > 0$) $\Rightarrow$ chiều dài mặt sân là $x + 37(m)$

Vì diện tích mặt sân là $7140 m^2$ nên ta có phương trình:

$$x(x + 37) = 7140$$

$$x^2 + 37x - 7140 = 0$$

Giải phương trình, ta được: $x = 68(tm)$; $x = -105(ktm)$

Vậy chiều rộng mặt sân là 68, chiều dài là $68 + 37 = 105m$.

3. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 - 8 = 0$.

Lời giải

Xét phương trình $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$

Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 khi

$$\Delta' > 0$$

$$m^2 - 4m + 4 > 0$$

$$(m - 2)^2 > 0$$

$$m - 2 \neq 0$$

$$m \neq 2$$

Với $m \neq 2$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2

Áp dụng hệ thức Viète ta có: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 2m$; $x_1 x_2 = \frac{c}{a} = 4m - 4$

Theo đề bài ta có:

$$x_1^2 + x_2^2 - 8 = 0$$

$$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 8 = 0$$

$$(2m)^2 - 2.(4m - 4) - 8 = 0$$

$$4m^2 - 8m + 8 - 8 = 0$$

$$4m^2 - 8m = 0$$

$$4m(m - 2) = 0$$

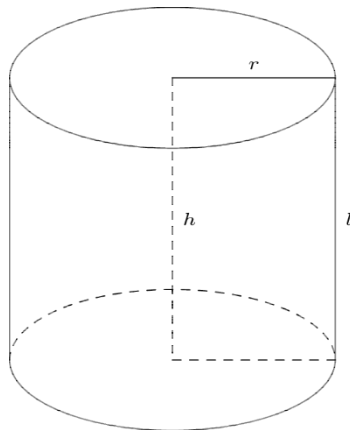
$$4m = 0 \text{ hoặc } m - 2 = 0$$

$$m = 0 \text{ (thỏa mãn điều kiện) hoặc } m = 2 \text{ (không thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy $m = 0$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1). Một doanh nghiệp sản xuất vỏ hộp sữa ông thọ dạng hình trụ (như hình minh họa bên dưới), có chiều cao bằng 12 cm . Biết thể tích của hộp là $192\pi\text{ cm}^3$.



a). Tính bán kính đáy của hình trụ

b). Tính số tiền mà doanh nghiệp cần chi để sản xuất 10000 vỏ hộp sữa ông thọ (kể cả hai nắp hộp), biết chi phí để sản xuất vỏ hộp đó là 80000 đồng/m² (làm tròn kết quả đến phần ngàn).

Lời giải.

1) a. Vì hộp sữa hình trụ có chiều cao $h = 12\text{ cm}$ và thể tích $V = 192\pi\text{ cm}^3$ nên:

$$V = \pi r^2 h$$

$$192\pi = 12\pi r^2$$

$$r^2 = 16$$

$$\Rightarrow r = 4\text{ cm}$$

b. Vì hộp sữa hình trụ có $r = 4\text{cm}$ và chiều cao $h = 12\text{cm}$ nên diện tích toàn phần của hộp sữa là:

$$S_{tp} = 2\pi r(h + r) = 2\pi \cdot 4(12 + 4) \approx 402,124(\text{cm}^2) \approx 0,04\text{m}^2$$

Chi phí sản xuất 10 000 vỏ hộp sữa là: $0,04 \cdot 10000 \cdot 80000 = 32000000$ đồng

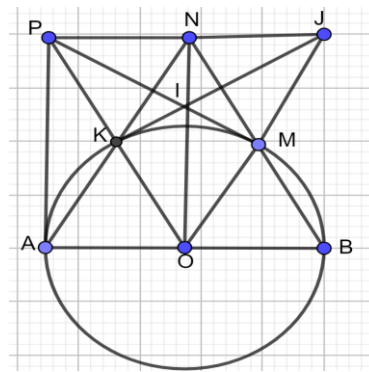
2). Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Kẻ tiếp tuyến Ax , lấy P trên Ax ($AP > R$). Từ P kẻ tiếp tuyến PM với (O) .

a) Chứng minh rằng bốn điểm A, P, M, O cùng thuộc 1 đường tròn.

b) Chứng minh: $BM \parallel OP$. Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt tia BM tại N . Chứng minh tứ giác $OBNP$ là hình bình hành.

c) Giả sử AN cắt OP tại K ; PM cắt ON tại I ; PN cắt OM tại J . Chứng minh I, J, K thẳng hàng.

Lời giải



a) A, P, M, O cùng nằm trên đường tròn đường kính PO

b) Ta có: $OP \perp AM$; $BM \perp AM \Rightarrow BM \parallel OP$

c) $\triangle AOP = \triangle OBN \Rightarrow OP = BN$, ta lại có $BN \parallel OP$ nên $OPNB$ là hình bình hành

d) Ta có: $ON \perp PJ$; $PM \perp OJ$, mà $PM \perp ON = I \Rightarrow I$ là trực tâm $\triangle POJ \Rightarrow IJ \perp OP$ (1)

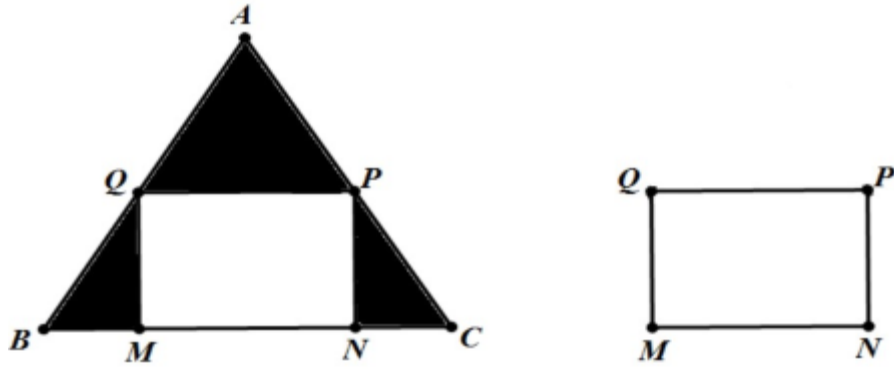
Chứng minh được $PAON$ là hình chữ nhật $\Rightarrow K$ là trung điểm OP

Lại có: $\angle APO = \angle OPI = \angle IOP \Rightarrow \triangle IPO$ cân tại $I \Rightarrow IK \perp OP$ (2)

Từ (1)(2) $\Rightarrow I, J, K$ thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm) Cho một tấm nhôm có hình tam giác đều có cạnh bằng 100cm .

Người ta cắt ở ba góc của tấm nhôm đó ba tam giác như hình vẽ dưới đây để được hình chữ nhật $MNPQ$. Tìm độ dài MB để hình chữ nhật $MNPQ$ có diện tích lớn nhất.



Lời giải

Giả sử $MB = x \Rightarrow NC = x$ nên $MN = 100 - 2x$.

Ta có $MQ = \tan 60^\circ \cdot BM = x\sqrt{3}$ nên diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ là

$$S = (100 - 2x)x\sqrt{3} = 2\sqrt{3}(50 - x)x \leq 2\sqrt{3}\left(\frac{50 - x + x}{2}\right)^2 = 1250\sqrt{3}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $50 - x = x \Leftrightarrow x = 25$.

Vậy $MB = 25 \text{ cm}$ thì diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ là lớn nhất.

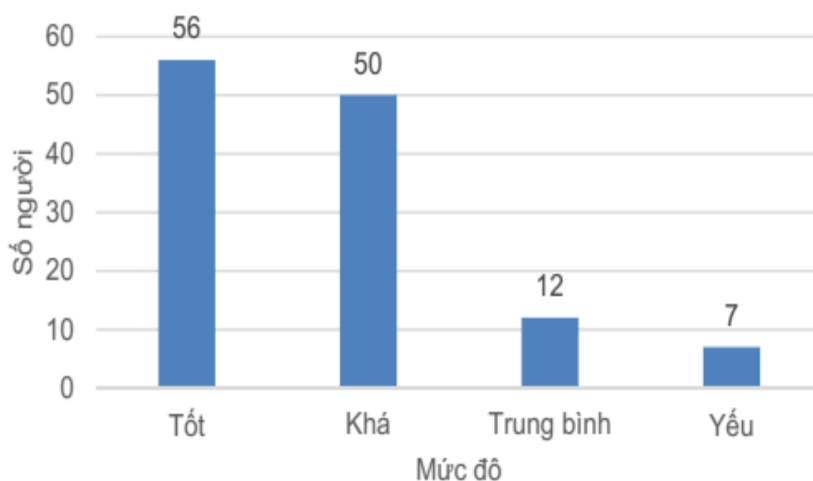
❧HẾT❧

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu I: (1,5 điểm)

1) Khảo sát đánh giá của khách hàng về chất lượng một loại dịch vụ mới, số liệu được biểu diễn trong biểu đồ sau:



- Lập bảng tần số tương đối cho mẫu số liệu.
- Vẽ biểu đồ tần số tương đối dạng biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn dữ liệu.

2) Một hộp có 20 thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1; 2; 3; 4; 5; ... ; 20, hai thẻ khác nhau thì ghi số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của biến cố “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có một chữ số”.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{2}{\sqrt{x} + 2} + \frac{x + 4}{x - 4}$ với $x > 0$, $x \neq 4$.

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.
- Rút gọn biểu thức B .
- Cho $P = A.B$. Tìm giá trị của x khi $|P| = P$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Một người gửi 200 triệu vào ngân hàng với lãi suất hàng năm là 5%. Vì bận việc, nên tới ngày nhận lãi năm thứ 2, người đó mới đến ngân hàng nhận lãi. Hỏi người đó đã nhận bao nhiêu tiền lãi (biết lãi suất mỗi năm không đổi)?

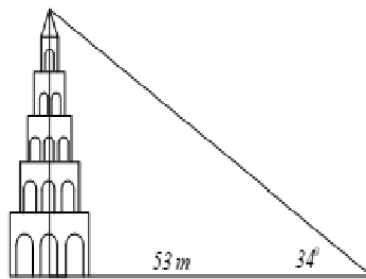
2) Trong kỳ thi tuyển sinh vào lớp 10 năm học 2023 – 2024, số thí sinh vào trường THPT A bằng $\frac{2}{3}$ số thí sinh thi vào trường THPT B. Biết rằng tổng số phòng thi của cả hai trường là 80 phòng và mỗi phòng thi có đúng 24 thí sinh. Tính số thí sinh vào mỗi trường.

3) Cho phương trình $x^2 - 6x - 2m + 3 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 20$.

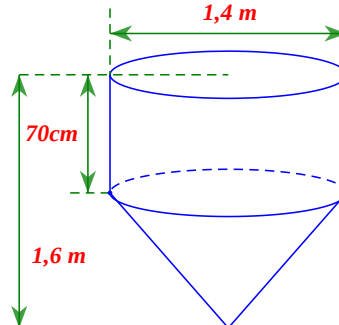
Câu IV: (4,0 điểm)

1)

a) Một tòa tháp có bóng trên mặt đất dài 53 m. Biết rằng các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc 34° . Tính chiều cao của tòa tháp (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



b) Một dụng cụ gồm một phần có dạng hình trụ, phần còn lại có dạng hình nón. Các kích thước cho trên hình vẽ. Hãy tính diện tích mặt ngoài của dụng cụ (không tính nắp đáy).



2) Cho đường tròn (O) đường kính BC . Điểm A thuộc đường tròn thỏa mãn $AB < AC$ (A khác B , A khác C). Lấy điểm D trên cạnh AC sao cho $AD = AB$. Vẽ hình vuông $BADE$. Tia AE cắt (O) tại F .

a) Tam giác FBC là tam giác gì? Tại sao?

b) Chứng minh: $FDC = FCD$.

c) Vẽ tia Bx là tiếp tuyến của (O) tại B , Bx cắt CF tại I . Chứng minh ba điểm D, E, I thẳng hàng.

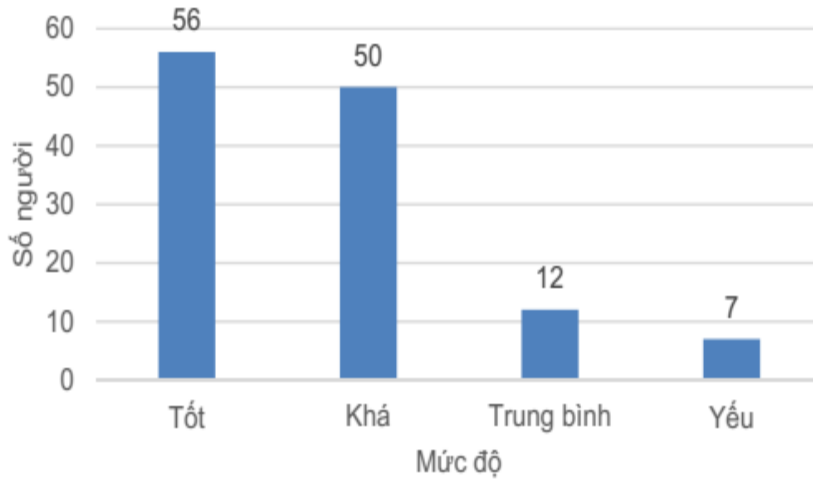
Câu V: (0,5 điểm) Cho một lớp học có 35 học sinh, các học sinh này tổ chức một số câu lạc bộ môn học. Mỗi học sinh tham gia đúng một câu lạc bộ. Nếu chọn ra 10 học sinh bất kì thì luôn có ít nhất 3 học sinh tham gia cùng một câu lạc bộ. Chứng minh có một câu lạc bộ gồm ít nhất 9 học sinh.

∞ HẾT ∞

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

1) Khảo sát đánh giá của khách hàng về chất lượng một loại dịch vụ mới, số liệu được biểu diễn trong biểu đồ sau:



- a) Lập bảng tần số tương đối cho mẫu số liệu.
b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối dạng biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn dữ liệu.

2) Một hộp có 20 thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1; 2; 3; 4; 5; ... ; 20, hai thẻ khác nhau thì ghi số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của biến cố “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có một chữ số”.

Lời giải

1)

a) Bảng tần số tương đối

Mức đánh giá	Tốt	Khá	Trung bình	Yếu
Tần số tương đối	44,%	40%	9,6%	5,6%

b) Vẽ đúng biểu đồ tần số tương đối dạng biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn dữ liệu.

2) Có 9 kết quả thuận lợi cho biến cố “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có một chữ số” là: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Vì thế xác suất của biến cố trên là: $\frac{9}{20} = 0,45$.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{2}{\sqrt{x}+2} + \frac{x+4}{x-4}$ với $x > 0$, $x \neq 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

2) Rút gọn biểu thức B .

3) Cho $P = A \cdot B$. Tìm giá trị của x khi $|P| = P$.

Lời giải

1) Khi $x=9$ thì $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{9}+4}{\sqrt{9}} = \frac{3+4}{3} = \frac{7}{3}$.

$$\begin{aligned} 2) B &= \frac{2}{\sqrt{x}+2} + \frac{x+4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{2\sqrt{x}-4+x+4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{2\sqrt{x}+x}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \\ &= \frac{\sqrt{x}(2+\sqrt{x})}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \end{aligned}$$

3) $P = A \cdot B = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-2}$ mà $|P| = P$ khi và chỉ khi $P \geq 0$ hay $\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-2} \geq 0$ do đó

$$\sqrt{x}-2 > 0$$

$$\sqrt{x} > 2$$

$$x > 4 \text{ (TM)}$$

Vậy $x > 4$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Một người gửi 200 triệu vào ngân hàng với lãi suất hàng năm là 5%. Vì bận việc, nên tới ngày nhận lãi năm thứ 2, người đó mới đến ngân hàng nhận lãi. Hỏi người đó đã nhận bao nhiêu tiền lãi (biết lãi suất mỗi năm không đổi)?

2) Trong kỳ thi tuyển sinh vào lớp 10 năm học 2023 – 2024, số thí sinh vào trường THPT A bằng $\frac{2}{3}$ số thí sinh thi vào trường THPT B. Biết rằng tổng số phòng thi của cả hai trường là 80 phòng và mỗi phòng thi có đúng 24 thí sinh. Tính số thí sinh vào mỗi trường.

3) Cho phương trình $x^2 - 6x - 2m + 3 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 20$.

Lời giải

1) Theo công thức lãi kép, số tiền cả vốn lẫn lãi nhận được sau 2 năm là:

$$200 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^2 = 220,5 \text{ (triệu đồng)}$$

Vậy sau 2 năm người gửi đã nhận số tiền lãi là: $220,5 - 200 = 20,5$ triệu đồng.

2) Gọi số thí sinh vào trường THPT A và số thí sinh vào trường THPT B lần lượt là x, y (thí sinh) (điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}^*$).

Vì số thí sinh vào trường THPT A bằng $\frac{2}{3}$ số thí sinh vào trường THPT B nên ta có: $x = \frac{2}{3}y$

(1)

Vì tổng số phòng thi của cả hai trường là 80 phòng và mỗi phòng thi có đúng 24 thí sinh nên tổng số thí sinh của cả hai trường là: $80 \cdot 24 = 1920$ (thí sinh). Do đó ta có phương trình:

$$x + y = 1920 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x = \frac{2}{3}y \\ x + y = 1920 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được:

$$\begin{cases} y = 1152 \\ x = 768 \end{cases} \quad (\text{TM})$$

Vậy số thí sinh vào trường THPT A và số thí sinh vào trường THPT B lần lượt là 768 thí sinh, 1152 thí sinh.

3) Điều kiện để phương trình có 2 nghiệm là: $\Delta' = 2m + 6 \geq 0$ hay $m \geq -3$.

Theo hệ thức Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 \cdot x_2 = -2m + 3 \end{cases}$ nên

$$x_1^2 + x_2^2 = 20$$

$$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 20$$

$$4m = 10$$

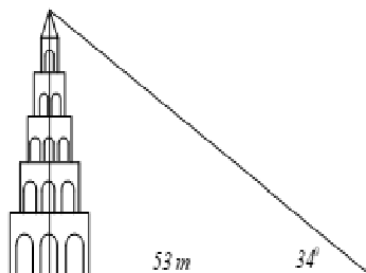
$$m = \frac{5}{2} \quad (\text{TM})$$

$$\text{Vậy } m = \frac{5}{2}.$$

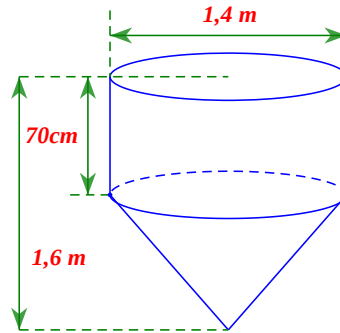
Câu IV: (4,0 điểm)

1)

a) Một tòa tháp có bóng trên mặt đất dài 53 m. Biết rằng các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc 34° . Tính chiều cao của tòa tháp (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



b) Một dụng cụ gồm một phần có dạng hình trụ, phần còn lại có dạng hình nón. Các kích thước cho trên hình vẽ. Hãy tính diện tích mặt ngoài của dụng cụ (không tính nắp đáy).



2) Cho đường tròn (O) đường kính BC . Điểm A thuộc đường tròn thỏa mãn $AB < AC$ (A khác B , A khác C). Lấy điểm D trên cạnh AC sao cho $AD = AB$. Vẽ hình vuông $BADE$. Tia AE cắt (O) tại F .

a) Tam giác FBC là tam giác gì? Tại sao?

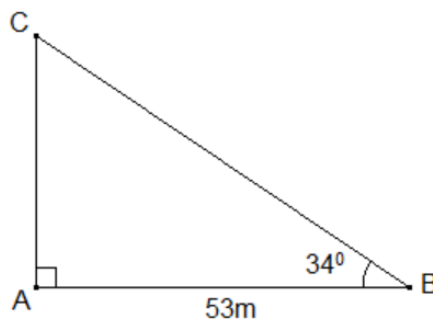
b) Chứng minh: $FDC = FCD$.

c) Vẽ tia Bx là tiếp tuyến của (O) tại B , Bx cắt CF tại I . Chứng minh ba điểm D, E, I thẳng hàng.

Lời giải

1)

a)



Trong hình vẽ, AC là tòa tháp, AB là bóng của tòa tháp trên mặt đất, B là góc tạo bởi tia nắng mặt trời và mặt đất.

Vì $\triangle ABC$ vuông tại A nên $AC = AB \cdot \tan B = 53 \cdot \tan 34^\circ \approx 35,7(m)$.

Vậy chiều cao của tòa tháp khoảng 35,7m.

b) Độ dài đường sinh của hình nón là:

$$l = \sqrt{0,9^2 + 0,7^2} = 1,14 \text{ (m)}.$$

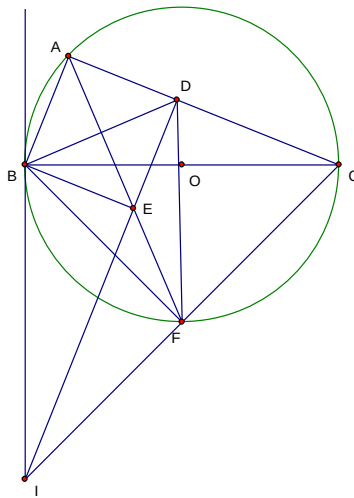
Diện tích xung quanh hình trụ là:

$$2\pi \cdot 0,7 \cdot 0,7 = 0,98\pi \text{ (m}^2\text{)}.$$

Diện tích xung quanh của hình nón là: $\pi \cdot 0,7 \cdot 1,14 = 0,798\pi \text{ (m}^2\text{)}.$

Diện tích mặt ngoài của dụng cụ là: $0,98\pi + 0,798\pi = 1,778\pi \text{ (m}^2\text{)}.$

2)



a) Ta thấy AF chính là phân giác của A nên $FBC = FAC = 45^\circ$.

Mặt khác $BFC = 90^\circ$. Vậy tam giác BFC vuông cân tại F .

b) Vì tam giác BFC cân tại F nên $FC = FB$.

Ta có AF là đường trung trực của BD nên $FD = FB$ mà $FC = FB$ nên $FD = FC$.

do đó $FDC = FCD$ (đpcm).

c) Tam giác BCI vuông tại B có $BCI = 45^\circ$ nên tam giác BCI cân tại B , có BF là đường cao nên F là trung điểm CI .

Nối I với D , tam giác IDC có DF là trung tuyến và bằng nửa cạnh IC nên tam giác DIC vuông tại D . Mặt khác $ED \perp AC$ nên I, E, D thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm) Cho một lớp học có 35 học sinh, các học sinh này tổ chức một số câu lạc bộ môn học. Mỗi học sinh tham gia đúng một câu lạc bộ. Nếu chọn ra 10 học sinh bất kì thì luôn có ít nhất 3 học sinh tham gia cùng một câu lạc bộ. Chứng minh có một câu lạc bộ gồm ít nhất 9 học sinh.

Lời giải

Giả sử tất cả các câu lạc bộ đều có không quá 8 học sinh.

Gọi n là số câu lạc bộ có hơn 1 học sinh.

+ Nếu $n > 4$ thì từ 5 trong số các câu lạc bộ này, chọn mỗi câu lạc bộ 2 học sinh, khi đó 10 học sinh này không thỏa mãn điều kiện bài toán.

+ Nếu $n < 4$ thì khi đó số học sinh tham gia các câu lạc bộ này không quá $3.8 = 24$, nghĩa là còn ít nhất $35 - 24 = 11$ học sinh, mỗi học sinh tham gia 1 câu lạc bộ mà câu lạc bộ này chỉ có 1 học sinh. Chọn 10 học sinh trong số này, không thỏa mãn điều kiện bài toán.

Do đó $n = 4$.

Khi đó, số học sinh tham gia 4 câu lạc bộ này không quá $4.8 = 32$, nghĩa là còn ít nhất 3 học sinh, mỗi học sinh tham gia 1 câu lạc bộ mà câu lạc bộ này chỉ có 1 học sinh.

Chọn 2 trong số học sinh này và mỗi câu lạc bộ trên chọn 2 học sinh, khi đó 10 học sinh không thỏa mãn điều kiện.

Vậy điều giả sử sai, nghĩa là tồn tại một câu lạc bộ có ít nhất 9 học sinh tham gia.

☞ HẾT ☞

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Công ty điện lực thống kê lượng điện tiêu thụ (đơn vị: kWh) của một số hộ gia đình trong một khu vực trong tháng. Dữ liệu được ghi lại như sau:

150	120	180	200	130	100	160	190	219	210
170	140	110	130	160	180	150	200	210	190

Lập bảng tần số ghép nhóm theo các khoảng lượng điện tiêu thụ sau: $[0;130)$; $[130;160)$; $[160;190)$; $[190;220)$.

2) Một hộp chứa 4 tấm thẻ cùng loại được đánh số 2; 3; 5; 8. Bạn Phi và bạn Thanh lần lượt mỗi người lấy ra 1 tấm thẻ từ hộp (Biết trong mỗi đợt lấy thì bạn Phi lấy tấm thẻ trước và không bỏ tấm thẻ lại vào hộp). Tính xác suất của biến cố sau: M : “Tích các số ghi trên 2 tấm thẻ là số lẻ”.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} - 1}$ và $B = \frac{3\sqrt{x} + 1}{x + 2\sqrt{x} - 3} - \frac{2}{\sqrt{x} + 3}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức A tại $x = 9$.

2) Rút gọn biểu thức B .

3) Tìm tất cả các giá trị của x để $\frac{A}{B} = \frac{x}{4} + 5$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Bạn Bình mua một quyển từ điển và một món đồ chơi với tổng giá tiền theo

niêm yết là 750 nghìn đồng. Vì Bình mua đúng dịp cửa hàng có chương trình khuyến mãi nên khi thanh toán giá quyển từ điển được giảm 20% giá món đồ chơi được giảm 10%. Do đó Bình chỉ phải trả 630 nghìn đồng. Hỏi Bình mua mỗi thứ giá bao nhiêu tiền.

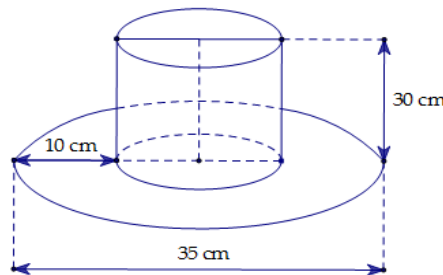
2) Một tổ dự định sản xuất 72 sản phẩm trong một thời gian đã định. Nhưng thực tế tổ lại được giao 80 sản phẩm. Mặc dù mỗi giờ tổ đó làm thêm 1 sản phẩm so với dự kiến nhưng thời gian

hoàn thành vẫn chậm hơn dự định 12 phút. Tính số sản phẩm thực tế tổ đó đã làm được trong một giờ. Biết lúc đầu, mỗi giờ tổ đó dự kiến làm không quá 20 sản phẩm.

3) Cho phương trình $x^2 - 12x + 4 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $T = \frac{x_1^2 + x_2^2}{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}}$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một cái mũ bằng vải của nhà ảo thuật có dạng hình trụ và với kích thước mô phỏng như hình vẽ.



a) Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ đó (không tính phần viền, mép dán) (làm tròn kết quả đến phần trăm).

b) Hãy tính thể tích phần có dạng hình nón của chiếc mũ đó (làm tròn kết quả đến phần trăm).

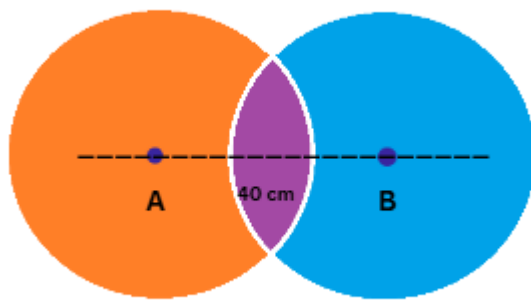
2) Cho $(O;R)$ đường kính AB cố định. Dây CD vuông góc với AB tại H nằm giữa A và O . Lấy điểm F thuộc cung AC nhỏ. BF cắt CD tại I ; AF cắt tia DC tại K .

a) Chứng minh rằng tứ giác $AHIF$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng: $HA.HB = HI.HK$.

c) Đường tròn ngoại tiếp $\triangle KIF$ cắt AI tại E . Chứng minh rằng khi H chuyển động trên đoạn OA thì E thuộc một đường tròn cố định.

Câu V: (0,5 điểm) Công ty vàng bạc đá quý muốn làm một món đồ trang sức có hình hai hình cầu bằng nhau giao nhau như hình vẽ. Khối cầu có bán kính $25cm$ khoảng cách giữa hai tâm hình cầu là $40cm$. Giá mạ vàng $1m^2$ là 4700000 đồng. Nhà sản xuất muốn mạ vàng xung quanh món đồ trang sức đó. Tính số tiền cần dùng để mạ vàng khối trang sức đó.



3HET8

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

1) Công ty điện lực thống kê lượng điện tiêu thụ (đơn vị: kWh) của một số hộ gia đình trong một khu vực trong tháng. Dữ liệu được ghi lại như sau:

150	120	180	200	130	100	160	190	219	210
170	140	110	130	160	180	150	200	210	190

Lập bảng tần số ghép nhóm theo các khoảng lượng điện tiêu thụ sau: $[0;130)$; $[130;160)$; $[160;190)$; $[190;220)$.

Lời giải

Bảng tần số ghép nhóm cho lượng điện tiêu thụ của hộ gia đình (đơn vị: kWh)

Khoảng lượng điện	$[0;130)$	$[130;160)$	$[160;190)$	$[190;220)$
Tần số	3	5	5	7

2) Một hộp chứa 4 tấm thẻ cùng loại được đánh số 2; 3; 5; 8. Bạn Mai và bạn Thanh lần lượt mỗi người lấy ra 1 tấm thẻ từ hộp (Biết trong mỗi đợt lấy thì bạn Mai lấy tấm thẻ trước và không bỏ tấm thẻ lại vào hộp). Biến cố M: “Tích các số ghi trên 2 tấm thẻ là số lẻ”; Tính xác suất của biến cố M

Lời giải

Không gian mẫu: $W = \{(2;3); (2;5); (2;8); (3;2); (3; 5); (3;8); (5;2); (5; 3); (5; 8); (8;2); (8;3); (8; 5)\}$. Có 12 phần tử.

Tích của các số ghi trên 2 tấm thẻ là số lẻ có 2 trường hợp là (3; 5); (5; 3)

$$\text{Vậy } P(M) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} - 1}$ và $B = \frac{3\sqrt{x} + 1}{x + 2\sqrt{x} - 3} - \frac{2}{\sqrt{x} + 3}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức A tại $x = 9$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm tất cả các giá trị của x để $\frac{A}{B} = \frac{x}{4} + 5$.

Lời giải

1) Thay $x=9$ (TM) vào biểu thức A, ta có:

$$A = \frac{\sqrt{9}+4}{\sqrt{9}-1} = \frac{3+4}{3-1} = \frac{7}{2}$$

Vậy $A = \frac{7}{2}$ tại $x=9$.

2) Ta có $B = \frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0, x \neq 1$. $\frac{A}{B} = \frac{x}{4} + 5$

$$B = \frac{3\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)} - \frac{2}{\sqrt{x}+3}$$

$$B = \frac{3\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)} - \frac{2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$$

$$B = \frac{3\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)} - \frac{2\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$$

$$B = \frac{3\sqrt{x}+1-2\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)} = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$$

3) Ta có $\frac{A}{B} = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1} : \frac{1}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{1} = \sqrt{x}+4$

Đề

$$\frac{A}{B} = \frac{x}{4} + 5$$

$$\Rightarrow \sqrt{x}+4 = \frac{x}{4} + 5$$

$$4\sqrt{x}+16 = x+20$$

$$x-4\sqrt{x}+4 = 0$$

$$\sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (TM)}$$

Vậy đề $\frac{A}{B} = \frac{x}{4} + 5$ thì $x = 4$.

Câu III: (2,5 điểm)

- 1) Bạn Bình mua một quyển từ điển và một món đồ chơi với tổng giá tiền theo niêm yết là 750 nghìn đồng. Vì Bình mua đúng dịp cửa hàng có chương trình khuyến mãi nên khi thanh toán giá quyển từ điển được giảm 20%, giá món đồ chơi được giảm 10%. Do đó Bình chỉ phải trả 630 nghìn đồng. Hỏi Bình mua mỗi thứ giá bao nhiêu tiền.

Lời giải

Gọi giá gốc của quyển từ điển và món đồ chơi lần lượt là $x; y$ (nghìn đồng); $x, y > 0$

Tổng giá tiền theo niêm yết là 750 nghìn đồng nên ta có PT

$$x + y = 750 \quad (1)$$

Giá quyển từ điển được giảm 20% nên còn $x - 20\%x = 0,8x$ (nghìn đồng);

Giá món đồ chơi được giảm 10%. nên còn $y - 10\%y = 0,9y$ (nghìn đồng)

Do đó Bình chỉ phải trả 630 nghìn đồng nên ta có PT:

$$0,8x + 0,9y = 630 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ PT

$$\begin{cases} x + y = 750 \\ 0,8x + 0,9y = 630 \end{cases}$$

Giải HPT được $x = 450; y = 300$ (TMĐK)

Vậy giá quyển từ điển là $0,8. 450 = 360$ (nghìn đồng)

Giá món đồ chơi là $0,9. 300 = 270$ (nghìn đồng)

- 2) Một tổ dự định sản xuất 72 sản phẩm trong một thời gian đã định. Nhưng thực tế tổ lại được giao 80 sản phẩm. Mặc dù mỗi giờ tổ đó làm thêm 1 sản phẩm so với dự kiến nhưng thời gian hoàn thành vẫn chậm hơn dự định 12 phút. Tính số sản phẩm thực tế tổ đó đã làm được trong một giờ. Biết lúc đầu, mỗi giờ tổ đó dự kiến làm không quá 20 sản phẩm.

Lời giải

Gọi số sản phẩm đội dự định làm trong 1 giờ là x (sản phẩm) ($x \in \mathbb{N}^*; x \leq 20$)

Theo dự định, thời gian hoàn thành 72 sản phẩm là $\frac{72}{x}$ (h).

Theo thực tế, 1h đội làm được $x + 1$ (sản phẩm), số sản phẩm cần làm là 80 nên thời gian hoàn thành là $\frac{80}{x + 1}$ (h)

Vì thời gian thực tế chậm hơn dự định 12 phút $= \frac{1}{5}$ (h) nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{80}{x + 1} - \frac{72}{x} &= \frac{1}{5} \\ x^2 - 39x + 360 &= 0 \\ (x - 24)(x - 15) &= 0 \\ \begin{cases} x = 24 \\ x = 15 \end{cases} \end{aligned}$$

Với $x = 15$ (thỏa mãn điều kiện)

Với $x = 24$ (không thỏa mãn điều kiện).

Vậy số sản phẩm làm theo dự định trong 1h là 15 sản phẩm

3) Cho phương trình $x^2 - 12x + 4 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 . Không giải phương

trình, hãy tính giá trị của biểu thức $T = \frac{x_1^2 + x_2^2}{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}}$

Lời giải

$$x^2 - 12x + 4 = 0$$

Xét $\Delta' = b'^2 - ac = (-6)^2 - 1.4 = 32 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Áp dụng hệ thức Viète ta có: $x_1 + x_2 = 12; x_1 x_2 = 4 \Rightarrow x_1 > 0, x_2 > 0$

Ta có:

$$T^2 = \left(\frac{x_1^2 + x_2^2}{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}} \right)^2 = \frac{(x_1^2 + x_2^2)^2}{(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})^2} = \frac{[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2]^2}{x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2}} = \frac{(12^2 - 2.4)^2}{12 + 2\sqrt{4}} = 1156$$

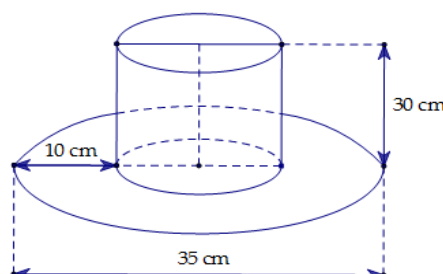
Nhận xét $x_1^2 + x_2^2 > 0$ và $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} > 0$ với mọi $x_1, x_2 > 0$ suy ra $T > 0$

$$\Rightarrow T = \sqrt{T^2} = \sqrt{1156} = 34$$

Vậy $T = 34$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một cái mũ bằng vải của nhà ảo thuật có dạng hình trụ và với kích thước mô phỏng như hình vẽ.



a) Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ đó (không tính phần viền, mép dán) (làm tròn kết quả đến phần trăm).

b) Hãy tính thể tích phần có dạng hình nón của chiếc mũ đó (làm tròn kết quả đến phần trăm).

Giải

a) Bán kính hình trụ của cái mũ là $r = \frac{35-10-10}{2} = \frac{15}{2} (cm)$.

Đường cao hình trụ của cái mũ là $30 cm$.

Diện tích xung hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot \frac{15}{2} \cdot 30 = 450\pi (cm^2)$.

Diện tích vành mũ là: $S_v = \pi \left(\frac{35}{2} \right)^2 - \pi \left(\frac{15}{2} \right)^2 = 250\pi (cm^2)$.

Vậy tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ đó (không tính phần viền, mép dán) là:

$$S = S_{xq} + S_v = 450\pi + 250\pi = 700\pi \approx 2199,11 (cm^2).$$

b) Thể tích phần có dạng hình nón của chiếc mũ là

$$V = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{15}{2} \right)^2 \cdot 30 = \frac{3375}{2} \pi \approx 5301,44 (cm^3).$$

2) Cho (O;R) đường kính AB cố định. Dây CD vuông góc với AB tại H nằm giữa A và O. Lấy điểm F thuộc cung AC nhỏ. BF cắt CD tại I; AF cắt tia DC tại K.

a) Chứng minh rằng tứ giác AHIF là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng: $HA \cdot HB = HI \cdot HK$.

c) Đường tròn ngoại tiếp $\triangle KIF$ cắt AI tại E. Chứng minh rằng khi H chuyển động trên đoạn OA thì E thuộc một đường tròn cố định.

Giải

2)



a) Chứng minh tứ giác AHIF nội tiếp.

Ta có: $\widehat{AFI} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính AB).

$CD \perp AH$ tại H (giả thiết) và $I \in CD \Rightarrow AHI = 90^\circ$.

Xét tam giác AFI có $\widehat{AFI} = 90^\circ$ nên đường tròn đường kính AI ngoại tiếp tam giác AFI hay 3 điểm A, F, I cùng thuộc 1 đường tròn đường kính AI (1)

Xét tam giác AHI có $\widehat{AHI} = 90^\circ$ nên đường tròn đường kính AI ngoại tiếp tam giác AHI hay 3 điểm A, H, I cùng thuộc 1 đường tròn đường kính AI(2)

Từ (1) và (2) suy ra 4 điểm A, F, I, H cùng thuộc đường tròn đường kính AI

Hay tứ giác AHIF nội tiếp .

b) Chứng minh rằng: $HA.HB = HI.HK$.

Tứ giác AHIF nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle FAH + \angle FIH = 180^\circ$ (Định lý)

Mà $\angle BIH + \angle FIH = 180^\circ$ (hai góc kề bù).

$$\Rightarrow \angle FAH = \angle BIH \text{ hay } \angle KAH = \angle BIH.$$

Xét $\triangle HAK$ và $\triangle HIB$ có

$$\angle AHK = \angle IHB \text{ (cùng bằng } 90^\circ)$$

$$\angle KAH = \angle BIH \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle HAK \sim \triangle HIB \text{ (g - g)}$$

$$\Rightarrow \frac{HA}{HI} = \frac{HK}{HB} \Rightarrow HA.HB = HI.HK \text{ (đpcm)}$$

c) Chứng minh E luôn thuộc đường tròn cố định:

Ta có: $\angle AFB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa (O)) $\Rightarrow AF \perp BF \Rightarrow AK \perp BF$ tại F

$$KH \perp AB \text{ tại H (vì } CD \perp AH \text{ tại H)}$$

$$KH \text{ cắt } BF \text{ tại I.}$$

$$\Rightarrow I \text{ là trực tâm của } \triangle AKB \Rightarrow AI \perp KB \text{ (1)}$$

$\triangle KIF$ vuông tại F, nên đường tròn ngoại tiếp $\triangle KIF$ có đường kính là KI.

$$\Rightarrow \angle AEK = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính KI).}$$

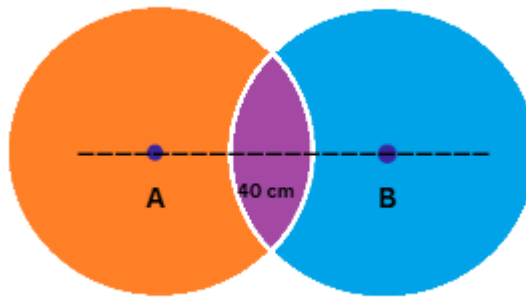
$$\Rightarrow AI \perp KE \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow K, E, B$ thẳng hàng, khi đó $AI \perp KB$ tại E

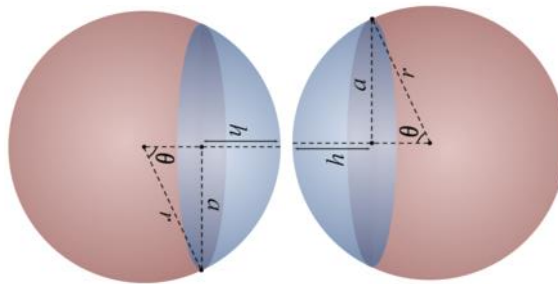
$$\Rightarrow \angle IEB = 90^\circ \text{ hoặc } \angle AEB = 90^\circ$$

$$\Rightarrow E \text{ luôn thuộc đường tròn } \left(O; \frac{AB}{2}\right) \text{ (đpcm)}$$

Câu V: (0,5 điểm) Công ty vàng bạc đá quý muốn làm một món đồ trang sức có hình hai hình cầu bằng nhau giao nhau như hình vẽ. Khối cầu có bán kính $25cm$ khoảng cách giữa hai tâm hình cầu là $40cm$. Giá mạ vàng $1m^2$ là 4700000 đồng. Nhà sản xuất muốn mạ vàng xung quanh món đồ trang sức đó. Tính số tiền cần dùng để mạ vàng khối trang sức đó.



Lời giải



(Phần màu nhạt là phần giao nhau của hai khối cầu)

Gọi h là chiều cao của chỏm cầu. Ta có $h = \frac{2R - d}{2} = \frac{2.25 - 40}{2} = 5\text{cm}$

(d là khoảng cách giữa hai tâm)

Diện tích xung quanh của chỏm cầu là: $S_{xq} = 2\pi Rh$

Vì 2 khối cầu bằng nhau nên 2 hình chỏm cầu bằng nhau.

$S_{xq} \text{ khối trang sức} = 2S_{xq} \text{ khối cầu} - 2S_{xq} \text{ chỏm cầu.}$

Khối trang sức có $S_{xq} = 2.4\pi R^2 - 2.2\pi Rh = 2.4\pi.25^2 - 2.2\pi.25.5 = 4500\pi\text{cm}^2 = 0.45\text{m}^2$

Vậy số tiền dùng để mạ vàng khối trang sức đó là $4700000.0,45\pi \approx 6640000$ đồng.

☞ HẾT ☞

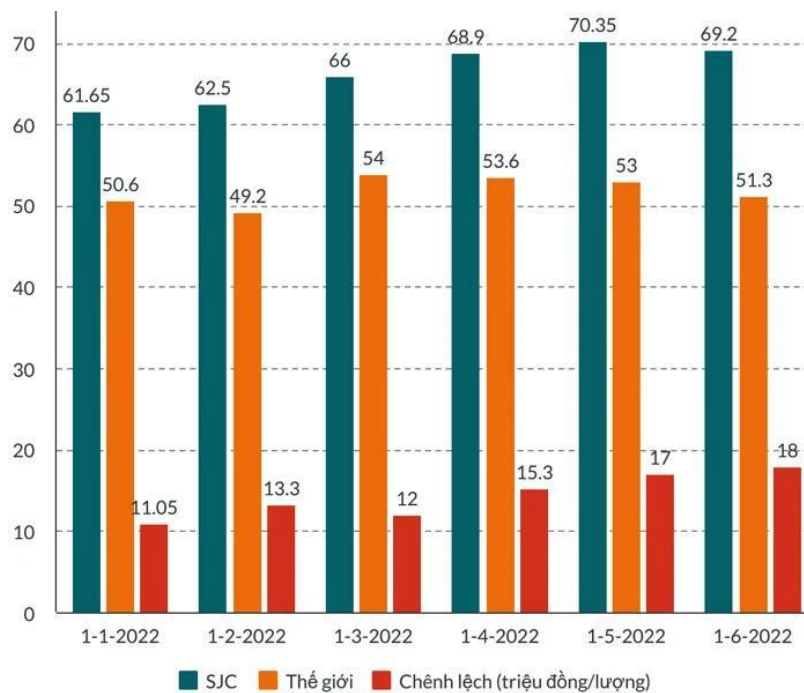
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

Tình trạng chênh lệch giữa giá vàng Việt Nam với quốc tế kéo dài sẽ khiến cho nền kinh tế nói chung và thị trường vàng nói riêng đều phải gánh thiệt hại. Đối với nền kinh tế, chênh lệch giá vàng quá cao gây ra tình trạng nhập lậu vàng và điều đó sẽ tác động lên tỉ giá chợ đen cũng như gây “chảy máu” ngoại tệ. Dưới đây là biểu đồ chênh lệch giá vàng trong nước và thế giới 6 tháng đầu năm 2022.



- a) Trong bảng trên, mức chênh lệch giá vàng lớn nhất là bao nhiêu và vào lúc nào?
b) Chọn ngẫu nhiên 1 tháng trong 6 tháng đầu năm 2022. Tính xác suất các biến cố sau:
A:” Tháng được chọn có mức độ chênh lệch không quá 15 triệu”.
B:” Tháng được chọn có mức độ chênh lệch lớn hơn 16 triệu”.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{x-9}{x-3\sqrt{x}}$ và $B = \frac{x+3}{x-9} - \frac{1}{3-\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt{x}+3}$ với

$x > 0; x \neq 9$.

1) Tính giá trị của A khi $x=16$.

2) Chứng minh rằng $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$

3) Đặt $P = AB$. Tìm các giá trị nguyên của x để $P < 1$

Câu III: (2,5 điểm)

1) Để khuyến khích tiết kiệm nước, giá nước sinh hoạt được tính theo kiểu bậc thang lũy tiến, nghĩa là nếu sử dụng càng nhiều nước sạch thì giá càng tăng lên theo các bậc như sau:

Bậc 1: $10m^3$ nước đầu tiên giá $6000 \text{ đồng}/m^3$

Bậc 2: Từ $10m^3$ đến $20m^3$ nước tiếp theo giá $7100 \text{ đồng}/m^3$

Bậc 3: Từ $20m^3$ đến $30m^3$ nước tiếp theo giá $8600 \text{ đồng}/m^3$

Bậc 4: Trên $30m^3$ nước giá $16000 \text{ đồng}/m^3$.

a) Trong tháng 1 vừa qua nhà bạn Trang sử dụng hết $25m^3$ nước. Hỏi nhà bạn Trang phải trả bao nhiêu tiền nước?

b) Sang tháng 2 nhà bạn Trang có nhiều việc nên nhu cầu sử dụng nước tăng lên. Do đó số tiền phải trả là 297000 đồng. Hỏi trong tháng 2 nhà bạn Trang dùng hết bao nhiêu mét khối nước?

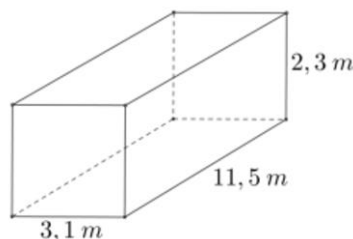
2) Hai trường X và Y có 420 học sinh đầu vào lớp 10 đạt tỉ lệ 84%. Riêng trường X tỉ lệ đầu 80%, riêng trường Y tỉ lệ đầu 90%. Tính số học sinh dự thi của mỗi trường.

3) Cho phương trình $3x^2 - 12x - 5 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính

giá trị của biểu thức: $T = \frac{x_1^2 + 4x_2 - x_1x_2}{4x_1 + x_2^2 + x_1x_2}$

Câu IV: (1.5 điểm)

Một bồn đựng nước có dạng hình hộp chữ nhật có các kích thước cho trên hình vẽ..



Một vòi bơm với công suất 120 lít/phút để bơm một lượng nước vào bồn (bồn không chứa nước) lên độ cao cách nắp bồn là 1,5 m thì phải mất khoảng bao nhiêu phút? (làm tròn đến phần nguyên)

Câu V: (3 điểm)

Cho tam giác ABC ba góc nhọn nội tiếp (O;R), hai đường cao BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tứ giác BFCE nội tiếp và $AO \perp EF$

b) chứng minh : $\sin^2 BAC + \cos^2 BAC = 1$ và $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos BAC$

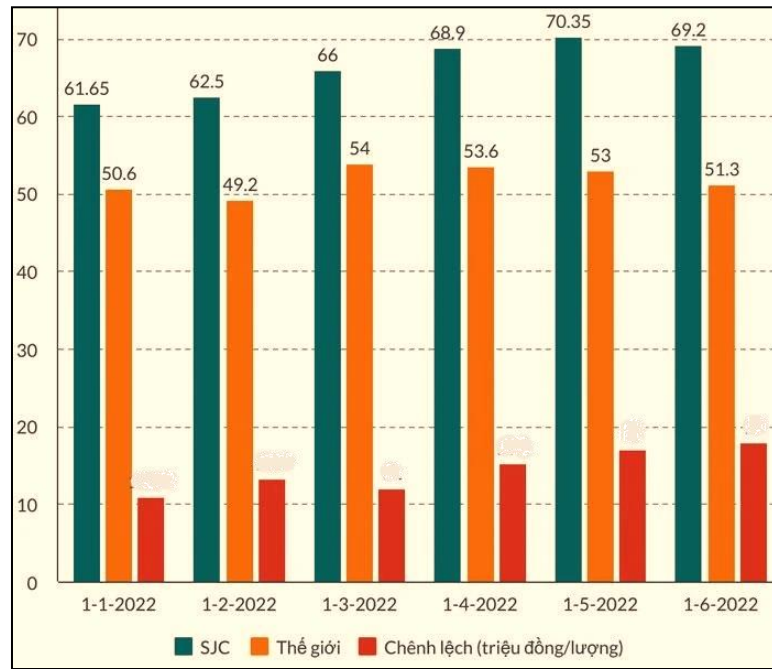
c) Gọi S là diện tích tam giác ABC, chứng minh : $S = \frac{1}{2} AB.AC.\sin BAC$. Cho

$AB = 6; AC = 8; BC = 2\sqrt{13}$ tính diện tích tam giác ABC

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

Tình trạng chênh lệch giữa giá vàng Việt Nam với quốc tế kéo dài sẽ khiến cho nền kinh tế nói chung và thị trường vàng nói riêng đều phải gánh thiệt hại. Đối với nền kinh tế, chênh lệch giá vàng quá cao gây ra tình trạng nhập lậu vàng và điều đó sẽ tác động lên tỉ giá chợ đen cũng như gây “chảy máu” ngoại tệ. Dưới đây là biểu đồ chênh lệch giá vàng trong nước và thế giới 6 tháng đầu năm 2022.



- a) Trong bảng trên, mức chênh lệch giá vàng lớn nhất là bao nhiêu và vào lúc nào?
b) Chọn ngẫu nhiên 1 tháng trong 6 tháng đầu năm 2022. Tính xác suất các biến cố sau:
A:” Tháng được chọn có mức độ chênh lệch không quá 15 triệu”.
B:” Tháng được chọn có mức độ chênh lệch lớn hơn 16 triệu”.

Lời giải

- a) Mức chênh lệch giá vàng lớn nhất là: 18 triệu.
b) Xác suất tháng được chọn có mức độ chênh lệch không quá 15 triệu là: $\frac{1}{2}$
Xác suất tháng được chọn có mức độ chênh lệch lớn hơn 16 triệu là: $\frac{1}{3}$.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{x-9}{x-3\sqrt{x}}$ và $B = \frac{x+3}{x-9} - \frac{1}{3-\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt{x}+3}$ với $x > 0; x \neq 9$.

- 1) Tính giá trị của A khi $x=16$.
2) Chứng minh rằng $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$
3) Đặt $P = AB$. Tìm các giá trị nguyên của x để $P < 1$

Lời giải

- 1) Thay $x=16$ (thoả mãn đk) vào biểu thức A ta được: $A = \frac{16-9}{16-3\sqrt{16}} = \frac{7}{4}$.

2) Với $x > 0; x \neq 9$ ta có: $B = \frac{x+3}{x-9} - \frac{1}{3-\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt{x}+3}$

$$= \frac{x+3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{2(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{x+3+\sqrt{x}+3+2\sqrt{x}-6}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$$

$$= \frac{x+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$$

Vậy $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ với $x > 0; x \neq 9$. (đpcm)

3) Ta có: $P = A.B = \frac{x-9}{x-3\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} = \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)^2} = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$

Do đó: $P < 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3} < 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+3-\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3} < 0 \Leftrightarrow \frac{6}{\sqrt{x}-3} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-3 < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 9$

Do x nguyên nên $x \in \{1; 2; 3; \dots; 8\}$

Vậy $x \in \{1; 2; 3; \dots; 8\}$ thì $P < 1$

Câu III: (2,5 điểm)

1) Để khuyến khích tiết kiệm nước, giá nước sinh hoạt được tính theo kiểu bậc thang lũy tiến, nghĩa là nếu sử dụng càng nhiều nước sạch thì giá càng tăng lên theo các bậc như sau:

Bậc 1: 10m³ nước đầu tiên giá 6000 đồng/m³

Bậc 2: Từ 10m³ đến 20m³ nước tiếp theo giá 7100 đồng/m³

Bậc 3: Từ 20m³ đến 30m³ nước tiếp theo giá 8600 đồng/m³

Bậc 4: Trên 30m³ nước giá 16000 đồng/m³.

a) Trong tháng 1 vừa qua nhà bạn Trang sử dụng hết 25m³ nước. Hỏi nhà bạn Trang phải trả bao nhiêu tiền nước?

b) Sang tháng 2 nhà bạn Trang có nhiều việc nên nhu cầu sử dụng nước tăng lên. Do đó số tiền phải trả là 297000 đồng. Hỏi trong tháng 2 nhà bạn Trang dùng hết bao nhiêu mét khối nước?

2) Hai trường X và Y có 420 học sinh đầu vào lớp 10 đạt tỉ lệ 84%. Riêng trường X tỉ lệ đầu 80%, riêng trường Y tỉ lệ đầu 90%. Tính số học sinh dự thi của mỗi trường.

3) Cho phương trình $3x^2 - 12x - 5 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính

giá trị của biểu thức: $T = \frac{x_1^2 + 4x_2 - x_1x_2}{4x_1 + x_2^2 + x_1x_2}$

Lời giải

1) Vì nhà bạn Trang sử dụng hết 25m^3 nước nên số tiền nhà Trang phải trả là 10m^3 theo giá ở bậc 1; 10m^3 theo giá ở bậc hai; 5m^3 theo giá ở bậc 3.

Số tiền nhà bạn Trang phải trả cho 10m^3 nước đầu tiên là:

$$10.6000 = 60\,000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền nhà bạn Trang phải trả cho 10m^3 nước tiếp theo là:

$$10.7100 = 71\,000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền nhà bạn Trang phải trả cho 5m^3 nước tiếp theo nữa là:

$$5.8600 = 43\,000 \text{ (đồng)}$$

Vậy tổng số tiền nhà bạn Trang phải trả là:

$$60\,000 + 71\,000 + 43\,000 = 174\,000 \text{ (đồng)}$$

b) Số tiền phải trả cho 30m^3 nước đầu tiên là:

$$10.6000 + 10.7100 + 10.8600 = 217\,000 \text{ (đồng)}$$

Vì $297\,000$ (đồng) lớn hơn $217\,000$ (đồng) nên nhà Trang đã phải trả một số tiền theo giá ở bậc 4.

Gọi số mét khối nước mà nhà Trang phải trả theo giá ở bậc 4 là x (m^3).

Theo đề bài ta có: $217\,000 + x.16\,000 = 297\,000$

Tìm được $x = 5$

Vậy trong tháng 2 nhà bạn Trang dùng hết $30 + 5 = 35\text{m}^3$ nước

2) Tổng số học sinh dự thi của hai trường X và Y là: $420:84\% = 500$

Gọi x , y lần lượt là số học sinh hai trường X và Y (x ; y nguyên dương, x ; $y < 420$)

Vì số học sinh dự thi của 2 trường là 500 học sinh nên ta có phương trình $x + y = 500$ (1)

Tỉ lệ đậu lớp 10 của riêng trường X là 80%, trường Y là 90% nên ta có phương trình: $0,8x + 0,9y = 420$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 500 \\ 0,8x + 0,9y = 420 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 300 \\ y = 200 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy trường X có 300 học sinh tham gia dự thi và trường Y là 200 học sinh dự thi.

3) Phương trình đã cho là phương trình bậc hai của x có: $ac = 3.(-5) < 0$

Nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1 ; x_2

- Theo định lý Vi-et, ta có :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{12}{3} = 4 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-5}{3} \end{cases}$$

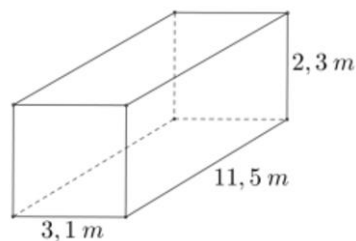
Do đó: $T = \frac{x_1^2 + 4x_2 - x_1 x_2}{4x_1 + x_2^2 + x_1 x_2} = \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + 4x_2 - 2x_1 x_2}{4x_1 + x_2^2 + x_1 x_2} = \frac{x_1(x_1 + x_2) + 4x_2 - 2x_1 x_2}{4x_1 + x_2(x_1 + x_2)}$

$$= \frac{4x_1 + 4x_2 - 2x_1 x_2}{4x_1 + 4x_2} = \frac{4(x_1 + x_2) - 2x_1 x_2}{4(x_1 + x_2)} = \frac{4.4 - 2.\left(\frac{-5}{3}\right)}{4.4} = \frac{29}{24}$$

Vậy giá trị của biểu thức $T = \frac{29}{24}$

Câu IV: (1,5 điểm)

Một bồn đựng nước có dạng hình hộp chữ nhật có các kích thước cho trên hình vẽ..



Một vòi bơm với công suất 120 lít/phút để bơm một lượng nước vào bồn (bồn không chứa nước) lên

độ cao cách nắp bồn là 1,5 m thì phải mất khoảng bao nhiêu phút? (làm tròn đến phần nguyên)

Lời giải

Thể tích nước bơm vào bồn là : $V = 3,1.11,5.(2,3 - 1,5) = 28,52m^3 = 28520l$

Thời gian cần để bơm nước đến độ cao cách nắp 1,5m là : $\frac{28520}{120} \approx 238 \text{ phút}$

Câu V: Cho tam giác ABC ba góc nhọn nội tiếp (O;R), hai đường cao BE, CF cắt nhau tại H.

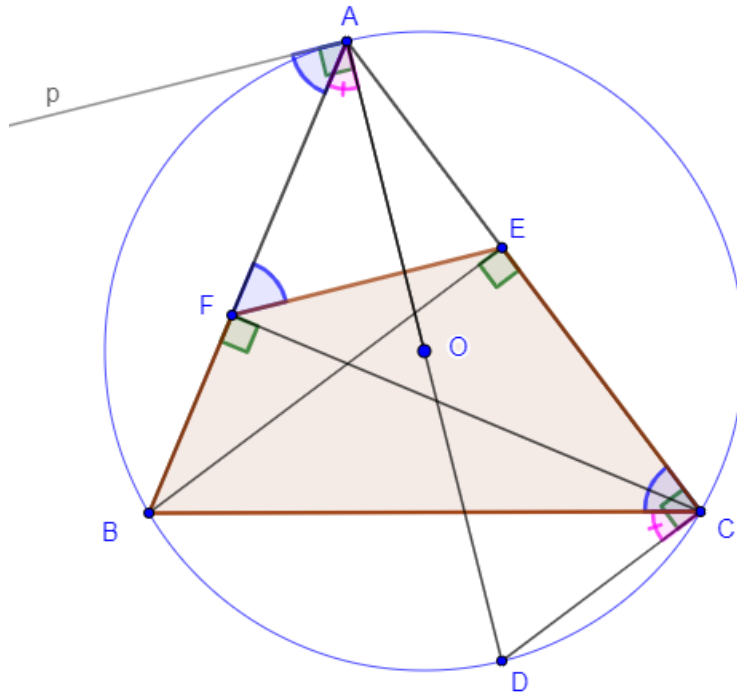
a) Chứng minh tứ giác BFCE nội tiếp và $AO \perp EF$

b) Chứng minh : $\sin^2 BAC + \cos^2 BAC = 1$ và $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos BAC$

c) Gọi S là diện tích tam giác ABC, chứng minh : $S = \frac{1}{2}AB.AC.\sin BAC$. Cho

$AB = 6; AC = 8; BC = 2\sqrt{13}$ tính diện tích tam giác ABC

Lời giải



a) Chứng minh tứ giác BFCE nội tiếp

Xét tam giác BEC ta có :

$BE \perp AC$ (BE là đường cao trong tam giác ABC)

Nên tam giác BEC vuông tại E. Do đó B,E,C cùng thuộc đường tròn đường kính BC (1)

Xét tam giác CFB ta có :

$CF \perp AB$ (CF là đường cao trong tam giác ABC)

Nên tam giác CFB vuông tại F. Do đó C,F,B cùng thuộc đường tròn đường kính BC (2)

Từ (1) và (2) suy ra B,F,E,C cùng thuộc đường tròn đường kính BC.

Hay tứ giác BFEC nội tiếp.

Chứng minh : $AO \perp EF$

Kẻ tiếp tuyến tại A của (O), suy ra $\widehat{pAO} = 90^\circ$

Kẻ tia AO cắt (O) tại D, khi đó AD là đường kính, suy ra $\widehat{ACD} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Ta có : $\widehat{pAB} + \widehat{BAD} = \widehat{pAO} = 90^\circ$

$\widehat{ACB} + \widehat{BCD} = \widehat{ACD} = 90^\circ$

Mà $\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{BD}$ trong (O))

Do đó : $\widehat{pAB} = \widehat{ACB}$ (3)

Ta lại có : $\widehat{ACB} + \widehat{BFE} = 180^\circ$ (tứ giác BFEC nội tiếp)

Và $\widehat{AFE} + \widehat{BFE} = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

Nên $\widehat{AFE} = \widehat{ACB}$ (4)

Từ (3),(4) suy ra $\vec{p}AB = \vec{AFE}$

Mà $\vec{p}AB; \vec{AFE}$ ở vị trí so le trong nên $Ap \parallel EF$

Kết hợp $AO \perp Ap$ (vì Ap là tiếp tuyến).

Vậy $AO \perp EF$

b) **Chứng minh : $\sin^2 BAC + \cos^2 BAC = 1$**

Xét tam giác AEB vuông tại E, ta có :

$$\sin BAE = \frac{BE}{AB} \text{ suy ra } \sin^2 BAE = \frac{BE^2}{AB^2}$$

$$\cos BAE = \frac{AE}{AB} \text{ suy ra } \cos^2 BAE = \frac{AE^2}{AB^2}$$

$$\text{Nên } \sin^2 BAE + \cos^2 BAE = \frac{BE^2}{AB^2} + \frac{AE^2}{AB^2} = \frac{BE^2 + AE^2}{AB^2}$$

Mà $BE^2 + AE^2 = AB^2$ (Định lý Pythagore trong tam giác ABE vuông tại E)

$$\text{Do đó : } \sin^2 BAE + \cos^2 BAE = \frac{BE^2}{AB^2} + \frac{AE^2}{AB^2} = \frac{BE^2 + AE^2}{AB^2} = \frac{AB^2}{AB^2} = 1$$

Hay $\sin^2 BAC + \cos^2 BAC = 1$ (góc BAE cũng là BAC)

Chứng minh : $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos BAC$

Áp dụng định lý Pythagore trong tam giác BEC vuông tại E ta có :

$$BC^2 = BE^2 + CE^2$$

$$\text{Mà } CE^2 = (AC - AE)^2 = AC^2 - 2.AC.AE + AE^2$$

$$\text{Nên } BC^2 = BE^2 + AC^2 - 2.AC.AE + AE^2$$

Ta lại có :

$$BE^2 + AE^2 = AB^2 \text{ (cmt)}$$

$$\cos BAE = \frac{AE}{AB} \text{ (cmt) suy ra } AE = AB.\cos BAE = AB.\cos BAC$$

$$\text{Vậy : } BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos BAC$$

c) Gọi S là diện tích tam giác ABC, chứng minh : $S = \frac{1}{2} AB.AC.\sin BAC$. Cho

$AB = 6; AC = 8; BC = 2\sqrt{13}$ tính diện tích tam giác ABC

$$\text{Ta có : } S = \frac{1}{2} BE.AC$$

Mà $BE = AB.\sin BAC$ (hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác ABE vuông tại E)

$$\text{Vậy : } S = \frac{1}{2} AB.AC.\sin BAC$$

$$\text{Ta có : } BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos BAC \text{ (cmt)}$$

$$(2\sqrt{13})^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos BAC \text{ suy ra } \cos BAC = \frac{1}{2}$$

$$\text{Mà } \sin^2 BAC + \cos^2 BAC = 1 \text{ (cmt) suy ra } \sin BAC = \sqrt{1 - \cos^2 BAC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy } S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin BAC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$$

♣HẾT♣

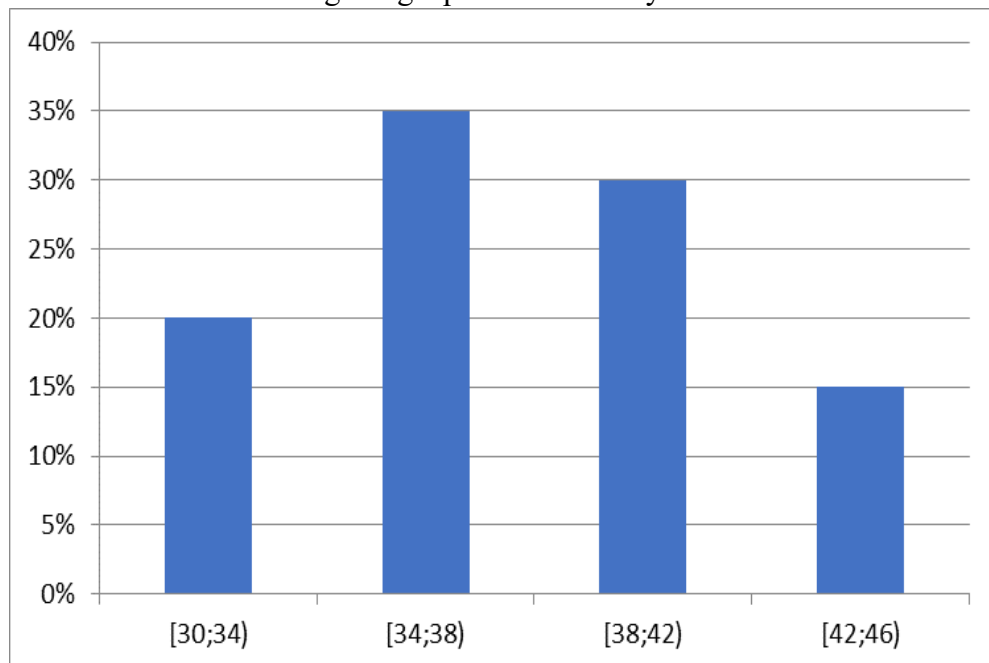
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Sau khi điều tra cân nặng (đơn vị: kg) của 200 học sinh khối lớp 4 của một trường tiểu học, người ta có biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dưới đây:



Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ. Tìm tần số ghép nhóm của nhóm [38;42)

2) Hình vẽ bên mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia làm 6 phần bằng nhau và ghi các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 ; chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa. Xét phép thử “*Quay đĩa tròn một lần*” và biến cố A : “*Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số chia cho 2 dư 1*”.

Tính xác suất của biến cố A.



Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{x+\sqrt{x}-2}{x-2\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}}$ với $x \geq 0; x \neq 1$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

3) Đặt $P = A:B$. Tìm tất cả các giá trị của x để $P = P^4$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Năm ngoái, hai xã sản xuất nông nghiệp thu hoạch được 770 tấn thóc. Năm nay, xã A thu hoạch vượt mức 15%, xã B thu hoạch vượt mức 20% so với năm ngoái. Do đó cả hai xã thu hoạch vượt mức 133 tấn thóc so với năm ngoái. Hỏi năm ngoái mỗi xã thu hoạch được bao nhiêu tấn thóc?

2) Một ca nô đi xuôi dòng từ A đến B cách nhau 40 km sau đó đi ngược dòng từ B về A. Thời gian cả đi xuôi dòng và ngược dòng là 3 giờ 20 phút. Tính vận tốc riêng của ca nô khi nước yên lặng, biết vận tốc của dòng nước là 5km/h.

3) Biết rằng phương trình $x^2 - 5x + a = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 , biết $x_1 = \frac{5 - \sqrt{13}}{2}$.

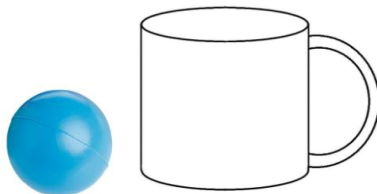
Tính giá trị của biểu thức $x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một viên bi bằng sắt, đặc ruột, hình cầu có đường kính 6 cm. Người ta sơn màu xanh bề mặt của viên bi đó. Một cái cốc hình trụ đựng đầy nước có chiều cao 10 cm và có bán kính đáy là 5 cm, người ta thả viên bi vào trong cái cốc để nước tràn ra ngoài và nước vẫn đầy đến miệng cốc, sau đó bỏ viên bi ra. (lấy $\pi \approx 3,14$)

a) Tính diện tích cần sơn viên bi theo cm^2 .

b) Hỏi thể tích nước còn lại trong cốc bao nhiêu cm^3 . (lượng nước hao hụt khi bỏ viên bi ra khỏi cốc không đáng kể)



2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O), các đường cao BE, CF cắt nhau ở H .

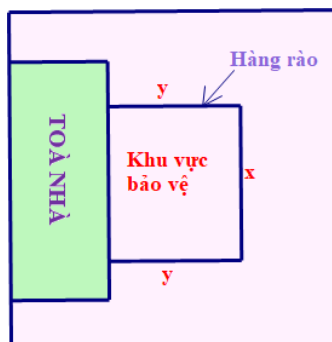
a) Chứng minh bốn điểm B, F, E, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Tia EF cắt tia CB tại M . Chứng minh: $MF.ME = MB.MC$

c) Tia AH cắt BC tại D . Đường thẳng qua B và song song với AC , cắt tia AD tại P , cắt đoạn thẳng AM tại Q . Chứng minh FC là tia phân giác của góc EFD và $BP = BQ$.

Câu V: (10,5 điểm)

Người ta cần lập hàng rào quanh khu vực bảo vệ có dạng hình chữ nhật cho một toà nhà như hình vẽ bên. Hỏi nếu có 80m hàng rào bao quanh 3 mặt như trên thì diện tích tối đa của khu vực bảo vệ là bao nhiêu?

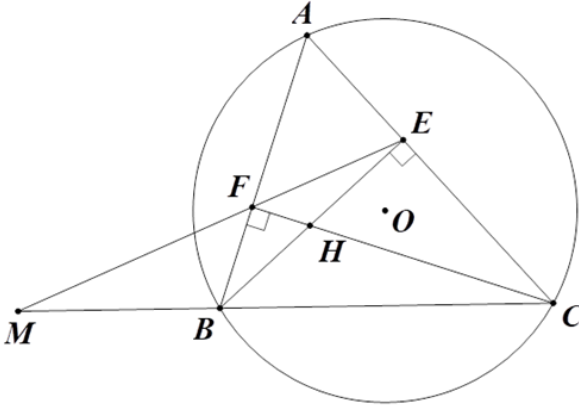


☞ HẾT ☞

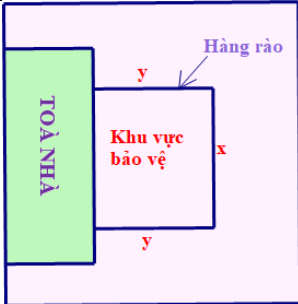
ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

Bài	Ý	Nội dung					Điểm
Bài I 1,5 điểm	1	Bảng tần số tương đối ghép nhóm cho dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ là :					0,5
		Cân nặng (kg)	[30;34)	[34;38)	[38;42)	[42;46)	
		Tần số tương đối	20%	35%	30%	15%	
	Tần số ghép nhóm của nhóm [38;42) là :200. 30% = 60						0,25
		Có 6 kết quả có thể của phép thử “ Quay đĩa tròn một lần” là: 1,2,3,4,5,6.					0,25
		Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố A “ Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số chia cho 2 dư 1” là 1,3,5					0,25
Vậy xác suất của biến cố A là : $P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$					0,25		
Bài II 1,5 điểm	1)	Thay $x = 25$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức ta được: $A=\frac{2\sqrt{25}}{\sqrt{25}-1}$					0,25
		Tính được $A=\frac{5}{2}$ và kết luận					0,25
	2)	$B=\frac{x+\sqrt{x}-2}{x-2\sqrt{x}+1}+\frac{1}{1-\sqrt{x}}=\frac{x+\sqrt{x}-2-\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)^2}$					0,25
		$=\frac{x-1}{(\sqrt{x}-1)^2}$					
		$=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ (đpcm)					0,25
	3)	$P=A:B=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}:\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ Có $P=P^4$ $P-P^4=0$ $P(1-P^3)=0$ $P=0;P=1$					0,25
		$P=0$ $\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}=0$ $x=0$ (TMĐK)					0,25

		$P = 1$ $\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} = 1$ $x = 1 \text{ (KTM)}$ Vậy $x = 0$ là giá trị cần tìm.	
Bài III 2,5 điểm	1)	Gọi số tấn thóc mà xã A thu hoạch được trong năm ngoái là x (tấn) ($0 < x < 770$) Gọi số tấn thóc mà xã B thu hoạch được trong năm ngoái là y (tấn) ($0 < y < 770$)	0,25
		Do năm ngoái hai xã thu hoạch được 770 tấn thóc nên ta có phương trình: $x + y = 770$	
		Năm nay xã A thu hoạch vượt mức là $15\%x$ (tấn) Năm nay xã B thu hoạch vượt mức là $20\%y$ (tấn) Do hai xã thu hoạch vượt mức 133 tấn nên ta có phương trình: $15\%x + 20\%y = 133$	0,25
		Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 770 \\ 0,15x + 0,2y = 133 \end{cases}$ Giải hệ phương trình ta được: $\begin{cases} x = 420(TM) \\ y = 350(TM) \end{cases}$	0,25
		Vậy năm ngoái xã A thu hoạch được 420 tấn thóc, xã B thu hoạch được 350 tấn thóc.	0,25
	2)	Gọi vận tốc riêng của ca nô khi nước yên lặng là x (km/h, $x > 5$)	0,25
		Vận tốc của ca nô khi đi xuôi dòng từ A đến B là $x + 5$ (km/h) Thời gian ca nô đi xuôi dòng từ A đến B là $\frac{40}{x+5}$ (h)	0,25
		Vận tốc của ca nô khi đi ngược dòng từ B về A là $x - 5$ (km/h) Thời gian ca nô đi ngược dòng từ B về A là $\frac{40}{x-5}$ (h)	0,25
		Vì thời gian cả đi xuôi dòng và ngược dòng là 3 giờ 20 phút ($\frac{10}{3}$ giờ) nên ta có phương trình: $\frac{40}{x+5} + \frac{40}{x-5} = \frac{10}{3}$	
		Biến đổi được pt về dạng $x^2 - 24x - 25 = 0$	
		Giải phương trình tìm được: $x = -1$ (KTMĐK); $x = 25$ (TMDK) Vậy vận tốc riêng của ca nô khi nước yên lặng là 25km/h	0,25
	3)	Thay $x = \frac{5-\sqrt{13}}{2}$ vào phương trình đã cho ta có: $\left(\frac{5-\sqrt{13}}{2}\right)^2 - 5 \cdot \frac{5-\sqrt{13}}{2} + a = 0, \text{ tìm được } a = 3$	0,25

		Với $a = 3$, pt đã cho là $x^2 - 5x + 3 = 0$. Theo Viet có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = 3 \end{cases}$ Biến đổi: $x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 = 5^2 - 3 \cdot 3 = 16$	0,25
	1a)	1) Một viên bi bằng sắt, đặc ruột, hình cầu có đường kính 6 cm . Người ta sơn màu xanh bề mặt của viên bi đó. Một cái cốc hình trụ đựng đầy nước có chiều cao 10 cm và có bán kính đáy là 5 cm , người ta thả viên bi vào trong cái cốc để nước tràn ra ngoài và nước vẫn đầy đến miệng cốc, sau đó bỏ viên bi ra. (lấy $\pi \approx 3,14$) a) Tính diện tích cần sơn viên bi theo cm^2.	0,5
Câu IV 4,0 điểm	a)	a) Diện tích bề mặt của viên bi cần sơn là: $S = 4\pi R^2 \approx 4 \cdot 3,14 \cdot 3^2 = 113,04 \text{ cm}^2$. Vậy diện tích cần sơn là khoảng $113,04 \text{ cm}^2$.	0,25 0,25
	b)	b) Hỏi thể tích nước còn lại trong cốc bao nhiêu cm^3.	0,5
	1b)	b) Thể tích hình cầu là $V_1 = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 36\pi \text{ cm}^3$ Thể tích chiếc cốc là: $V_2 = 10 \cdot \pi \cdot 5^2 = 250\pi \text{ cm}^3$. Vậy thể tích nước còn lại là $V = V_1 - V_2 = 250\pi - 36\pi = 214\pi \approx 214 \cdot 3,14 = 671,96 \text{ cm}^3$. Vậy thể tích nước còn lại trong cốc khoảng $671,96 \text{ cm}^3$.	0,25
			0,25
			0,25
	2a)		1,0
		Vẽ hình đúng đến ý 1	0,25
		Chứng minh được $\angle BEC = 90^\circ$ suy ra B, E, C thuộc đường tròn đường kính BC	0,25
		Chứng minh được $\angle BFC = 90^\circ$ Suy ra B, F, C thuộc đường tròn đường kính BC	0,25

	Vậy bốn điểm B, F, E, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC	0,25
2b)	Chứng minh $MF.ME = MB.MC$	1đ
	Xét đường tròn đường kính BC ta có $FEB = FCB$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung FB)	0,25
	Từ đó suy ra $\triangle MBE$ đồng dạng $\triangle MCF$ (g – g)	0,5
	Từ đó suy ra $MF.ME = MB.MC$	0,25
2c)	Chứng minh FC là tia phân giác của góc EFD.	1đ
	Chứng minh được H là trực tâm $\triangle ABC$ Từ đó suy ra bốn điểm B, F, D, H cùng thuộc đường tròn đường kính BH Suy ra $HFD = HBD$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HD)	0,25
	Xét đường tròn đường kính BC có $EFC = EBC$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung EC) Suy ra $EFC = CFD$ khi đó FC là tia phân giác EFD (đpcm)	0,25
	Chứng minh $BP=BQ$.	
	Chứng minh được FB là phân giác trong tại đỉnh F của tam giác FMD Mà FC là phân giác ngoài tại đỉnh F tam giác FMD Suy ra $\frac{CD}{CM} = \frac{BD}{BM} \left(= \frac{FD}{FM} \right)$	0,25
	Từ đó suy ra $\frac{AC}{QB} = \frac{CM}{BM} = \frac{CD}{BD} = \frac{AC}{BP}$ Suy ra $BP = BQ$	0,25
Câu V 0,5 điểm	Người ta cần lập hàng rào quanh khu vực bảo vệ có dạng hình chữ nhật cho một toà nhà như hình vẽ bên. Hỏi nếu có 80m hàng rào bao quanh 3 mặt như trên thì diện tích tối đa của khu vực bảo vệ là bao nhiêu?	0,5

			
	Gọi chiều dài, chiều rộng của khu vực bảo vệ lần lượt là x, y (m, $x > 0, y > 0$) Diện tích khu vực bảo vệ là S (m²). Ta có : $S = x.y$ (1) Vì khu vực bảo vệ có 3 mặt, nên ta có: $x + 2y = 80$ suy ra: $x = 80 - 2y$ (2) Từ (1), (2) ta có: $S = y(80 - 2y) = -2y^2 + 80y = -(y - 20)^2 + 800$.	0,25đ	
	Có: $-(y - 20)^2 \leq 0$ $-(y - 20)^2 + 800 \leq 800$ Nên ≤ 800 . Dấu “=” xảy ra khi $y = 20$ suy ra $x = 40$. Vậy diện tích tối đa là 800m² khu vực bảo vệ có chiều dài 40m, chiều rộng 20m.	0,25đ	

❧HẾT❧

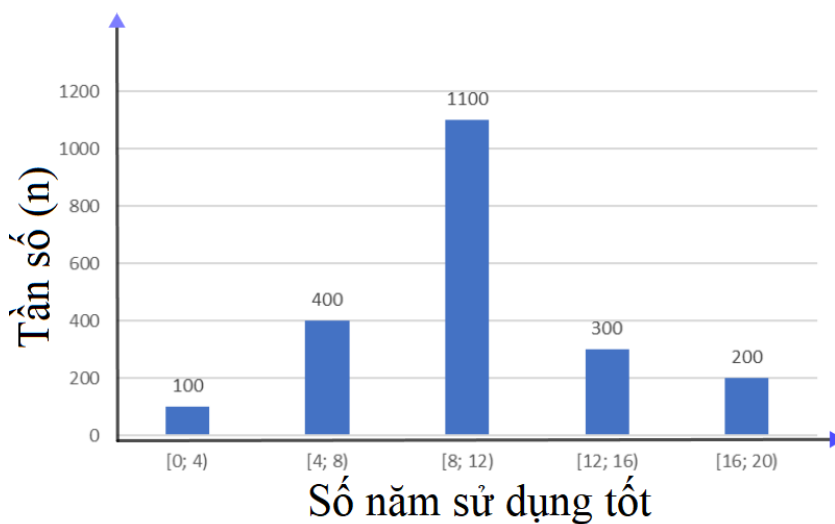
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

- 1) Hệ thống đăng kiểm quốc gia ghi nhận 2000 xe ô tô của cùng 1 loại xe tới đăng kiểm. Người ta thu được biểu đồ tần số ghép nhóm về số năm sử dụng tốt mà chưa phải sửa chữa lớn của xe như dưới đây



Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [8; 12)

- 2) Bạn An là một thành viên của câu lạc bộ nhảy hiện đại khối 9 trong trường THCS. Để chọn học sinh trong CLB đó tham gia hoạt động văn nghệ chào mừng “Ngày nhà giáo Việt Nam” của trường, các học sinh trong CLB sử dụng hình thức bốc thăm với 20 lá thăm giống hệt nhau lần lượt ghi các số tự nhiên từ 1 tới 20 và được để trong hộp kín. Học sinh lấy được lá thăm ghi số chia hết cho 6 sẽ được tham gia. Bạn An là người được bốc thăm đầu tiên.

Xét phép thử “Bạn An bốc ngẫu nhiên 1 lá thăm” và biến cố B: ”Bạn An được tham gia hoạt động văn nghệ chào mừng Ngày nhà giáo Việt Nam của trường”. Tính xác suất của biến cố B.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$; $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{4}{\sqrt{x}-3} + \frac{x-4\sqrt{x}+15}{9-x}$ với

$$x > 0; x \neq 9$$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$.

- 3) Cho $P = A : B$. Tìm x nguyên để $|P| + P = 0$.

Câu III: (2,5 điểm)

- 1) Trong một cuộc thi về “bữa ăn dinh dưỡng”, ban tổ chức yêu cầu để đảm bảo lượng dinh dưỡng hàng ngày thì mỗi gia đình có 4 thành viên cần 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn hàng ngày. Thực phẩm do ban tổ chức cung cấp bao gồm Thịt bò và Thịt heo. Biết 100 g thịt bò chứa 80 đơn vị protein và 20 đơn vị lipid; 100 g thịt heo chứa 60 đơn vị protein và 40 đơn vị lipid. Hỏi người nội trợ cần sử dụng bao nhiêu lượng thịt bò và thịt heo để đảm bảo đủ chất dinh dưỡng cho gia đình 4 thành viên.
- 2) Hai bến sông A và B cách nhau 90km. Một ca nô đi xuôi dòng từ A đến B rồi ngược dòng từ B về A hết 8 giờ 45 phút. Biết vận tốc dòng nước là 3km/h, tính vận tốc riêng của ca nô.
- 3) Cho phương trình $x^2 - (m+1)x - 1 = 0$ có nghiệm $x = 1 - \sqrt{2}$. Tính bình phương của hiệu hai nghiệm trong phương trình trên.

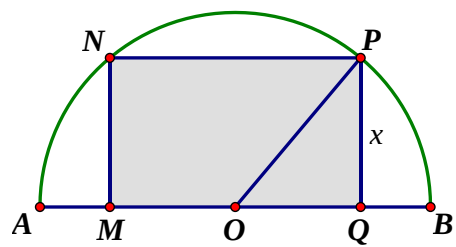
Câu IV: (4,0 điểm)

- 1) Một thùng lấy nước bằng tôn có dạng hình trụ có chiều cao là 36cm và đường kính đáy là 3dm.
 - a) Tính thể tích của thùng nước đó. (làm tròn đến hàng đơn vị)
 - b) Người ta sử dụng thùng nước trên để mức nước đổ vào một bể chứa có dung tích $1m^3$. Hỏi cần phải đổ ít nhất bao nhiêu thùng thì mới đầy bể chứa? Biết rằng mỗi lần xách người ta chỉ đổ đầy 90% thùng để nước không đổ ra ngoài.
- 2) Cho đường tròn (O, R) và dây AB cố định (AB không là đường kính). Gọi N là trung điểm của AB . Qua N , kẻ đường kính CD của đường tròn (O) (C thuộc cung nhỏ AB). Lấy điểm M bất kỳ trên cung lớn AB ($M \neq A, M \neq B$), MC cắt AB tại F . Hai đường thẳng DM và AB cắt nhau tại E .
 - a) Chứng minh bốn điểm M, N, C, E cùng thuộc một đường tròn.
 - b) Hai đường thẳng DF và CE cắt nhau tại I . Chứng minh $KI.KM = KC.KD$ và NE là tia phân giác của MNI
 - c) Chứng minh rằng: $\frac{KC}{KD} = \frac{CN}{DN}$



Câu V: (0,5 điểm)

Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $MNPQ$ nội tiếp trong nửa đường tròn (O) bán kính 10cm, biết một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc trên đường kính của đường tròn (như hình vẽ).

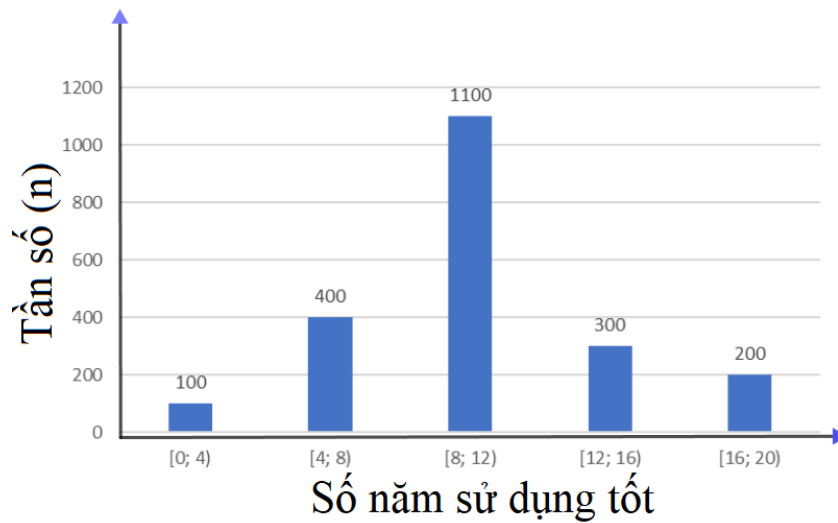


3 HẾT

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

- 1) Hệ thống đăng kiểm quốc gia ghi nhận 2000 xe ô tô của cùng 1 loại xe tới đăng kiểm. Người ta thu được biểu đồ tần số ghép nhóm về số năm sử dụng tốt mà chưa phải sửa chữa lớn của xe như dưới đây



Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [8; 12)

- 2) Bạn An là một thành viên của câu lạc bộ nhảy hiện đại khối 9 trong trường THCS. Để chọn học sinh trong CLB đó tham gia hoạt động văn nghệ chào mừng “Ngày nhà giáo Việt Nam” của trường, các học sinh trong CLB sử dụng hình thức bốc thăm với 20 lá thăm giống hệt nhau lần lượt ghi các số tự nhiên từ 1 tới 20 và được để trong hộp kín. Học sinh lấy được lá thăm ghi số chia hết cho 6 sẽ được tham gia. Bạn An là người được bốc thăm đầu tiên.

Xét phép thử “Bạn An bốc ngẫu nhiên 1 lá thăm” và biến cố B: “Bạn An được tham gia hoạt động văn nghệ chào mừng Ngày nhà giáo Việt Nam của trường”. Tính xác suất của biến cố B.

Lời giải

- 1) Từ biểu đồ ta có nhóm [8; 12) có tần số ghép nhóm là 1100

(nghĩa là có 1100 xe loại đó được sử dụng tốt từ 8 tới dưới 12 năm mới phải thực hiện đại tu lần đầu trong 4 năm sử dụng tiếp theo)

Tần số tương đối ghép nhóm là $\frac{1100}{2000} \cdot 100\% = 55\%$

(nghĩa là có 55% số xe loại đó sử dụng tốt từ 8 tới 12 năm, sau đó các xe này đều phải đại tu, sửa chữa hoặc thay thế trong 4 năm sử dụng tiếp theo).

- 2) Xét phép thử “Bạn An bốc ngẫu nhiên 1 lá thăm”.

Kết quả của phép thử là An rút được 1 lá thăm có ghi 1 số tự nhiên (trong khoảng từ 1 tới 20) từ trong hộp. Do các lá thăm giống nhau nên ***có 20 kết quả có thể đồng khả năng.***

Biến cố B: "Bạn An được tham gia hoạt động văn nghệ chào mừng Ngày nhà giáo Việt Nam của trường" tương ứng với việc An bốc được lá thăm có ghi số 6, hoặc số 12 hoặc số 18.

Do đó, có 3 kết quả thuận lợi của biến cố B.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{3}{20} = 15\%$

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$; $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{4}{\sqrt{x}-3} + \frac{x-4\sqrt{x}+15}{9-x}$ với $x > 0; x \neq 9$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$.

3) Cho $P = A : B$. Tìm x nguyên để $|P| + P = 0$.

Lời giải

1) Thay $x = 25$ (tmđk) vào A ta được $A = \frac{\sqrt{25}-1}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}$

Vậy với $x = 25$ thì $A = \frac{4}{5}$

$$\begin{aligned} 2) B &= \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{4}{\sqrt{x}-3} - \frac{x-4\sqrt{x}+15}{x-9} \\ &= \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} + \frac{4(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} - \frac{x-4\sqrt{x}+15}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{2x-6\sqrt{x}+(4\sqrt{x}+12)-(x-4\sqrt{x}+15)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{x+2\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} \end{aligned}$$

3) $P = A : B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} : \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}$ (đkbs: $x \neq 1$)

$$|P| + P = 0 \Rightarrow |P| = -P \Rightarrow P \leq 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 9$$

KHĐK $\Rightarrow 0 < x < 9; x \neq 1$

Mà $x \in \mathbb{Q} \Rightarrow x \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$

Câu III: (2,5 điểm)

- 1) Trong một cuộc thi về “bữa ăn dinh dưỡng”, ban tổ chức yêu cầu để đảm bảo lượng dinh dưỡng hàng ngày thì mỗi gia đình có 4 thành viên cần 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn hàng ngày. Thực phẩm do ban tổ chức cung cấp bao gồm Thịt bò và Thịt heo. Biết 100 g thịt bò chứa 80 đơn vị protein và 20 đơn vị lipid; 100 g thịt heo chứa 60 đơn vị protein và 40 đơn vị lipid. Hỏi người nội trợ cần sử dụng bao nhiêu lượng thịt bò và thịt heo để đảm bảo đủ chất dinh dưỡng cho gia đình 4 thành viên.
- 2) Hai bến sông A và B cách nhau 90km. Một ca nô đi xuôi dòng từ A đến B rồi ngược dòng từ B về A hết 8 giờ 45 phút. Biết vận tốc dòng nước là 3km/h, tính vận tốc riêng của ca nô.
- 3) Cho phương trình $x^2 - (m+1)x - 1 = 0$ có nghiệm $x = 1 - \sqrt{2}$. Tính bình phương của hiệu hai nghiệm trong phương trình trên.

Lời giải

1) Gọi số gam thịt bò và thịt heo cần sử dụng lần lượt là $x; y(g)$ ($x > 0; y > 0$)

1 gam thịt bò có chứa $80 : 100 = 0,8$ (đv protein) và $20 : 100 = 0,2$ (đv lipid)

1 gam thịt heo có chứa $60 : 100 = 0,6$ (đv protein) và $40 : 100 = 0,4$ (đv lipid)

Do cần đảm bảo đủ 900 đơn vị protein nên ta có phương trình: $0,8x + 0,6y = 900$ (1)

Do cần đảm bảo đủ 400 đơn vị lipid nên ta có phương trình: $0,2x + 0,4y = 400$ (2)

Từ (1); (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 0,8x + 0,6y = 900 \\ 0,2x + 0,4y = 400 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 600(t/m) \\ y = 700(t/m) \end{cases}$$

Vậy số gam thịt bò và thịt heo người nội trợ cần sử dụng lần lượt là 600g; 700g.

2) Gọi vận tốc riêng của canô là x (km/h) $x > 3$

Vận tốc xuôi dòng là $x + 3$ (km/h)

Vận tốc ngược dòng là $x - 3$ (km/h)

Thời gian canô đi xuôi dòng là $\frac{90}{x+3}$ (h)

Thời gian canô đi ngược dòng là $\frac{90}{x-3}$ (h)

Vì ca nô đi xuôi dòng từ A đến B rồi ngược dòng từ B về A hết 8 giờ 45 phút nên ta có pt

$$\frac{90}{x+3} + \frac{90}{x-3} = \frac{35}{4}$$

Giải pt được $x = 21$ (tm)

Vậy vận tốc riêng của canô là 21 km/h

3) Ta có $ac = -1 < 0$ nên PT có 2 nghiệm phân biệt trái dấu hay PT có 2 nghiệm phân biệt với mọi m .

$$\text{Ta có } x_1 \cdot x_2 = -1 \Rightarrow (1 - \sqrt{2})x_2 = -1 \Rightarrow x_2 = \sqrt{2} + 1$$

$$(x_1 - x_2)^2 = \left[(\sqrt{2} + 1) - (1 - \sqrt{2}) \right]^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8$$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một thùng lấy nước bằng tôn có dạng hình trụ có chiều cao là 36cm và đường kính đáy là 3dm .

a) Tính thể tích của thùng nước đó. (làm tròn đến hàng đơn vị)

b) Người ta sử dụng thùng nước trên để mức nước đổ vào một bể chứa có dung tích 1m^3 . Hỏi cần phải đổ ít nhất bao nhiêu thùng thì mới đầy bể chứa? Biết rằng mỗi lần xách người ta chỉ đổ đầy 90% thùng để nước không đổ ra ngoài.



2) Cho đường tròn (O, R) và dây AB cố định (AB không là đường kính). Gọi N là trung điểm của AB . Qua N , kẻ đường kính CD của đường tròn (O) (C thuộc cung nhỏ AB). Lấy điểm M bất kỳ trên cung lớn AB ($M \neq A, M \neq B$), MC cắt AB tại F . Hai đường thẳng DM và AB cắt nhau tại E .

a) Chứng minh bốn điểm M, N, C, E cùng thuộc một đường tròn.

b) Hai đường thẳng DF và CE cắt nhau tại I . Chứng minh $KI \cdot KM = KC \cdot KD$ và NE là tia phân giác của MNI

c) Chứng minh rằng: $\frac{KC}{KD} = \frac{CN}{DN}$

Lời giải

1) a) Đổi: $3\text{dm} = 30\text{cm}$; $R = 30 : 2 = 15(\text{cm})$;

Thể tích của thùng nước là: $V = \pi R^2 h$

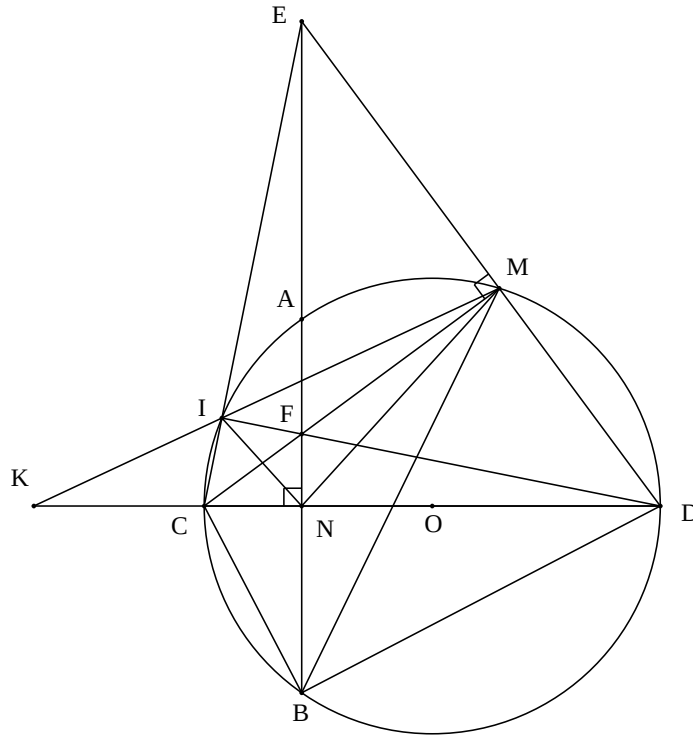
$$= \pi \cdot 15^2 \cdot 36 = 8100\pi \approx 25447(\text{cm}^3)$$

b) Thể tích nước mỗi lần xách là: $25447 \cdot 90\% = 22902,3(\text{cm}^3) = 0,0229023(\text{m}^3)$

Số thùng nước cần đổ để đầy bể là: $1 : 0,0229023 \approx 43,66$ (thùng)

Vậy cần phải đổ ít nhất 44 thùng để đầy bể chứa.

2)



2a) Chứng minh bốn điểm M, N, C, E cùng thuộc một đường tròn

Lập luận $\angle ENC = 90^\circ$

Lập luận $\angle EMC = 90^\circ$

Suy ra $\angle ENC = \angle EMC = 90^\circ$

Suy ra M, N cùng thuộc đường tròn đường kính CE hay 4 điểm M, N, C, E cùng thuộc một đường tròn đường kính CE .

2b) Chứng minh $KI \cdot KM = KC \cdot KD$ và NE là tia phân giác của góc MNI .

Có $\angle KIC = 180^\circ - \angle CIM = \angle CDM$ (vì tổng các góc đối nhau của tứ giác nội tiếp $CIMD$ bằng 180°)

Xét $\triangle KIC$ và $\triangle KDM$ có:

K chung; $\angle KIC = \angle KDM$ (cmt)

$$\Rightarrow \triangle KIC \sim \triangle KDM (g.g) \Rightarrow \frac{KI}{KD} = \frac{KC}{KM} \Rightarrow KI \cdot KM = KC \cdot KD$$

Chứng minh: NE là tia phân giác của $\angle MNI$.

Xét $\triangle CDE$ có: $CM \perp DE$; $EN \perp CD$ và CM giao EN tại F

$\Rightarrow F$ là trực tâm $\triangle CDE$

$\Rightarrow DF \perp CE$ tại I (DF cắt CE tại I) hay $DI \perp CE$ tại I .

$\Rightarrow \angle DIC = 90^\circ$

$\Rightarrow I$ thuộc đường tròn tâm O , đường kính CD

Xét tứ giác $CIFN$ có:

$$CIF + CNF = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Mà hai góc đối nhau trong tứ giác

Nên tứ giác $CIFN$ nội tiếp đường tròn

$$\Rightarrow ICF = INF \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn } IF \text{)}$$

Chứng minh được tứ giác $FMDN$ nội tiếp

$$\Rightarrow FNM = FDM \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn } FM \text{)}$$

Mà $ICM = IDM$ (góc nội tiếp cùng chắn IM của đường tròn (O))

$$\text{Hay } ICF = FDM$$

$$\Rightarrow INF = FNM$$

$$\Rightarrow NF \text{ là tia phân giác của } MNI \Rightarrow NE \text{ là tia phân giác của } MNI$$

2c) Chứng minh rằng: $\frac{KC}{KD} = \frac{CN}{DN}$

$$\text{Chứng minh được } \Rightarrow \triangle KMC \sim \triangle KDI (g.g) \Rightarrow \frac{KM}{KD} = \frac{CM}{DI}$$

$$\text{Mà } \frac{KC}{KM} = \frac{CI}{DM} \text{ (Vì } \Rightarrow \triangle KIC \sim \triangle KDM \text{)}$$

$$\text{nên } \frac{KC}{KD} = \frac{KC}{KM} \cdot \frac{KM}{KD} = \frac{CI}{DM} \cdot \frac{CM}{DI} \quad (1)$$

$$\text{Tương tự, } \frac{CN}{CE} = \frac{CI}{CD} \text{ và } \frac{DN}{DE} = \frac{DM}{CD}$$

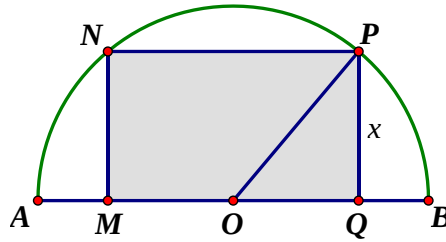
$$\text{Do đó, } \frac{CN}{DN} = \frac{CI}{DM} \cdot \frac{CE}{DE} \quad (2)$$

$$\text{Chứng minh được } \frac{EC}{ED} = \frac{CM}{DI} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1); (2); (3) suy ra } \frac{KC}{KD} = \frac{CN}{DN}$$

Câu V: (0,5 điểm)

Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $MNPQ$ nội tiếp trong nửa đường tròn (O) bán kính $10cm$, biết một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc trên đường kính của đường tròn (như hình vẽ).



Lời giải

Gọi $x(cm)$ là độ dài cạnh hình chữ nhật không nằm dọc theo đường kính đường tròn $(0 < x < 10)$

Khi đó độ dài cạnh hình chữ nhật nằm dọc trên đường kính của đường tròn là:

$$MQ = 2\sqrt{10^2 - x^2} (cm)$$

Diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ là: $S = x \cdot 2\sqrt{100 - x^2} = 2\sqrt{x^2 \cdot (100 - x^2)} (cm^2)$

Ta có: $2\sqrt{x^2 \cdot (100 - x^2)} \leq x^2 + 100 - x^2 = 100$.

Dấu bằng xảy ra khi $x^2 = 100 - x^2 \Rightarrow x = 5\sqrt{2}$

Vậy diện tích lớn nhất của hình chữ nhật là $100cm^2$ khi $x = 5\sqrt{2} (cm)$

ẢNH HƯỞNG

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) . Khối lượng (đơn vị: gam) của 30 củ khoai tây thu hoạch được ở gia đình bác Ngọc là:

90	73	88	93	101	104	111	95	78	95
81	97	96	92	95	83	90	101	103	117
109	110	112	87	75	90	82	97	86	96

a) Hãy ghép các số liệu trên thành năm nhóm sau

$[70;80)$, $[80;90)$, $[90;100)$, $[100;110)$, $[110;120)$. Tìm tần số của mỗi nhóm đó.

b) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

2) Một bó hoa gồm 3 bông hoa màu đỏ và 1 bông hoa màu vàng. Bạn Trúc Linh chọn ngẫu nhiên 2 bông hoa từ bó hoa đó.

a) Liệt kê các cách chọn mà bạn Trúc Linh thực hiện.

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

R : “Trong 2 bông hoa được chọn, có đúng 1 bông hoa màu đỏ”;

T : “Trong 2 bông hoa được chọn, có ít nhất 1 bông hoa màu đỏ”.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{5}{\sqrt{x}-2} - \frac{16+2\sqrt{x}}{x-4}$ với $x \geq 0, x \neq 4$

1) . Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

2) . Chứng minh $B = \frac{3}{\sqrt{x}+2}$.

3) . Tìm giá trị nguyên lớn nhất của x để $5A+B \leq 3$.

Câu III: (2,5 điểm) .

1) . Ngày 1/1/2016, ông Tư mang 50 000 000 đồng vào ngân hàng gửi tiết kiệm với lãi suất 7% năm. Đến ngày 1/1/2017 ông Tư đến ngân hàng không rút lãi ra mà gửi thêm vào 26 500 000 đồng với kì hạn 1 năm nhưng lãi suất hiện tại của ngân hàng là 7,5% năm. Ngày 1/1/2018 vì bận công việc nên ông không đến rút tiền lãi được và

tiền lãi sẽ được cộng vào tiền gốc để tính lãi kép. Hỏi nếu vào ngày 1/1/2019 ông Tư đến rút cả gốc lẫn lãi thì được tất cả bao nhiêu tiền?

2) . Một đội xe cần chở 480 tấn hàng, khi sắp khởi hành đội được điều thêm 3 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn dự định 8 tấn. Hỏi lúc đầu đội có bao nhiêu chiếc xe? Biết rằng các xe chở số hàng như nhau.

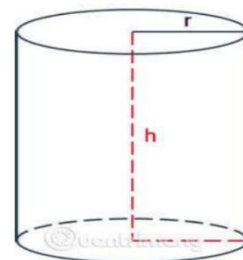
3) . Biết phương trình $2x^2 + 4x + m = 0$ (m là tham số) có 1 nghiệm bằng 1. Tính tổng bình phương hai nghiệm của phương trình.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một thùng đựng nước có dạng hình trụ chiều cao là 35cm đường kính đáy 30cm .

a) Tính thể tích của thùng.

b) Người ta sử dụng thùng trên để mức nước đổ vào một bể chứa có dung tích $1m^3$. Hỏi cần phải đổ ít nhất bao nhiêu thùng thì đầy bể chứa ? Biết rằng mỗi lần xách người ta chỉ đổ đầy 90% thùng để nước không đổ ra ngoài.



2) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) . AD , BE , CF là ba đường cao của tam giác ABC cắt nhau tại H .

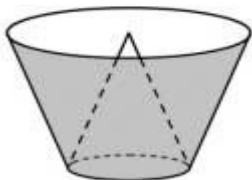
a) .Chứng minh bốn điểm A, F, H, E cùng thuộc một đường tròn.

b). Kẻ đường kính AM của đường tròn (O) . Chứng minh $AD \cdot AM = AB \cdot AC$

c). Gọi P là giao điểm của AH và EF , I là giao điểm của AM và BC , K là trung điểm của BC . Chứng minh: H, K, M thẳng hàng và $PI \parallel HK$

Câu V: (0,5 điểm) .

Một cái thùng đựng nước được tạo thành từ việc cắt mặt xung quanh của một hình nón bởi một mặt phẳng vuông góc với trục của hình nón. Miệng thùng là đường tròn có bán kính bằng hai lần bán kính mặt đáy của thùng. Bên trong thùng có một cái phễu dạng hình nón có đáy là đáy của thùng, có đỉnh là tâm của miệng thùng (xem hình minh họa). Biết rằng đổ 12 lít nước vào thùng thì đầy thùng (nước không chảy được vào bên trong phễu), tính thể tích của phễu



HƯỚNG DẪN

Câu I:

1) Khối lượng (đơn vị: gam) của 30 củ khoai tây thu hoạch được ở gia đình bác Ngọc là:

90	73	88	93	101	104	111	95	78	95
81	97	96	92	95	83	90	101	103	117
109	110	112	87	75	90	82	97	86	96

a) Hãy ghép các số liệu trên thành năm nhóm sau:

$[70;80)$, $[80;90)$, $[90;100)$, $[100;110)$, $[110;120)$. Tìm tần số của mỗi nhóm đó.

b) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Lời giải

a) Các nhóm $[70;80)$, $[80;90)$, $[90;100)$, $[100;110)$, $[110;120)$ có tần số lần lượt là: $n_1=3$, $n_2=6$, $n_3=12$, $n_4=5$, $n_5=4$.

b)

Nhóm	Tần số (n)
$[70;80)$	3
$[80;90)$	6
$[90;100)$	12
$[100;110)$	5
$[110;120)$	4

2) Một bó hoa gồm 3 bông hoa màu đỏ và 1 bông hoa màu vàng. Bạn Trúc Linh chọn ngẫu nhiên 2 bông hoa từ bó hoa đó.

a) Liệt kê các cách chọn mà bạn Trúc Linh thực hiện.

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

R : “Trong 2 bông hoa được chọn, có đúng 1 bông hoa màu đỏ”;

T : “Trong 2 bông hoa được chọn, có ít nhất 1 bông hoa màu đỏ”.

Lời giải

a) Các cách chọn có thể có là: đỏ 1 và vàng, đỏ 2 và vàng, đỏ 3 và vàng, đỏ 1 và đỏ 2, đỏ 2 và đỏ 3, đỏ 1 và đỏ 3.

b) Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố R là: đỏ 1 và vàng, đỏ 2 và vàng, đỏ 3 và vàng.

$$\text{Vậy } P(R) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Có tất cả 4 kết quả thuận lợi cho biến cố T.

$$\text{Vậy } P(T) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

Câu 2: Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{5}{\sqrt{x}-2} - \frac{16+2\sqrt{x}}{x-4}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

Thay $x=9$ (tmđk) vào biểu thức A ta được

$$A = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{9}+2} = \frac{3}{5}$$

2) Chứng minh $B = \frac{3}{\sqrt{x}+2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$ ta có:

$$B = \frac{5}{\sqrt{x}-2} - \frac{16+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$B = \frac{5(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{16+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$B = \frac{3\sqrt{x}-6}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$B = \frac{3}{\sqrt{x}+2}$$

a. Tìm giá trị nguyên lớn nhất của x để $5A+B \leq 3$.

$$\text{Với } x \geq 0, x \neq 4 \text{ ta có: } 5A+B = \frac{5\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}$$

$$\text{Để } 5A+B \leq 3 \text{ khi } \frac{5\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} \leq 3$$

$$\frac{5\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} - 3 \leq 0$$

$$\frac{5\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} - \frac{3(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}+2} \leq 0$$

$$\frac{5\sqrt{x}+3-3\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}+2} \leq 0$$

$$\frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2} \leq 0$$

$$0 \leq x \leq \frac{9}{4}$$

Vậy giá trị nguyên lớn nhất của x thỏa mãn yêu cầu là $x = 2$.

Câu 3:

1) Ngày 1/1/2016, ông Tư mang 50 000 000 đồng vào ngân hàng gửi tiết kiệm với lãi suất 7% năm. Đến ngày 1/1/2017 ông Tư đến ngân hàng không rút lãi ra mà gửi thêm vào 26 500 000 đồng với kì hạn 1 năm nhưng lãi suất hiện tại của ngân hàng là 7,5% năm. Ngày 1/1/2018 vì bận công việc nên ông không đến rút tiền lãi được và tiền lãi sẽ được cộng vào tiền gốc để tính lãi kép. Hỏi nếu vào ngày 1/1/2019 ông Tư đến rút cả gốc lẫn lãi thì được tất cả bao nhiêu tiền?

Lời giải

- ♦ Số tiền lãi sau 1 năm gửi ngân hàng là:

$$50\,000\,000 \cdot \frac{7}{100} = 3\,500\,000 \text{ (đồng)}$$

- ♦ Từ ngày 1/1/2017 ông Tư cho ngân hàng vay số tiền là:

$$50\,000\,000 + 3\,500\,000 + 26\,500\,000 = 80\,000\,000 \text{ (đồng)}$$

- ♦ Theo công thức lãi kép

Số tiền ông Tư sẽ rút cả vốn lẫn lãi vào ngày 1/1/2019 là:

$$80\,000\,000 \cdot \left(1 + \frac{7,5}{100}\right)^2 = 92\,450\,000 \text{ (đồng)}$$

2) Một đội xe cần chở 480 tấn hàng, khi sắp khởi hành đội được điều thêm 3 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn dự định 8 tấn. Hỏi lúc đầu đội có bao nhiêu chiếc xe? Biết rằng các xe chở số hàng như nhau.

Lời giải

Gọi số xe của đội ban đầu là x (xe, $x \in \mathbb{N}^*$)

Số xe thực tế là: $x+3$ (xe)

Dự định mỗi xe phải chở số hàng là: $\frac{480}{x}$ (tấn)

Thực tế mỗi xe phải chở số hàng là: $\frac{480}{x+3}$ (tấn)

Vì mỗi xe chở ít hơn dự định 8 tấn nên ta có phương trình:

$$\frac{480}{x} - \frac{480}{x+3} = 8$$

Giải phương trình tìm được $x=12$ (TM)

Vậy ban đầu đội có 12 xe.

- 3) Biết phương trình $2x^2 + 4x + m = 0$ (*) (m là tham số) có 1 nghiệm bằng 1. Tính tổng bình phương hai nghiệm của phương trình.

Lời giải

Vì phương trình có một nghiệm bằng 1 nên ta có: $2.1 + 4.1 + m = 0$ suy ra $m = -6$

Với $m = -6$ phương trình (*) có dạng: $2x^2 + 4x - 6 = 0$

Ta có $a + b + c = 2 + 4 - 6 = 0$

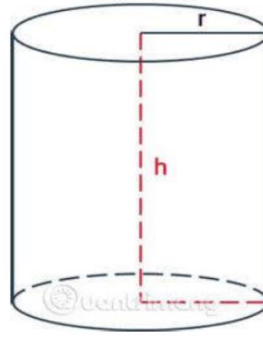
Suy ra phương trình có 2 nghiệm: $x_1 = 1, x_2 = -6$

Vậy tổng bình phương 2 nghiệm là: $1^2 + (-6)^2 = 1 + 36 = 37$

Câu IV:

- 1) Một thùng đựng nước có dạng hình trụ chiều cao là 35cm đường kính đáy 30cm .
 - a) Tính thể tích của thùng.
 - b) Người ta sử dụng thùng trên để mức nước đổ vào một bể chứa có dung tích $1m^3$. Hỏi cần phải đổ ít nhất bao nhiêu thùng thì đầy bể chứa ? Biết rằng mỗi lần xách người ta chỉ đổ đầy 90% thùng để nước không đổ ra ngoài.

Lời giải



a) Bán kính đáy hình trụ là $R = 30 : 2 = 15(\text{cm})$.

Thể tích trụ: $V = \pi R^2 h = \pi \cdot 15^2 \cdot 35 = 7875\pi \approx 24728(\text{cm}^3)$

b) Thể tích nước mỗi lần xách là: $24728 \cdot 90\% = 22255(\text{cm}^3) = 0,022255(\text{m}^3)$.

Số thùng ít nhất cần đổ để đầy bể là: $1 : 0,022255 = 44,9337..$ nên số thùng cần là 45 thùng

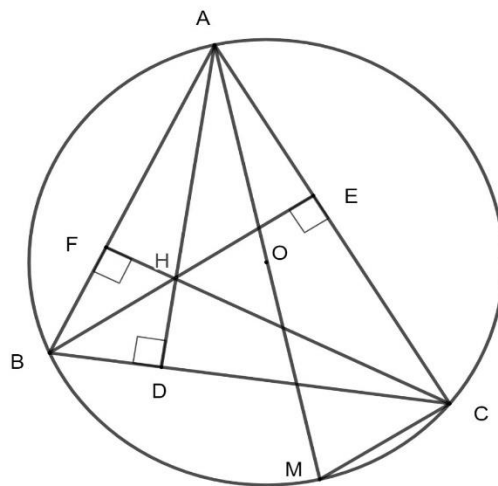
2) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) . AD , BE , CF là ba đường cao của tam giác ABC cắt nhau tại H .

a) Chứng minh bốn điểm A, F, H, E cùng thuộc một đường tròn.

b) Kẻ đường kính AM của đường tròn (O) . Chứng minh $AD \cdot AM = AB \cdot AC$

c) Gọi P là giao điểm của AH và EF . I là giao điểm của AM và BC . K là trung điểm của BC . Chứng minh: H, K, M thẳng hàng và $PI \parallel HK$.

Lời giải



a) Chứng minh bốn điểm A, F, H, E cùng thuộc một đường tròn.

$\angle AFH = 90^\circ$ (Vì CF là đường cao $\triangle ABC$) $\Rightarrow F$ thuộc đường tròn đường kính AH

$\angle AEH = 90^\circ$ (Vì BE là đường cao $\triangle ABC$) $\Rightarrow E$ thuộc đường tròn đường kính AH

$\Rightarrow$ 4 điểm A, F, H, E cùng thuộc đường tròn đường kính AH

b) **Chứng minh** $AD \cdot AM = AB \cdot AC$?

Ta có $\angle ACM = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\angle ADB = 90^\circ$ (Vì AD là đường cao $\triangle ABC$)

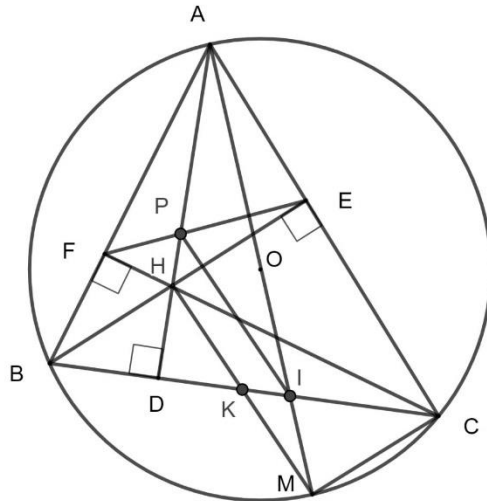
$\Rightarrow \angle ADB = \angle AMC = 90^\circ$

$\angle ABC = \angle AMC$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AC của (O))

$\Rightarrow \triangle ADB \sim \triangle ACM$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AM} \Rightarrow AD \cdot AM = AB \cdot AC$

c) **Chứng minh:** H, K, M thẳng hàng và $PI \parallel HK$.



Chứng minh : $CM \parallel BH$, $BM \parallel CH$

$\Rightarrow$ Tứ giác $BHCM$ là hình bình hành.

$\Rightarrow$ Hai đường chéo HK và BC cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.

$\Rightarrow K$ là trung điểm của $HM \Rightarrow H, K, M$ thẳng hàng

$\Rightarrow \triangle ADB \sim \triangle ACM \Rightarrow \angle BAD = \angle CAM \Rightarrow \angle CAD = \angle BAI$

Chứng minh $\angle AEF = \angle ABI$

$$\text{Chứng minh } \triangle APE \sim \triangle AIB(g.g) \Rightarrow \frac{AP}{AI} = \frac{AE}{AB}$$

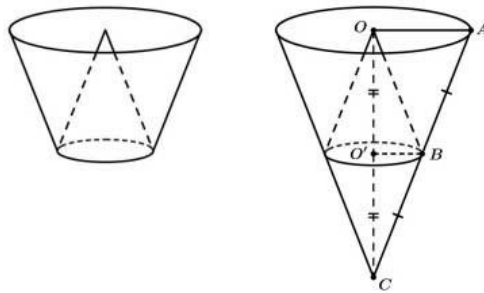
$$\text{Chứng minh } \triangle AHE \sim \triangle AMB(g.g) \Rightarrow \frac{AH}{AM} = \frac{AE}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{AP}{AI} = \frac{AH}{AM} \Rightarrow \frac{AP}{AH} = \frac{AI}{AM} \Rightarrow PI \parallel HM \text{ (Định lý Thalès đảo).}$$

Vậy $PI \parallel HK$

Câu V: Một cái thùng đựng nước được tạo thành từ việc cắt mặt xung quanh của một hình nón bởi một mặt phẳng vuông góc với trục của hình nón. Miệng thùng là đường tròn có bán kính bằng hai lần bán kính mặt đáy của thùng. Bên trong thùng có một cái phễu dạng hình nón có đáy là đáy của thùng, có đỉnh là tâm của miệng thùng (xem hình minh họa). Biết rằng đổ 12 lít nước vào thùng thì đầy thùng (nước không chảy được vào bên trong phễu), tính thể tích của phễu.

Lời giải



- Đường sinh AB cắt trục OO' tại C . Khi đó hai hình nón có đỉnh O, C có chung đáy là hình tròn (O') có thể tích bằng nhau
- Gọi V_1 là thể tích hình nón đỉnh C , đáy là hình tròn (O') ; V_2 là thể tích hình nón đỉnh O , đáy là hình tròn (O') ; V là thể tích hình nón đỉnh C , đáy là hình tròn (O) ; $V_n = 12$ là thể tích nước đổ vào
- Ta có:

$$\frac{V_1}{V} = \frac{\frac{1}{3} \cdot CO' \cdot \pi \cdot O'B^2}{\frac{1}{3} \cdot CO \cdot \pi \cdot OA^2} = \frac{CO'}{CO} \cdot \left(\frac{O'B}{OA} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{8}$$

$$\text{Suy ra } V_1 = V_2 = \frac{1}{8}V \quad (1)$$

- Do đó thể tích nước đổ vào là

$$V_n = \frac{6}{8}V \quad (2) \quad (\text{vì } V_1 + V_2 + V_n = V)$$

- Từ (1) và (2) suy ra

$$V_1 = V_2 = \frac{1}{6}V_n = \frac{1}{6} \cdot 12 = 2 \text{ (lít)}$$

- Vậy thể tích của phễu là 2 lít

☞ HẾT ☞

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Cân nặng của các bạn học sinh lớp 9A (đơn vị: ki-lo-gam) có kết quả như sau:

62	59	68	53	50	57	72	65	62	58
69	53	64	67	72	74	63	56	66	66
62	52	65	69	60	52	65	63	74	68
59	68	64	69	56	72	67	58	62	60

Mẫu số liệu thống kê ở trên đã được ghép thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng: $[50 ; 55)$, $[55 ; 60)$, $[60 ; 65)$, $[65 ; 70)$, $[70 ; 75)$. Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm ở trên.

2) Một bình đựng 12 quả cầu được đánh số từ 1 đến 12 có kích thước và khối lượng như nhau. Chọn ngẫu nhiên một quả cầu. Tính xác suất biến cố A : “Chọn được quả cầu có số chia hết cho 3” là bao nhiêu?

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức và $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$; $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{2x}{x-9}$ với $x > 0$; $x \neq 9$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$.

3) Tìm các giá trị nguyên của x để $P < 0$ với $P = A.B$.

Câu III: (2,5 điểm)

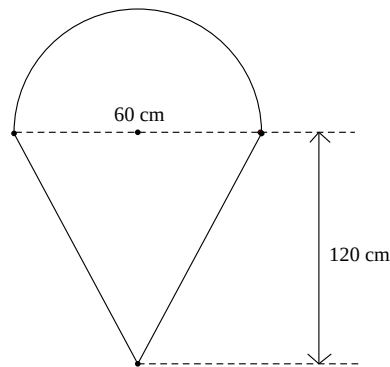
1) Một xe khách và một xe du lịch khởi hành đồng thời từ A đến B . Biết tốc độ của xe du lịch lớn hơn tốc độ xe khách là 20 km/h, do đó xe du lịch đến B trước xe khách 50 phút. Tính tốc độ của mỗi xe, biết quãng đường AB dài 100 km.

2) Hai tổ sản xuất cùng làm chung một công việc thì sau 12 giờ xong. Nếu tổ một làm một mình trong 2 giờ, tổ hai làm một mình trong 7 giờ thì cả hai làm xong một nửa công việc. Hỏi mỗi tổ làm một mình trong bao lâu thì xong công việc đó?

3) Cho phương trình $mx^2 + 2(m-2)x + m-3 = 0$ (m là tham số). Khi phương trình có nghiệm, tìm một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình đã cho không phụ thuộc vào m .

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Người ta làm mô hình một chiếc kem có phần trên dạng một nửa hình cầu, phần dưới dạng hình nón với mặt cắt và các kích thước như hình vẽ. Tính thể tích của mô hình đó (lấy $\pi \approx 3,14$ và làm tròn đến đơn vị dm^3).



2) Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm M nằm ngoài đường tròn. Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA , MB với đường tròn $(O; R)$ (A , B là các tiếp điểm). Đoạn thẳng OM cắt đường thẳng AB tại H và cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm I .

- Chứng minh bốn điểm M , A , B , O cùng thuộc một đường tròn.
- Kẻ đường kính AD của $(O; R)$. Đoạn thẳng MD cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm C khác D . Chứng minh $MA^2 = MH \cdot MO = MC \cdot MD$.
- Chứng minh $IH \cdot IO = IM \cdot OH$.

Câu V: (0,5 điểm) Người ta cần làm một cái bồn chứa dạng hình trụ có thể tích 1000 lít bằng inox để chứa nước, tính bán kính của hình trụ đó sao cho diện tích toàn phần của bồn chứa đó là nhỏ nhất

☞ HẾT ☞

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

1) Cân nặng của các bạn học sinh lớp 9A (đơn vị: ki-lo-gam) có kết quả như sau:

62	59	68	53	50	57	72	65	62	58
69	53	64	67	72	74	63	56	66	66
62	52	65	69	60	52	65	63	74	68
59	68	64	69	56	72	67	58	62	60

Mẫu số liệu thống kê ở trên đã được ghép thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng: $[50 ; 55)$, $[55 ; 60)$, $[60 ; 65)$, $[65 ; 70)$, $[70 ; 75)$. Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm ở trên.

2) Một bình đựng 12 quả cầu được đánh số từ 1 đến 12 có kích thước và khối lượng như nhau. Chọn ngẫu nhiên một quả cầu. Tính xác suất biến cố A : “Chọn được quả cầu có số chia hết cho 3” là bao nhiêu?

Lời giải

1) Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó như sau:

Nhóm	Tần số (n)
$[50 ; 55)$	4
$[55 ; 60)$	7
$[60 ; 65)$	11
$[65 ; 70)$	13
$[70 ; 75)$	5
Cộng	$N = 40$

2) Kí hiệu: Quả cầu được đánh số từ 1 đến 12.

Không gian mẫu là $\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; \dots ; 11 ; 12\}$ suy ra $n(\Omega) = 12$

Kết quả thuận lợi của biến cố A : “Chọn được quả cầu có số chia hết cho 3” là $\{3 ; 6 ; 9 ; 12\}$

suy ra $n(A) = 4$

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức và $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{2x}{x-9}$ với $x > 0; x \neq 9$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$.

4) Tìm các giá trị nguyên của x để $P < 0$ với $P = A.B$.

Lời giải

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

Thay $x=16$ vào biểu thức A , ta được:

$$A = \frac{\sqrt{16}-2}{\sqrt{16}} = \frac{4-2}{4} = \frac{1}{2}.$$

b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$.

Ta có: $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{2x}{x-9}$

$$B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{2x}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$B = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) + \sqrt{x}(\sqrt{x}+3) - 2x}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$B = \frac{2x - 6\sqrt{x} + x + 3\sqrt{x} - 2x}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$B = \frac{x - 3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$$

c) Tìm các giá trị nguyên của x để $P < 0$ với $P = A.B$.

Ta có: $P = A.B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}$.

Để $P < 0$ thì $\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3} < 0$

Vì $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 9 \end{cases}$ Nên $\sqrt{x}+3 > 0$

Do đó: $\sqrt{x}-2 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow x < 4$.

Kết hợp với điều kiện $x > 0$, ta có: $0 < x < 4$.

Vì x nhận giá trị nguyên nên $x \in \{1; 2; 3\}$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Một xe khách và một xe du lịch khởi hành đồng thời từ A đến B . Biết tốc độ của xe du lịch lớn hơn tốc độ xe khách là 20 km/h, do đó xe du lịch đến B trước xe khách 50 phút. Tính tốc độ của mỗi xe, biết quãng đường AB dài 100 km.

2) Hai tổ sản xuất cùng làm chung một công việc thì sau 12 giờ xong. Nếu tổ một làm một mình trong 2 giờ, tổ hai làm một mình trong 7 giờ thì cả hai làm xong một nửa công việc. Hỏi mỗi tổ làm một mình trong bao lâu thì xong công việc đó?

3) Cho phương trình $mx^2 + 2(m-2)x + m - 3 = 0$ (m là tham số). Khi phương trình có nghiệm, tìm một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình đã cho không phụ thuộc vào m .

Lời giải

1) Đổi 50 phút $= \frac{5}{6}$ giờ

Gọi tốc độ của xe khách là x (km/h) ($x > 0$)

Gọi tốc độ của xe du lịch là y (km/h) ($y > 0$)

Vì tốc độ của xe du lịch lớn hơn tốc độ xe khách là 20 km/h nên ta có phương trình:

$$y - x = 20 \quad (1)$$

Thời gian xe khách đi là $\frac{100}{x}$ (h).

Thời gian xe du lịch đi là $\frac{100}{y}$ (h).

Vì xe du lịch đến B trước xe khách 50 phút nên ta có phương trình: $\frac{100}{y} + \frac{5}{6} = \frac{100}{x} \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} y - x = 20 \\ \frac{100}{y} + \frac{5}{6} = \frac{100}{x} \end{cases}$$

Từ (1), suy ra $y = 20 + x$.

Thế $y = 20 + x$ vào (2) ta được:

$$\frac{100}{20+x} + \frac{5}{6} = \frac{100}{x}$$

$$\frac{100 \cdot 6x}{6x(20+x)} + \frac{5x(20+x)}{6x(20+x)} = \frac{100 \cdot 6(20+x)}{6x(20+x)}$$

$$600x + 100x + 5x^2 = 12000 + 600x$$

$$5x^2 + 100x - 12000 = 0$$

$$x^2 + 20x - 2400 = 0$$

$$x^2 + 60x - 40x - 2400 = 0$$

$$x(x+60) - 40(x+60) = 0$$

$$(x+60)(x-40)=0$$

Ta có $(x+60)(x-40)=0$

- $x+60=0$, suy ra $x=-60$ (không thỏa mãn $x>0$)
- $x-40=0$, suy ra $x=40$ (thỏa mãn $x>0$)

Thay $x=40$ vào (1) ta được $y-40=20$, suy ra $y=60$ (thỏa mãn $y>0$)

Vậy tốc độ của xe khách là 40 km/h, tốc độ của xe du lịch là 60 km/h.

2) Gọi thời gian tổ I, tổ II làm một mình xong công việc đó lần lượt là x, y (giờ, $x, y > 12$)

Năng suất 1 giờ tổ I là: $\frac{1}{x}$ (công việc)

Năng suất 1 giờ tổ II là: $\frac{1}{y}$ (công việc)

Năng suất 1 giờ cả hai tổ là: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}$ (công việc) (1)

Vì tổ I làm một mình trong 2 giờ, tổ II làm một mình trong 7 giờ thì cả hai làm xong một nửa công việc nên ta có: $\frac{2}{x} + \frac{7}{y} = \frac{1}{2}$ (2)

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{2}{x} + \frac{7}{y} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{2}{x} + \frac{7}{y} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{5}{y} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{60} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 15 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện xác định)}$$

Vậy tổ I làm một mình trong 60 giờ thì xong công việc, tổ II làm một mình trong 15 giờ thì xong công việc.

$$3) \text{ Ta có } \Delta' = (m-2)^2 - m(m-3) = m^2 - 4m + 4 - m^2 + 3m = -m + 4$$

Để phương trình có hai nghiệm thì $\Delta' \geq 0$ hay $-m + 4 > 0$ suy ra $m < 4$.

Khi đó theo Viète ta có:

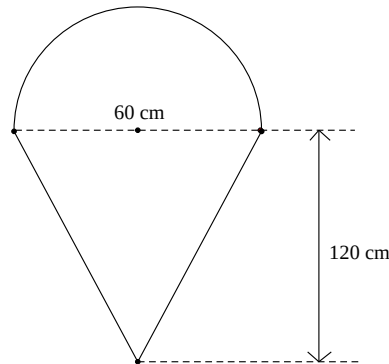
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-2(m-2)}{m} \\ x_1 x_2 = \frac{m-3}{m} \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} x_1 + x_2 = -2 + \frac{4}{m} \\ x_1 x_2 = 1 - \frac{3}{m} \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} 3(x_1 + x_2) = -6 + \frac{12}{m} \quad (1) \\ 4x_1 x_2 = 4 - \frac{12}{m} \quad (2) \end{cases}$$

Cộng hai vế của (1) và (2) ta có $3(x_1 + x_2) + 4x_1 x_2 = -2$

Đây là hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc vào m.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Người ta làm mô hình một chiếc kem có phần trên dạng một nửa hình cầu, phần dưới dạng hình nón với mặt cắt và các kích thước như hình vẽ. Tính thể tích của mô hình đó (lấy $\pi \approx 3,14$ và làm tròn đến đơn vị dm^3).



2) Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm M nằm ngoài đường tròn. Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA , MB với đường tròn $(O; R)$ (A , B là các tiếp điểm). Đoạn thẳng OM cắt đường thẳng AB tại H và cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm I .

a) Chứng minh bốn điểm M , A , B , O cùng thuộc một đường tròn.

b) Kẻ đường kính AD của $(O; R)$. Đoạn thẳng MD cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm C khác D . Chứng minh $MA^2 = MH \cdot MO = MC \cdot MD$.

c) Chứng minh $IH \cdot IO = IM \cdot OH$.

Lời giải

1) Đổi: $60 \text{ cm} = 6 \text{ dm}$; $120 \text{ cm} = 12 \text{ dm}$

Bán kính đường tròn đáy hình nón là: $6 : 2 = 3 \text{ (dm)}$

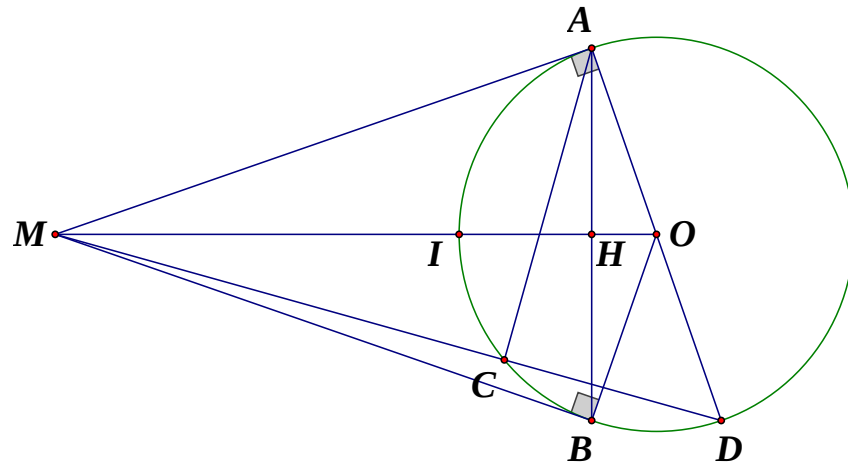
Thể tích phần nửa hình cầu là: $V_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 18\pi \text{ (dm}^3\text{)}$

Thể tích phần hình nón là: $V_2 = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 12 = 36\pi \text{ (dm}^3\text{)}$

Thể tích của mô hình là: $V = V_1 + V_2 = 18\pi + 36\pi = 54\pi \approx 169,6 \text{ (dm}^3\text{)}$

Vậy thể tích của mô hình là $169,6 \text{ dm}^3$.

2)



a) Vì MA là tiếp tuyến của $(O; R)$ tại A nên $MAO = 90^\circ$

$\Rightarrow A$ thuộc đường tròn đường kính OM (1)

Vì MB là tiếp tuyến của $(O; R)$ tại B nên $MBO = 90^\circ$

$\Rightarrow B$ thuộc đường tròn đường kính OM (2)

Từ (1) và (2) suy ra bốn điểm $M; A; O; B$ cùng thuộc đường tròn đường kính OM .

b) Vì $MA; MB$ là tiếp tuyến của (O) tại A, B nên $MA = MB$

Mà $OA = OB = R$

Nên OM là đường trung trực của AB .

$\Rightarrow OM \perp AB$ tại H

$\Rightarrow AHM = 90^\circ$

Xét $\triangle MAH$ và $\triangle MOA$ có :

$OAM = AHM = 90^\circ$

AMO chung

$\Rightarrow \triangle MAH \sim \triangle MOA$ (g-g)

$$\Rightarrow \frac{MA}{MO} = \frac{MH}{MA} \text{ (tính chất tam giác đồng dạng)}$$

$$\Leftrightarrow MA^2 = MO.MH \text{ (3)}$$

Vì AD là đường kính của (O) nên $ACD = 90^\circ$

Xét $\triangle MAD$ và $\triangle MCA$ có :

$$\angle DAM = \angle ACD = 90^\circ$$

$\angle AMD$ chung

$$\Rightarrow \triangle MAD \sim \triangle MCA \text{ (g-g)}$$

$$\Rightarrow \frac{MA}{MC} = \frac{MD}{MA} \text{ (tính chất tam giác đồng dạng)}$$

$$\Leftrightarrow MA^2 = MC.MD \text{ (4)}$$

Từ (3) và (4) suy ra $MA^2 = MH.MO = MC.MD$.

c) Xét $\triangle OAH$ và $\triangle OMA$ có :

$$\angle OAM = \angle AHO = 90^\circ$$

$\angle AOM$ chung

$$\Rightarrow \triangle OAH \sim \triangle OMA \text{ (g-g)}$$

$$\Rightarrow \frac{OA}{MO} = \frac{OH}{OA} \text{ (tính chất tam giác đồng dạng)}$$

$$\Leftrightarrow OA^2 = MO.OH$$

$$\Leftrightarrow OI^2 = OM.OH \text{ (do } OA = OI = R \text{)}$$

$$\Leftrightarrow OI.OH + OI^2 = OM.OH + OI.OH$$

$$\Leftrightarrow OI.(OH + OI) = OH.(OM + OI)$$

$$\Leftrightarrow OI.IH = OH.MI \text{ (đpcm).}$$

Câu V: (0,5 điểm) Người ta cần làm một cái bồn chứa dạng hình trụ có thể tích 1000lít bằng inox để chứa nước, tính bán kính của hình trụ đó sao cho diện tích toàn phần của bồn chứa đó là nhỏ nhất

Lời giải

$$\text{Đổi } 1000 \text{ lít} = 1 \text{ (m}^3\text{)}$$

Ta có thể tích của bể nước là

$$V = \pi R^2 h = 1 \text{ vậy } h = \frac{1}{\pi R^2}$$

Khi đó diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2$

$$\text{Hay } S_{tp} = 2\pi R \frac{1}{\pi R^2} + 2\pi R^2$$

$$S_{tp} = \frac{2}{R} + 2\pi R^2 \text{ (} R > 0 \text{)}$$

Áp dụng bài toán phụ số 2: Với ba số không âm $a; b; c$ thì $a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}$

ta có

$$S_{tp}=\frac{2}{R}+2\pi R^2=\frac{1}{R}+\frac{1}{R}+2\pi R^2\geq 3\sqrt[3]{2\pi R^2\cdot \frac{1}{R}\cdot \frac{1}{R}}=3\sqrt[3]{2\pi}\left(\text{m}^2\right)$$

Vậy diện tích toàn phần nhỏ nhất khi và chỉ khi $R=\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}\left(\text{m}\right)$

∞HẾT∞

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Bài 1. (1,5 điểm)

1) Phần thưởng trong một chương trình khuyến mãi của một cửa hàng là: ti vi, bàn ghế, tủ lạnh, máy tính, bếp từ, bộ bát đĩa, nồi chiên không dầu, bộ chăn ga, gấu bông. Bác Hân tham gia chương trình được chọn ngẫu nhiên một mặt hàng. Gọi A là biến cố: "Bác Hân chọn được mặt hàng là đồ điện". Hỏi A là tập con nào của không gian mẫu?

2) Một đội văn nghệ có bốn bạn, trong đó có hai bạn nữ là Dung và Ánh, hai bạn nam là Minh và Quân. Cô tổng phụ trách chọn ngẫu nhiên hai bạn để hát song ca. Xác định số kết quả thuận lợi của biến cố B : "Trong hai bạn được chọn có một bạn là Minh"

Bài 2. (1,5 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9}$ ($x \geq 0; x \neq 9$)

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tìm giá trị của x để $A = \frac{1}{3}$

c) Tìm giá trị lớn nhất của A

Bài 3. (2,5 điểm)

a. Một ô tô tải và xe máy khởi hành cùng một lúc từ A tới B . Xe ô tô đi với vận tốc lớn hơn xe máy là 20 km/h. Do đó ô tô đến B sớm hơn xe máy 25 phút. Tính vận tốc mỗi xe, biết rằng khoảng cách giữa A và B là 100 km.

b) Hai tổ sản xuất được giao làm 800 sản phẩm trong một thời gian quy định, nhờ tăng năng suất lao động, tổ một vượt mức 10%, tổ hai vượt mức 20% nên cả hai tổ đã làm được 910 sản phẩm. Tính số sản phẩm phải làm theo kế hoạch của mỗi tổ?

c) Cho phương trình $x^2 + 5x - 7 = 0$ có hai nghiệm là $x_1; x_2$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2$.

Bài 4. (4,0 điểm)

1. a) Tòa nhà Burj Khalifa (Các tiểu vương quốc Ả Rập thống nhất) được khánh thành ngày 4/1/2010 là một công trình kiến trúc cao nhất thế giới. Khi tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc 37° thì bóng của tòa nhà trên là 1098,79 m. Tính chiều cao của tòa nhà (kết quả cuối cùng được làm tròn đến phần nguyên, các kết quả khác được làm tròn hai chữ số thập phân).

b) Bạn Toán đi mua giúp bố cây lãn sơn ở cửa hàng nhà

bác Học. Một cây lãn sơn tường có dạng một khối trụ



với bán kính đáy là 5 cm và chiều cao là 23 cm (hình vẽ bên). Nhà sản xuất cho biết sau khi lăn 1000 vòng thì cây sơn tường có thể bị hỏng. Hỏi bạn Toán cần mua ít nhất mấy cây lăn sơn tường biết diện tích tường mà bố bạn Toán cần sơn là 3100 (Cho $\pi = 3,14$)

2. Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) có đường cao AD và đường phân giác trong AO (D, O thuộc cạnh BC). Kẻ OM vuông góc với AB tại M , ON vuông góc với AC tại N .

a) Chứng minh: Tứ giác $AMON$ nội tiếp

b) Chứng minh $BDM = ODN$

c) $\sin \frac{\angle BAC}{2} \leq \frac{BC}{AB + AC}$

Bài 5. (0,5 điểm) Một tấn hoa quả được chở tới siêu thị, trong đó táo được đóng theo các thùng gỗ 48 kg/thùng, lê được đóng gói trong các thùng gỗ 20 kg/thùng, mận đựng trong hộp giấy theo 14 kg/hộp còn nho đựng trong các hộp giấy theo 10 kg/hộp. Biết rằng số kg táo được chở tới nhiều gấp đôi số kg lê, còn số kg mận và nho là bằng nhau. Hỏi khối lượng mỗi loại hoa quả đã được vận chuyển tới cửa hàng là bao nhiêu kg ?

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1. (1,5 điểm)

1. Không gian mẫu là tập hợp các phần thưởng trong chương trình khuyến mãi của siêu thị,

$\Omega = \{\text{ti vi; bàn ghế; tủ lạnh; máy tính; bếp từ; bộ bát đĩa; nồi chiên không dầu; bộ chăn ga; gấu bông}\}$

Do A là biến cố: "Bác Hân chọn được mặt hàng là đồ điện".

Nên $A = \{\text{ti vi; tủ lạnh; máy tính; bếp từ; nồi chiên không dầu}\}$.

2. - Có 6 cách chọn ra hai bạn để hát song ca là: (Dung, Minh); (Dung, Quân); (Dung, Ánh); (Ánh, Minh); (Ánh, Quân), (Minh, Quân).

→ Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = 6$

- Các kết quả có thể xảy ra của phép thử là đồng khả năng.

- Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố B là: (Dung, Minh); (Ánh, Minh); (Minh, Quân).

Bài 2. (1,5 điểm)

a) Rút gọn biểu thức A .

$$A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) + 2\sqrt{x}(\sqrt{x}+3) - 3x-9}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{3}{\sqrt{x}+3} \text{ Với } x \geq 0; x \neq 9$$

Vậy với $x \geq 0; x \neq 9$ thì $A = \frac{3}{\sqrt{x}+3}$

b) $A = \frac{1}{3}$ khi $\frac{3}{\sqrt{x}+3} = \frac{1}{3}$

Suy ra $\sqrt{x}+3=9$

$$x = 36 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy với $x = 36$ thì $A = \frac{1}{3}$

c) Với $x \geq 0; x \neq 9$ có $A = \frac{3}{\sqrt{x}+3} \leq \frac{3}{0+3} = 1$

Dấu "=" xảy ra khi $x=0$ (t/m)

$$\text{Max} A = 1 \text{ khi } x=0$$

Bài 3. (2,5 điểm)

a. Gọi vận tốc của xe máy đi là x (km/h) ($x > 0$)

Vận tốc của ô tô đi là $x+20$ (km/h)

Thời gian xe máy đi từ A đến B là $\frac{100}{x}$ (h)

Thời gian ô tô đi từ A đến B là $\frac{100}{x+20}$ (h)

Vì ô tô đến B sớm hơn xe máy là 25 phút = $\frac{5}{12}$ giờ nên ta có phương trình

$$\frac{100}{x} - \frac{100}{x+20} = \frac{5}{12}$$

$$x^2 + 20x - 480 = 0$$

giải phương trình được $x = 60$ (t/m) và $x = -80$ (không t/m)

Vậy vận tốc của xe máy đi là 60 km/h và của ô tô là 80 km/h

b) Gọi số sản phẩm phải làm theo kế hoạch của mỗi tổ là x (sản phẩm) ($x, y \in \mathbb{N}^*; x, y < 800$)

Vì hai tổ sản xuất được giao làm 800 sản phẩm nên có pt $x + y = 800$

Vì tổ một vượt mức 10%, tổ hai vượt mức 20% nên cả hai tổ đã làm được 910 sản phẩm nên có phương trình $1,1x + 1,2y = 910$

Giải hệ được $x = 500; y = 300$ (t/m). Kết luận

c) Cho phương trình $x^2 + 5x - 7 = 0$ có hai nghiệm là $x_1; x_2$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2$

$\Delta = 25 + 28 = 53 > 0$ nên pt có 2 nghiệm $x_1; x_2$. Theo Vi-et ta có

$$x_1 \cdot x_2 = -7; x_1 + x_2 = -5$$

$$A = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2$$

$$= (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$$

$$= (-5)^2 - 4 \cdot (-7) = 53$$

Vậy $A = 53$

Bài 4. (4,0 điểm)

1. a) Chiều cao tòa nhà AB (m)

Bóng trên mặt đất $AC = 1098,79$ m

Góc tạo bởi tia nắng và bóng của nó trên mặt đất là $\angle BCA = 37^\circ$

Có $\triangle ABC$ vuông tại A nên

$$AB = AC \cdot \tan \angle BCA \text{ (hệ thức cạnh và góc)}$$

$$AB = 1098,79 \cdot \tan 37^\circ$$

$$\approx 828 \text{ (m)}$$

Vậy chiều cao tòa nhà gần bằng 828m

b. Đổi $5\text{cm} = 0,05\text{m}; 23\text{cm} = 0,23\text{m}$

Diện tích tường được sơn khi lăn cây lăn sơn một vòng bằng diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính 0,05m và chiều cao 0,23m.

Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

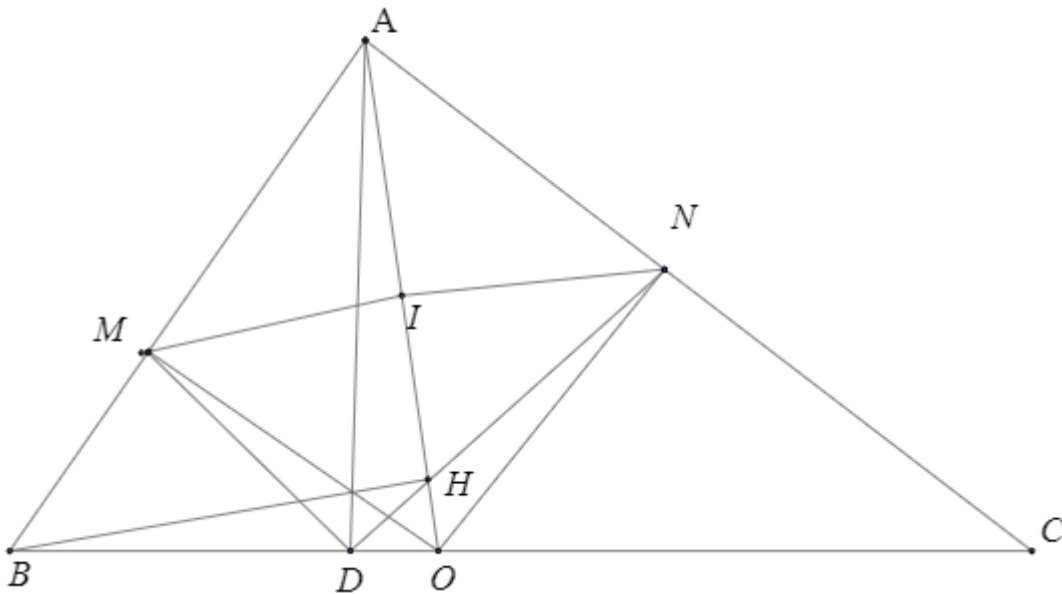
$$S_{xq} = 2\pi rh$$

$$= 2 \cdot 3,14 \cdot 0,05 \cdot 0,23$$

$$= 0,023p \text{ (m}^2\text{)}$$

Diện tích mỗi cây sơn có thể sơn được là $1000.S_{xq} = 23\pi \text{ (m}^2\text{)}$

Vì $\frac{100}{23} \approx 1,38$ nên số cây lăn sơn tối thiểu cần phải mua là 2 cây.



2. a. $\triangle AOM$ vuông tại M

Gọi I là trung điểm của AO

Suy ra MI là trung tuyến

Nên $MI = IA = IO$

Xét $\triangle AON$ vuông tại N

Có I là trung điểm của AO

Nên NI là trung tuyến

Do đó $NI = IA = IO$

Suy ra $MI = IA = IO = IN$ nên tứ giác $AMON$ nội tiếp

b. Xét $\triangle BMO$ và $\triangle BDA$ có

B chung

$\angle BMO = \angle BDA = 90^\circ$ ($AD \perp BC$ tại D ; $OM \perp AB$ tại M)

Suy ra $\triangle BMO \sim \triangle BDA$ (g – g)

Nên $\frac{BM}{BD} = \frac{BO}{BA}$ (tỉ số đồng dạng)

Do đó $\frac{BM}{BO} = \frac{BD}{BA}$ (tính chất tỉ lệ thức)

Xét $\triangle BMD$ và $\triangle BOA$ có

B chung

$$\frac{BM}{BO} = \frac{BD}{BA} \text{ (c/mt)}$$

Suy ra $\triangle BMD \sim \triangle BOA$ (c – g – c)

Nên $BDM = BAO$ (hai góc tương ứng)

Chứng minh tương tự $\triangle CNO \sim \triangle CDA$ (g – g)

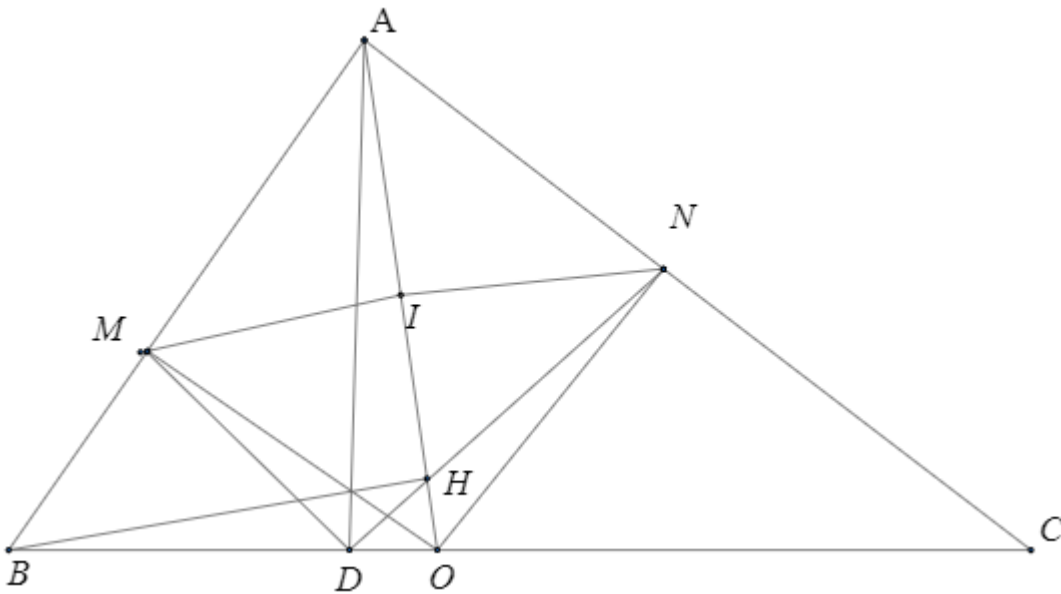
$$\text{suy ra } \frac{CN}{CD} = \frac{CO}{CA} \text{ nên } \frac{CN}{CO} = \frac{CD}{CA}$$

Suy ra $\triangle CND \sim \triangle COA$ (c – g – c)

Nên $CDN = CAO$ (2 góc tương ứng)

Mà $BDM = BAO$ (c/mt) và $BAO = CAO$ (vì AO là tia phân giác BAC)

Suy ra $BDM = ODN$ (đpcm)



$$\text{c. } \sin \frac{BAC}{2} \leq \frac{BC}{AB + AC}$$

Từ B kẻ BH vuông góc AO tại H

Xét $\triangle BAH$ vuông tại H có

$$\sin BAH = \frac{BH}{AB} \text{ (tỉ số lượng giác)}$$

$$\text{Mà } BAH = \frac{BAC}{2} \text{ (Vì } AO \text{ là tia phân giác } BAC \text{)}$$

$$\text{Nên } \sin BAH = \sin \frac{BAC}{2}. \text{ Do đó } \sin \frac{BAC}{2} = \frac{HB}{AB}$$

Mà $BH \leq BO$ (quan hệ đường vuông góc và đường xiên) nên $\frac{HB}{AB} \leq \frac{BO}{AB}$

$$\text{Suy ra } \sin \frac{BAC}{2} \leq \frac{BO}{AB} \quad (1)$$

Xét $\triangle BAC$ có AO là tia phân giác BAC nên

$$\text{Suy ra } \frac{BO}{BA} = \frac{CO}{CA} \text{ (Tính chất tia phân giác)}$$

$$\text{Nên } \frac{BO}{BA} = \frac{CO}{CA} = \frac{BO+OC}{BA+CA} = \frac{BC}{AB+AC} \text{ (Tính chất tỉ lệ thức)} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) có } \sin \frac{BAC}{2} \leq \frac{BC}{AB+AC} \text{ (đpcm)}$$

Bài 5. (0,5 điểm) Một tấn hoa quả được chở tới siêu thị, trong đó táo được đóng theo các thùng gỗ 48 kg/thùng, lê được đóng gói trong các thùng gỗ 20 kg/thùng, mận đựng trong hộp giấy theo 14 kg/hộp còn nho đựng trong các hộp giấy theo 10 kg/hộp. Biết rằng số kg táo được chở tới nhiều gấp đôi số kg lê, còn số kg mận và nho là bằng nhau. Hỏi khối lượng mỗi loại hoa quả đã được vận chuyển tới cửa hàng là bao nhiêu kg ?

Giải

Do 4 loại hoa quả trên được đóng đều vào các thùng có khối lượng định sẵn nên số lượng hoa quả sẽ nguyên

đương

Gọi khối lượng lê và khối lượng mận vận chuyển tới cửa hàng lần lượt là x, y ($x, y \in N^*, Kg$)

Suy ra khối lượng táo sẽ là $2x$ (kg), khối lượng nho là y (kg)

Tổng khối lượng 4 loại hoa quả vận chuyển đến cửa hàng là 1 tấn = 1000 kg nên ta có:

$$2x + x + y + y = 1000$$

$$\text{Hay } 3x + 2y = 1000$$

Do lượng táo và lê được đóng vào các hộp 48 kg và 20 kg nên x là $BC(48, 20) = 240$ và

$$x < 300; x \in N^* \text{ vì } 3x + 2y = 1000.$$

Suy ra $x = 240$.

+) Khi $x = 240$ suy ra $y = 140$ (tm)

Vậy Táo: 480 kg, Lê 240 kg, Mận 140 kg, Nho 140 kg

❧HẾT❧

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu I (1,5 điểm).

1) Trong bảng số liệu sau có một số liệu bị điều tra sai. Hãy tìm số liệu đó và sửa cho đúng.

Tần số	24	16	6	4
Tần số tương đối	48%	32%	15%	8%

2) Hình bên dưới mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia làm 12 phần bằng nhau và ghi các số 1,2,3,...,12; chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa.



Xét phép thử “Quay đĩa tròn một lần”. Tính xác suất của biến cố D:

- a) Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số nguyên tố.
- b) Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số chia cho 3 dư 1.

Câu II (1,5 điểm).

Cho hai biểu thức $A = \frac{x-9}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{2}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}+4}{9-x}$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$

2) Chứng minh rằng: $B = \frac{\sqrt{x}+2}{x-9}$

2) Xét biểu thức $P = AB$. So sánh P^2 với P

Câu III (2,5 điểm).

1) Cô Tâm đi cửa hàng điện máy mua một chiếc ti vi. Dịp này cửa hàng điện máy đang có chương trình khuyến mãi giảm giá 10%, nhưng có thể khách hàng VIP nên được giảm thêm 5% trên giá đã giảm. Do đó cô chỉ phải trả số tiền là 17100000 đồng. Hỏi giá ban đầu của chiếc ti vi khi chưa khuyến mãi là bao nhiêu tiền?

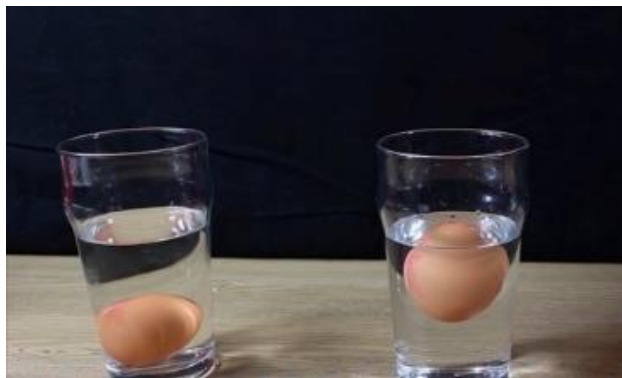
2) Theo kế hoạch, một dây chuyền phải sản xuất một số sản phẩm trong 15 ngày với số lượng sản phẩm làm được trong mỗi ngày là như nhau. Thực tế, mỗi ngày dây chuyền đã sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên sau 14 ngày dây chuyền chẳng những đã hoàn thành kế hoạch mà còn làm thêm được 30 sản phẩm nữa. Tìm số sản phẩm thực tế dây chuyền làm được mỗi ngày.

3) Chứng minh rằng phương trình bậc hai: $x^2 - mx - 8 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 và

biểu thức $M = \frac{2x_1^2 + 5x_1 - 16}{3x_1} - \frac{2x_2^2 + 5x_2 - 16}{3x_2}$ có giá trị không phụ thuộc vào tham số m .

Câu IV (4,0 điểm).

1) Một chiếc cốc hình trụ có diện tích đáy là $16,7\text{cm}^2$, chiều cao là 15cm (như hình dưới đây).



a) Tính thể tích chiếc cốc.

b) Người ta thả một quả trứng vào cốc thủy tinh hình trụ có chứa nước (như hình trên). Khi trứng chìm hoàn toàn xuống đáy cốc và nằm ngang thì chúng tỏ quả trứng đó còn tươi (được để từ 1 đến 2 ngày). Tính thể tích quả trứng đó biết khi thả quả trứng ngập hoàn toàn trong nước thì nước trong cốc dâng thêm 8,2mm và nước chưa tràn ra ngoài.

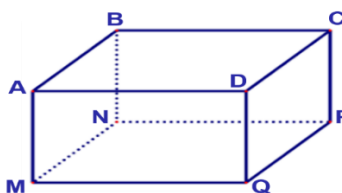
2) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) có hai đường cao BD, CE cắt nhau ở điểm H .

a) Chứng minh: Tứ giác $BCDE$ là tứ giác nội tiếp.

b) Tia CE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là G . Chứng minh: $DBHG$ cân ở B .

c) Hai điểm M và N lần lượt là trung điểm của hai đoạn thẳng CH và CG . Đường thẳng NO cắt cạnh AC tại điểm P . Chứng minh: $CD \cdot CP = CM \cdot CG$ và $MB \perp MP$.

Câu V (0,5 điểm). Bác Minh muốn đặt đóng một chiếc hộp đựng quà lưu niệm có dạng hình hộp chữ nhật với mặt đáy $ABCD$ là hình vuông như hình dưới đây.



Để món quà trở nên đặc biệt, bác Minh muốn mạ bốn mặt xung quanh và mặt đáy dưới (đáy $MNPQ$) của chiếc hộp bằng kim loại quý (không mạ nắp hộp). Em hãy tìm độ dài cạnh MN

của mặt đáy và chiều cao AM của hộp quà sao cho tổng diện tích các mặt được mạ kim loại quý của chiếc hộp là nhỏ nhất biết rằng thể tích của chiếc hộp là $4dm^3$.

-----**HẾT**-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh:.....Số báo
danh:.....

Họ tên và chữ kí của cán bộ coi thi số 1: Họ tên và chữ kí của cán bộ coi thi số 2:

HƯỚNG DẪN CHẤM CHO ĐỀ MINH HỌA

+) Điểm toàn bài đề lẻ đến 0,25.

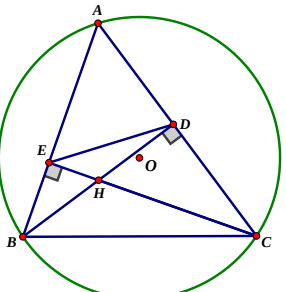
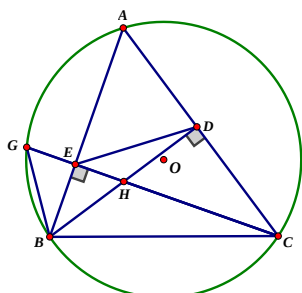
+) Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tương ứng với biểu điểm của hướng dẫn chấm.

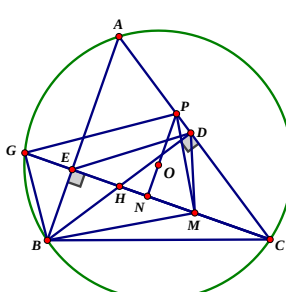
+) Các tình huống phát sinh trong quá trình chấm do Hội đồng chấm thi quy định, thống nhất bằng biên bản.

Câu	Ý	Đáp án	Điểm
Câu I (1,5 điểm)	1	Hãy tìm số liệu đó và sửa cho đúng.	
		Số liệu không chính xác ở đây là 15%. Sửa lại thành 12% vì $\frac{6}{24 + 16 + 6 + 4} \cdot 100\% = 12\%$	0,5
	2a	Tính xác suất của biến cố D: Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số nguyên tố	0,5
		Có 12 kết quả có thể của phép thử “Quay đĩa tròn 1 lần” là 1,2,3,...,12	0,5
		Có 5 kết quả thuận lợi cho biến cố D: “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số nguyên tố”	
		Vậy xác suất của biến cố D là $\frac{5}{12}$.	
	2b	Tính xác suất của biến cố D: Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số chia cho 3 dư 1.	0,5
		Có 12 kết quả có thể của phép thử “Quay đĩa tròn 1 lần” là 1,2,3,...,12	0,25
		Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố D: “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số nguyên tố”	
		Vậy xác suất của biến cố D là $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.	0,25
	1)	Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.	0,5

Câu	Ý	Đáp án	Điểm
Câu II (1,5 điểm)		Thay $x = 4$ (TMĐK) vào biểu thức A ta được: $A = \frac{x-9}{\sqrt{x}} = \frac{4-9}{\sqrt{4}} = \frac{-5}{2}$	0,25
		Vậy, khi $x = 4$ thì $A = \frac{-5}{2}$	0,25
	2)	Chứng minh: $B = \frac{\sqrt{x}+2}{x-9}$.	0,5
		ĐKXD: $x > 0, x \neq 9$. $B = \frac{2}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}+4}{9-x}$ $B = \frac{2}{\sqrt{x}-3} - \frac{\sqrt{x}+4}{x-9}$ $B = \frac{2(\sqrt{x}+3)}{x-9} - \frac{\sqrt{x}+4}{x-9}$ $B = \frac{2\sqrt{x}+6-\sqrt{x}-4}{x-9}$	0,25
		Vậy $B = \frac{\sqrt{x}+2}{x-9}$ với $x > 0, x \neq 9$.	0,25
	3)	Xét biểu thức $P = A.B$. So sánh P^2 với P	0,5
		ĐKXD: $x > 0, x \neq 9$ $P = AB = \frac{x-9}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{x-9} = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$ Xét hiệu $P - 1 = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - 1 = \frac{2}{\sqrt{x}}$ Ta có: $P^2 - P = P(P - 1)$ Vì $x > 0$ nên $\sqrt{x} > 0$ và $\sqrt{x} + 2 > 0$ Khi đó $\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} > 0$ và $\frac{2}{\sqrt{x}} > 0$ hay $P > 0$ và $P - 1 > 0$.	0,25

Câu	Ý	Đáp án	Điểm
		Suy ra $P(P - 1) > 0$ hay $P^2 - P > 0$ Vậy $P^2 > P$ với $x > 0, x \neq 9$	0,25
Câu III (2,5 điểm)	1)	Tìm giá niêm yết của chiếc máy lọc nước và chiếc nồi cơm điện.	1,0
		Gọi x (đồng) là giá tiền ban đầu của chiếc ti vi khi chưa khuyến mãi ($x > 0$)	0,25
		Giá tiền của chiếc ti vi sau khi được giảm giá 10% là: $x \cdot (1 - 10\%) = 0,9x$ (đồng) Giá tiền của chiếc ti vi sau khi được giảm giá thêm 5% giá đã giảm do có thể khách hàng VIP là: $0,9x \cdot (1 - 5\%) = 0,855x$ (đồng)	0,25
		Vi giá tiền của chiếc ti vi sau khi được giảm giá là 17100000 đồng Nên ta có phương trình: $0,855x = 17100000$	0,25
		Giải phương trình, tìm được: $x = 20\,000\,000$ (TMĐK). Vậy giá ban đầu của chiếc ti vi khi chưa khuyến mãi là 20000000 (đồng)	0,25
	2)	Tìm số sản phẩm thực tế dây chuyền làm được mỗi ngày.	1,0
		Gọi số sản phẩm dây chuyền phải làm mỗi ngày theo kế hoạch là x (sản phẩm), $x \in \mathbb{N}^*$. Suy ra: tổng số sản phẩm phải làm theo kế hoạch là: $15x$ (sản phẩm).	0,25
		Số sản phẩm dây chuyền làm mỗi ngày thực tế là $x + 5$ (sản phẩm). Tổng số sản phẩm dây chuyền làm thực tế là: $14(x + 5)$ (sản phẩm).	0,25
		Theo đề bài, ta lập được phương trình: $14(x + 5) - 15x = 30$.	0,25
		Giải phương trình, tìm được: $x = 40$ (TMĐK). Vậy, số sản phẩm dây chuyền làm mỗi ngày thực tế là: $40 + 5 = 45$ sản phẩm.	0,25
	3)	Chứng minh rằng phương trình bậc hai: $x^2 - mx - 8 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 và biểu thức	0,5

Câu	Ý	Đáp án	Điểm	
		$M = \frac{2x_1^2 + 5x_1 - 16}{3x_1} - \frac{2x_2^2 + 5x_2 - 16}{3x_2}$ có giá trị không phụ thuộc vào tham số m .		
		Phương trình có $a = 1, c = -8$ trái dấu nên có hai nghiệm phân biệt với mọi m .	0,25	
		Áp dụng định lý Vi-et, chứng minh được: $M = \frac{2(x_1 - x_2)(x_1x_2 + 8)}{3x_1x_2} = \frac{2(x_1 - x_2)(-8 + 8)}{3x_1x_2} = 0$ không phụ thuộc vào m	0,25	
Câu IV (4,0	1a	Tính thể tích cốc	0,5	
		Thể tích cốc là: $V = S_d.h$	0,25	
		$V = 16,7 \cdot 15 = 250,5 \text{ cm}^3$	0,25	
	1b	Tính thể tích quả trứng.	0,5	
		Thể tích quả trứng bằng thể tích cột nước dâng lên là: $V = S_d.h$	0,25	
		$V = 16,7 \cdot 0,82 = 13,694 \text{ cm}^3$	0,25	
	2a	Chứng minh: Tứ giác BCDE là tứ giác nội tiếp.		1,0
			Hình vẽ	0,25
			Chứng minh: $BEC = 90^\circ$	0,25
			Chứng minh: $BDC = 90^\circ \Rightarrow BEC = BDC$	0,25
			Suy ra: Tứ giác BCDE là tứ giác nội tiếp.	0,25
	2b	Chứng minh: DBHG cân ở B.		0,75
		Chứng minh: $EBD = ECD$ (do BCDE là tứ giác nội tiếp).	0,25	
		Chứng minh: $GBE = ECD$ (góc nội tiếp (O) chắn cung AG)		
		Suy ra: $EBD = GBE$ nên BE là phân giác góc GBH	0,25	
		Mà BE là đường cao của DBGH nên DBGH cân ở B	0,25	
2c	Chứng minh: $CD.CP = CM.CG$ và $MB \perp MP$.		1,25	

Câu	Ý	Đáp án	Điểm
		Chứng minh: $PN \perp GC$	0,25
		Suy ra: $\triangle CDH$ và $\triangle CNP$ đồng dạng (g – g) nên $\frac{CD}{CN} = \frac{CH}{CP}$	0,25
		Suy ra: $CD \cdot CP = CN \cdot CH = \frac{1}{2}CG \cdot 2CM = CM \cdot CG$	0,25
		$\triangle CDM$ và $\triangle CGP$ đồng dạng (c–g–c) Suy ra: $GPDM$ là tứ giác nội tiếp (1)	0,25
		Do $\angle PGM = \angle MDC = \angle MCD$ nên chứng minh được $\angle BGP = 90^\circ$ Suy ra: $GPDB$ là tứ giác nội tiếp (2) Từ (1) và (2) suy ra $GPMB$ là tứ giác nội tiếp Suy ra: $\angle BMP = 90^\circ$ nên $MB \perp MP$	0,25
Câu V (0,5 điểm)		<i>Tìm độ dài cạnh mặt đáy và chiều cao của hộp quà sao cho tổng diện tích các mặt được mạ kim loại quý của chiếc hộp là nhỏ nhất.</i>	0,5
		Gọi độ dài cạnh đáy MN và độ dài chiều cao AM của hộp quà lần lượt là $x \text{ (dm)}$ và $y \text{ (dm)}$ với $x > 0$ và $y > 0$. Do thể tích hộp quà là 4 dm^3 nên $x^2 y = 4$ hay $y = \frac{4}{x^2}$. Tổng diện tích các mặt được mạ kim loại quý là: $S = 4xy + x^2 = x^2 + \frac{16}{x}$ $S = x^2 - 4x + 4 + \frac{4x^2 + 16}{x} - 4 = (x - 2)^2 + \frac{4(x - 2)^2}{x} + 12$	0,25
		Chứng minh được $S \geq 12$ và dấu bằng xảy ra khi $x = 2, y = 1$. Vậy, để tổng diện tích các mặt được mạ kim loại quý của chiếc hộp là nhỏ nhất thì độ dài cạnh mặt đáy và chiều cao chiếc hộp lần lượt là 2 dm và 1 dm .	0,25

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh lớp 9 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0 ; 20)$	$[20 ; 40)$	$[40 ; 60)$	$[60 ; 80)$
Số học sinh	8	9	11	8

Tính tần số tương đối của nhóm $[40 ; 60)$? (Làm tròn đến hàng phần mười)

2) Hình dưới đây mô tả một đĩa tròn, cân đối bằng bìa cứng được chia làm tám phần bằng nhau và ghi các số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8. Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa. Quay đĩa tròn một lần.



Tính xác suất của các biến cố sau: “Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số là ước của 8”.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{3\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0$; $x \neq 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức B với $x = 25$.

2) Chứng minh $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$.

3) Tìm x để biểu thức $S = A.B$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Nhân dịp Lễ giỗ tổ Hùng Vương, một siêu thị điện máy đã giảm giá nhiều mặt hàng để kích cầu mua sắm. Giá niêm yết một tủ lạnh và một máy giặt có tổng số tiền là 25,4 triệu đồng nhưng trong dịp này giá một tủ lạnh giảm 40% giá bán và giá một máy giặt giảm 25% giá bán nên cô Liên đã mua hai món đồ trên với tổng số tiền là 16,77 triệu đồng. Hỏi giá mỗi món đồ trên khi chưa giảm giá là bao nhiêu tiền?

2) Một người đi ô tô từ A đến B cách nhau 100 km với vận tốc xác định. Khi từ B trở về A , người đó đi theo đường khác dài hơn đường cũ 20 km nhưng với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi mỗi giờ 20 km. Vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi 30 phút. Tính vận tốc lúc đi.

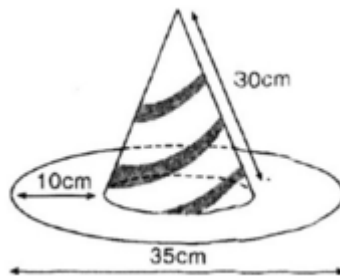
3) Cho phương trình bậc hai $x^2 - 6x + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = 2x_2$. Tính giá trị biểu thức $S = x_1^3 + x_2^3 + 3x_1x_2(x_1 + x_2)$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một cái mũ của chú hề với các kích thước cho theo hình vẽ.

a) Tính thể tích của cái mũ.

b) Tính tổng diện tích giấy làm nên cái mũ (không tính phần hao hụt, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



2) Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nội tiếp trong đường tròn tâm O đường kính BC , đường thẳng qua O vuông góc với BC cắt AC tại D .

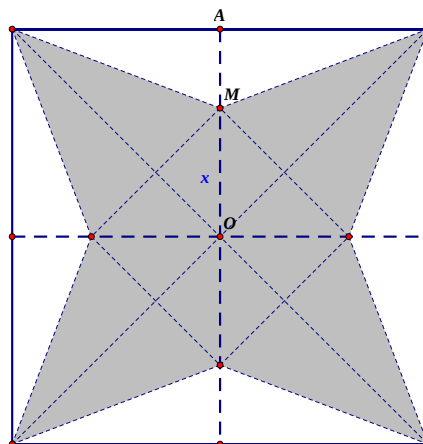
a) Chứng minh rằng tứ giác $ABOD$ nội tiếp.

b) Tiếp tuyến tại điểm A với đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại điểm P , sao cho $PB = BO = 2\text{cm}$. Tính độ dài đoạn PA và số đo góc APC .

c) Chứng minh rằng $\frac{PB}{PC} = \frac{AB^2}{AC^2}$.

Câu V: (0,5 điểm)

Cắt một miếng giấy hình vuông như hình bên và xếp thành hình một hình chóp tứ giác đều. Biết các cạnh hình vuông bằng 20cm, $OM = x(\text{cm})$. Tìm x để hình chóp đều ấy có thể tích lớn nhất.



HƯỚNG DẪN
LÀM LỜI GIẢI CHI TIẾT CHO ĐỀ TRÊN.

Câu I: (1,5 điểm)

1) Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh lớp 9 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0 ; 20)$	$[20 ; 40)$	$[40 ; 60)$	$[60 ; 80)$
Số học sinh	8	9	11	8

Tính tần số tương đối của nhóm $[40 ; 60)$? (Làm tròn đến hàng phần mười)

2) Hình dưới đây mô tả một đĩa tròn, cân đối bằng bìa cứng được chia làm tám phần bằng nhau và ghi các số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8. Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa. Quay đĩa tròn một lần.



Tính xác suất của các biến cố sau: “Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số là ước của 8”.

Lời giải

1) Nhóm $[40 ; 60)$ có tần số tương đối là $\frac{11}{36} \approx 30,6\%$

2) Ta có $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$, có 8 phần tử.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố: “Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số là ước của 8” là: 1; 2; 4; 8

Đ Xác suất của biến cố: “Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số là ước của 8” là: $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{3\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0$; $x \neq 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức B với $x = 25$.

2) Chứng minh $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$.

3) Tìm x để biểu thức $S = AB$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải

1) Tính giá trị của biểu thức B với $x=25$.

Với $x=25$ (thỏa mãn điều kiện) thay vào biểu thức B ta có:

$$B = \frac{\sqrt{25}+3}{\sqrt{25}+1} = \frac{5+3}{5+1} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}.$$

Vậy $B = \frac{4}{3}$ khi $x=25$.

2) Chứng minh $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$.

$$\begin{aligned}\text{Ta có: } A &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{3\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-2} \\&= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)} \\&= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2) + (\sqrt{x}-1) - 3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)} \\&= \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}\end{aligned}$$

Vậy $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

3) Tìm x để biểu thức $S = AB$ đạt giá trị lớn nhất.

Với $x \geq 0; x \neq 1$.

$$\text{Ta có: } S = AB = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} \cdot \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$$

$$\text{Ta có: } x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x}+2 \geq 2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}+2} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 1 + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \leq 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

Dấu "=" xảy ra khi $x=0$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy GTLN của S là $\frac{3}{2}$ khi $x=0$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Nhân dịp Lễ giỗ tổ Hùng Vương, một siêu thị điện máy đã giảm giá nhiều mặt hàng để kích cầu mua sắm. Giá niêm yết một tủ lạnh và một máy giặt có tổng số tiền là 25,4 triệu đồng nhưng trong dịp này giá một tủ lạnh giảm 40% giá bán và giá một máy giặt

giảm 25% giá bán nên cô Liên đã mua hai món đồ trên với tổng số tiền là 16,77 triệu đồng. Hỏi giá mỗi món đồ trên khi chưa giảm giá là bao nhiêu tiền ?

2) Một người đi ô tô từ A đến B cách nhau 100 km với vận tốc xác định. Khi từ B trở về A, người đó đi theo đường khác dài hơn đường cũ 20 km nhưng với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi mỗi giờ 20 km. Vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi 30 phút. Tính vận tốc lúc đi.

3) Cho phương trình bậc hai $x^2 - 6x + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = 2x_2$. Tính giá trị biểu thức $S = x_1^3 + x_2^3 + 3x_1x_2(x_1 + x_2)$.

Lời giải

1) Gọi x (triệu đồng) là giá tiền một tủ lạnh khi chưa giảm giá ($x > 0$)

Gọi y (triệu đồng) là giá tiền một máy giặt khi chưa giảm giá ($y > 0$)

Giá niêm yết hai món đồ trên là 25,4 triệu nên có phương trình:

$$x + y = 25,4$$

Giá bán hai món đồ trên sau khi giảm giá là 16,77 triệu nên có phương trình

$$(100\% - 40\%).x + (100\% - 25\%).y = 16,77$$

$$\text{Giải hệ phương trình } \begin{cases} x + y = 25,4 \\ \frac{3}{5}x + \frac{3}{4}y = 16,77 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15,2(t/m) \\ y = 10,2(t/m) \end{cases}$$

Vậy giá một tủ lạnh chưa giảm giá là 15,2 triệu đồng

Giá một máy giặt chưa giảm giá là 10,2 triệu đồng

2) Gọi vận tốc lúc đi là x (km, $x > 0$).

Chiều dài quãng đường đi từ A đến B là 100km.

Thời gian lúc đi là $\frac{100}{x}$ (giờ).

Quãng đường lúc về là $100 + 20 = 120$ (km).

Vận tốc lúc về là $x + 20$ (km/h).

Thời gian lúc về là $\frac{120}{x + 20}$ (giờ).

Vì thời gian lúc về ít hơn thời gian đi 30 phút $= \frac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{100}{x} - \frac{120}{x + 20} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{100(x + 20) - 120x}{x(x + 20)} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2000 - 20x}{x(x + 20)} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x(x+20) = 2(2000-20x) \Leftrightarrow x^2 + 20x = 4000 - 40x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 60x - 4000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \text{ (tm)} \\ x = -100 \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc lúc đi là 40 km/h.

3) Cho phương trình bậc hai $x^2 - 6x + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = 2x_2$. Tính giá trị biểu thức $S = x_1^3 + x_2^3 + 3x_1x_2(x_1 + x_2)$.

Áp dụng định lý Vi - ét ta có:

$$S = x_1 + x_2 = \frac{6}{1} = 6.$$

$$P = x_1x_2 = c$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_1 - 2x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 = 6 \end{cases}$$

$$\text{Nên } \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 4 \end{cases}.$$

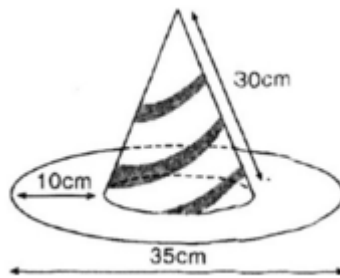
$$\text{Ta có: } S = x_1^3 + x_2^3 + 3x_1x_2(x_1 + x_2) = (x_1 + x_2)^3 = (2 + 4)^3 = 216.$$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một cái mũ của chú hề với các kích thước cho theo hình vẽ. (Các kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

a) Tính thể tích của cái mũ.

b) Tính tổng diện tích giấy làm nên cái mũ (không tính phần hao hụt).



2) Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nội tiếp trong đường tròn tâm O đường kính BC , đường thẳng qua O vuông góc với BC cắt AC tại D .

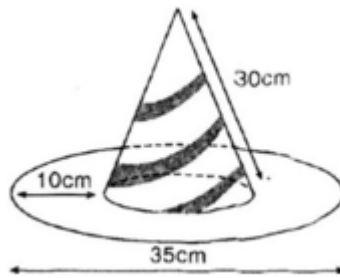
a) Chứng minh rằng tứ giác $ABOD$ nội tiếp.

b) Tiếp tuyến tại điểm A với đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại điểm P , sao cho $PB = BO = 2\text{ cm}$. Tính độ dài đoạn PA và số đo góc APC .

c) Chứng minh rằng $\frac{PB}{PC} = \frac{AB^2}{AC^2}$.

Lời giải

1)



a) Bán kính đường tròn đáy của hình nón: $r = \frac{35 - 2 \cdot 10}{2} = 7,5(\text{cm})$

Chiều cao của cái mũ: $h = \sqrt{30^2 - 7,5^2} \approx 29(\text{cm})$

Tính thể tích của cái mũ: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 7,5^2 \cdot 29 = 543,75\pi \approx 1708(\text{cm}^3)$

b) Diện tích giấy làm nên cái mũ là tổng diện tích xung quanh của hình nón và diện tích vành nón.

Diện tích xung quanh hình nón: $S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l = \pi \cdot 7,5 \cdot 30 = 225\pi (\text{cm}^2)$

Diện tích vành nón (hình vành khăn): $S_{vk} = \pi \cdot \left(\frac{35}{2}\right)^2 - \pi \cdot 7,5^2 = 250\pi (\text{cm}^2)$

Diện tích giấy làm nên cái mũ : $S = 225\pi + 250\pi = 475\pi \approx 1492 (\text{cm}^2)$

2)

a) Chứng minh rằng tứ giác $ABOD$ nội tiếp.

Xét đường tròn (O) có BC là đường kính (gt)

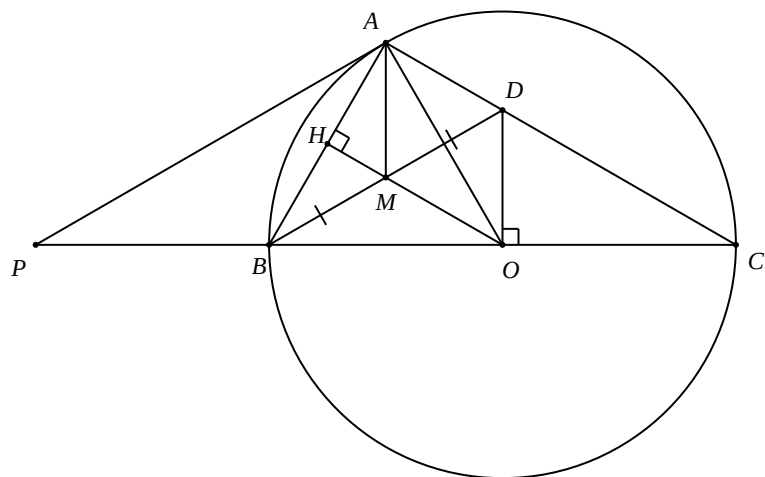
Suy ra $\angle BAC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Gọi M là trung điểm của BD .

Xét $\triangle ABD$ vuông tại A có AM là đường trung tuyến

Suy ra $AM = \frac{1}{2} BD$. (1)

Xét $\triangle OBD$ vuông tại O ($OD \perp BC$) có OM là đường trung tuyến



$$\text{Suy ra } OM = \frac{1}{2} BD. (2)$$

$$\text{Từ (1), (2) suy ra } MA = MO = MB = MD = \frac{1}{2} BD$$

Do đó tứ giác $ABOD$ nội tiếp đường tròn đường kính BD .

b) Tiếp tuyến tại điểm A với đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại điểm P , sao cho $PB = BO = 2 \text{ cm}$. Tính độ dài đoạn PA và số đo góc APC .

$$\text{Ta có: } OA = OB = BP = 2 \text{ cm suy ra } OP = 4 \text{ cm}.$$

Ta có: $\triangle PAO$ vuông tại A (PA là tiếp tuyến)

$$\text{Suy ra } PA^2 + OA^2 = OP^2 \text{ (định lý Pythagore)}$$

$$\text{Do đó } PA^2 + 2^2 = 4^2 \text{ hay } PA^2 = 12 \text{ hay } PA = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}.$$

$$\text{Ta có: } \sin APO = \frac{OA}{OP} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Suy ra } APO = 30^\circ \text{ hay } APC = 30^\circ.$$

$$\text{c) Chứng minh rằng } \frac{PB}{PC} = \frac{AB^2}{AC^2}.$$

Kẻ $OH \perp AB$ ($H \in AB$).

Xét $\triangle OAB$ cân tại O ($OA = OB$) có OH là đường cao

Suy ra OH đồng thời là đường phân giác

$$\text{Do đó } AOH = BOH = \frac{1}{2} AOB.$$

Ta lại có: $PAB + BAO = 90^\circ$ (PA là tiếp tuyến)

mà $AOH + BAO = 90^\circ$ ($\triangle OHA$ vuông tại H)

$$\text{Suy ra } PAB = AOH = \frac{1}{2} AOB$$

Mặt khác, $ACB = \frac{1}{2} AOB$ (góc nội tiếp bằng nửa góc ở tâm cùng chắn một cung)

$$\text{Suy ra } PAB = ACB \text{ hay } PAB = PCA.$$

Xét $\triangle PAB$ và $\triangle PCA$ có:

P là góc chung

$$PAB = PCA \text{ (cmt)}$$

$$\text{Suy ra } \triangle PAB \sim \triangle PCA (g.g)$$

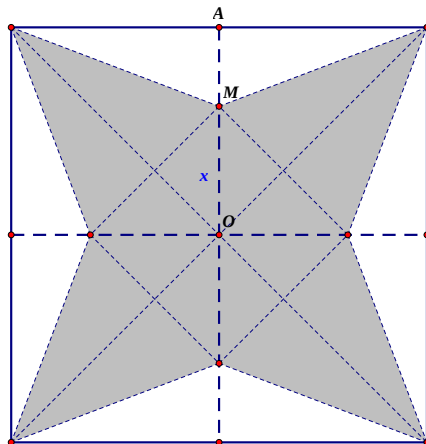
$$\text{Do đó } \frac{PA}{PC} = \frac{PB}{PA} = \frac{AB}{AC}$$

$$\text{Suy ra } PA^2 = PB \cdot PC \text{ và } \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{PA^2}{PC^2}$$

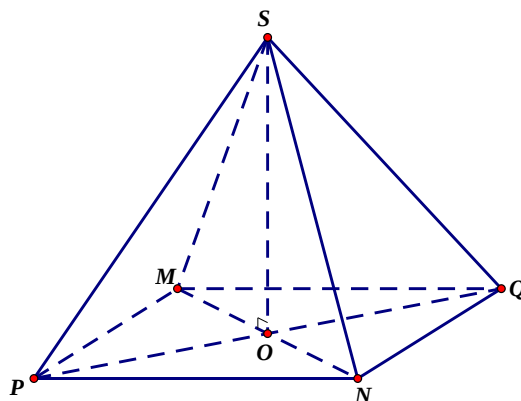
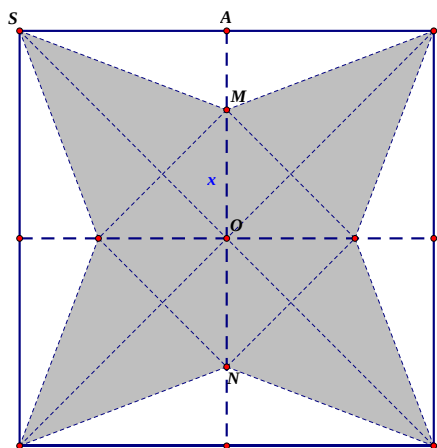
$$\text{Từ đó } \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{PB \cdot PC}{PC^2} = \frac{PB}{PC}.$$

Câu V. (0,5 điểm)

Cắt một miếng giấy hình vuông như hình bên và xếp thành hình một hình chóp tứ giác đều. Biết các cạnh hình vuông bằng 20cm, $OM = x(\text{cm})$. Tìm x để hình chóp đều ấy có thể tích lớn nhất.



Lời giải



Ta có $OA = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10(\text{cm})$; $AM = OA - OM = 10 - x$; $MN = 2OM = 2x$ với $0 < x < 10$.

Xét hình chóp đều $S.MPNQ$ như hình vẽ.

Diện tích đáy của hình chóp đã cho là: $S_{\text{đáy}} = \frac{1}{2} MN^2 = \frac{1}{2} \cdot (2x)^2 = 2x^2$.

Ta có $SM^2 = SA^2 + AM^2$.

Do đó $h = SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = \sqrt{SA^2 + AM^2 - OM^2} = \sqrt{10^2 + (10 - x)^2 - x^2} = \sqrt{200 - 20x}$.

Thể tích của hình chóp đều $S.MPNQ$ là: $V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 2x^2 \cdot \sqrt{200 - 20x}$.

Suy ra:

$$V^2 = \frac{4}{9} x^4 (200 - 20x) = \frac{4}{9 \cdot 5^4} \cdot 5x \cdot 5x \cdot 5x \cdot 5x \cdot (200 - 20x) \leq \frac{4}{9 \cdot 5^4} \cdot \left(\frac{5x + 5x + 5x + 5x + 200 - 20x}{5} \right)^5$$

Hay $V^2 \leq \frac{4}{9 \cdot 5^4} \cdot 40^5 = \frac{2^{18} \cdot 10}{9}$. Do đó $V \leq \frac{2^9 \sqrt{10}}{3} = \frac{512\sqrt{10}}{3}$.

Dấu "=" xảy ra khi $5x = 200 - 20x$ hay $x = 8$.

∞ HẾT ∞

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm) Giáo viên ghi lại thời gian bơi cự ly 50 mét của học sinh lớp 9A cho kết quả trong bảng sau:

Thời gian (giây)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)
Số học sinh	3	7	10	20

- 1) Nêu các nhóm số liệu và tần số tương đối?
- 2) Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất và có 6 mặt. Tính xác suất của biến cố gieo được mặt có số chấm là bội của 3.



Câu II: (1,5 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} - \frac{x + 9\sqrt{x}}{x - 9}$ với

$$x > 0; x \neq 4; x \neq 9$$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 100$
- 2) Rút gọn biểu thức B
- 3) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức $M = A : B$ có giá trị nguyên

Câu III: (2,5 điểm)

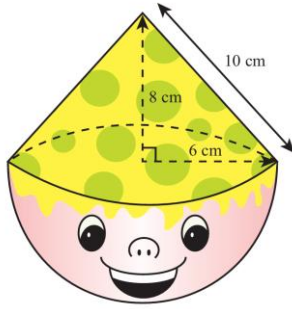
- 1) Một dung dịch chứa 30% axit nitric (tính theo thể tích) và một dung dịch khác chứa 55% axit nitric. Cần phải trộn thêm bao nhiêu lít dung dịch loại 1 và loại 2 để được 100 lít dung dịch 50% axit nitric?
- 2) Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không chứa nước thì sau 3 giờ đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất chảy một mình trong 20 phút, rồi khóa lại, mở tiếp vòi thứ hai chảy trong 30 phút thì cả hai vòi chảy được $\frac{1}{8}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

3) Cho phương trình: $x^2 + 5x + m = 0$ (*) có một nghiệm là $\frac{-\sqrt{13} - 5}{2}$

Tìm tổng bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

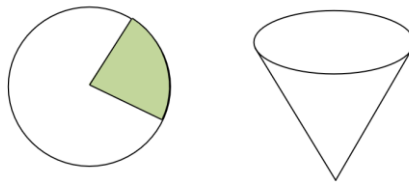
Câu IV: (4,0 điểm) Cô

- 1) Hình bên dưới là một món đồ chơi trẻ em có cấu tạo từ một bán cầu (nửa khối cầu) và một hình nón.



- a) Tìm thể tích của món đồ chơi.
 - b) Tìm diện tích toàn phần của món đồ chơi.
- 2) Cho đường tròn (O) đường kính AB . Dây cung MN vuông góc với AB , ($AM < BM$). Hai đường thẳng BM và NA cắt nhau tại K . Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ K đến đường thẳng AB .
- a) Chứng minh tứ giác $AHKM$ nội tiếp trong một đường tròn.
 - b) Chứng minh rằng $NB \cdot HK = AN \cdot HB$.
 - c) Chứng minh HM là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Câu V: (0,5 điểm) Với một tấm tôn hình tròn có bán kính $R = 6 \text{ cm}$. Người ta muốn làm một cái phễu bằng cách cắt một phần (dạng hình quạt) của hình tròn như hình bên dưới. Thể tích lớn nhất của hình nón có được khi người ta cắt cung tròn của hình quạt có chiều dài là bao nhiêu?



∞ HẾT ∞

HƯỚNG DẪN
LÀM LỜI GIẢI CHI TIẾT CHO ĐỀ TRÊN.

Câu I: (1,5 điểm) Giáo viên ghi lại thời gian bơi cự ly 50 mét của học sinh lớp 9A cho kết quả trong bảng sau:

Thời gian (giây)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)
Số học sinh	3	7	10	20

- 1) Nêu các nhóm số liệu và tần số tương đối?
- 2) Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất và có 6 mặt. Tính xác suất của biến cố gieo được mặt có số chấm là bội của 3.



Lời giải

1)

Nhóm số liệu	Tần số
Nhóm [40; 45)	$\frac{3}{40} \cdot 100\% = 7,5\%$
Nhóm [45; 50)	$\frac{7}{40} \cdot 100\% = 17,5\%$
Nhóm [50; 55)	$\frac{10}{40} \cdot 100\% = 25\%$
Nhóm [55; 60)	$\frac{20}{40} \cdot 100\% = 50\%$

- 2) Các kết quả có thể xảy ra khi gieo con xúc xắc là: 1; 2; 3; 4; 5; 6.
Có 2 kết quả có thể xảy ra một số là bội của 3 là: 3 và 6.

Xác suất của biến cố là: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Câu II: (1,5 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} - \frac{x + 9\sqrt{x}}{x - 9}$ với

$x > 0; x \neq 4; x \neq 9$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 100$
- 2) Rút gọn biểu thức B
- 3) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức $M = A : B$ có giá trị nguyên

Lời giải

- 1) Điều kiện $x > 0; x \neq 4; x \neq 9$

Khi $x = 100$ (thỏa mãn điều kiện) thì $A = \frac{10}{10-2} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$

$$2) B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{x+9\sqrt{x}}{x-9} = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+3) - x - 9\sqrt{x}}{x-9} = \frac{x-3\sqrt{x}}{x-9} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$$

$$3) \text{Ta có } M = A : B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}-2+5}{\sqrt{x}-2} = 1 + \frac{5}{\sqrt{x}-2}$$

TH1: $x \in \mathbb{Q}$ nhưng $\sqrt{x} \notin \mathbb{Q} \Rightarrow \sqrt{x}$ là số vô tỷ $\Rightarrow M \notin \mathbb{Q}$

TH2: $x \in \mathbb{Q}$, $\sqrt{x} \in \mathbb{Q}$

Để M nguyên thì $\sqrt{x}-2 \mid U(5)$ và $\sqrt{x}-2 > -2$

Suy ra $\sqrt{x}-2 \in \{1; 5\} \cup \sqrt{x} \in \{3; 7\} \cup x \in \{9; 49\}$ (thỏa mãn đkxđ)

Vậy $x \in \{9; 49\}$ thì $M \in \mathbb{Q}$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Một dung dịch chứa 30% axit nitric (tính theo thể tích) và một dung dịch khác chứa 55% axit nitric. Cần phải trộn thêm bao nhiêu lít dung dịch loại 1 và loại 2 để được 100 lít dung dịch 50% axit nitric?

2) Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không chứa nước thì sau 3 giờ đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất chảy một mình trong 20 phút, rồi khóa lại, mở tiếp vòi thứ hai chảy trong 30 phút thì cả hai vòi chảy được $\frac{1}{8}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

3) Cho phương trình: $x^2 + 5x + m = 0$ (*) (m là tham số)

a) Giải phương trình (*) khi $m = -3$.

b) Tìm m để phương trình (*) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $9x_1 + 2x_2 = 18$.

Lời giải

1) Gọi x, y theo thứ tự là số lít dung dịch loại 1 và 2 ($x, y > 0$).

Lượng axit nitric chứa trong dung dịch loại 1 là $\frac{30}{100}x$ và loại 2 là $\frac{55}{100}y$.

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 100 \\ \frac{30}{100}x + \frac{55}{100}y = 50. \end{cases}$$

Giải hệ này ta được: $x = 20$ và $y = 80$.

Vậy lượng dung dịch loại 1 là 20 lít và loại 2 là 80 lít.

2) Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là x (giờ), thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là y (giờ) ĐK: $x; y > 0$)

Trong 1 giờ vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ bể, vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ bể

Vì hai vòi cùng chảy trong 3 giờ đầy bể nên ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$ (1)

Trong 20 phút = $\frac{1}{3}$ giờ vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{3x}$ (bể)

Trong 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ tiếp theo vòi thứ hai chảy được là $\frac{1}{2y}$ (bể)

Vì nếu mở vòi thứ nhất chảy một mình trong 20 phút, rồi khóa lại, mở tiếp vòi 2 chảy một mình trong 30 phút thì được $\frac{1}{8}$ bể nên ta có phương trình $\frac{1}{3x} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{8}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3x} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{8} \end{cases}$$
. Giải hệ ta được $\begin{cases} x = 4 \\ y = 12 \end{cases}$ (thỏa

mãn)

Vậy thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là 4 giờ, thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là 12 giờ.

3) Cho phương trình: $x^2 + 5x + m = 0$ (*) có một nghiệm là $\frac{-\sqrt{13} - 5}{2}$

Tìm tổng bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Thay $x = \frac{-\sqrt{13} - 5}{2}$ vào phương trình (*) ta được:

$$\left(\frac{-\sqrt{13} - 5}{2}\right)^2 + 5 \cdot \frac{-\sqrt{13} - 5}{2} + m = 0$$

$$m = 3$$

$$\text{Phương trình (*): } x^2 + 5x + 3 = 0$$

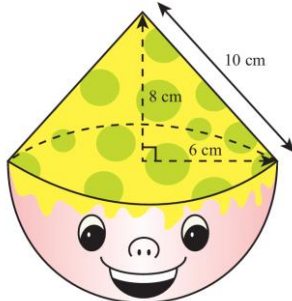
Theo định lý Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1 x_2 = 3 \end{cases}$

Tổng bình phương hai nghiệm là:

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = (-5)^2 - 2.3 = 19$$

Câu IV: (4,0 điểm)

- 1) Hình bên dưới là một món đồ chơi trẻ em có cấu tạo từ một bán cầu (nửa khối cầu) và một hình nón.



- a) Tìm thể tích của món đồ chơi.
b) Tìm diện tích toàn phần của món đồ chơi

Lời giải

- a) Thể tích món đồ chơi là

$$\frac{1}{3} \cdot P \cdot 6^2 \cdot 8 + \frac{2}{3} \cdot P \cdot 6^3 = 240P \text{ (cm}^3\text{)}$$

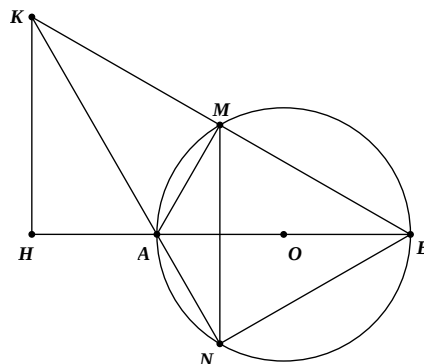
- b) Diện tích toàn phần của đồ chơi là

$$P \cdot 6 \cdot 10 + 2 \cdot P \cdot 6^2 = 132P \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 2) Cho đường tròn (O) đường kính AB . Dây cung MN vuông góc với AB , ($AM < BM$). Hai đường thẳng BM và NA cắt nhau tại K . Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ K đến đường thẳng AB .

- a) Chứng minh tứ giác $AHKM$ nội tiếp trong một đường tròn.
b) Chứng minh rằng $NB \cdot HK = AN \cdot HB$.
c) Chứng minh HM là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Lời giải



- a) Chứng minh tứ giác $AHKM$ nội tiếp trong một đường tròn.

+) C'ò: $\hat{A}HK = 90^\circ$ (vì $KH \perp AB$)

$\Rightarrow \Delta AHK$ vuông tại $H \Rightarrow 3$ điểm $A; H; K$ nằm trên đường tròn đường kính AK

+)Xét (O) có:

$$\angle AMB = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)}$$

Þ $\hat{AMK} = 90^\circ$ (kề bù với $\hat{AMB}$)

$\Rightarrow \Delta AMK$ vuông tại $M \Rightarrow 3$ điểm $A; M; K$ nằm trên đường tròn đường kính AK

Suy ra tứ giác $AHKM$ nội tiếp đường tròn đường kính AK .

b) Chứng minh rằng: $NB \cdot HK = AN \cdot HB$.

Xét $DANB$ và $DKHB$ có:

+) $\hat{A}NB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\text{P } \hat{A}NB = \hat{KHB} = 90^\circ$;

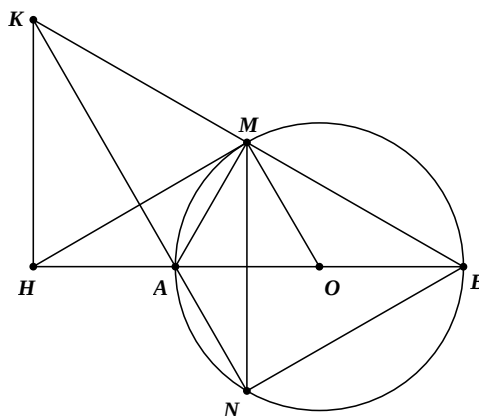
+) Xét $\triangle OMN$ cân tại O, có OA là đường cao $\Rightarrow$ OA là đường phân giác của góc MON.

Þ $\widehat{MOA} = \widehat{NOA}$ Þ $\widehat{ABN} = \widehat{KBH}$ (Góc nội tiếp bằng $\frac{1}{2}$ góc ở tâm)

Suy ra $DANB \propto DKHB \ (g.g)$

$$\text{p } \frac{AN}{NB} = \frac{KH}{HB} \text{ p } NB \cdot HK = AN \cdot HB.$$

c) Chứng minh HM là tiếp tuyến của đường tròn (O) .



+) Ta có HM giao với đường tròn (O) tại M , ta phải chứng minh $HM \perp OM$. Thật vậy:

Tứ giác $AHKM$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{HMK} = \widehat{HAK}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overline{HK}$);

$$\hat{H}AK = \hat{N}AB \text{ (hai góc đối đỉnh);}$$

+) Theo phần b) $DOMN$ cân tại O , có OA là đường cao $\Rightarrow OA$ là đường trung trực của $MN \Rightarrow AB$ là trung trực của $MN \Rightarrow MB = NM \Rightarrow \widehat{MB} = \widehat{NB} \Rightarrow$

$$\vec{NAB} = \vec{MAB}$$

+) $\vec{MAB} = \vec{OMA}$ (DOAM cân tại O);

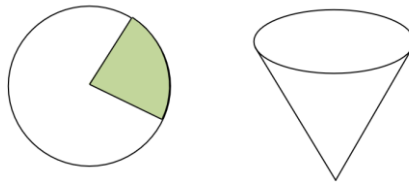
$$\vdash \vec{HMK} = \vec{OMA} (= \vec{HAK} = \vec{NAB} = \vec{MAB}) \vdash \vec{HMK} + \vec{HMA} = \vec{OMA} + \vec{HMA};$$

Mà $\vec{HMK} + \vec{HMA} = \vec{AMK} = 90^\circ$ (kề bù với $\vec{AMB} = 90^\circ$, góc nội tiếp chắn nửa đường tròn);

$$\vdash \vec{OMA} + \vec{HMA} = 90^\circ \vdash \vec{HMO} = 90^\circ \vdash HM \perp OM \text{ tại } M \hat{=} (O)$$

$\vdash HM$ là tiếp tuyến của (O) .

Câu V: (0,5 điểm) Với một tấm tôn hình tròn có bán kính $R = 6 \text{ cm}$. Người ta muốn làm một cái phễu bằng cách cắt một phần (dạng hình quạt) của hình tròn như hình bên dưới. Thể tích lớn nhất của hình nón có được khi người ta cắt cung tròn của hình quạt có chiều dài là bao nhiêu?



Lời giải

Gọi x (cm, $x > 0$) là chiều dài cung tròn được ghép tạo thành hình nón. Suy ra đường tròn đáy của hình nón có độ dài là x (cm). Bán kính R của hình tròn sẽ trở thành đường sinh của hình nón.

$$\text{Gọi bán kính của đáy là } r \text{ (cm, } r > 0\text{)}. \text{ Suy ra : } 2\pi r = x \vdash r = \frac{x}{2\pi}$$

$$\text{Chiều cao của hình nón là : } h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}$$

$$\text{Thể tích của hình nón là : } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{\pi}{3} \left(\frac{x}{2\pi} \right)^2 \sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}$$

Áp dụng BĐT Cauchy ta có :

$$V^2 = \frac{4\pi^2}{9} \cdot \frac{x^2}{8\pi^2} \cdot \frac{x^2}{8\pi^2} \left(R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2} \right) = \frac{4\pi^2}{9} \cdot \frac{R^6}{27}$$

$$\text{Do đó } V \text{ lớn nhất khi và chỉ khi } \frac{x^2}{8\pi^2} = R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2} \hat{=} x = 4\sqrt{6}\pi \text{ (cm)}$$

Chúng minh bất đẳng thức Cauchy cho 2 số dương: Dễ dàng chứng minh

Chứng minh bất đẳng thức Cauchy cho 3 số dương.

Cho các số thực dương a, b, c . Ta có:

$$a + b + c + \sqrt[3]{abc} \geq 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{c\sqrt[3]{abc}} \geq 4\sqrt[4]{abc\sqrt[3]{abc}} = 4\sqrt[3]{abc}$$

∞ HẾT ∞

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Kết quả đo tốc độ của 25 xe ô tô (đơn vị: km/h) khi đi qua một trạm quan sát đã được thống kê dưới bảng sau

46	55	57	50	45
41	44	46	40	58
50	56	52	59	44
52	40	42	47	54
45	48	58	49	40

a) Hãy ghép các số liệu thành bốn nhóm ứng với bốn nửa khoảng có độ dài bằng nhau.

b) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm ở câu a.

2) Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên lẻ có 2 chữ số. Xét biến cố A: “Số tự nhiên viết ra là bình phương của một số tự nhiên”.



Tính xác suất của biến cố A.

Câu II: (1,5 điểm) Cho biểu thức: $M = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$; $P = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} + \frac{2+8\sqrt{x}}{x-1} - \frac{2}{1-\sqrt{x}}$ với $x > 0$; $x \neq 1$.

1) Tính M khi $x = 0,49$

2) Chứng minh $P = \frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$

3) Đặt $Q = M.P + \frac{x-5}{\sqrt{x}}$. So sánh Q với 3.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Cách đây hai năm, bác Chín gửi một số tiền vào ngân hàng với lãi suất 6% một năm. Bây giờ số tiền bác Chính có được cả gốc lẫn lãi là 33,708 triệu đồng. Hỏi ban đầu bác Chín gửi vào bao nhiêu tiền?

2) Hai đội công nhân dệt may cần sản xuất một số lượng khẩu trang theo đơn đặt hàng. Nếu làm chung thì sau 4 giờ họ sẽ làm xong. Nhưng hai đội mới làm chung được 3 giờ thì đội 1 nghỉ, đội 2 tiếp tục làm trong 3 giờ nữa mới xong. Hỏi mỗi đội nếu làm một mình thì phải bao lâu mới xong công việc?

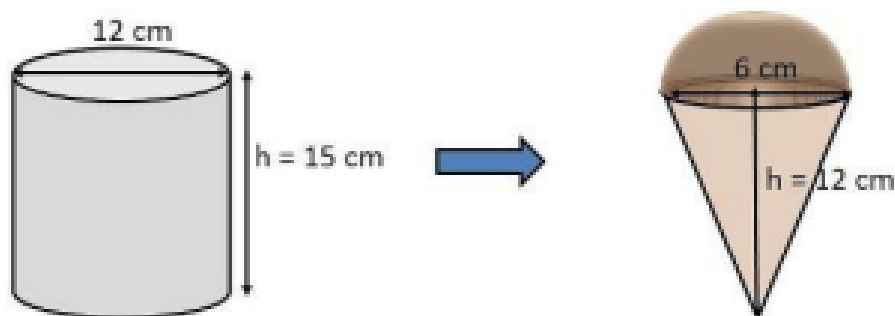
3) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $3x^2 + 5x - 6 = 0$. Không giải phương trình, tính các giá trị của các biểu thức $D = \frac{x_1}{x_2 + 2} + \frac{x_2}{x_1 + 2}$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một hộp kem hình trụ có đường kính 12 cm và chiều cao 15 cm đựng đầy kem được đặt trên mặt bàn phẳng.

a) Tính thể tích hộp kem.

b) Hộp kem chứa kem sẽ được chia vào các bánh ốc quế hình nón có chiều cao 12 cm và đường kính 6 cm, có hình bán cầu trên đỉnh như hình vẽ. Hãy tìm số que kem có thể chia được.



2) Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB vuông góc với dây CD tại điểm I (I nằm giữa A và O). Lấy điểm E bất kì trên cung nhỏ BC (E khác B và C). AE cắt CD tại K .

a) Chứng minh bốn điểm K, E, B, I cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $AK.AE = AI.AB$.

c) Gọi P là giao điểm của tia BE và tia DC , Q là giao điểm của AP và BK . Chứng minh IK là phân giác của EQ . Chứng minh OQ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PQE .

Câu V: (0,5 điểm) Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm, mỗi kg sản phẩm loại I cần 2kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lợi nhuận 40000 đồng. Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4kg nguyên liệu và 15 giờ, đem lại mức lợi nhuận 30000 đồng. Xưởng có 200kg nguyên liệu và 120 giờ làm việc. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lợi nhuận cao nhất?

.∞ HẾT ∞

HƯỚNG DẪN

Câu I :

1) Kết quả đo tốc độ của 25 xe ô tô (đơn vị: km/h) khi đi qua một trạm quan sát đã được thống kê dưới bảng sau

46	55	57	50	45
41	44	46	40	58
50	56	52	59	44
52	40	42	47	54
45	48	58	49	40

a) Hãy ghép các số liệu thành bốn nhóm ứng với bốn nửa khoảng có độ dài bằng nhau.

b) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm ở câu a.

2) Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên lẻ có 2 chữ số. Xét biến cố A: “Số tự nhiên viết ra là bình phương của một số tự nhiên”.



Tính xác suất của biến cố A.

Lời giải

1) a) Trong mẫu số liệu trên, số liệu có giá trị nhỏ nhất là 41, số liệu có giá trị lớn nhất là 59. Vì thế, ta có thể chọn nửa khoảng $[40; 60)$ sao cho giá trị của mỗi số liệu trong mẫu số liệu đều thuộc nửa khoảng $[40; 60)$. Vì độ dài của nửa khoảng $[40; 60)$ bằng $60 - 40 = 20$ nên ta có thể phân chia nửa khoảng đó thành bốn nửa khoảng có độ dài bằng nhau là: $[40; 45)$, $[45; 50)$, $[50; 55)$, $[55; 60)$.

Vậy ta có thể ghép mẫu số liệu đã cho theo bốn nhóm ứng với bốn nửa khoảng đó.

b) Tốc độ của xe đi từ 40 km/h đến dưới 45 km/h là 7 xe;

Tốc độ của xe đi từ 45 km/h đến dưới 50 km/h là 7 xe;

Tốc độ của xe đi từ 50 km/h đến dưới 55 km/h là 5 xe;

Tốc độ của xe đi từ 55 km/h đến dưới 60 km/h là 6 xe.

Do đó ta có bảng tần số ghép nhóm

Tốc độ (km/h)	$[40; 45)$	$[45; 50)$	$[50; 55)$	$[55; 60)$
Tần số	7	7	5	6

2)

- Không gian mẫu của phép thử “Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên lẻ có 2 chữ số” là:

$$\Omega = \{11; 13; 15; \dots; 97; 99\}$$

- Số phần tử của tập hợp Ω là: $\frac{99-11}{2} + 1 = 45$ (phần tử)

- Các kết quả thuận lợi của biến cố A : “Số tự nhiên viết ra là bình phương của 1 số tự nhiên” là: $\{25; 49; 81\}$. Biến cố này gồm 3 phần tử.

- Xác suất của biến cố A là: $3:45 = \frac{1}{15}$

Câu II: (1,5 điểm) Cho biểu thức: $M = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}; P = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} + \frac{2+8\sqrt{x}}{x-1} - \frac{2}{1-\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 1$.

1) Tính M khi $x = 0,49$

2) Chứng minh $P = \frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$

3) Đặt $Q = M.P + \frac{x-5}{\sqrt{x}}$. So sánh Q với 3.

Lời giải

1) Thay $x = 0,49$ (thỏa mãn) vào M , ta có: $M = \frac{\sqrt{0,49}-1}{\sqrt{0,49}} = \frac{-3}{7}$.

Vậy $M = \frac{-3}{7}$ khi $x = 0,49$

$$2) P = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} + \frac{2+8\sqrt{x}}{x-1} - \frac{2}{1-\sqrt{x}}$$

$$P = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} + \frac{2+8\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{2}{\sqrt{x}-1}$$

$$P = \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{2+8\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{2(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$P = \frac{x-3\sqrt{x}+2+2+8\sqrt{x}+2\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$P = \frac{x+7\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{(\sqrt{x}+6)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1} \text{ (điều phải chứng minh)}$$

$$3) \text{ Xét } Q = M.P + \frac{x-5}{\sqrt{x}} \text{ suy ra } Q = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1} + \frac{x-5}{\sqrt{x}} = \frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$$

$$\text{Xét hiệu } Q-3 = \frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}-3 = \frac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}}$$

Với $x > 0; x \neq 1$ thì $(\sqrt{x}-1)^2 \geq 0$ và $\sqrt{x} > 0$ suy ra $\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}} \geq 0$ hay $Q \geq 3$

Câu III: (2,5 điểm)

1) Cách đây hai năm, bác Chín gửi một số tiền vào ngân hàng với lãi suất 6% một năm. Bây giờ số tiền bác Chính có được cả gốc lẫn lãi là 33,708 triệu đồng. Hỏi ban đầu bác Chín gửi vào bao nhiêu tiền?

2) Hai đội công nhân dệt may cần sản xuất một số lượng khẩu trang theo đơn đặt hàng. Nếu làm chung thì sau 4 giờ họ sẽ làm xong. Nhưng hai đội mới làm chung được 3 giờ thì đội 1 nghỉ, đội 2 tiếp tục làm trong 3 giờ nữa mới xong. Hỏi mỗi đội nếu làm một mình thì phải bao lâu mới xong công việc?

3) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $3x^2 + 5x - 6 = 0$. Không giải phương trình, tính các giá trị của các biểu thức $D = \frac{x_1}{x_2 + 2} + \frac{x_2}{x_1 + 2}$.

Lời giải

1) Gọi số tiền gửi ban đầu là x (triệu đồng) ($x > 0$)

Tiền lãi sau một năm là: $x \cdot 6\% = 0,06x$ (triệu đồng)

Số tiền cả gốc lẫn lãi sau một năm là: $x + 0,06x = 1,06x$ (triệu đồng)

Số tiền cả gốc và lãi sau năm thứ hai là: $1,06x \cdot (1 + 6\%) = 1,1236x$ (triệu đồng)

Vì sau hai năm, bác Chín nhận được 33,9 triệu đồng cả gốc và lãi, nên ta có phương trình:
 $1,1236x = 33,708$

$$x = 33,708 : 1,1236 = 30 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy số tiền ban đầu bác Chín gửi vào là 30 triệu đồng.

2) Gọi thời gian đội 1 hoàn thành công việc một mình là x (giờ, $x > 4$)

Gọi thời gian đội 2 hoàn thành công việc một mình là y (giờ, $y > 4$)

Trong một giờ, đội 1 làm được số phần công việc là: $\frac{1}{x}$ (công việc); đội 2 làm được số phần công việc là: $\frac{1}{y}$ (công việc).

Trong một giờ, cả hai đội làm được số phần công việc là: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$. Trong bốn giờ, cả hai đội làm được số phần công việc là: $4\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$.

Khi đó cả hai đội làm xong việc nên ta có phương trình là: $4\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1$ (1)

Trong ba giờ, cả hai đội làm được số phần công việc là: $3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ (công việc);

Trong ba giờ, đội 2 làm được số phần công việc là: $3 \cdot \frac{1}{y}$ (công việc).

Khi đó công việc mới xong, nên ta có phương trình: $3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + 3 \cdot \frac{1}{y} = 1$ hay $3 \cdot \frac{1}{x} + 6 \cdot \frac{1}{y} = 1$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \\ 3 \cdot \frac{1}{x} + 6 \cdot \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta có: $\begin{cases} x = 6 \\ y = 12 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy đội 1 làm một mình trong 6 giờ xong, đội 2 làm một mình trong 12 giờ xong công việc

3) Phương trình có tích $ac = 3 \cdot (-6) = -18 < 0$ nên có nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Theo định lý

Viète, ta có $x_1 + x_2 = \frac{-5}{3}$ và $x_1 x_2 = -2$.

$$x_1, x_2 \neq -2$$

$$D = \frac{x_1}{x_2 + 2} + \frac{x_2}{x_1 + 2} = \frac{x_1(x_1 + 2) + x_2(x_2 + 2)}{(x_1 + 2)(x_2 + 2)}$$

$$D = \frac{(x_1^2 + x_2^2) + 2(x_1 + x_2)}{x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4}$$

$$D = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2)}{x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4}$$

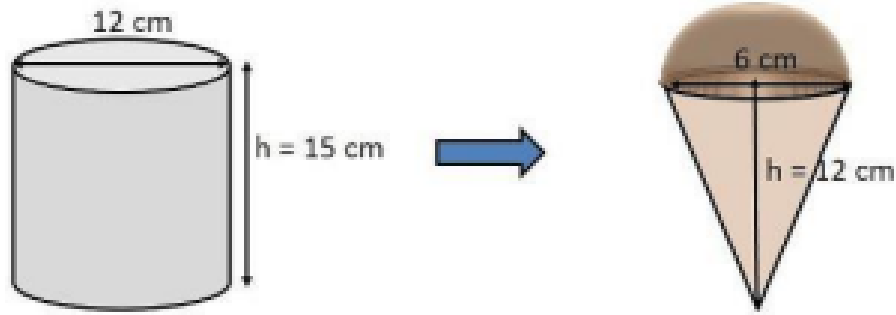
$$D = \frac{\left(\frac{-5}{3}\right)^2 - 2 \cdot (-2) + 2 \cdot \left(\frac{-5}{3}\right)}{(-2) + 2 \cdot \left(\frac{-5}{3}\right) + 4} = \frac{-31}{12}$$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một hộp kem hình trụ có đường kính 12 cm và chiều cao 15 cm đựng đầy kem được đặt trên mặt bàn phẳng.

a) Tính thể tích hộp kem.

b) Hộp kem chứa kem sẽ được chia vào các bánh ốc quế hình nón có chiều cao 12 cm và đường kính 6 cm, có hình bán cầu trên đỉnh như hình vẽ. Hãy tìm số que kem có thể chia được.



2) Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB vuông góc với dây CD tại điểm I (I nằm giữa A và O). Lấy điểm E bất kì trên cung nhỏ BC (E khác B và C). AE cắt CD tại K .

a) Chứng minh bốn điểm K, E, B, I cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $AK.AE = AI.AB$.

c) Gọi P là giao điểm của tia BE và tia DC , Q là giao điểm của AP và BK . Chứng minh IK là phân giác của EIQ . Chứng minh OQ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PQE .

Lời giải

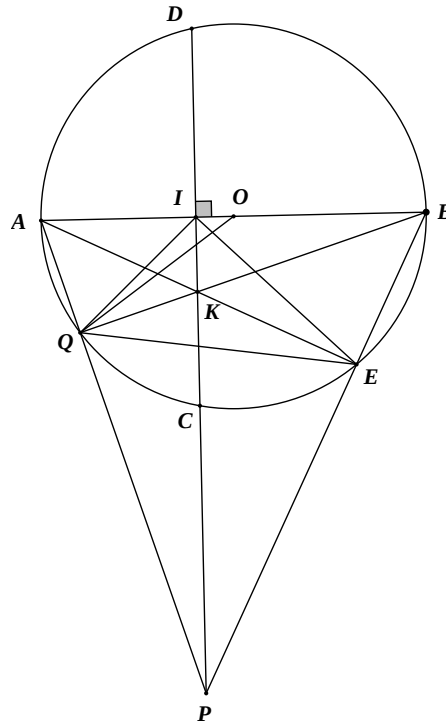
1)

a) Thể tích kem trong hộp hình trụ là: $V_T = \pi R_T^2 . h_T = \pi \left(\frac{12}{2} \right)^2 . 15 = 540\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

b) Thể tích kem trong hộp hình nón có hình bán cầu trên đỉnh là $V_{kem} = \frac{1}{3} \pi R_N^2 . h_N + \frac{1}{2} . \frac{4}{3} \pi R_C^3$
 $= \frac{1}{3} \pi \left(\frac{6}{2} \right)^2 . 12 + \frac{1}{2} . \frac{4}{3} . \pi . \left(\frac{6}{2} \right)^3 = 54\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

Vậy số que kem có thể chia được là: $\frac{540\pi}{54\pi} = 10 \text{ que.}$

2)



a) Chứng minh bốn điểm K, E, B, I cùng thuộc một đường tròn.

Xét $(O; R)$ có: $AEB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) hay $KEB = 90^\circ$

đường kính AB vuông góc với dây CD tại điểm $I \Rightarrow KIB = 90^\circ$

Xét $\triangle KEB$ vuông tại E có cạnh huyền KB suy ra K, E, B thuộc đường tròn đường kính KB (1)

Xét $\triangle KIB$ vuông tại I có cạnh huyền KB suy ra K, I, B thuộc đường tròn đường kính KB (2)

Hay bốn điểm K, E, B, I cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $AK.AE = AI.AB$.

Xét $\triangle AKI$ và $\triangle ABE$, ta có: A là góc chung và $AIK = AEB = 90^\circ \Rightarrow \triangle AKI \sim \triangle ABE$ ($g - g$)

$$\Rightarrow \frac{AK}{AB} = \frac{AI}{AE} \Rightarrow AK.AE = AI.AB \text{ (đpcm)}$$

c) Gọi P là giao điểm của tia BE và tia DC , Q là giao điểm của AP và BK . Chứng minh IK là phân giác của EIQ . Chứng minh OQ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PQE .

*** Chứng minh IK là phân giác của EIQ .**

Xét $\triangle APB$ có: $PI \perp AB (I \in AB)$; $AE \perp PB (E \in PB)$; $PI \cap AE \equiv \{K\}$

$\Rightarrow K$ là trọng tâm của $\triangle APB \Rightarrow PQ \perp AP (Q \in AP) \Rightarrow AQB = 90^\circ$ hay $AQK = 90^\circ$

Đường kính AB vuông góc với dây CD tại điểm $I \Rightarrow AIK = 90^\circ$

Chứng minh được bốn điểm A, I, Q, K cùng thuộc đường tròn đường kính AK suy ra $AIKQ$ là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow QAK = QIK \text{ (hai góc nt cùng chắn } QK \text{)}$$

Ta có: $KEBI$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow KIE = KBE$ (hai góc nt cùng chắn EK)

Lại có: $QAK = KBE$ (hai góc nt cùng chắn cung QE)

$$\Rightarrow KIE = KIQ \text{ hay } IK \text{ là phân giác của } EIQ \text{ (đpcm)}$$

***Chứng minh OQ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PQE .**

Ta có: $AQB = 90^\circ \Rightarrow Q \in (O; R)$

Xét ΔOQB , ta có:

$$OQ = OB = R$$

$\Rightarrow \Delta OQB$ là tam giác cân tại O

$$\Rightarrow OQB = OBQ \text{ hay } OQK = OBQ \quad (1)$$

Xét ΔIBK và ΔQPK , ta có:

$$IKB = QKP \text{ (hai góc đối đỉnh)}$$

$$KQP = KIB = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \Delta IBK \sim \Delta QPK \text{ (g-g)}$$

$$\Rightarrow IBK = QPK \text{ (hai góc tương ứng) hay } OBK = QPK \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $OQK = QPK \quad (*)$

Ta có: $BQE = BAE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn BE) hay $KQE = IAK \quad (3)$

Xét ΔIAK và ΔEPK , ta có:

$$IKA = EKP \text{ (hai góc đối đỉnh)}$$

$$KEP = KIA = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \Delta IAK \sim \Delta EPK \text{ (g-g)}$$

$$\Rightarrow IAK = EPK \text{ (hai góc tương ứng) } \quad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra: $KQE = EPK \quad (**)$

Từ (*) và (**) ta có: $OQK + KQE = QPK + EPK \Rightarrow OQE = QPE$

Lại có: ΔQEP nội tiếp $\Rightarrow QPE = \frac{1}{2} sdQE$ (tc góc nội tiếp)

$$\Rightarrow OQE = \frac{1}{2} sdQE$$

$\Rightarrow OQ$ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PQE (đpcm).

Câu V: (0,5 điểm) Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm, mỗi kg sản phẩm loại I cần $2kg$ nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lợi nhuận 40000 đồng. Mỗi kg sản phẩm loại II cần $4kg$ nguyên liệu và 15 giờ, đem lại mức lợi nhuận 30000 đồng. Xưởng có $200kg$ nguyên liệu

và 1200 giờ làm việc. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lợi nhuận cao nhất?

Lời giải

Gọi x ($x \geq 0$) là số kg loại I cần sản xuất, y ($y \geq 0$) là số kg loại II cần sản xuất. Suy ra số nguyên liệu cần dùng là $2x + 4y$, thời gian là $30x + 15y$, có mức lợi nhuận là $40000x + 30000y$.

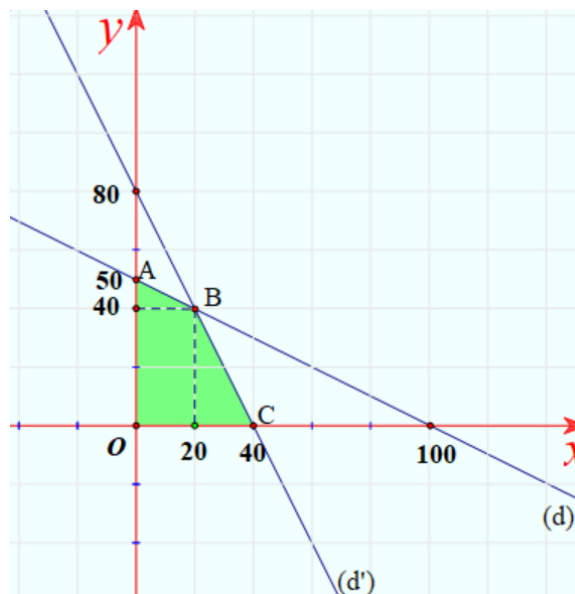
Theo giả thiết bài toán xưởng có 200kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc tức là:

$$\begin{cases} 2x + 4y \leq 200 \\ 30x + 15y \leq 1200 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x + 2y - 100 \leq 0 \\ 2x + y - 80 \leq 0 \end{cases}$$

Bài toán trở thành: Tìm x, y thỏa mãn hệ phương trình: $\begin{cases} x + 2y - 100 \leq 0 \\ 2x + y - 80 \leq 0 \end{cases}$ (*) với $x \geq 0$ và $y \geq 0$

sao cho $L(x; y) = 40000x + 30000y$ đạt giá trị lớn nhất.

Trong mặt phẳng tọa độ vẽ các đường thẳng $(d): x + 2y - 100 = 0$, $(d'): 2x + y - 80 = 0$.



Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là phần tứ giác $ABCO$ được giới hạn bởi hai đường thẳng (d) và (d') với hệ trục tọa độ.

Giá trị lớn nhất của $L(x; y) = 40000x + 30000y$ đạt tại một trong các điểm $(0; 0), (40; 0), (0; 50), (20; 40)$

Ta có: $L(0; 0) = 0; L(40; 0) = 1600000; L(0; 50) = 1500000; L(20; 40) = 2000000$

suy ra giá trị lớn nhất của $L(x; y)$ là 2000000 khi $(x; y) = (20; 40)$.

Vậy cần sản xuất 20 kg sản phẩm loại I và 40 kg sản phẩm loại II để có mức lợi nhuận lớn nhất.

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1). Đo chiều cao (đơn vị là cm) của học sinh lớp 9A cho kết quả như sau;

156	157	164	166	166	165	157	154	155	158	160	163	163
161	162	159	159	160	160	160	159	158	160	160	158	163
162	162	162	161	162	161	163	161	163	161	164	166	165
165												

Hãy lập bảng tần số ghép nhóm với các nhóm [155; 158), [158; 161), [161; 164), [164;167).

Tính tần số tương đối của nhóm [161; 164)

2). Trong túi có 6 quả bóng bàn kích thước và chất liệu như nhau gồm 2 quả màu đỏ, 2 quả màu trắng, 2 quả màu xanh. Không nhìn vào túi mà lấy ra 2 quả bóng. Tính xác suất của biến cố A lấy được ít nhất một quả bóng màu đỏ.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}}$ và $B = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

1) . Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$

2) . Đặt $P = A + B$. Rút gọn biểu thức P

3) . Tìm m để có x thỏa mãn $P(\sqrt{x} + 3) = m$

Câu III: (2,5 điểm)

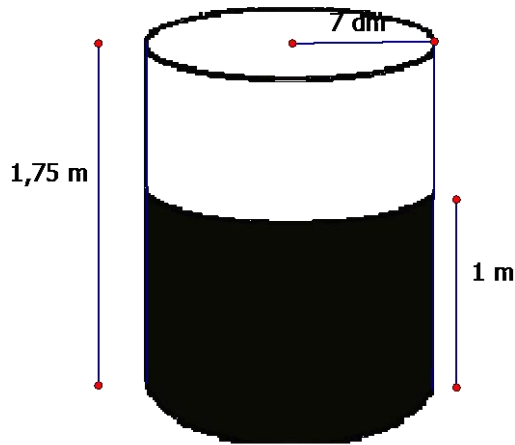
1) . Lúc 6 giờ 30 phút sáng, một ca nô xuôi dòng sông từ A đến B dài 48km. Khi đến B, ca nô nghỉ 30 phút sau đó ngược dòng từ B về A lúc 10 giờ 36 phút cùng ngày. Tìm vận tốc riêng của ca nô biết vận tốc dòng nước là 3km/h.

2) . Hai người thợ quét sơn một ngôi nhà. Nếu họ cùng làm thì trong 6 ngày xong việc. Nếu người thợ thứ nhất làm một mình trong 5 ngày rồi nghỉ, người thứ hai làm tiếp 4 ngày thì cả hai làm được $\frac{7}{9}$ công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người thợ phải làm trong bao nhiêu ngày để xong việc.

3) . Biết phương trình $x^2 + ax + 5 = 0$ có một nghiệm là $x = 4 - \sqrt{11}$. Tính tổng các bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Câu IV: (4,0 điểm)

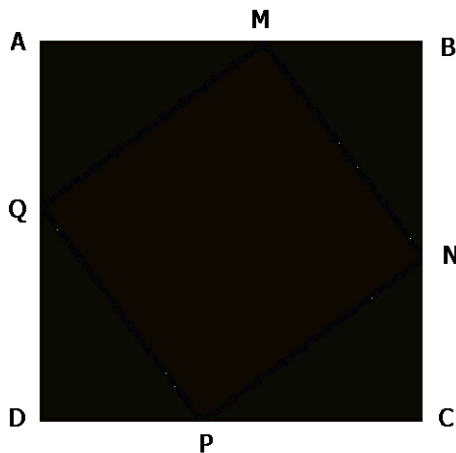
1) . Một bồn nước inox có dạng một hình trụ với chiều cao 1,75 m và bán kính đáy là 5 dm. Trong bồn đang chứa đầy nước, người ta tháo nước ở trong bồn ra cho đến khi mực nước trong bồn còn cao 1m. Hỏi số nước đã tháo ra ngoài là bao nhiêu lít? (Bỏ qua bề dày của bồn nước).



2) . Cho đường tròn (O) cố định. Từ một điểm A cố định ở bên ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AM và AN với đường tròn (M;N là các tiếp điểm). Đường thẳng đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm B và C (B nằm giữa A và C). Gọi I là trung điểm của dây BC.

- Chứng minh rằng: AMON là tứ giác nội tiếp.
- Gọi K là giao điểm của MN và BC. Chứng minh rằng: $AK.AI = AB.AC$
- Xác định vị trí của cát tuyến ABC để $IM = 2IN$.

Câu V: (0,5 điểm) Một cái sân hình vuông ABCD có cạnh là 8 m. Người ta muốn lát gạch màu khác để trang trí lên mảnh sân hình vuông MNPQ nội tiếp trong sân hình vuông ABCD. Tìm vị trí của M, N, P, Q để hình vuông MNPQ có diện tích nhỏ nhất



∞ HẾT ∞

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu I: (1,5đ) 1) . Đo chiều cao (đơn vị là cm) của học sinh lớp 9A cho kết quả như sau;

156	157	164	166	166	165	157	154	155	158	160	163	163
161	162	159	159	160	160	160	159	158	160	160	158	163
162	162	162	161	162	161	163	161	163	161	164	166	165

Hãy lập bảng tần số ghép nhóm với các nhóm [155; 158), [158; 161), [161; 164), [164;167).

Tính tần số tương đối của nhóm [161; 164)

2). Trong túi có 6 quả bóng bàn kích thước và chất liệu như nhau gồm 2 quả màu đỏ, 2 quả màu trắng, 2 quả màu xanh. Không nhìn vào túi mà lấy ra 2 quả bóng. Tính xác suất của biến cố A lấy được ít nhất một quả bóng màu đỏ.

Lời giải					Điểm
1) Bảng tần số ghép nhóm					0,5đ
Chiều cao (cm)	[155; 158)	[158; 161)	[161; 164)	[164;167)	
Số HS	5	12	15	8	
Tần số tương đối của nhóm [161; 164) là $\frac{15}{40} \cdot 100\% = 37,5\%$					0,25đ
2) Kí hiệu các quả bóng đỏ trắng xanh là Đ ₁ , Đ ₂ , X ₁ , X ₂ , T ₁ , T ₂ Không gian mẫu: $\Omega = \{ \text{Đ}_1\text{Đ}_2, \text{X}_1\text{X}_2, \text{T}_1\text{T}_2, \text{Đ}_1\text{X}_1, \text{Đ}_1\text{X}_2, \text{Đ}_2\text{X}_1, \text{Đ}_2\text{X}_2, \text{Đ}_1\text{T}_1, \text{Đ}_1\text{T}_2, \text{Đ}_2\text{T}_1, \text{Đ}_2\text{T}_2, \text{X}_1\text{T}_1, \text{X}_1\text{T}_2, \text{X}_2\text{T}_1, \text{X}_2\text{T}_2 \}$					0,25đ
Có 9 kết quả thuận lợi cho biến cố A là : Đ ₁ Đ ₂ , Đ ₁ X ₁ , Đ ₁ X ₂ , Đ ₂ X ₁ , Đ ₂ X ₂ , Đ ₁ T ₁ , Đ ₁ T ₂ , Đ ₂ T ₁ , Đ ₂ T ₂					0,25đ
$P(A) = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$					0,25đ

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}}$ và $B = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

1) . Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$

2) . Đặt $P = A + B$. Rút gọn biểu thức P

3) . Tìm m để có x thỏa mãn $P(\sqrt{x} + 3) = m$

Lời giải					Điểm
1) Bảng tần số ghép nhóm					0,5đ
Chiều cao (cm)	[155; 158)	[158; 161)	[161; 164)	[164;167)	
Số HS	5	12	15	8	
1) Thay $x = 16$ (tmđk) vào biểu thức $A = \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}}$ ta được $A = \frac{3\sqrt{16}-2}{1-\sqrt{16}} = \frac{3 \cdot 4 - 2}{1-4} = \frac{12-2}{-3} = -\frac{10}{3}$ Vậy khi $x = 16$ thì $A = -\frac{10}{3}$					0,5đ
2) Với $x \geq 0, x \neq 1$. Ta có:					0,5đ

$P = A + B = \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} + \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$ $P = \frac{(-3\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)} + \frac{15\sqrt{x}-11}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)} - \frac{(2\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$ $P = \frac{-3x-7\sqrt{x}+6+15\sqrt{x}-11-2x-\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$ $= \frac{-5x+7\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)} = \frac{-(\sqrt{x}-1)(5\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$ $P = \frac{-5\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} . \quad \text{Vậy với } x \geq 0; x \neq 1 \text{ thì } P = \frac{-5\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}$	
Có 9 kết quả thuận lợi cho biến cố A là : Đ ₁ Đ ₂ , Đ ₁ X ₁ , Đ ₁ X ₂ , Đ ₂ X ₁ , Đ ₂ X ₂ , Đ ₁ T ₁ , Đ ₁ T ₂ , Đ ₂ T ₁ , Đ ₂ T ₂	0,25đ
3) Với $x \geq 0; x \neq 1$ ta có: $m = P(\sqrt{x}+3) = \frac{-5\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} \cdot (\sqrt{x}+3) = -5\sqrt{x}+2$ Với $x \geq 0 \Rightarrow -5\sqrt{x} \leq 0 \Rightarrow -5\sqrt{x}+2 \leq 2 \Rightarrow m \leq 2$ (1) Mặt khác $x \neq 1 \Rightarrow \sqrt{x} \neq 1 \Rightarrow -5\sqrt{x} \neq -5 \Rightarrow -5\sqrt{x}+2 \neq -3 \Rightarrow m \neq -3$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow m \leq 2; m \neq -3$ Vậy với $m \leq 2; m \neq -3$ thì có x thỏa mãn $P(\sqrt{x}+3) = m$	0,5đ

Câu III: (2,5 điểm)

- Lúc 6 giờ 30 phút sáng, một ca nô xuôi dòng sông từ A đến B dài 48km. Khi đến B, ca nô nghỉ 30 phút sau đó ngược dòng từ B về A lúc 10 giờ 36 phút cùng ngày. Tìm vận tốc riêng của ca nô biết vận tốc dòng nước là 3km/h.
- Hai người thợ quét sơn một ngôi nhà. Nếu họ cùng làm thì trong 6 ngày xong việc. Nếu người thợ thứ nhất làm một mình trong 5 ngày rồi nghỉ, người thứ hai làm tiếp 4 ngày thì cả hai làm được $\frac{7}{9}$ công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người thợ phải làm trong bao nhiêu ngày để xong việc.
- Biết phương trình $x^2 + ax + 5 = 0$ có một nghiệm là $x = 4 - \sqrt{11}$. Tính tổng các bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

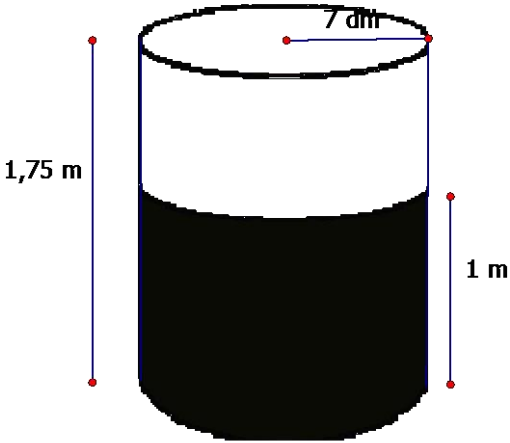
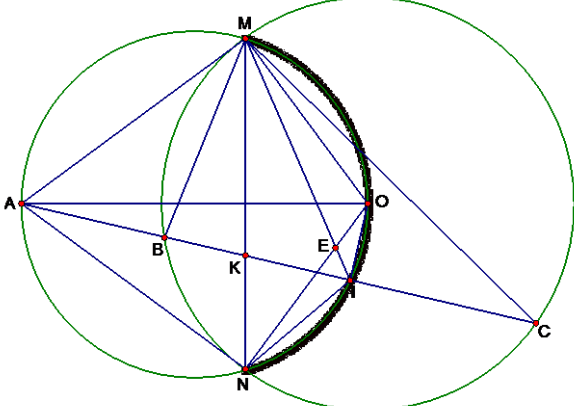
Lời giải	Điểm
1) (1,0đ)	
Đổi 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ; Gọi vận tốc riêng của ca nô là x(km/h) ($x > 3$) Vận tốc xuôi dòng là x + 3 (km/h) Vận tốc ngược dòng là x - 3 (km/h)	0,25đ
Thời gian xuôi dòng là $\frac{48}{x+3}$ (h)	0,25đ

Thời gian ngược dòng là $\frac{48}{x-3} (h)$	
Thời gian cả đi và về và nghỉ là: 10 giờ 36 phút - 6 giờ 30 phút = 4 giờ 06 phút = $\frac{41}{10} h$	
Ta có phương trình: $\frac{48}{x+3} + \frac{48}{x-3} + \frac{1}{2} = \frac{41}{10}.$ Giải phương trình ra $x_1 = 27$; $x_2 = \frac{-1}{3}$	0,25đ
Đối chiếu điều kiện và trả lời Vận tốc riêng của ca nô là 27 km/h	0,25đ
2) (1,0đ)	
Gọi thời gian người thứ nhất làm một mình xong việc là x (ngày) ($x > 6$) Gọi thời gian người thứ hai làm một mình xong việc là y (ngày) ($y > 6$) Thì 1 ngày người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc) 1 ngày người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc) 1 ngày cả hai người làm được $\frac{1}{6}$ (công việc)	0,25đ
Ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$ (1)	0,25đ
5 ngày người thứ nhất làm được $\frac{5}{x}$ (công việc) 4 ngày người thứ hai làm được $\frac{4}{y}$ (công việc) Ta có phương trình $\frac{5}{x} + \frac{4}{y} = \frac{7}{9}$ (2)	0,25đ
Giải hệ 2 phương trình (1), (2) được $x = 9, y = 18$ Đối chiếu kết quả với điều kiện và trả lời	0,25đ
3) (0,5đ)	
Phương trình đã cho có 2 nghiệm khi $\Delta = a^2 - 20 \geq 0$ hay $a^2 \geq 20$ Theo định lí Viète ta có $x_1 \cdot x_2 = 5$ mà $x_1 = 4 - \sqrt{11}$ nên $x_2 = 4 + \sqrt{11}$	0,25đ
Ta có $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 8^2 - 2 \cdot 5 = 54$	0,25đ

Câu IV: (4,0 điểm)

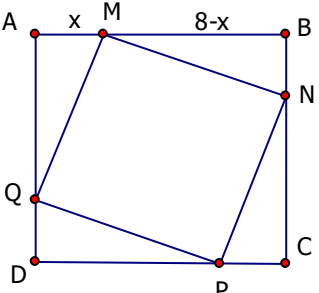
- Một bồn nước inox có dạng một hình trụ với chiều cao 1,75 m và bán kính đáy là 5 dm. Trong bồn đang chứa đầy nước, người ta tháo nước ở trong bồn ra cho đến khi mực nước trong bồn còn cao 1m. Hỏi số nước đã tháo ra ngoài là bao nhiêu lít? (Bỏ qua bề dày của bồn nước).
- Cho đường tròn (O) cố định. Từ một điểm A cố định ở bên ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AM và AN với đường tròn (M;N là các tiếp điểm). Đường thẳng đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm B và C (B nằm giữa A và C). Gọi I là trung điểm của dây BC.
 - Chứng minh rằng: AMON là tứ giác nội tiếp.
 - Gọi K là giao điểm của MN và BC. Chứng minh rằng: $AK \cdot AI = AB \cdot AC$
 - Xác định vị trí của cát tuyến ABC để $IM = 2IN$.

Lời giải	Điểm
1) (1,0đ)	

 Đổi 1,75m = 17,5 dm Số nước đã tháo ra ngoài thể tích của hình trụ có bán kính đáy là 5 dm và có chiều cao là: 17,5dm – 10dm = 7,5dm	0,5đ
Thể tích phần nước tháo ra là $2.5.\pi .7,5 \approx 235,5 \text{ dm}^3 = 235,5 \text{ l}$ Vậy thể tích nước đã tháo ra ngoài xấp xỉ 235,5 lít	0,5đ
2) (3,0đ)	
	0,25đ
a) Tứ giác AMON nội tiếp Vì AM là tiếp tuyến nên $AM \perp MO$ Do đó $\triangle AMO$ vuông tại M nên nội tiếp trong đường tròn đường kính AO Chứng minh tương tự ta được $\triangle ANO$ nội tiếp trong đường tròn đường kính AO Do đó 4 điểm A, O, M, N cùng nằm trên đường tròn đường kính AO Vậy tứ giác AMON nội tiếp	0,75đ
b) Chứng minh I thuộc đường tròn đường kính AO Chứng minh $\triangle AKM \sim \triangle AMI (gg) \Rightarrow \frac{AK}{AM} = \frac{AM}{AI} \Rightarrow AK.AI = AM^2 \quad (1)$ Chứng minh $\triangle ABM \sim \triangle AMC (gg) \Rightarrow \frac{AB}{AM} = \frac{AM}{AC} \Rightarrow AB.AC = AM^2 \quad (2)$ Từ (1) và (2) suy ra $AK.AI = AB.AC$	1,0đ
c) Chứng minh $\triangle KIN \sim \triangle KMA (gg) \Rightarrow \frac{IN}{MA} = \frac{KN}{KA} \Rightarrow IN = \frac{KN.MA}{KA}$ Chứng minh $\triangle KIM \sim \triangle KNA (gg) \Rightarrow \frac{IM}{NA} = \frac{KM}{KA} \Rightarrow IM = \frac{KM.NA}{KA} = \frac{KM.MA}{KA}$ (vì $NA=MA$)	1,0đ

$\text{Do đó } IM = 2IN \Leftrightarrow \frac{IN}{IM} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\frac{KN.MA}{KA}}{\frac{KM.MA}{KA}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{KN}{KM} = \frac{1}{2}$	
Vậy $IM=2.IN$ khi cát tuyến ABC cắt MN tại K với $\frac{KN}{KM} = \frac{1}{2}$	

Câu V: (0,5 điểm) Một cái sân hình vuông ABCD có cạnh là 8 m. Người ta muốn lát gạch màu khác để trang trí lên mảnh sân hình vuông MNPQ nội tiếp trong sân hình vuông ABCD. Tìm vị trí của M, N, P, Q để hình vuông MNPQ có diện tích nhỏ nhất

Lời giải	Điểm
 Gọi cái sân đó là hình vuông ABCD, phần lát gạch màu trang trí là hình vuông MNPQ Chứng minh $\Delta AMQ = \Delta BNM = \Delta CPN = \Delta DQP$ Gọi $AM = x$ thì $MB = 8-x$ Diện tích hình vuông MNPQ có diện tích nhỏ nhất khi tổng diện tích 4 tam giác vuông ở 4 góc hình vuông ABCD là lớn nhất. Gọi S là tổng diện tích 4 tam giác đó, ta có: $S = 2. AM. AQ$ Mà $AM + AQ = AM + MB = 8$ (m) $(AM - MB)^2 \geq 0$ $AM^2 + MB^2 \geq 2. AM. MB$ $(AM + MB)^2 \geq 4. AM. MB$ $2. AM. MB \leq \frac{(AM + MB)^2}{2} = \frac{8^2}{2} = 32$ Hay $S \leq 32$ Dấu “=” xảy ra khi $AM = MB = \frac{AB}{2} = 4$ Khi đó M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Vậy khi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA thì hình vuông MNPQ có diện tích nhỏ nhất.	0,25đ 0,25đ

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Chiều cao (đơn vị: mét) của 35 cây bạch đàn được cho như sau: Hãy ghép các số liệu trên thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng có độ dài bằng nhau.

6,6	7,5	8,2	8,2	7,8	7,9	9,0	8,9	8,2
7,2	7,5	8,3	7,4	8,7	7,7	7,0	9,4	8,7
8,0	7,7	7,8	8,3	8,6	8,1	8,1	9,5	6,9
8,0	7,6	7,9	7,3	8,5	8,4	8,0	8,8	

2) Một hộp có 20 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân viết lên các viên bi đó các số 1, 2, 3..., 20; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau.

Xét phép thử “Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp”. Tính xác suất biến cố: “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1”.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức

$$A = \frac{3\sqrt{x}-9}{x-4} \text{ và } B = \frac{x+1}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)} + \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} \quad (x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9)$$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=1$

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$

3) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = AB$

Câu III: (2,5 điểm)

1) Bác Bình An vay ở một ngân hàng 500 triệu đồng để sản xuất trong thời hạn một năm. Lẽ ra đúng một năm sau bác phải trả cả tiền vốn lẫn tiền lãi, song bác đã được ngân hàng cho kéo dài thời hạn thêm 1 năm nữa, số tiền lãi của năm đầu được gộp vào với tiền vốn để tính lãi năm sau và lãi suất vẫn như cũ. Hết hai năm bác Bình An phải trả tất cả 605 triệu đồng. Hỏi lãi suất cho vay của ngân hàng đó là bao nhiêu phần trăm trong một năm?

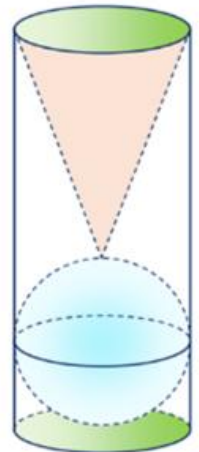
2) Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng 2,17 triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng 2,18 triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại hàng?

3) Cho phương trình $x^2 - 5x + a = 0$. Biết phương trình có một nghiệm là $x = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$.

Tính giá trị của biểu thức $A = x_1^3 - x_1 + x_2^3 - x_2 - 285$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Trên bàn có một cốc nước hình trụ chứa đầy nước, có chiều cao trong bằng 3 lần đường kính trong của đáy; một viên bi hình cầu và một khối nón đều bằng thủy tinh. Biết viên bi và khối nón đều có đường kính bằng đường kính trong của cốc nước. Người ta từ từ thả vào cốc nước viên bi và khối nón đó (như hình vẽ) thì thấy nước trong cốc tràn ra ngoài.



a) Tính thể tích nước còn lại trong cốc

b) Tính tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu.

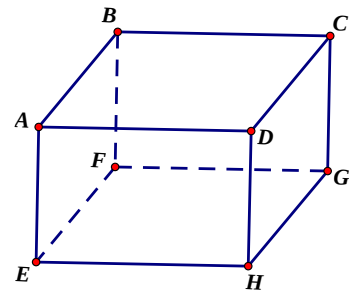
2) Trên nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính BC , lấy điểm A sao cho $BA = R$.

a) Chứng minh tam giác ABC vuông tại A và tính số đo các góc B, C của tam giác vuông ABC .

b) Qua B kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn (O) , nó cắt tia CA tại D . Qua D kẻ tiếp tuyến DE với nửa đường tròn (O) (E là tiếp điểm). Gọi I là giao điểm của OD và BE . Chứng minh rằng $OD \perp BE$ và $DI \cdot DO = DA \cdot DC$

c) Kẻ EH vuông góc với BC tại H . EH cắt CD tại G . Chứng minh IG song song với BC .

Câu V: (0,5 điểm) Một trang trại chăn nuôi dự định xây dựng một hầm biogas với thể tích $27m^3$ để chứa chất thải chăn nuôi và tạo khí sinh học. Dự kiến hầm chứa có dạng hình hộp chữ nhật có chiều sâu bằng chiều rộng. Hãy xác định các kích thước đáy (dài, rộng) của hầm biogas để thi công tiết kiệm nguyên liệu nhất (không tính đến bề dày của thành hầm).



∞ HẾT ∞

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu I:

1) Chiều cao (đơn vị: mét) của 35 cây bạch đàn được cho như sau: Hãy ghép các số liệu trên thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng có độ dài bằng nhau.

6,6	7,5	8,2	8,2	7,8	7,9	9,0	8,9	8,2
7,2	7,5	8,3	7,4	8,7	7,7	7,0	9,4	8,7
8,0	7,7	7,8	8,3	8,6	8,1	8,1	9,5	6,9
8,0	7,6	7,9	7,3	8,5	8,4	8,0	8,8	

Lời giải

Các số liệu trên được ghép thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng có độ dài bằng nhau là: $[6,6; 7,2)$, $[7,2; 7,8)$, $[7,8; 8,4)$, $[8,4; 9)$, $[9; 9,6)$.

2) Một hộp có 20 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân viết lên các viên bi đó các số 1, 2, 3..., 20; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau.

Xét phép thử “Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp”. Tính xác suất biến cố: “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1”.

Lời giải

Không gian mẫu của phép thử là:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}.$$

Có 3 kết quả thuận lợi là: 1, 8, 15

$$\text{Vậy } P(T) = \frac{3}{20}.$$

Câu II: Cho hai biểu thức

$$A = \frac{3\sqrt{x}-9}{x-4} \text{ và } B = \frac{x+1}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)} + \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} \quad (x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9)$$

1) . Tính giá trị của biểu thức A khi $x=1$

2) . Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$

3) . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = AB$

Lời giải

1). Thay $x=1$ (TMĐK) vào biểu thức A

$$A = \frac{3\sqrt{x}-9}{x-4} = \frac{3\sqrt{1}-9}{1-4} = \frac{-6}{-2} = 3$$

$$2). B = \frac{x+1}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)} + \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} = \frac{x+1 + (\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3) - (\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{x+1+x-9-x+4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{x-4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$$

$$\text{Vậy } B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} \text{ với } x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9.$$

$$3). P = A.B = \frac{3\sqrt{x}-9}{x-4} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} = \frac{3(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)} = \frac{3}{\sqrt{x}+2}$$

$$\text{Vì } x \geq 0 \text{ nên } \sqrt{x}+2 \geq 2 > 0. \text{ Suy ra } P = \frac{3}{\sqrt{x}+2} \leq \frac{3}{2}$$

Dấu “=” xảy ra khi $x=0$ (tmđk)

Vậy giá trị lớn nhất của $P = \frac{3}{2}$ khi $x=0$.

Câu III :

1) Bác Bình An vay ở một ngân hàng 500 triệu đồng để sản xuất trong thời hạn một năm. Lẽ ra đúng một năm sau bác phải trả cả tiền vốn lẫn tiền lãi, song bác đã được ngân hàng cho kéo dài thời hạn thêm 1 năm nữa, số tiền lãi của năm đầu được gộp vào với tiền vốn để tính lãi năm sau và lãi suất vẫn như cũ. Hết hai năm bác Bình An phải trả tất cả 605 triệu đồng. Hỏi lãi suất cho vay của ngân hàng đó là bao nhiêu phần trăm trong một năm?

Lời giải

Gọi lãi suất của ngân hàng đó là x

Ta có: Số tiền phải trả sau năm thứ nhất là: $500+500x$ (triệu đồng).

Số tiền phải trả sau năm thứ hai là:

$$500+500x+(500+500x)x=500x^2+1000x+500 \text{ (triệu đồng)}.$$

Vì sau hai năm bác Bình An phải trả 605 triệu đồng nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} 500x^2+1000x+500 &= 605 \\ 500x^2+1000x-105 &= 0 \end{aligned}$$

Giải phương trình ta được $x_1 = 0,1$ (thỏa mãn); $x_2 = -2,1$ (loại).

Vậy lãi suất mỗi năm của ngân hàng đó là $0,1 = 10\%$.

2) Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng 2,17 triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng 2,18 triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại hàng?

Lời giải

Gọi số tiền không kể thuế của loại hàng thứ nhất là x (triệu đồng), của loại hàng thứ hai là y (triệu đồng) ($0 < x, y < 2,17$).

Tổng số tiền phải trả là 2,17 triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned}x + 8\%x + y + 10\%y &= 2,17 \\1,08x + 1,1y &= 2,17 \quad (1)\end{aligned}$$

Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng 2,18 triệu đồng nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned}x + 9\%x + y + 9\%y &= 2,18 \\1,09x + 1,09y &= 2,18 \quad (2)\end{aligned}$$

Vậy ta có hệ:
$$\begin{cases} 1,08x + 1,1y = 2,17 \\ 1,09x + 1,09y = 2,18 \end{cases}.$$

Giải hệ phương trình ta được:
$$\begin{cases} x = 1,5 \\ y = 0,5 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy không kể thuế VAT thì loại hàng thứ nhất phải trả 1,5 triệu đồng, loại hàng thứ hai phải trả 0,5 triệu đồng.

2) Cho phương trình $x^2 - 5x + a = 0$. Biết phương trình có một nghiệm là $x = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$. Tính giá trị của biểu thức $A = x_1^3 - x_1 + x_2^3 - x_2 - 285$

Lời giải

Ta có $x = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 1$

Vì phương trình có một nghiệm là $x = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$ nên thay $x = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$ vào phương trình ta có $a = -11 + 7\sqrt{5}$

Áp dụng hệ thức Viets ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = a \end{cases}$$

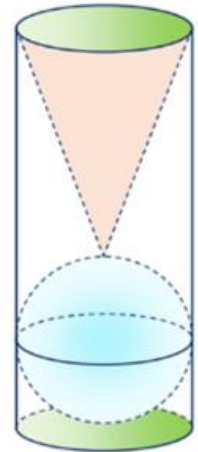
Ta có

$$\begin{aligned}
A &= x_1^3 - x_1 + x_2^3 - x_2 - 285 \\
&= x_1^3 + x_2^3 - (x_1 + x_2) - 285 \\
&= (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 \cdot x_2 + x_2^2) - 5 - 285 \\
&= (x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 \cdot x_2] - 290 \\
&= 5 \cdot [5^2 - 3 \cdot (-11 + 7\sqrt{5})] \\
&= -105\sqrt{5}
\end{aligned}$$

Vậy giá trị của biểu thức A là $-105\sqrt{5}$

Câu IV: (4,0 điểm)

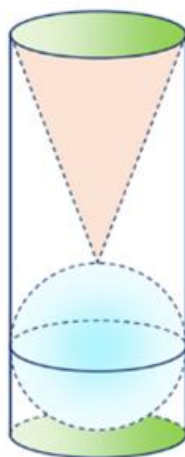
1) Trên bàn có một cốc nước hình trụ chứa đầy nước, có chiều cao trong bằng 3 lần đường kính trong của đáy; một viên bi hình cầu và một khối nón đều bằng thủy tinh. Biết viên bi và khối nón đều có đường kính bằng đường kính trong của cốc nước. Người ta từ từ thả vào cốc nước viên bi và khối nón đó (như hình vẽ) thì thấy nước trong cốc tràn ra ngoài.



- Tính thể tích nước còn lại trong cốc
- Tính tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu.

Lời giải

Trên bàn có một cốc nước hình trụ chứa đầy nước, có chiều cao trong bằng 3 lần đường kính trong của đáy; một viên bi hình cầu và một khối nón đều bằng thủy tinh. Biết viên bi và khối nón đều có đường kính bằng đường kính trong của cốc nước. Người ta từ từ thả vào cốc nước viên bi và khối nón đó (như hình vẽ) thì thấy nước trong cốc tràn ra ngoài. Tính tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu.



Lời giải

- Chiều cao của hình trụ là : $6R$
Chiều cao của hình nón là : $6R - 2R = 4R$
Ta có:

Thể tích hình trụ là: $V_1 = \pi R^2 h = \pi \cdot R^2 \cdot 6R = 6\pi R^3$.

Thể tích viên bi là: $V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Thể tích hình nón là: $V_3 = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot R^2 \cdot 4R = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Thể tích nước còn lại trong bình là: $V_4 = V_1 - V_2 - V_3 = 6\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{10}{3}\pi R^3$

b) Tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu là tỉ số thể tích của hiệu thể tích hình trụ với tổng thể tích hình nón và hình cầu với thể tích của hình trụ.

Tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu là:

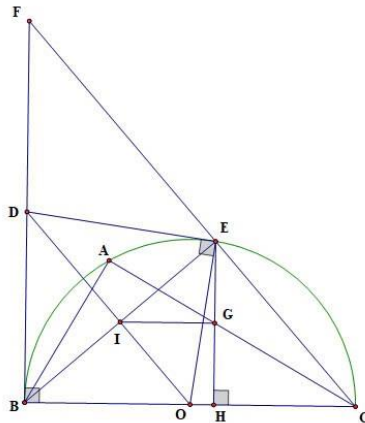
$$\frac{V_4}{V_1} = \frac{\frac{10}{3}\pi R^3}{6\pi R^3} = \frac{5}{9}.$$

2) Trên nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính BC , lấy điểm A sao cho $BA = R$.

a) Chứng minh tam giác ABC vuông tại A và tính số đo các góc B, C của tam giác vuông ABC .

b) Qua B kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn (O) , nó cắt tia CA tại D . Qua D kẻ tiếp tuyến DE với nửa đường tròn (O) (E là tiếp điểm). Gọi I là giao điểm của OD và BE . Chứng minh rằng $OD \perp BE$ và $DI \cdot DO = DA \cdot DC$

c) Kẻ EH vuông góc với BC tại H . EH cắt CD tại G . Chứng minh IG song song với BC .



a) Ta có $OA = R, BC = 2R$

$$\Rightarrow OA = OB = OC = \frac{BC}{2} = R$$

$\Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A

$$\text{Ta có } \sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \Rightarrow C = 30^\circ$$

$$B = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

b) Vì DB, DE là 2 tiếp tuyến cắt nhau $\Rightarrow DB = DE$ và DI là phân giác BDE

$$\Rightarrow \angle BDI = \angle EDI \Rightarrow \angle DIB = \angle DIE \text{ mà 2 góc này ở vị trí kề bù}$$

$$\Rightarrow DIB = DIE = 90^\circ$$

OD là đường trung trực BE $\Rightarrow OD \perp BE$

$\triangle DBO$ vuông tại B, BI là đường cao

$$\sin DBI = \frac{DI}{BD}; \sin DOB = \frac{DB}{OD} \text{ mà } DBI = DOB \text{ (cùng cộng } \angle BOI \text{ góc } 90^\circ)$$

$$\Rightarrow DI \cdot DO = DB^2 \quad (1)$$

$\triangle DBC$ vuông tại B, BA là đường cao. CMTT ta có

$$DB^2 = DA \cdot DC \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow DI \cdot DO = DA \cdot DC$$

c) Kéo dài CE cắt BD tại F. Vì $BEC = 90^\circ \Rightarrow BEF = 90^\circ$ (tính chất kẻ bù)

mà DB = DE (chứng minh trên)

suy ra ED là đường trung tuyến $\triangle FEB$ vuông tại E $\Rightarrow BD = DF$

$$\text{Vì } GH \parallel BD \text{ (cùng } \perp BC) \Rightarrow \frac{GH}{BD} = \frac{GC}{DC} \text{ (Ta-let) (3)}$$

$$\text{Vì } GE \parallel DF \text{ (cùng } \perp BC) \Rightarrow \frac{GE}{DF} = \frac{GC}{DC} \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4)} \Rightarrow \frac{GH}{BD} = \frac{GE}{DF} \text{ do } BD = DF \text{ (cmt)} \Rightarrow GH = GE$$

Mà IB = IC (OD trung trực BE)

Do đó IG là đường trung bình tam giác EHB

$$\Rightarrow IG \parallel BH \Rightarrow IG \parallel BC \text{ (dpcm)}$$

Câu V: (0,5 điểm) Một trang trại chăn nuôi dự định xây dựng một hầm biogas với thể tích $27m^3$ để chứa chất thải chăn nuôi và tạo khí sinh học. Dự kiến hầm chứa có dạng hình hộp chữ nhật có chiều sâu bằng chiều rộng. Hãy xác định các kích thước đáy (dài, rộng) của hầm biogas để thi công tiết kiệm nguyên liệu nhất (không tính đến bề dày của thành hầm).

Lời giải

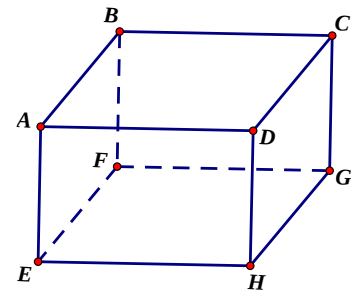
Gọi chiều rộng (và chiều sâu) của hầm là x (m ; $x > 0$)

Vì thể tích của hầm là $27m^3$ nên chiều dài của hầm là: $\frac{27}{x^2}(m)$.

Biểu thức biểu thị diện tích toàn phần của hầm là:

$$2x \cdot x + 2x \cdot \frac{27}{x^2} + 2x \cdot \frac{27}{x^2} = 2x^2 + \frac{108}{x} = 2x^2 + \frac{54}{x} = 2A.$$

$$\text{Ta có: } A + 9 = x^2 + \frac{54}{x} + 9 = x^2 + \frac{27}{x} + \frac{27}{x} + 9$$



$$\sqrt{x^2} - \sqrt{\frac{27}{x}} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{27}{x} = 2\sqrt{x^2 \cdot \frac{27}{x}}$$

$$\sqrt{\frac{27}{x}} + \sqrt{\frac{27}{x}} = 0 \Rightarrow \frac{27}{x} + 9 = 2\sqrt{\frac{27}{x} \cdot 9}$$

$$\Rightarrow A + 9 = 2\sqrt{x^2 \cdot \frac{27}{x}} + 2\sqrt{\frac{27}{x} \cdot 9} \Rightarrow A + 9 = 2\sqrt{27x} + 2\sqrt{\frac{27 \cdot 9}{x}}$$

$$\Rightarrow A + 9 = 4\sqrt{\sqrt{27x} \cdot \sqrt{\frac{27 \cdot 9}{x}}} = 4 \cdot 9 \Rightarrow A + 9 = 36.$$

$$\Rightarrow A = 27$$

Đẳng thức xảy ra khi:

$$x^2 = \frac{27}{x} = 9 \Rightarrow x = 3.$$

Vậy khi kích thước chiều rộng là $3m$ và chiều dài là $\frac{27}{3^2} = 3(m)$ thì thi công hầm sẽ tiết kiệm nguyên liệu nhất.

KẾT

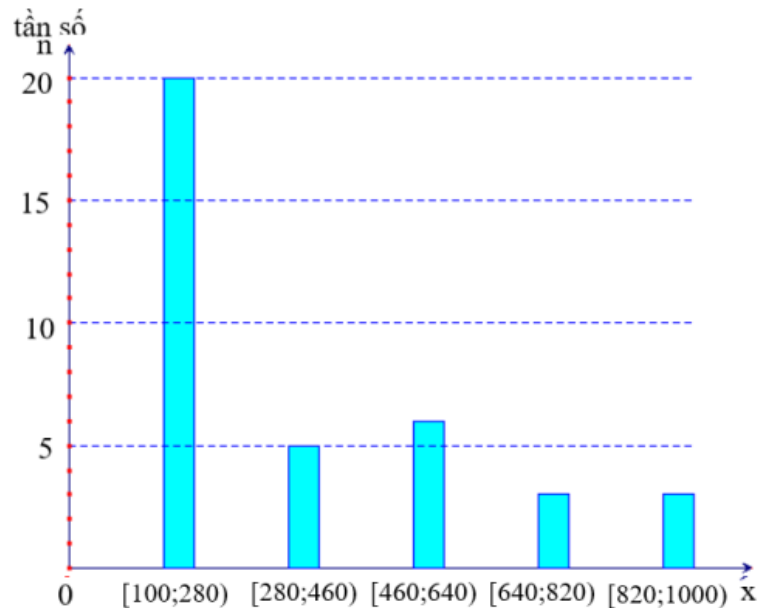
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1). Sau khi điều tra mật độ dân số (đơn vị: người/km²) của 37 tỉnh, thành phố thuộc các vùng Bắc Trung Bộ và Duyên hải miền Trung, Tây Nguyên, Đông Nam Bộ, Đồng bằng sông Cửu Long (không kể Thành phố Hồ Chí Minh) ở năm 2021, người ta có biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây:



a) Tìm tần số ghép nhóm của nhóm [460;640)

b) Tính tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [100;280)

2). Hình vẽ dưới đây mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia thành 12 phần bằng nhau và ghi các số 1;2;3;...;12. Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa.



Xét phép thử: “Quay đĩa tròn một lần” và biến cố A : “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số là số nguyên tố”. Tính xác suất của biến cố A .

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 3}$ và $B = \frac{x - 3}{\sqrt{x} - 3} + \frac{9}{x - 3\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{x}}$ với

$x > 0; x \neq 9$.

1). Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.

2). Rút gọn biểu thức B .

3). Xét biểu thức $P = A \times B$. Chứng minh $P > 0$.

Câu III: (2,5 điểm)

1). Bác Tuấn vay tổng số tiền là 5 tỉ đồng từ hai ngân hàng Sacombank và Vietcombank đầu tư vào bất động sản. Sau một năm, tổng số tiền lãi phải trả cho hai ngân hàng trên là 570 triệu đồng. Lãi suất cho vay của ngân hàng Sacombank là 12%/năm và của Vietcombank là 11%/năm. Tính số tiền bác Tuấn đã vay của mỗi ngân hàng.

2). Một công nhân dự định làm 72 sản phẩm trong một thời gian đã định. Nhưng thực tế xí nghiệp lại giao 80 sản phẩm. Mặc dù người đó mỗi giờ đã làm thêm một sản phẩm so với dự kiến, nhưng thời gian hoàn thành công việc vẫn chậm so với dự định là 12 phút. Tính số sản phẩm dự kiến làm trong 1 giờ của người đó. Biết mỗi giờ người đó làm không quá 20 sản phẩm. (Giả định rằng số sản phẩm mà công nhân đó làm được trong mỗi giờ là bằng nhau).

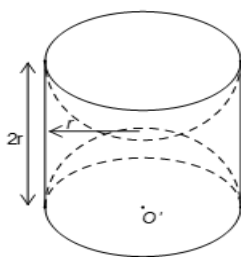
3).

a). Hãy tìm một phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ với các hệ số a, b, c là số nguyên nhận $x = \frac{\sqrt{5} - 2}{3}$ làm nghiệm.

b). Tính tổng lập phương hai nghiệm của phương trình vừa tìm được ở câu a)

Câu IV: (4,0 điểm)

1). Một khối gỗ dạng hình trụ, bán kính đường tròn đáy $r = 10(\text{cm})$, chiều cao $h = 20(\text{cm})$. Người ta khoét rỗng hai nửa hình cầu như hình vẽ.



a. Tính thể tích của khối gỗ khi chưa khoét.

b. Hãy tính diện tích bề mặt của khối gỗ còn lại sau khi khoét (diện tích cả ngoài lẫn trong).

(các kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

2) Tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm O đường kính AD . Hai đường chéo AC, BD cắt nhau tại E . Từ E kẻ EF vuông góc với AD ($F \in AD$). Đường thẳng CF cắt đường tròn tại điểm thứ hai là M . Giao điểm của BD và CF là N . Chứng minh :

a) $CEFD$ là tứ giác nội tiếp.

b) FA là tia phân giác của $\angle BFM$.

c) $BE \cdot DN = EN \cdot BD$.

Câu V: (0,5 điểm) Một cửa hàng xăng dầu cần xây một bồn chứa dầu hình trụ bằng thép có thể tích $54\pi (\text{m}^3)$ và giá mỗi mét vuông thép là 500 ngàn đồng. Hỏi số tiền thấp nhất mà cửa hàng phải trả ? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

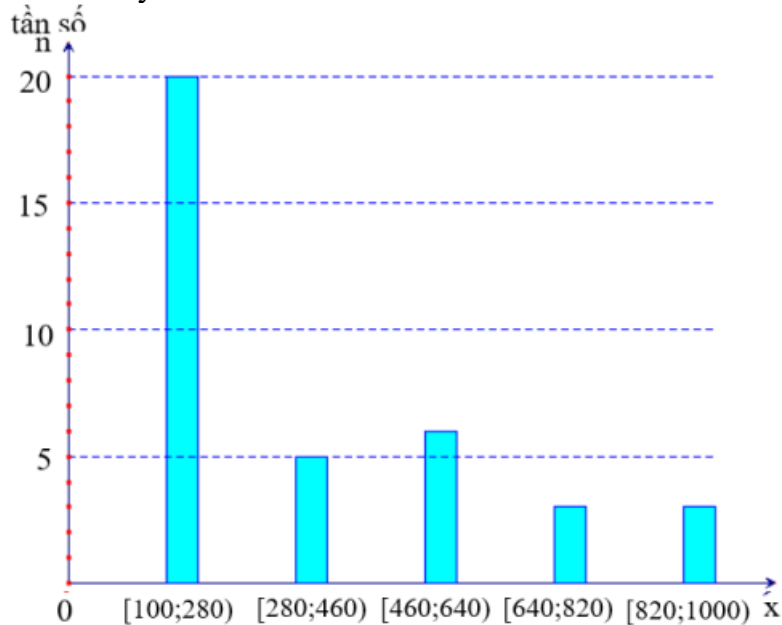
•

∞ HẾT ∞

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

1). Sau khi điều tra mật độ dân số (đơn vị: người/km²) của 37 tỉnh, thành phố thuộc các vùng Bắc Trung Bộ và Duyên hải miền Trung, Tây Nguyên, Đông Nam Bộ, Đồng bằng sông Cửu Long (không kể Thành phố Hồ Chí Minh) ở năm 2021, người ta có biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây:



- a) Tìm tần số ghép nhóm của nhóm [460;640) .
b) Tính tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [100;280) .(làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

- a) Tần số ghép nhóm của nhóm [460;640) là 6.

- b) Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [100;280) là $f = \frac{20}{37} \cdot 100\% \approx 54\%$.

2). Hình vẽ dưới đây mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia thành 12 phần bằng nhau và ghi các số 1;2;3;...;12 . Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa.



Xét phép thử: “Quay đĩa tròn một lần” và biến cố A : “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số là số nguyên tố”. Tính xác suất của biến cố A .

Lời giải

Ta có: không gian mẫu của phép thử là:

$$W = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}$$

Nên số kết quả có thể xảy ra là $n(W) = 12$.

Có 5 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: 2; 3; 5; 7; 11.

Nên $n(A) = 5$

$$\text{Vậy xác suất của biến cố } A \text{ là: } P(A) = \frac{n(A)}{n(W)} = \frac{5}{12}$$

.....

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 3}$ và $B = \frac{x - 3}{\sqrt{x} - 3} + \frac{9}{x - 3\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{x}}$ với

$$x > 0; x \neq 9.$$

- 1). Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.
- 2). Rút gọn biểu thức B .
- 3). Xét biểu thức $P = A \times B$. Chứng minh $P > 0$.

Lời giải

1) Khi $x = 25$ (ĐKXĐ thỏa mãn)

$$\text{Ta có } A = \frac{\sqrt{25} - 3}{\sqrt{25} + 3} = \frac{5 - 3}{5 + 3} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Vậy } A = \frac{1}{4}$$

2) Rút gọn biểu thức B .

$$\begin{aligned} \text{Ta có } B &= \frac{x - 3}{\sqrt{x} - 3} + \frac{9}{x - 3\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{(x - 3)\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)} + \frac{9}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)} + \frac{3(\sqrt{x} - 3)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)} \\ &= \frac{x\sqrt{x} - 3\sqrt{x} + 9 + 3\sqrt{x} - 9}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)} \\ &= \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)} \end{aligned}$$

$$= \frac{x}{\sqrt{x} - 3}$$

$$\text{Vậy } B = \frac{x}{\sqrt{x} - 3}$$

3). Xét biểu thức $P = A \times B$. Chứng minh $P > 0$.

$$\text{Ta có } P = A \times B = \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 3} \cdot \frac{x}{\sqrt{x} - 3} = \frac{x}{\sqrt{x} + 3}$$

$$\text{Với } x > 0; x \neq 9, \text{ ta có } \sqrt{x} + 3 > 0 \text{ nên } P = \frac{x}{\sqrt{x} + 3} > 0$$

Câu III: (2,5 điểm)

1) Bác Tuấn vay tổng số tiền là 5 tỉ đồng từ hai ngân hàng Sacombank và Vietcombank đầu tư vào bất động sản. Sau một năm, tổng số tiền lãi phải trả cho hai ngân hàng trên là 570 triệu đồng. Lãi suất cho vay của ngân hàng Sacombank là 12% /năm và của Vietcombank là 11% /năm. Tính số tiền bác Tuấn đã vay của mỗi ngân hàng.

Lời giải

Gọi số tiền bác Tuấn đã vay ngân hàng Sacombank và Vietcombank lần lượt là x, y (tỉ đồng)

Điều kiện: $0 < x < 5; 0 < y < 5$.

Theo bài, tổng số tiền vay là 5 tỉ đồng nên ta có phương trình: $x + y = 5$.

Số tiền lãi phải trả mỗi năm cho ngân hàng Sacombank là $x \cdot 12\% = 0,12x$ (tỉ đồng).

Số tiền lãi phải trả mỗi năm cho ngân hàng Vietcombank là $y \cdot 11\% = 0,11y$ (tỉ đồng).

Theo bài, tổng số tiền lãi phải trả là 570 triệu đồng nên ta có phương trình:

$$0,12x + 0,11y = 0,57 \text{ hay } 12x + 11y = 57.$$

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} x + y = 5 \\ 12x + 11y = 57. \end{cases}$$

$$\text{Nhân hai vế của phương trình thứ nhất với 11, ta được hệ phương trình: } \begin{cases} 11x + 11y = 55 \\ 12x + 11y = 57. \end{cases}$$

Trừ hai vế của hai phương trình trên, ta được: $x = 2$.

Thay $x = 2$ vào phương trình $x + y = 5$,

$$\text{Ta được } 2 + y = 5.$$

$$y = 3.$$

Ta thấy $x = 2$ và $y = 3$ thỏa mãn điều kiện.

Vậy số tiền bác Tuấn đã vay của ngân hàng Sacombank là 2 tỉ đồng và Vietcombank là 3 tỉ đồng.

2). Một công nhân dự định làm 72 sản phẩm trong một thời gian đã định. Nhưng thực tế xí nghiệp lại giao 80 sản phẩm. Mặc dù người đó mỗi giờ đã làm thêm một sản phẩm so với dự kiến, nhưng thời gian hoàn thành công việc vẫn chậm so với dự định là 12 phút. Tính số sản phẩm dự kiến làm trong 1 giờ của người đó. Biết mỗi giờ người đó làm không quá 20 sản

phẩm. (Giả định rằng số sản phẩm mà công nhân đó làm được trong mỗi giờ là bằng nhau).

Lời giải

Gọi số sản phẩm dự định làm trong 1 giờ của người đó là x ($x \in \mathbb{N}^*, x < 20$)

Theo dự định: Thời gian hoàn thành là $\frac{72}{x}$ (ngày)

Thực tế: Mỗi giờ người đó đã làm $x + 1$ (sản phẩm)

Thời gian hoàn thành $\frac{80}{x + 1}$ (ngày).

Vì thời gian hoàn thành công việc vẫn chậm hơn so với dự định 12 phút = $\frac{1}{5}h$

Nên ta có phương trình:

$$\frac{80}{x + 1} - \frac{72}{x} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{400x - 360(x + 1)}{5x(x + 1)} = \frac{x(x + 1)}{5x(x + 1)}$$

$$40x - 360 = x^2 + x$$

$$x^2 - 39x + 360 = 0$$

$$\Delta = 39^2 - 4.360 = 81 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 9$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-(-39) + 9}{2} = 24$ (loại) và $x_2 = \frac{-(-39) - 9}{2} = 15$ (tmđk).

Vậy số sản phẩm dự định làm trong 1 giờ của người đó là 15 sản phẩm.

3).

a). Hãy tìm một phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ với các hệ số a, b, c là số nguyên

nhận $x = \frac{\sqrt{5} - 2}{3}$ làm nghiệm.

b). Tính tổng lập phương hai nghiệm của phương trình vừa tìm được ở câu a)

Lời giải

a). Ta có $x = \frac{\sqrt{5} - 2}{3}$

$$3x = \sqrt{5} - 2$$

$$3x + 2 = \sqrt{5}$$

$$(3x + 2)^2 = 5$$

$$9x^2 + 12x + 4 = 5$$

$$9x^2 + 12x - 1 = 0$$

Vậy phương trình bậc hai cần tìm là: $9x^2 + 12x - 1 = 0$

b). Theo hệ thức Vi-ét, ta có:

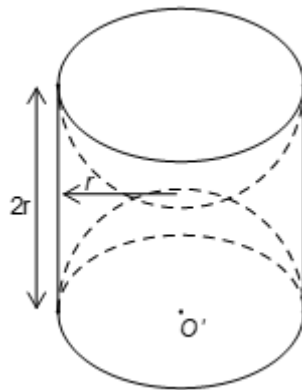
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{4}{3} \\ x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{9} \end{cases}$$

Ta có $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) = \left(-\frac{4}{3}\right)^3 - 3\left(-\frac{1}{9}\right)\left(-\frac{4}{3}\right) = -\frac{64}{27} + \frac{4}{9} = -\frac{56}{27}$

Câu IV: (4,0 điểm)

1). Một khối gỗ dạng hình trụ, bán kính đường tròn đáy $r = 10(cm)$, chiều cao $h = 20(cm)$. Người ta khoét rỗng hai nửa hình cầu như hình vẽ.

- Tính thể tích của khối gỗ khi chưa khoét.
- Hãy tính diện tích bề mặt của khối gỗ còn lại sau khi khoét (diện tích cả ngoài lẫn trong).
(các kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải

- a. Thể tích của khối gỗ lúc chưa khoét là:

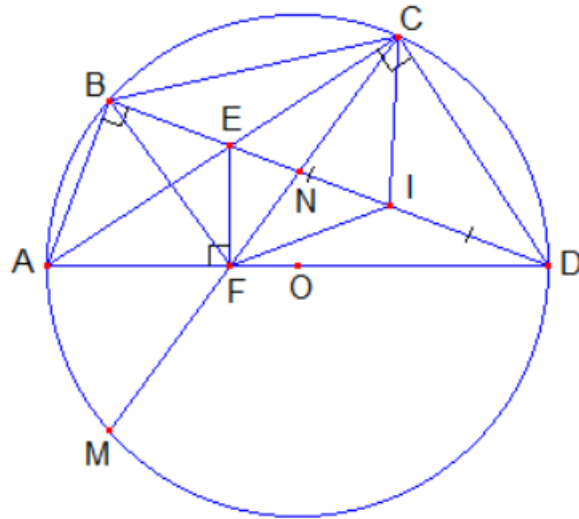
$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot 10^2 \cdot 20 \approx 6283 (cm^3)$$

- b. Diện tích bề mặt của khối gỗ còn lại gồm diện tích xung quanh của hình trụ (có bán kính đáy là $r = 10(cm)$, và chiều cao $h = 20(cm)$) và diện tích hai nửa mặt cầu bán kính $r = 10(cm)$,

Diện tích cần tìm là: $S = 2\pi r \cdot h + 4\pi r^2 = 2\pi \cdot 10 \cdot 20 + 4\pi \cdot 10^2 \approx 2513 (cm^2)$

2. Tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm O đường kính AD . Hai đường chéo AC, BD cắt nhau tại E . Từ E kẻ EF vuông góc với AD ($F \in AD$). Đường thẳng CF cắt đường tròn tại điểm thứ hai là M . Giao điểm của BD và CF là N . Chứng minh :

- $CEFD$ là tứ giác nội tiếp.
- FA là tia phân giác của $\angle BFM$.
- $BE \cdot DN = EN \cdot BD$.



- $CEFD$ là tứ giác nội tiếp.

Ta có $\angle ACD = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Nên $\angle ECD$ vuông tại C

Gọi I là trung điểm của ED

Ta có CI là đường trung tuyến hạ xuống cạnh huyền ED

$$\text{Nên } CI = IE = ID = \frac{1}{2}ED \quad (1)$$

Tương tự trong tam giác EFD vuông tại F , ta có

$$FI = IE = ID = \frac{1}{2}ED \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $CI = FI = IE = ID$

Hay tứ giác $CEFD$ là tứ giác nội tiếp đường tròn tâm I đường kính ED

- FA là tia phân giác của $\angle BFM$

Ta có $CEFD$ nội tiếp $\Rightarrow \angle CED = \angle CFD$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{CD}$)

Chứng minh tương tự câu a) ta có $ABEF$ là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow \angle BEA = \angle BFA \quad (\text{hai góc nội tiếp cùng chắn cung } \widehat{AB})$$

$$\text{Mà } \angle BEA = \angle CED \quad (\text{đối đỉnh})$$

$$\angle AFM = \angle CFD \quad (\text{đối đỉnh})$$

$$\text{Do đó } \hat{BFA} = \hat{AFM}$$

Hay FA là tia phân giác $\hat{BFM}$

$$c) BE \cdot DN = EN \cdot BD.$$

Ta có $\hat{EFC} = \hat{EDC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{1}{\frown}EC$)

$\hat{EFB} = \hat{BAE}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{2}{\frown}EB$)

Mà $\hat{BAE} = \hat{BAC} = \hat{BDC} = \hat{EDC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{1}{\frown}BC$)

Suy ra $\hat{EFC} = \hat{EFB}$ hay FE là tia phân giác của $\hat{BFC}$

Trong $\triangle VBFN$ có FE là phân giác trong tại đỉnh $F \Rightarrow \frac{BE}{EN} = \frac{FB}{FN}$

Mà $EF \perp FD \Rightarrow FD$ là phân giác ngoài tại đỉnh $F \Rightarrow \frac{BD}{DN} = \frac{FB}{FN}$

$$\text{Suy ra } \frac{BE}{EN} = \frac{BD}{DN} \Rightarrow BE \cdot DN = EN \cdot BD$$

Câu V: (0,5 điểm)

Một cửa hàng xăng dầu cần xây một bồn chứa dầu hình trụ bằng thép có thể tích $54\pi (m^3)$ và giá mỗi mét vuông thép là 500 ngàn đồng. Hỏi số tiền thấp nhất mà cửa hàng phải trả ? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Ta chứng minh với a, b, c là các số thực không âm, thì $a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}$ (1)

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$.

Thật vậy

* Với $a = 0, b = 0, c = 0$ thì bất đẳng thức luôn đúng.

* Với 3 số a, b, c dương.

$$\text{Đặt: } x = \sqrt[3]{a}, y = \sqrt[3]{b}, z = \sqrt[3]{c} \Rightarrow x, y, z > 0 \Rightarrow x + y + z > 0$$

Bất đẳng thức (1) trở thành $x^3 + y^3 + z^3 \geq 3xyz$

$$\text{Xét } x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y)^3 - 3xy(x + y) + z^3 - 3xyz$$

$$= (x + y + z) \left[(x + y)^2 - (x + y)z + z^2 \right] - 3xy(x + y + z)$$

$$= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$$

$$= \frac{1}{2}(x+y+z)(x-y)^2 + (y-z)^2 + (x-z)^2 \geq 0, (x, y, z > 0)$$

$$\text{Vậy } x^3 + y^3 + z^3 \geq 3xyz \text{ hay } a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}$$

Dấu “=” xảy ra khi $x = y = z \Leftrightarrow a = b = c$.

* Gọi bán kính đáy là $x(m)$ ($x > 0$), chiều cao bồn chứa là $h(m)$.

$$\text{Thể tích chứa của bồn là } V = px^2 \cdot h = 54p \Rightarrow h = \frac{54}{x^2}(m).$$

$$\text{Diện tích toàn phần của bồn chứa là: } S_{TP} = 2px^2 + 2px \cdot h = 2px^2 + \frac{108p}{x}(m^2)$$

Để chi phí xây dựng thấp nhất thì diện tích toàn phần của bồn phải nhỏ nhất.

$$\text{Ta có } S_{TP} = 2px^2 + \frac{108p}{x}$$

Áp dụng bất đẳng thức trên ta được

$$2px^2 + \frac{108p}{x} = 2px^2 + \frac{54p}{x} + \frac{54p}{x} \geq 3\sqrt[3]{2px^2 \cdot \frac{54p}{x} \cdot \frac{54p}{x}} = 54p$$

$$S_{TP} \text{ đạt giá trị nhỏ nhất bằng } 54p(m^2) \text{ khi } 2px^2 = \frac{54p}{x} \Rightarrow x^3 = 27 \Rightarrow x = 3(m)$$

Khi đó số tiền xây bồn thấp nhất mà cửa hàng phải trả là : $54p.500000 \gg 84\,823\,002$ (đồng)

❧HẾT❧

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Sau khi điều tra về thời gian đi từ nhà đến trường của học sinh lớp 9A có 40 học sinh ta có bảng tần số tương đối ghép nhóm sau:

Thời gian từ nhà đến trường (phút)	(0;10)	(10;20)	(20;30)
Tần số tương đối	30%	45%	25%

Tìm tần số tương đối ghép nhóm và tần số ghép nhóm của nhóm (0;20)?

2) Một túi đựng 5 viên bi có cùng khối lượng và kích thước như nhau, được đánh số 1;2;3;4;5. Xét phép thử: “Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ trong túi” và biến cố A: “Tích của hai số ghi trên hai viên bi lớn hơn 10” Tính xác suất của biến cố A?

Câu II: (1,5 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1}$; $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} + \frac{1}{1 - \sqrt{x}} + \frac{2}{x - 1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

1) Tính giá trị biểu thức A tại $x = 9$

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}$.

3) Cho $P = A.B$. Tìm các giá trị nguyên của x để $|P| + P = 0$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Cận thị trong học sinh ngày càng tăng. Lớp 9A có 35 học sinh, trong đó chỉ có 25% học sinh nam và 20% số học sinh nữ không bị cận thị. Biết tổng số học sinh nam và học sinh nữ không bị cận thị là 8 học sinh. Tính số học sinh nữ không bị cận thị.

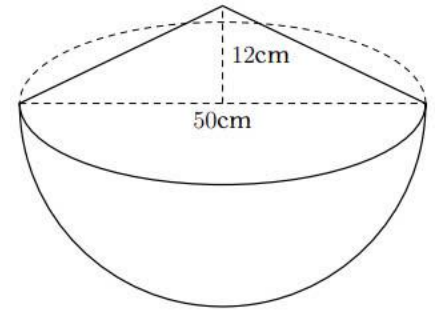
2) Hướng ứng phong trào trồng cây xanh vì môi trường xanh sạch đẹp. Một chi đoàn dự định trồng 600 cây xanh trong thời gian quy định. Do mỗi ngày họ trồng được nhiều hơn dự định 30 cây nên công việc được hoàn thành sớm hơn quy định 1 ngày. Tính số ngày chi đoàn dự kiến hoàn thành công việc ?

3) Cho phương trình $3x^2 + 5x - 6 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 .

Không giải phương trình, tính: $P = \frac{2x_2^2}{x_1 + x_2} + 2x_1$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một cái thùng dùng để đựng gạo có dạng nửa hình cầu với đường kính 50cm , phần gạo vun lên có dạng hình nón cao 12cm .



a) Tính thể tích phần gạo trong thùng.

b) Nhà bạn An dùng lon sữa bò dạng hình trụ với bán kính đáy là 5cm , chiều cao 14cm dùng để đựng gạo mỗi ngày. Biết rằng mỗi ngày nhà An ăn 4 lon gạo và mỗi lần đựng thì lượng gạo chiếm 90% thể tích của lon. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu ngày để nhà An có thể ăn hết số gạo trong thùng?

2) Cho đường tròn tâm (O) và dây BC cố định không đi qua O . Trên cung lớn BC lấy điểm A sao cho $AB < AC$. Kẻ đường kính AK , E là hình chiếu của C trên AK . M là trung điểm của BC .

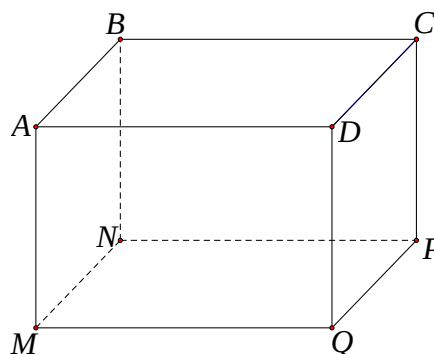
a) Chứng minh bốn C, E, M, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Kẻ $AD \perp BC$ tại D . Chứng minh $AD.AK = AB.AC$ và $DMDE$ cân.

c) Gọi F là hình chiếu của B trên AK . Chứng minh khi A di chuyển trên cung lớn BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp $DDEF$ là 1 điểm cố định.

Câu V: (0,5 điểm)

Bác An muốn đặt đóng một chiếc hộp đựng quà lưu niệm có dạng hình hộp chữ nhật với mặt đáy $ABCD$ là hình vuông như hình dưới đây.



Để món quà trở nên đặc biệt , bác An muốn mạ bốn mặt xung quanh và mặt đáy dưới (mặt $MNPQ$) của chiếc hộp bằng kim loại quý (không mạ nắp hộp). Em hãy tìm độ dài cạnh MN của mặt đáy và chiều cao AM của hộp quà sao cho tổng diện tích các mặt được mạ kim loại quý của chiếc hộp là nhỏ nhất biết rằng thể tích của chiếc hộp là 4dm^3 .

∞ HẾT ∞

LÀM LỜI GIẢI CHI TIẾT CHO ĐỀ TRÊN.

Câu I: 1) Sau khi điều tra về thời gian đi từ nhà đến trường của học sinh lớp 9A có 40 học sinh ta có bảng tần số tương đối ghép nhóm sau:

Thời gian từ nhà đến trường (phút)	$[0; 10)$	$[10; 20)$	$[20; 30)$
Tần số tương đối	30%	45%	25%

Tìm tần số tương đối ghép nhóm và tần số ghép nhóm của nhóm $[0; 20)$?

2) Một túi đựng 5 viên bi có cùng khối lượng và kích thước như nhau, được đánh số 1; 2; 3; 4; 5. Xét phép thử: “Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ trong túi” và biến cố A: “Tích của hai số ghi trên hai viên bi lớn hơn 10” Tính xác suất của biến cố A?

Lời giải

1) Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[0; 20)$ là 45%

Tần số ghép nhóm của nhóm $[0; 20)$ là $45\% \cdot 40 = 18$.

2) Không gian mẫu của phép thử là:

$$W = \{(1; 2); (1; 3); (1; 4); (1; 5); (2; 3); (2; 4); (2; 5); (3; 4); (3; 5); (4; 5)\}$$

Không gian mẫu có 11 phần tử.

Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố A là $(3; 4); (3; 5); (4; 5)$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{3}{11}.$$

Câu II: Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1}$; $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} + \frac{1}{1 - \sqrt{x}} + \frac{2}{x - 1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

1) Tính giá trị biểu thức A tại $x = 9$

$$2) \text{ Chứng minh } B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}.$$

3) Cho $P = A \cdot B$. Tìm các giá trị nguyên của x để $|P| + P = 0$.

Lời giải

1) Thay $x = 9$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta có

$$A = \frac{\sqrt{9} - 2}{\sqrt{9} - 1} = \frac{3 - 2}{3 - 1} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } A = \frac{1}{2} \text{ khi } x = 9.$$

$$2) B = \frac{x - \sqrt{x} - \sqrt{x} - 1 + 2}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)} \text{ (với } x \geq 0, x \neq 1)$$

$$B = \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}$$

$$B = \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} \text{ (đpcm)}$$

$$3) \text{ Ta có } P = A.B = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} \cdot \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1}$$

$$\text{Ta có: } |P| + P = 0 \Leftrightarrow |P| = -P \Leftrightarrow P \leq 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1} \leq 0$$

Mà $x \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} + 1 > 0$, với mọi x thỏa mãn ĐKXD

Suy ra $\sqrt{x} - 2 \leq 0$

$$\sqrt{x} \leq 2$$

$$x \leq 4.$$

Vì $x \in \mathbb{R}, x \geq 0, x \leq 4 \Leftrightarrow x \in \{0; 2; 3; 4\}$.

Vậy $x \in \{0; 2; 3; 4\}$ thì $|P| + P = 0$.

Câu III:

1) Cận thị trong học sinh ngày càng tăng. Lớp 9A có 35 học sinh, trong đó chỉ có 25% học sinh nam và 20% số học sinh nữ không bị cận thị. Biết tổng số học sinh nam và học sinh nữ không bị cận thị là 8 học sinh. Tính số học sinh nữ không bị cận thị.

2) Hướng ứng phong trào trồng cây xanh vì môi trường xanh sạch đẹp. Một chi đoàn dự định trồng 600 cây xanh trong thời gian quy định. Do mỗi ngày họ trồng được nhiều hơn dự định 30 cây nên công việc được hoàn thành sớm hơn quy định 1 ngày. Tính số ngày chi đoàn dự kiến hoàn thành công việc ?

3) Cho phương trình $3x^2 + 5x - 6 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 .

Không giải phương trình, tính: $P = \frac{2x_2^2}{x_1 + x_2} + 2x_1$.

Lời giải

1) Gọi số học sinh nam và số học sinh nữ của lớp 9A lần lượt là x, y (học sinh; $x, y \in \mathbb{N}^*$)

Vì lớp 9A có 35 học sinh nên ta có PT: $x + y = 35$ (1)

Vì số học sinh không cận thị là 8 nên ta có $25\%x + 20\%y = 8$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 35 \\ 25\%x + 20\%y = 8 \end{cases}$$

Tìm ra $x = 20, y = 15$ (TMĐK)

Vậy số học sinh nữ bị cận thị là $20\%.15 = 3$ (học sinh).

2) Gọi x là số ngày dự định để chi đoàn hoàn thành công việc ($x > 1$) (ngày)

Số cây dự kiến trồng trong 1 ngày là $\frac{600}{x}$ (cây)

Số ngày thực tế để chi đoàn hoàn thành công việc là $x - 1$ (ngày)

Số cây thực tế trồng được trong 1 ngày là $\frac{600}{x} + 30$ (cây)

Theo đề bài ta có phương trình:

$$(x - 1)\left(\frac{600}{x} + 30\right) = 600$$

$$(x - 1)(600 + 30x) = 600x$$

$$600x - 600 + 30x^2 - 30x = 600x$$

$$30x^2 - 30x - 600 = 0$$

$$x^2 - x - 20 = 0$$

$$x^2 - 5x + 4x - 20 = 0$$

$$x(x - 5) + 4(x - 5) = 0$$

$$(x - 5)(x + 4) = 0$$

TH1:

$$x - 5 = 0$$

$$x = 5 \text{ (tm)}$$

TH2:

$$x + 4 = 0$$

$$x = -4 \text{ (ko tm)}$$

Vậy số ngày dự định để chi đoàn hoàn thành công việc là 5 ngày

3) Chứng minh PT có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

Theo định lý Viet ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{5}{3} \\ x_1 x_2 = -2 \end{cases}$$

Theo đề bài ta có :

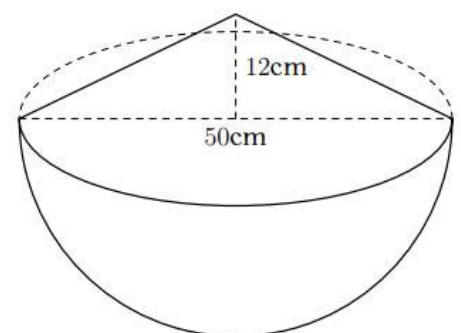
$$\begin{aligned} \frac{2x_2^2}{x_1 + x_2} + 2x_1 &= \frac{2x_2^2 + 2x_1^2 + 2x_1x_2}{x_1 + x_2} = \frac{2(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_2}{x_1 + x_2} \\ &= \frac{-86}{15} \end{aligned}$$

Câu IV:

1) Một cái thùng dùng để đựng gạo có dạng nửa hình cầu với đường kính 50cm, phần gạo vun lên có dạng hình nón cao 12cm.

a) Tính thể tích phần gạo trong thùng.

b) Nhà bạn An dùng lon sữa bò dạng hình trụ với bán kính đáy là 5cm, chiều cao 14cm để đựng gạo mỗi ngày. Biết rằng mỗi ngày nhà An ăn 4



lon gạo và mỗi lần đóng thì lượng gạo chiếm 90% thể tích của lon. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu ngày để nhà An có thể ăn hết số gạo trong thùng?

2) Cho đường tròn tâm (O) và dây BC cố định không đi qua O . Trên cung lớn BC lấy điểm A sao cho $AB < AC$. Kẻ đường kính AK , E là hình chiếu của C trên AK . M là trung điểm của BC .

a) Chứng minh bốn C, E, M, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Kẻ $AD \perp BC$ tại D . Chứng minh $AD.AK = AB.AC$ và $DMDE$ cân.

c) Gọi F là hình chiếu của B trên AK . Chứng minh khi A di chuyển trên cung lớn BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp $DDEF$ là 1 điểm cố định.

Lời giải

1) a) Bán kính của hình cầu là: $R = \frac{d}{2} = \frac{50}{2} = 25(cm)$

Thể tích phần gạo hình cầu là: $V_c = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} p R^3 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} p 25^3 = \frac{31250}{3} p (cm^3)$

Thể tích phần gạo vun lên dạng hình nón là:

$$V_n = \frac{1}{3} p R^2 h = \frac{1}{3} p \times 25^2 \times 12 = 2500 p (cm^3)$$

Thể tích gạo trong thùng là: $V_g = \frac{31250}{3} p + 2500 p = \frac{38750}{3} p (cm^3)$

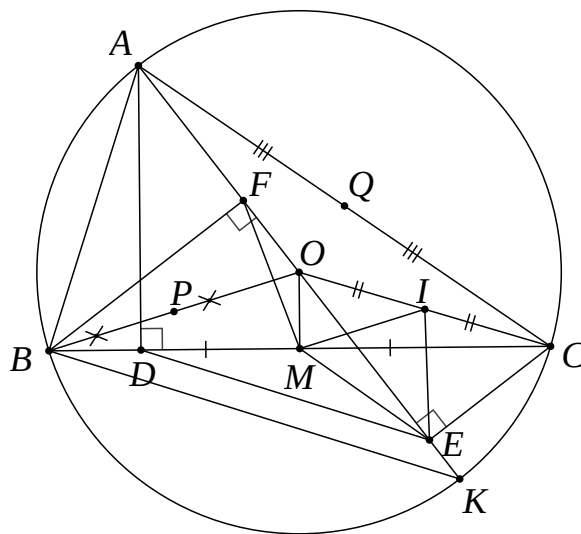
b) Thể tích lon là: $p.5^2.14 = 350 p (cm^3)$

Thể tích gạo một ngày mức là: $4.90\%.350 p = 1260 p (cm^3)$

Ta có: $\frac{38750}{p} : 1260 p \gg 10,3$

Vậy cần ít nhất 11 ngày để dùng hết số gạo trong thùng.

2)



a) Chứng minh bốn C, E, M, O cùng thuộc một đường tròn.

$\triangle OBC$ cân tại O , M là trung điểm của BC nên OM vừa là đường trung tuyến vừa là đường cao. Suy ra $OM \perp BC \Rightarrow \angle OMC = 90^\circ$

Theo bài ra, E là hình chiếu của C trên AK nên $CE \perp AK \Rightarrow CE \perp EO \Rightarrow OEC = 90^\circ$.

Gọi I là trung điểm của OC

Dễ dàng chứng minh $IO = IE = IM = IC$

Do đó C, E, M, O cùng thuộc một đường tròn (I) .

b) ***Chứng minh** $AD.AK = AB.AC$

Xét $DDBA$ và $DCKA$ có

$$+) \hat{ADB} = \hat{ACK} = 90^\circ$$

$$+) \hat{ABD} = \hat{ACK} \quad (\text{Hai góc nội tiếp cùng chắn cung } AC)$$

Nên $DDBA \sim DCKA$

$$\text{Do đó ta có: } \frac{AD}{AB} = \frac{AC}{AK} \quad (\text{cặp cạnh tương ứng tỉ lệ})$$

Hay $AD.AK = AB.AC$ (đpcm).

***Chứng minh** $DMDE$ cân.

$$\text{Theo bài ra } \begin{cases} \hat{AD} \perp BC \\ \hat{AE} \perp EC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{ADC} = 90^\circ \\ \hat{AEC} = 90^\circ \end{cases}$$

Gọi Q là trung điểm của AC

Dễ dàng chứng minh $QA = QC = QD = QE$

Suy ra bốn điểm A, C, D, E cùng thuộc đường tròn (Q)

$$\text{Suy ra } \hat{CAE} = \hat{CDE} \quad (\text{Hai góc nội tiếp cùng chắn cung } CE) \quad (1)$$

$$\text{Xét } (O) \text{ ta có: } \hat{CBK} = \hat{CAE} \quad (\text{Hai góc nội tiếp cùng chắn cung } CK) \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \hat{CBK} = \hat{CDE} \text{ mà hai góc này ở vị trí đồng vị} \quad (3)$$

Suy ra $DE \parallel BK$

$$\text{Xét đường tròn } (I) \text{ có: } \hat{EMC} = \hat{EOC} \quad (\text{Hai góc nội tiếp cùng chắn } \overset{1}{\frown} EC). \quad (4)$$

$$\text{Xét đường tròn } (O) \text{ có: } \hat{KBC} = \frac{1}{2} \hat{KOC} \quad (\text{Góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn } \overset{1}{\frown} KC).$$

(5)

$$\text{Từ (3); (4) và (5) suy ra: } \hat{EMC} = 2\hat{CDE}.$$

$$DMDE \text{ có } \hat{EMC} = \hat{MDE} + \hat{MED} \quad (\text{góc ngoài của tam giác}) \text{ mà } \hat{EMC} = 2\hat{MDE}$$

Nên $\hat{MDE} = \hat{MED}$. Do đó, $DMDE$ cân tại M .

c) Chứng minh khi A di chuyển trên cung lớn BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp $DDEF$ là 1 điểm cố định.

Gọi P là trung điểm của BO

$$\text{Dễ dàng chứng minh được } PB = PO = PF = PM$$

Suy ra bốn điểm O, M, B, F cùng thuộc đường tròn (P)

$$\text{Nên } \hat{OBM} = \hat{MFO} \quad (\text{Hai góc nội tiếp cùng chắn } \overset{1}{\frown} MO).$$

$$\text{Xét đường tròn } (I) \text{ có: } \hat{MEO} = \hat{MCO} \quad CK \quad (\text{Hai góc nội tiếp cùng chắn } \overset{1}{\frown} MO).$$

Mà $\hat{OBM} = \hat{OCM}$ ($DOCB$ cân tại O).

Do đó $\widehat{MFO} = \widehat{MEO} \Rightarrow DEMF$ cân tại $M \Rightarrow ME = MF$

Mà $ME = MD$ (Tam giác MDE cân tại M).

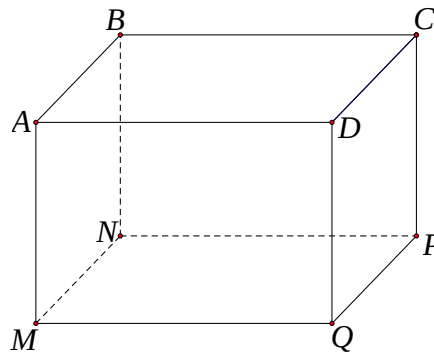
Suy ra: $MD = ME = MF$.

Suy ra M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF .

Mà M là trung điểm của BC nên M là điểm cố định.

Vậy khi A di chuyển trên cung lớn BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF là một điểm cố định.

Câu V: Bác An muốn đặt đóng một chiếc hộp đựng quà lưu niệm có dạng hình hộp chữ nhật với mặt đáy $ABCD$ là hình vuông như hình dưới đây.



Để món quà trở nên đặc biệt, bác An muốn mạ bốn mặt xung quanh và mặt đáy dưới (mặt $MNPQ$) của chiếc hộp bằng kim loại quý (không mạ nắp hộp). Em hãy tìm độ dài cạnh MN của mặt đáy và chiều cao AM của hộp quà sao cho tổng diện tích các mặt được mạ kim loại quý của chiếc hộp là nhỏ nhất biết rằng thể tích của chiếc hộp là $4dm^3$.

Lời giải

Gọi độ dài cạnh MN là $x(dm)$ ($x > 0$)

Gọi độ dài chiều cao AM là $h(dm)$ ($h > 0$)

Do thể tích của chiếc hộp là $4dm^3$ nên ta có:

$$x^2 h = 4$$

$$\text{Suy ra } h = \frac{4}{x^2}$$

Diện tích cần mạ kim loại quý của chiếc hộp là :

$$\begin{aligned} S &= x^2 + 4xh = x^2 + 4x \cdot \frac{4}{x^2} = x^2 + \frac{16}{x} \\ &= (x^2 - 4x + 4) + \left(4x + \frac{16}{x}\right) - 4 = (x - 2)^2 + \left(4x + \frac{16}{x}\right) - 4 \end{aligned}$$

Chứng minh bất đẳng thức Cô – si.

Áp dụng bất đẳng thức Cô – si cho 2 số $4x > 0$ và $\frac{16}{x} > 0$ và $(x - 2)^2 \geq 0$ ta có :

$$S \geq 0 + 2\sqrt{4x \cdot \frac{16}{4x}} - 4 = 0 + 2 \cdot 8 - 4 = 12$$

$$\text{Dấu « = » xảy ra khi } \begin{cases} x - 2 = 0 \\ 4x = \frac{16}{4x} \end{cases}$$

Ta giải ra được $x = 2$ từ đó suy ra $h = \frac{4}{2^2} = 1$

Vậy khi độ dài cạnh đáy $MN = 2dm$ và chiều cao $AM = 1dm$ thì diện tích cần mạ kim loại quý của chiếc hộp là nhỏ nhất bằng $12dm^2$.

∞ HẾT ∞