

CHƯƠNG VII. TẦN SỐ VÀ TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI
BÀI 22. BẢNG TẦN SỐ VÀ BIỂU ĐỒ TẦN SỐ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Bảng tần số

- * Tần số của một giá trị là số lần xuất hiện giá trị đó trong mẫu dữ liệu.
- * Bảng tần số là bảng thống kê cho biết số của các giá trị trong mẫu dữ liệu.

Bảng tần số có dạng sau:

Giá trị	x_1	x_2	...	x_k
Tần số	m_1	m_2	...	m_k

Trong đó m_1 là tần số của x_1 , m_2 là tần số của x_2 ,, m_k là tần số của x_k .

2. Biểu đồ tần số

Biểu đồ biểu diễn bảng tần số được gọi là biểu đồ tần số. Biểu đồ tần số thường gặp là biểu đồ tần số dạng cột và biểu đồ tần số dạng đoạn thẳng.

Nhận xét: Để vẽ biểu đồ tần số dạng đoạn thẳng ta thực hiện theo các bước sau

Bước 1: Vẽ trục ngang để biểu diễn các giá trị trong dãy dữ liệu, vẽ trục đứng thể hiện tần số.

Bước 2: Với mỗi giá trị trên trục ngang và tần số tương ứng ta xác định một điểm. nối các điểm liên tiếp với nhau.

Bước 3: Ghi chú giải cho các trục, các điểm và tiêu đề của biểu đồ.

B. PHÂN LOẠI CÁC BÀI TẬP.

1. Lập bảng tần số

Bài toán 1. Một đội bóng đá thi đấu 26 trận trong một mùa giải. Số bàn thắng mà đội đó ghi được trong từng trận đấu được thống kê lại như sau:

2	3	2	3	3	1	0	3	1	0	1	1	2
2	4	0	0	2	2	2	0	3	4	0	2	0

Mẫu dữ liệu trên có bao nhiêu giá trị khác nhau ? Xác định tần số của mỗi giá trị và lập bảng tần số của mẫu dữ liệu.

Lời giải

Mẫu dữ liệu có các giá trị là: 0; 1; 2; 3; 4 ;5.

Tần số của các giá trị: 0; 1; 2; 3; 4 ;5 lần lượt là: 7; 4; 8; 4; 2; 1.

Bảng tần số:

Số bàn thắng	0	1	2	3	4	5	
Tần số	7	4	8	4	2	1	

Chú ý 1: Số giá trị của mẫu dữ liệu gọi là cỡ mẫu.

Trong bài toán 1, tổng các tần số $7 + 4 + 8 + 4 + 2 + 1 = 26$.

Cỡ mẫu là 26.

Chú ý 2: có thể lập bảng tần số ở dạng cột thứ nhất ghi các giá trị, cột thứ hai ghi tần số của các giá trị đó.

Số bàn thắng	Tần số
--------------	--------

0	7
1	4
2	8
3	4
4	2
5	1

Bài toán 2. Người ta đếm số lượng người ngồi trên mỗi chiếc xe ô tô 5 chỗ đi qua một trạm thu phí trong khoảng thời gian từ 9 giờ đến 10 giờ sáng. Kết quả được ghi lại ở bảng sau:

5	4	5	2	3	2	5	1	1	2	1	1	2	5	1
1	1	3	2	1	1	4	2	1	4	1	2	1	4	1
2	3	2	3	2	3	2	3	3	1	2	1	3	2	2
1	4	3	2	3	1	3	5	1	2	3	5	1	2	1

Lập bảng tần số cho mẫu dữ liệu trên.

Lời giải

Bảng tần số:

Số người	1	2	3	4	5
Tần số	20	17	12	5	6

Nhận xét:

- Số người ngồi trên xe phổ biến nhất là 1 người.
- Cỡ mẫu: 60.

Bài toán 3. Số cuộc gọi đến một tổng đài hỗ trợ khách hàng mỗi ngày trong tháng 4/2023 được ghi lại như sau:

4	2	6	3	6	3	2	5	4	2	5	4	3	3	3
3	5	4	4	3	4	6	5	3	6	3	5	3	5	5

Lập bảng tần số cho mẫu dữ liệu trên.

Lời giải

Bảng tần số:

Số cuộc gọi mỗi ngày	2	3	4	5	6
Tần số	3	10	6	7	4

Nhận xét:

- Tháng 4 có 30 ngày.
- Cỡ mẫu: 30.

Bài toán 4. Bảng sau đây ghi lại các bạn đạt điểm tốt vào các ngày trong tuần của lớp 9E, mỗi điểm tốt ghi tên một lần.

5	5	5	7	7	8	8	8	5	8	8	8	6	6	6	6	8	9	5	7
6	6	7	7	6	8	9	9	7	8	8	5	7	7	7	7	6	8	8	9

Ngày	Thứ hai	Thứ ba	Thứ tư	Thứ năm	Thứ sáu
Tên bạn đạt điểm tốt	Bình Nam	Tuấn Thảo	Bình	Yến Nam	Nam Thảo

Lập bảng tần số cho mẫu dữ liệu trên.

Lời giải

Bảng tần số:

Tên người	Bình	Nam	Tuấn	Thảo	Yến
Tần số	2	3	1	2	1

Nhận xét:

- Có thể lập bảng tần số dạng cột.
- Người có số lần đạt điểm tốt nhiều nhất là bạn Nam, Nam được 3 lần đạt điểm tốt.

Bài toán 5. Thống kê điểm kiểm tra môn Toán của 40 học sinh lớp 9C như sau:

Lập bảng tần số cho mẫu dữ liệu trên:

Lời giải

Bảng tần số của mẫu số liệu:

Điểm	5	6	7	8	9	Cộng
Tần số	6	8	10	12	4	N = 40

Bài toán tương tự:

Thống kê thâm niên công tác (đơn vị: năm) của 33 nhân viên ở một công sở như sau:

7	2	5	9	7	4	3	8	10	4	4
2	4	4	5	6	7	7	5	4	1	8
9	4	2	8	5	5	7	3	14	8	8

Lập bảng tần số của mẫu số liệu thống kê trên.

Hướng dẫn

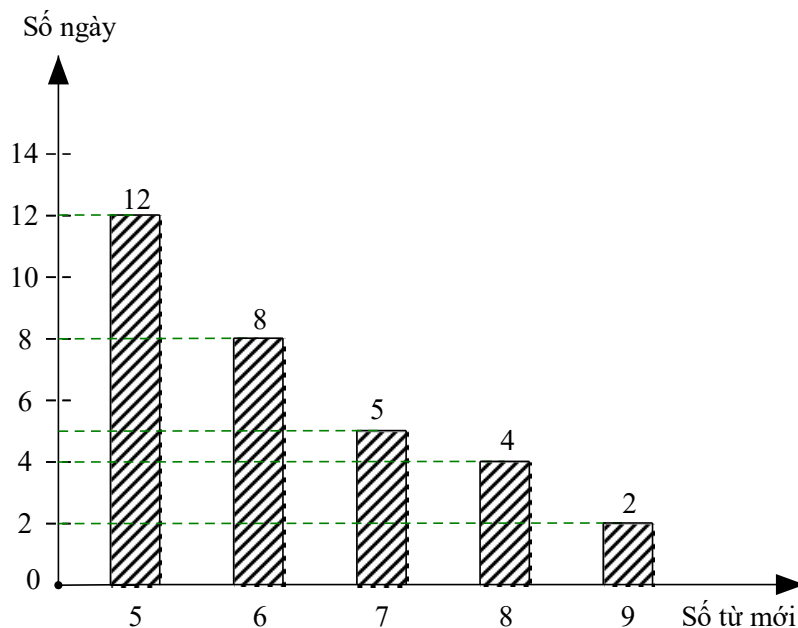
Bảng tần số của mẫu số liệu:

Số năm công tác	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	14
Tần số	1	3	2	7	5	1	5	5	2	1	1

II. Biểu đồ tần số

Bài toán 6. Vào đợt nghỉ hè vừa rồi, mỗi ngày bạn Bình đều học thêm một số từ vựng tiếng Anh mới. Số lượng từ vựng mới bạn Bình học mỗi ngày được biểu diễn ở biểu đồ cột như hình bên dưới.

- Số lượng từ vựng mới mà bạn Bình học mỗi ngày nhận được những giá trị nào ? Tìm tần số của mỗi giá trị đó ?
- Bạn Bình đã học từ vựng tiếng Anh mới trong bao nhiêu ngày?
- Có bao nhiêu ngày bạn Bình nhiều hơn 7 từ vựng mới?



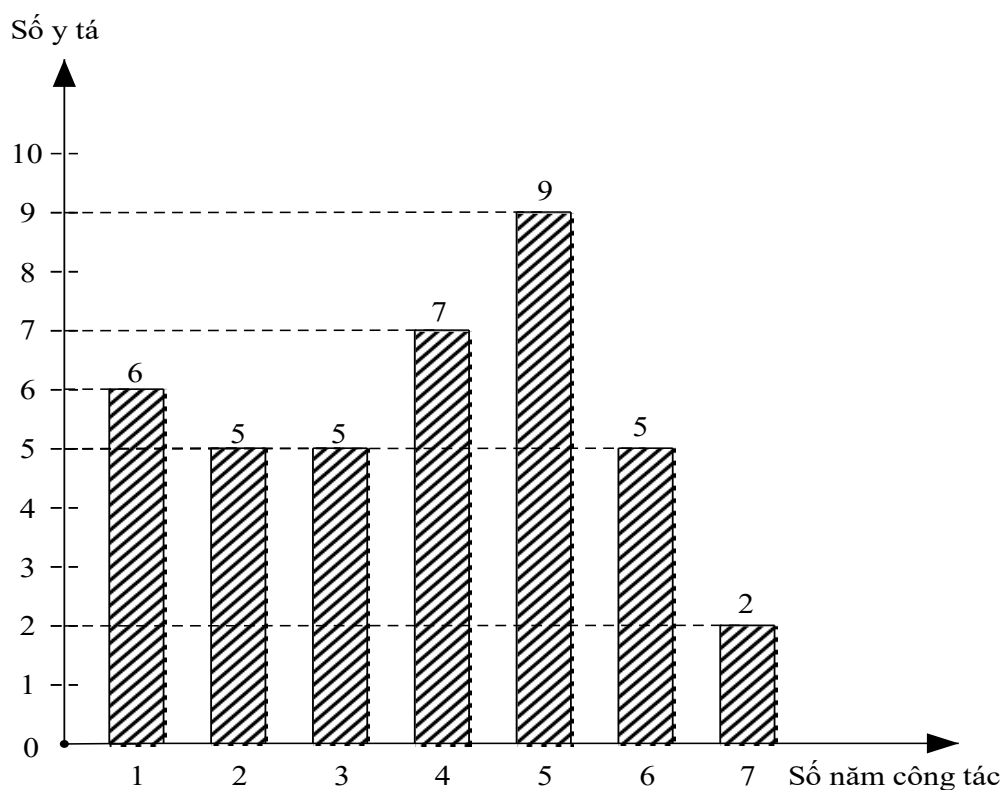
a) Số lượng từ vựng mới mà bạn Bình học mỗi ngày nhận được nhưng giá trị là 5;6;7;8;9. Tần số của các giá trị đó lần lượt là 12 ; 8; 5 ; 4 ; 2 .

b) Số ngày bạn Bình học từ vựng mới là:

$$12 + 8 + 5 + 4 + 2 = 31 \text{ (ngày)}.$$

c) Số ngày bạn Bình học nhiều hơn 7 từ vựng mới là $4 + 2 = 6$ (ngày).

Bài toán 7. Biểu đồ bên thống kê thời gian (theo năm) của các y tá ở một phòng khám.



a) Các y tá của phòng khám có thời gian công tác nhận được những giá trị nào? Tìm tần số của mọi giá trị đó.

b) Phòng khám có tổng số bao nhiêu y tá?

c) Có bao nhiêu y tá đã công tác ở phòng khám ít nhất 3 năm?

Lời giải

a) Các giá trị: 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7

Tần số của mỗi giá trị đó lần lượt là 6 ; 5 ; 5 ; 7 ; 9 ; 5 ; 2

b) Ta có: $6 + 5 + 5 + 7 + 9 + 5 + 2 = 39$ (y tá).

c) Ta có: $5 + 7 + 9 + 5 + 2 = 28$ (y tá)

Nhận xét:

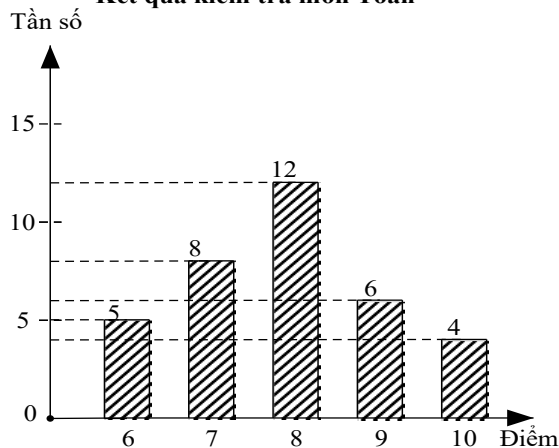
1. Từ biểu đồ trên, ta có thể lập bảng thống kê cho dữ liệu đó.

Số năm công tác	1	2	3	4	5	6	7
Số y tá	6	5	5	7	9	5	2

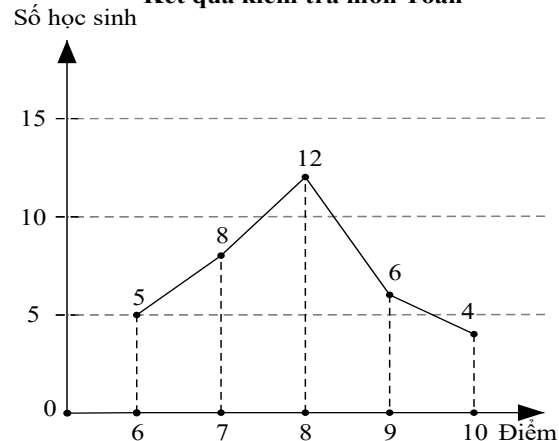
2. Ta có thể vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài toán 8. Cho hai biểu đồ sau:

Kết quả kiểm tra môn Toán



Kết quả kiểm tra môn Toán



a) Đọc và giải thích mỗi biểu đồ trên.

b) Hai biểu đồ trên có biểu diễn cùng một dữ liệu không? Lập bảng thống kê cho dữ liệu đó. Bảng thống kê thu được có phải là bảng tần số hay không?

Lời giải

a) Biểu đồ A : biểu đồ cột.

Số học sinh đạt điểm 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 tương ứng là 5 ; 8 ; 12 ; 6 ; 4 .

Biểu đồ B : biểu đồ đoạn thẳng.

Biểu đồ tần số dạng đoạn thẳng còn gọi là đa giác tần số (frequency polygon)

b) Hai biểu đồ trên cùng biểu diễn một dữ liệu.

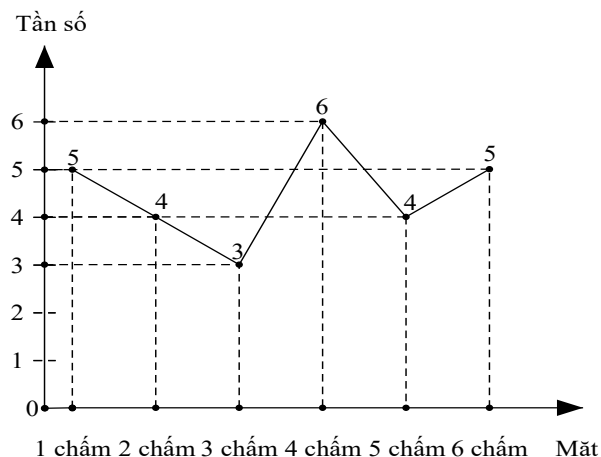
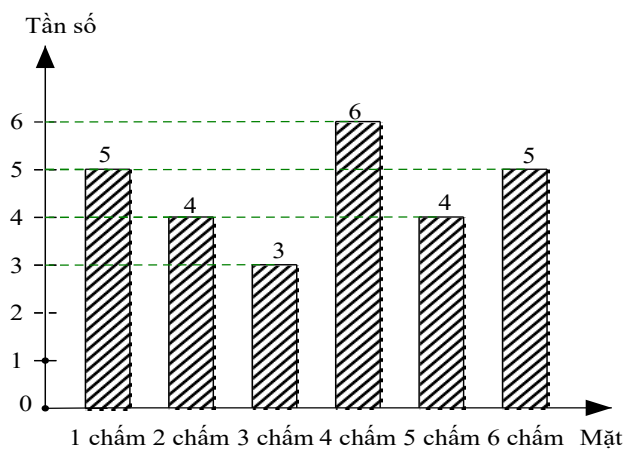
Bảng thống kê

Điểm	6	7	8	9	10
Số học sinh (Tần số)	5	8	12	6	4

Bảng thống kê trên cũng là bảng tần số.

Bài toán tương tự

Lập bảng thống kê và kết quả khi gieo con xúc xắc từ biểu đồ đã cho.

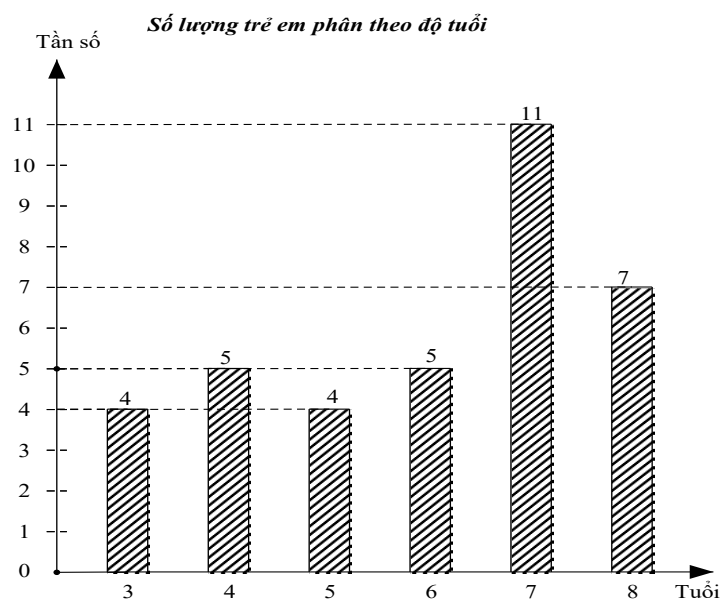


Bài toán 9. Một khu vui chơi dành cho trẻ em thống kê lại độ tuổi của một số trẻ em đến chơi trong một ngày ở bảng tần số như sau:

Tuổi	3	4	5	6	7	8
Tần số	4	5	4	5	11	7

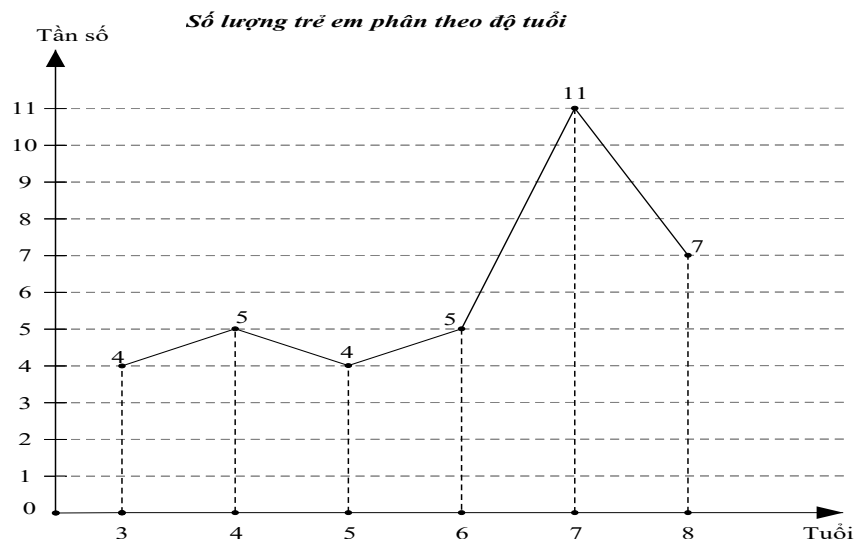
- Hãy vẽ biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn số liệu ở bảng tần số.
- Theo biểu đồ ở câu a, trong số các trẻ em đến khu vui chơi, trẻ em ở độ tuổi nào nhiều nhất?

Lời giải



a) Biểu đồ cột.

Biểu đồ đoạn thẳng:



b) Theo biểu đồ trên trong số các trẻ em đến khu vui chơi, trẻ em 7 tuổi là nhiều nhất.

Bài toán tương tự

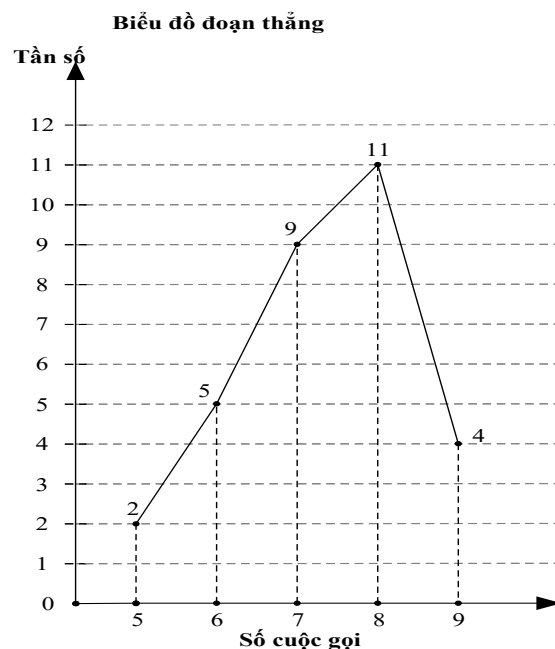
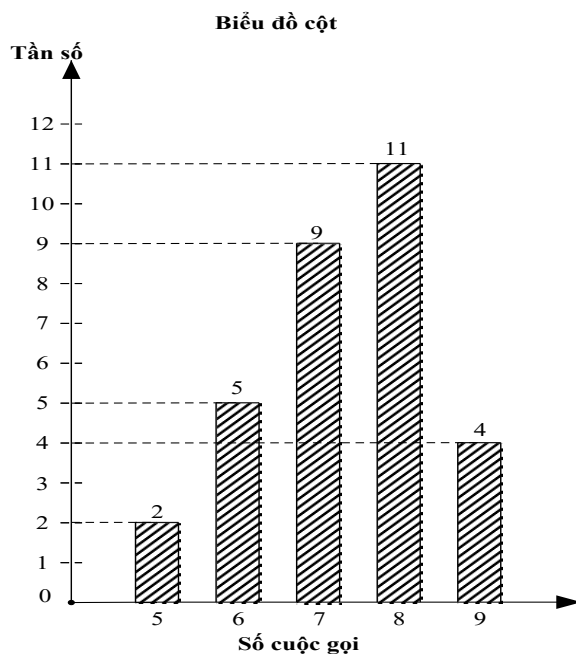
Bác An thống kê lại số cuộc gọi điện thoại mà mình thực hiện mỗi ngày trong tháng 7 ở bảng tần số sau:

Số cuộc gọi	5	6	7	8	9
Tần số (số ngày)	2	5	9	11	4

Hãy vẽ biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn số liệu ở bảng tần số trên.

Hướng dẫn:

Xem hình vẽ

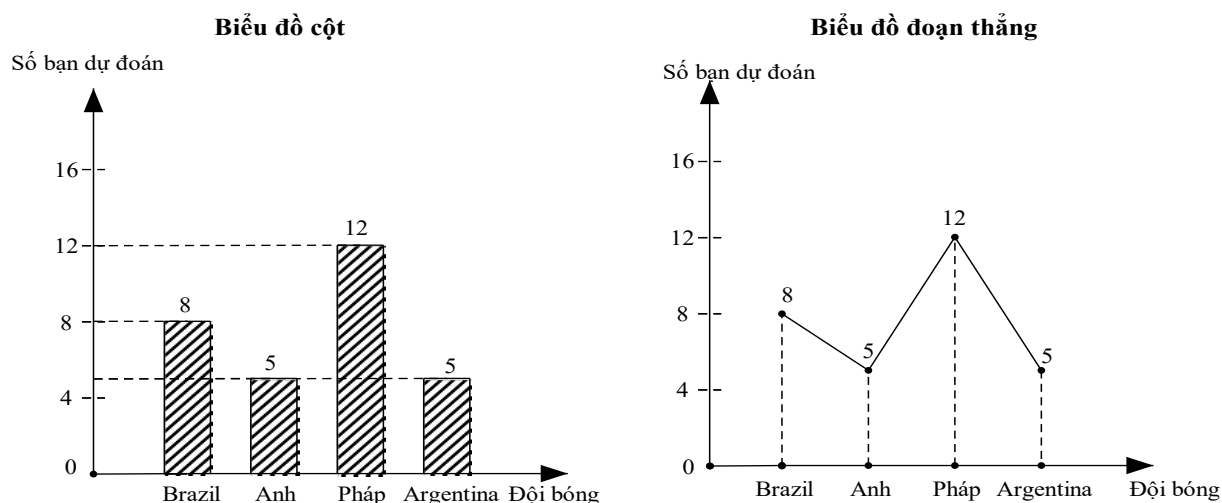


Bài toán 10. Bảng tần số sau cho biết số học sinh của lớp (Dự đoán đội bóng vô địch World Cup 2022 trước khi giải đấu bắt đầu).

Đội bóng	Brazil	Anh	Pháp	Argentina
Số bạn dự đoán	8	15	12	5

Vẽ biểu đồ tần số dạng cột và biểu đồ tần số dạng đoạn thẳng biểu diễn số liệu ở bảng tần số trên.

Lời giải



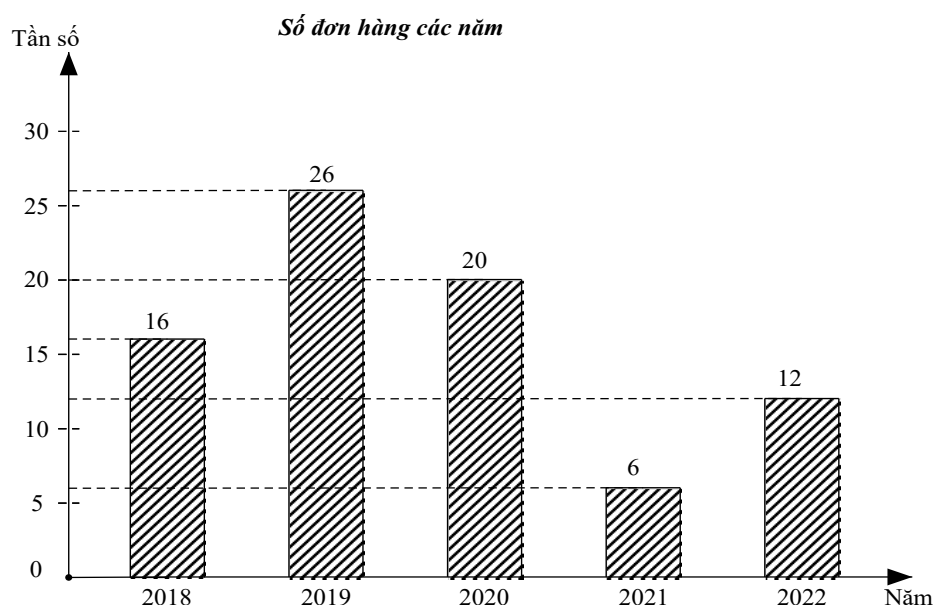
Bài toán 11. Một công ty xuất khẩu các mặt hàng nông hải sản thống kê lại trong bảng sau số đơn hàng trong mỗi năm thuộc giai đoạn 2018 – 2022 :

Năm	2018	2019	2020	2021	2022	Tổng
Tần số	16	26	20	6	12	$N = 80$

- a) Hãy chọn loại biểu đồ thuận tiện cho việc so sánh số đơn đặt hàng của các năm. Vẽ biểu đồ đó. Số đơn đặt hàng tập trung nhiều nhất vào năm nào? Số đơn đặt hàng của năm nào ít nhất?
- b) Hãy chọn loại biểu đồ thể hiện rõ xu hướng thay đổi số đơn hàng qua các năm. Vẽ biểu đồ đó. Dựa vào biểu đồ này, cho biết vào những năm nào số đơn hàng giảm sút so với năm trước đó? Năm nào giảm nhiều nhất?

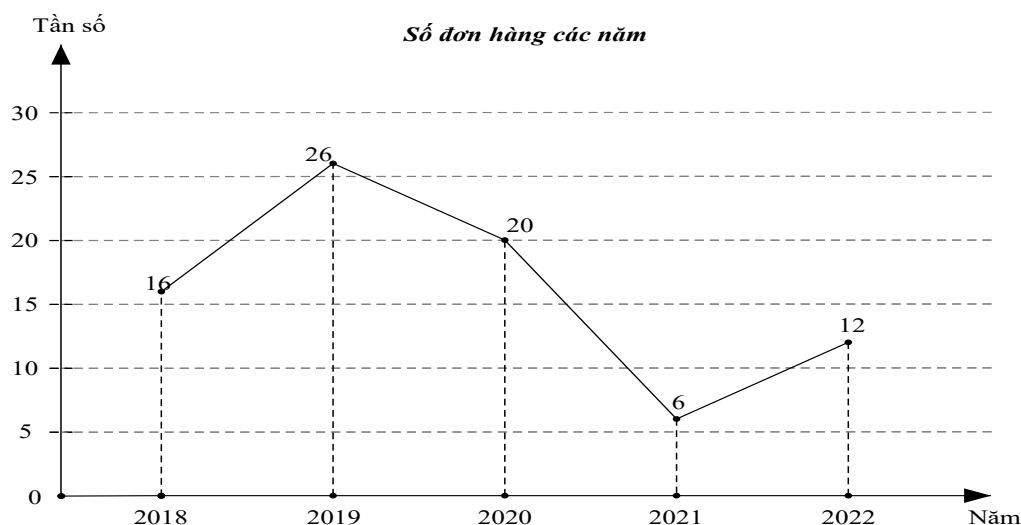
Lời giải

- a) Để so sánh số đơn đặt hàng trong các năm thì biểu đồ tần số dạng cột là loại biểu đồ phù hợp. Biểu đồ được vẽ bởi hình dưới đây trong đó trục ngang biểu thị các năm, trục đứng biểu thị tần số ứng với mỗi năm.



Biểu đồ cho thấy rõ là số đơn hàng tập trung vào năm 2019. Năm 2021 có số đơn hàng ít nhất và chênh lệch khá nhiều so với các năm còn lại (chẳng hạn chỉ bằng một nửa số đơn hàng của năm 2022 hay chưa đến một phần tư số đơn hàng của năm 2019).

b) Để thể hiện rõ xu hướng thay đổi số đơn hàng qua các năm thì ta vẽ biểu đồ tần số dạng đoạn thẳng.

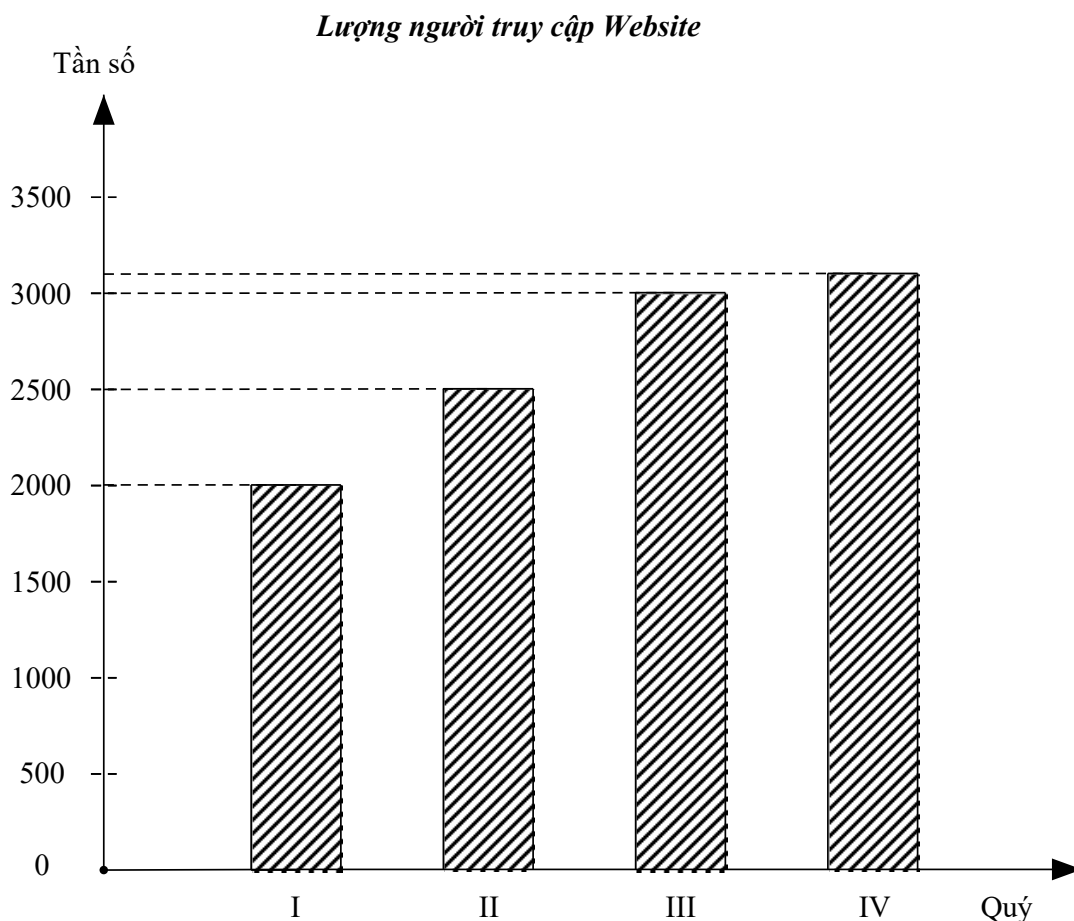


Quan sát biểu đồ ta thấy năm 2020 và năm 2021 đều có số đơn hàng giảm so với năm trước đó. Đoạn thẳng đi xuống dốc hơn là đoạn chuyển từ năm 2020 sang năm 2021, chứng tỏ năm 2021 có số đơn hàng giảm nhiều nhất so với năm trước đó.

Bài toán 12. Biểu đồ được đưa ra để quảng cáo cho một Website.

Quan sát biểu đồ, bạn Vân nhận xét: “ Lượng người truy cập quý II tăng gấp đôi so với quý I. Sang quý III lượng người truy cập lại tăng gấp 3 so với quý I”.

Ý kiến của bạn Vân đúng không? Giải thích vì sao?



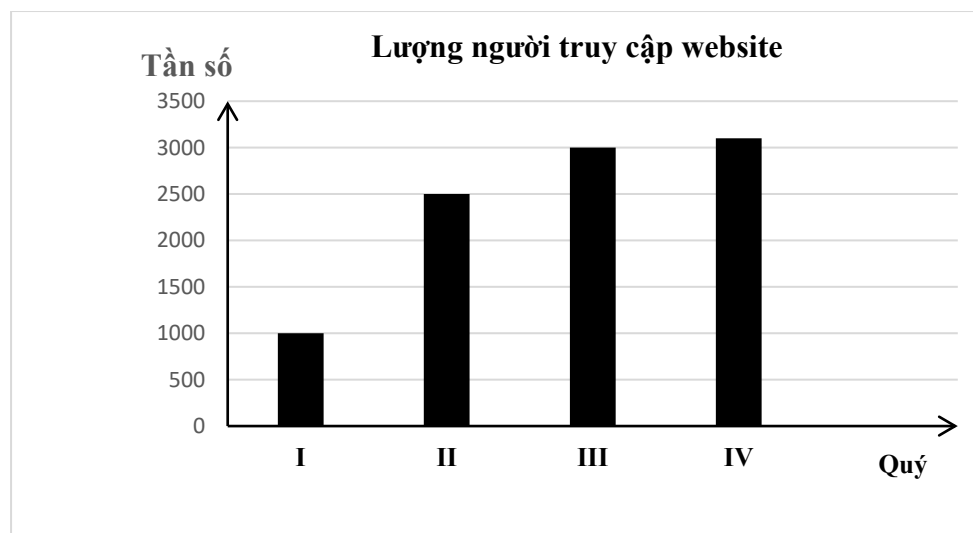
Lời giải

Hình vẽ người ta đã thu gọn đoạn ứng với số 2000 trên trục tung. Mỗi đơn vị tiếp theo ứng với 500 (người). Như vậy từ quý I sang quý II chỉ tăng 500 người chứ không phải tăng gấp đôi (từ 2000 lên 4000). Tương tự, lượng người truy cập từ quý I sang quý III chỉ tăng 1000 chứ không phải tăng gấp 3 (từ 2000 lên 6000).

Như vậy ý kiến của bạn Vân không đúng vì chỉ nhìn chiều cao của các cột mà không để ý đến số liệu trên trục tần số.

Chú ý: Khi vẽ biểu đồ, ta nên chọn đơn vị phù hợp cho trục tần số để có thể bắt đầu từ số 0, không gây nhầm lẫn về thị giác.

Chẳng hạn, biểu đồ ở hình trên có thể vẽ lại như sau:



∞ HẾT ∞

BÀI 23. BẢNG TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI VÀ BIỂU ĐỒ TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI**PHẦN A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ****1. Bảng tần số tương đối**

Cho dãy dữ liệu $x_1, x_2, \dots, x_n$. Tần số tương đối f_i của giá trị x_i là tỉ số giữa tần số của x_i (gọi là m_i) với n .

Bảng sau đây được gọi là bảng tần số tương đối:

Giá trị	x_1	...	x_k
Tần số tương đối	f_1	...	f_k

trong đó $n = m_1 + \dots + m_k$ và $f_1 = \frac{m_1}{n} \cdot 100(\%)$ là tần số tương đối của x_1 , ..., $f_k = \frac{m_k}{n} \cdot 100(\%)$ là tần số tương đối của x_k .

Tần số tương đối còn gọi là tần suất.

Tần số tương đối của một giá trị là ước lượng xác suất xuất hiện giá trị đó.

Chú ý: Người ta còn cho bảng tần số tương đối ở dạng cột: cột thứ nhất ghi các giá trị, cột thứ hai ghi tần số tương đối của các giá trị đó.

2. Biểu đồ tần số tương đối

Biểu đồ biểu diễn bảng tần số tương đối được gọi là biểu đồ tần số tương đối. Dạng thường gặp của biểu đồ tần số tương đối là biểu đồ cột và biểu đồ hình quạt tròn.

Để vẽ biểu đồ hình quạt tròn ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Xác định số đo cung tương ứng của các hình quạt dùng để biểu diễn tần số tương đối của các giá trị theo công thức $360^\circ \cdot f_i$ với $i = 1, \dots, k$.

Bước 2: Vẽ hình tròn và chia hình tròn thành các hình quạt có số đo tương ứng được xác định trong bước 1.

Bước 3: Định dạng các hình quạt tròn (thường bằng cách tô màu), ghi tần số tương đối, chú giải và tiêu đề.

PHẦN B. PHÂN LOẠI CÁC BÀI TẬP**I. Tần số tương đối**

Bài toán 1. Sau bài thi môn Ngữ văn, cô giáo ghi lại số lỗi chính tả mà một học sinh mắc phải vào bảng thống kê sau:

2	5	2	2	1	3	4	0	5	2	5	1	2	1	3	5	1	0	4	1
4	2	1	4	3	3	2	0	4	5	4	5	1	4	1	1	0	3	1	4

a) Mẫu số liệu trên gồm những giá trị khác nhau nào?

b) Hãy lập bảng tần số và bảng tần số tương đối của số lỗi chính tả mà học sinh mắc phải.

Hướng dẫn: b) Từ bảng tần số, ta tìm tần số tương đối $f_k = \frac{m_k}{n} \cdot 100\%$.

Lời giải

a) Các giá trị khác nhau của mẫu số liệu là: 0; 1; 2; 3; 4; 5.

b) Có mẫu $n = 40$.

Bảng tần số:

Số lỗi chính tả	0	1	2	3	4	5
Tần số	4	10	7	5	8	6

Vì tần số của giá trị 0 là 4 nên tần số tương đối của giá trị 0 là $\frac{4}{40} \cdot 100\% = 10,0\%$.

Vì tần số của giá trị 1 là 10 nên tần số tương đối của giá trị 1 là $\frac{10}{40} \cdot 100\% = 25,0\%$.

Tương tự, ta tính được tần số tương đối của các giá trị 2; 3; 4; 5 lần lượt là 17,5%; 12,5%; 20,0%; 15,0%.

Bảng tần số tương đối:

Số lỗi chính tả	0	1	2	3	4	5
Tần số	10,0%	25,0%	17,5%	12,5%	20,0%	15,0%

Bài toán 2. Điều tra về "Loại nhạc cụ bạn muốn chơi nhất" đối với các học trong lớp, bạn Dương thu được ý kiến trả lời và ghi lại như dưới đây:

Đàn piano	Trống	Đàn bầu	Đàn piano	Đàn guitar
Đàn guitar	Sáo	Đàn guitar	Đàn guitar	Đàn piano
Sáo	Đàn guitar	Sáo	Kèn harmonica	Đàn violin
Trống	Đàn guitar	Đàn bầu	Đàn piano	Đàn piano
Đàn violin	Đàn piano	Đàn violin	Sáo	Trống
Kèn harmonica	Đàn violin	Đàn piano	Đàn piano	Đàn guitar

Lập bảng tần số tương đối của các loại nhạc cụ.

Hướng dẫn: Ta có thể lập bảng tần số và bảng tần số tương đối vào chung một hình vẽ.

Lời giải

Ta có: $n = 30$.

Bảng tần số - tần số tương đối.

Nhạc cụ	Piano	Guitar	Đàn bầu	Violin	Harmonica	Sáo	Trống
Tần số	9	6	2	4	2	4	3
Tần số tương đối	30,0%	20,0%	6,7%	13,3%	6,7%	13,3%	10,0%

Bài toán 3. Thu thập dữ liệu về chất lượng không khí tại một địa điểm trong 30 ngày mùa xuân cho kết quả như sau:

M1, M1, M2, M2, M2, M1, M2, M2, M2, M2, M2, M2, M2, M2,

M4, M3, M3, M3, M3, M4, M4, M1, M1, M1, M1, M3, M3, M3, M1.
(M1: Tốt; M2: Trung bình; M3: Kém; M4: Xấu)

Lập bảng tần số tương đối.

Lời giải

Ta có: $n = 30$.

Bảng tần số - tần số tương đối.

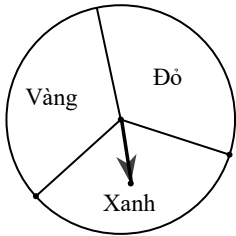
Chất lượng không khí	M1	M2	M3	M4
Tần số	8	12	7	3
Tần số tương đối	26,7%	40%	23,3%	10%

Bài toán 4. Quay 50 lần một tấm bìa hình tròn được chia thành ba hình quạt với các màu xanh, đỏ, vàng. Quan sát và ghi lại mỗi tên chỉ vào hình quạt có màu nào khi tấm bìa dừng lại. Kết quả thu được như sau:

Xanh: 

Đỏ: 

Vàng: 



- a) Lập bảng tần số tương đối cho kết quả thu được.
- b) Ước lượng xác suất mỗi tên chỉ vào hình quạt màu đỏ.

Lời giải

a) Bảng tần số - tần số tương đối.

Màu sắc	Xanh	Đỏ	Vàng
Tần số	15	25	10
Tần số tương đối	30%	50%	20%

b) 50%.

II. Biểu đồ tần số tương đối

Bài toán 5. Một doanh nghiệp thu thập mức độ yêu thích của người tiêu dùng về một loại sản phẩm theo các mức: 1,2,3,4,5. Mẫu số liệu thống kê sau phản ánh ý kiến của 50 người tiêu dùng như sau:

4 4 1 4 5 2 2 5 5 5 2 4 3 4 4 4 5
3 3 4 4 4 5 1 5 4 4 4 2 4 4 2 5 5
1 1 1 4 4 4 3 2 4 3 3 3 4 4 4 5

- a) Lập bảng tần số tương đối của mẫu số liệu thống kê đó.
- b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ở dạng biểu đồ cột của mẫu số liệu thống kê đó.

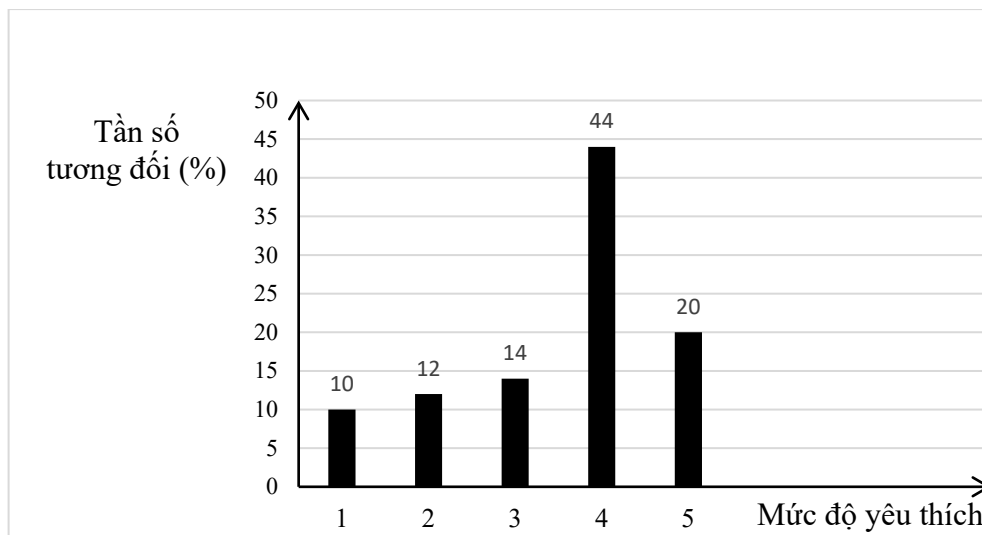
Lời giải

a) Ta có: $n = 50$.

Bảng tần số - tần số tương đối.

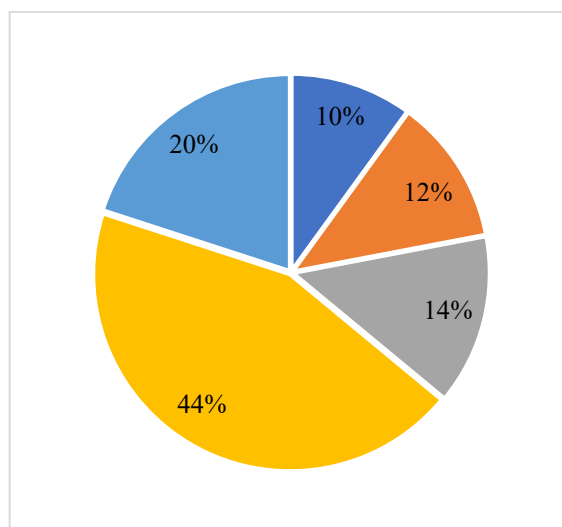
Mức độ yêu thích	1	2	3	4	5
Tần số	5	6	7	22	10
Tần số tương đối	10%	12%	14%	44%	20%

b) Biểu đồ (xem hình vẽ).



Nhận xét: Ta có thể vẽ biểu đồ tần số tương đối ở dạng biểu đồ hình quạt tròn của mẫu số liệu trên.

Xem hình vẽ.



Bài toán 6. Gieo một xúc xắc 32 lần liên tiếp, ghi lại số chấm trên mặt xuất hiện của xúc xắc, ta được mẫu số liệu thống kê như sau:

1 6 4 4 6 6 5 5 4 2 2 3 1 1 4 4
5 1 2 3 3 2 4 4 5 2 3 4 2 6 2 2

a) Lập bảng tần số tương đối của mẫu số liệu thống kê đó.

b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ở dạng biểu đồ hình quạt tròn của mẫu số liệu thống kê đó.

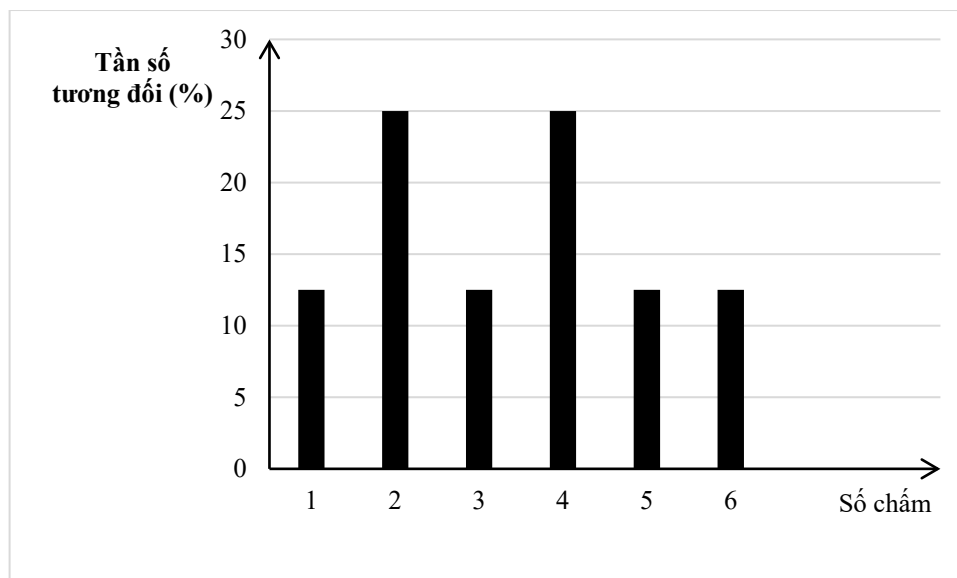
Lời giải

a) Ta có: $n = 32$.

Bảng tần số - tần số tương đối.

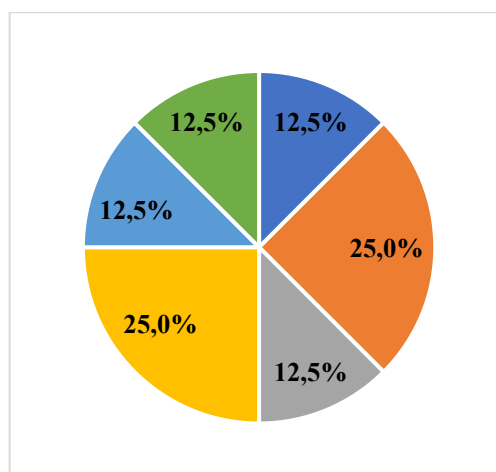
Số chấm	1	2	3	4	5	6
Tần số	4	8	4	8	4	4
Tần số tương đối	12,5%	25%	12,5%	25%	12,5%	12,5%

b) Biểu đồ cột.



Biểu đồ hình quạt tròn.

Hướng dẫn: Vẽ đường tròn, 12,5% ứng với hình quạt có góc ở tâm là 45° ; 25% ứng với hình quạt có góc ở tâm là 90° (Xem hình vẽ).



Bài toán 7. Thống kê điểm kiểm tra môn Toán của 40 học sinh lớp 9C (Xem bài toán 5 - Bài 22 . Bảng tần số và biểu đồ tần số).

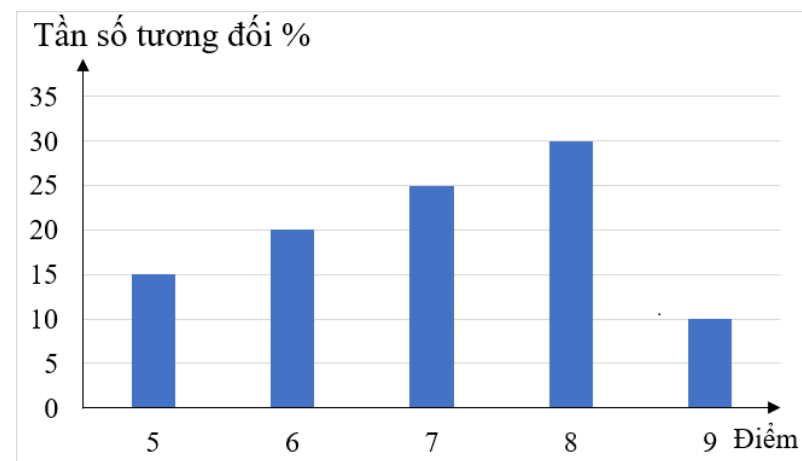
Vẽ biểu đồ cột và biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn các số liệu thống kê đó.

Lời giải

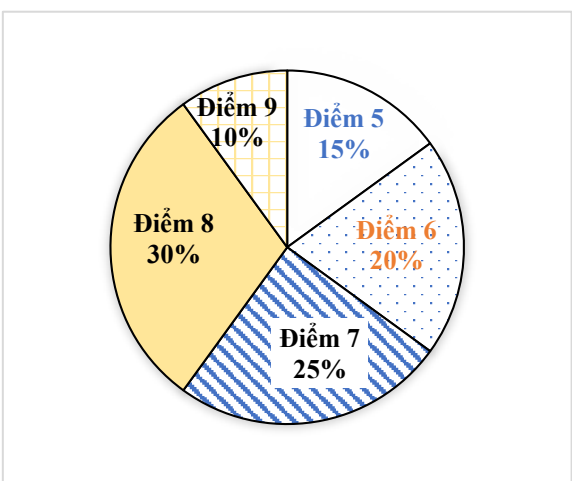
Bảng tần số- tần số tương đối.

Điểm	5	6	7	8	9
Tần số	6	8	10	12	4
Tần số tương đối	15%	20%	25%	30%	10%

Biểu đồ cột:



Biểu đồ quạt tròn:



Bài toán 8. Câu lạc bộ mỹ thuật của nhà văn hóa thiếu nhi thống kê tuổi của các thành viên lớp hội họa và biểu diễn dữ liệu qua bảng sau:

Tuổi của các thành viên lớp hội họa

Tuổi	9	10	11	12	13	14	Tổng
Tần số	10	4	6	2	12	6	N = 40

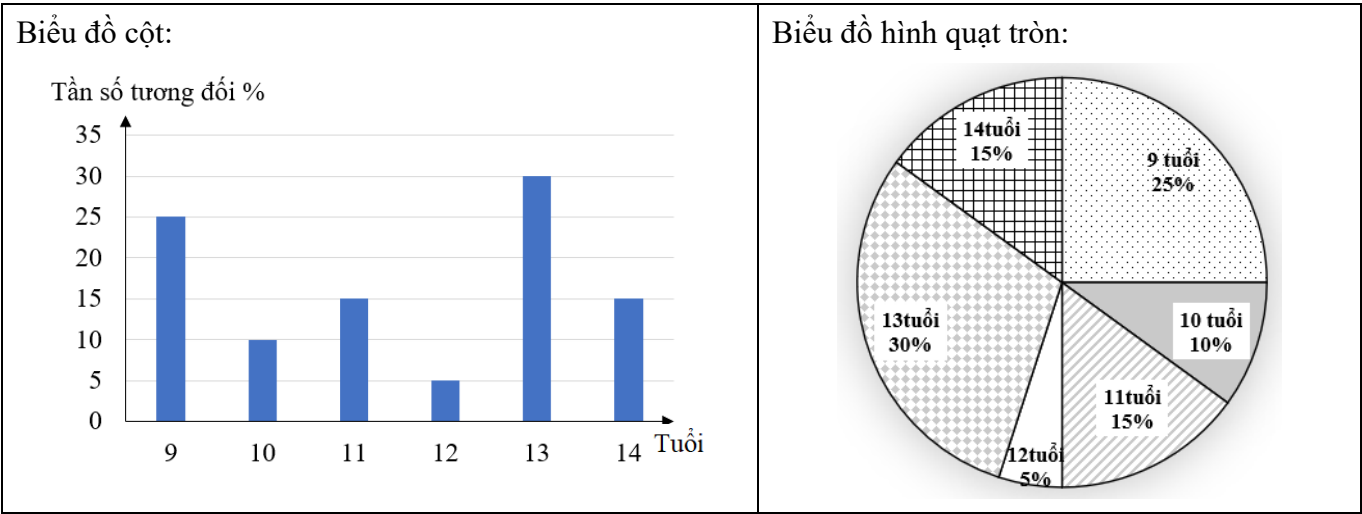
- a) Tính tần số tương đối của mỗi giá trị và lập bảng tần số tương đối.
b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối dạng biểu đồ cột và biểu đồ hình quạt tròn.

Lời giải

- a) Bảng tần số - tần số tương đối

Tuổi	9	10	11	12	13	14	Tổng
Tần số	10	4	6	2	12	6	N = 40
Tần số tương đối (%)	25	10	15	5	30	15	100

- b) Xem hình vẽ



BÀI 24: BẢNG TẦN SỐ. TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI GHEP NHÓM VÀ BIỂU ĐỒ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

1. Bảng tần số, tần số tương đối ghép nhóm.

Bảng tần số ghép nhóm là bảng tần số của các nhóm số liệu:

Nhóm	$(a_1; a_2)$	$[a_2; a_3)$		$[a_k; a_{k+1})$
Tần số	m_1	m_2		m_k

Bảng tần số ghép nhóm

Tần số m_i của nhóm $[a_i; a_{i+1})$ là số giá trị của mẫu số liệu lớn hơn hoặc bằng a_i và nhỏ hơn a_{i+1}

Bảng tần số tương đối ghép nhóm là bảng tần số tương đối của các nhóm số liệu:

Nhóm	$(a_1; a_2)$	$[a_2; a_3)$		$[a_k; a_{k+1})$
Tần số tương đối	f_1	f_2		f_k

Bảng tần số tương đối ghép nhóm

Trong đó $n = m_1 + m_2 + \dots + m_k$ và

$f_1 = \frac{m_1}{n} \cdot 100\%$ là tần số tương đối của nhóm $[a_1; a_2)$,

$f_k = \frac{m_k}{n} \cdot 100\%$ là tần số tương đối của nhóm $[a_k; a_{k+1})$.

2. Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột

*Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột là biểu đồ gồm các cột liền nhau để biểu diễn bảng tần số tương đối ghép nhóm. Trong biểu đồ này, chiều cao mỗi cột biểu diễn tần số tương đối của nhóm số liệu.

*Để vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột biểu diễn bảng tần số tương đối ghép nhóm với các nhóm số liệu có độ dài bằng nhau ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Vẽ trục đứng, trục ngang. Trên trục đứng xác định đơn vị độ dài phù hợp với các tần số tương đối. Trên trục ngang xác định các nhóm số liệu cần biểu diễn.

Bước 2: Dựng các hình cột (kề nhau) ứng với các nhóm dữ liệu, mỗi hình cột có chiều cao bằng tần số tương đối của nhóm số liệu.

Bước 3: Ghi chú giải cho các trục, các cột và tiêu đề cho biểu đồ.

Chú ý: Trong biểu đồ trên, nếu chiều cao mỗi cột biểu diễn tần số của nhóm số liệu thì ta có biểu đồ tần số ghép nhóm dạng cột.

Biểu đồ tần số tương đối (tần số) ghép nhóm dạng cột còn gọi là tổ chức đồ (histogram).

3. Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng

*Để biểu diễn bảng tần số tương đối ghép nhóm ta cũng có thể dùng biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng.

*Để vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng cho mẫu số liệu ghép nhóm, ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Chọn giá trị $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$ đại diện cho nhóm số liệu $[a_i; a_{i+1})$ với $i = 1, 2, \dots, k$.

Bước 2: Vẽ trục ngang để biểu diễn các giá trị đại diện cho các nhóm số liệu, vẽ trục đứng thể hiện tần số tương đối.

Bước 3: Với mỗi giá trị đại diện x_i trên trục ngang và tần số tương đối f_i tương ứng, ta xác định một điểm $M_i(x_i; f_i)$. Nối các điểm liên tiếp với nhau.

Bước 4: Ghi chú giải cho các trục, các điểm và tiêu đề của biểu đồ.

Chú ý: Trong cách vẽ biểu đồ trên, nếu thay tần số tương đối bằng tần số thì ta có biểu đồ tần số ghép nhóm dạng đoạn thẳng.

Trên trục ngang ta cũng có thể điền các nhóm số liệu thay cho các giá trị đại diện.

B. PHÂN LOẠI CÁC BÀI TẬP

1. Tần số ghép nhóm, tần số tương đối ghép nhóm

Bài toán 1. Giáo viên chủ nhiệm lớp 9C đã thu được kết quả như sau: Thời gian tự học dưới 1 giờ có 10 bạn; từ 1 giờ đến dưới 2 giờ có 15 bạn; từ 2 giờ đến dưới 3 giờ có 8 bạn; từ 3 giờ đến dưới 4 giờ có 7 bạn. Dựa vào dữ liệu dưới, hãy hoàn thiện các bảng sau vào vở:

Bảng 1

Thời gian(giờ)	[0; 1)	[1; 2)	[2; 3)	[3; 4)
Tần số	?	?	?	?

Bảng 2

Thời gian(giờ)	[0; 1)	[1; 2)	[2; 3)	[3; 4)
Tần số tương đối	?	?	?	?

Hướng dẫn: Nhóm số liệu $[a; b)$ là nhóm gồm các số liệu lớn hơn hoặc bằng a và nhỏ hơn b.

Lời giải

Bảng 1

Thời gian(giờ)	[0; 1)	[1; 2)	[2; 3)	[3; 4)
Tần số	10	15	8	7

Bảng 2

Thời gian(giờ)	[0; 1)	[1; 2)	[2; 3)	[3; 4)
Tần số tương đối	25%	37,5%	20%	17,5%

Nhận xét:

- 1. Bảng 1 gọi là bảng tần số ghép nhóm.
 - Bảng 2 gọi là bảng tần số tương đối ghép nhóm. (Kết quả viết dưới dạng phần trăm).
 - 2. Ta có thể ghi chung trong một bảng.
- Bảng tần số - Tần số tương đối ghép nhóm

Thời gian(giờ)	[0; 1)	[1; 2)	[2; 3)	[3; 4)
Tần số	10	15	8	7

Tần số tương đối	25%	37,5%	20%	17,5%
------------------	-----	-------	-----	-------

Bài toán 2. Cho bảng tần số ghép nhóm về tuổi thọ của một số ong mật cái như sau:

Tuổi thọ(ngày)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Tần số	12	23	15

- a) Đọc và giải thích bảng thống kê trên.
b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho bảng thống kê này.

Lời giải

- a) Tuổi thọ từ 30 ngày đến dưới 40 ngày là 12 con; tuổi thọ từ 40 ngày đến dưới 50 ngày là 23 con; tuổi thọ từ 50 ngày đến dưới 60 ngày là 15 con.
b) Ta có: $n = 12 + 23 + 15 = 50$

$$\frac{12}{50} \% = 24\%; \quad \frac{23}{50} \% = 46\%; \quad \frac{15}{50} \% = 30\%.$$

Bảng tần số tương đối ghép nhóm.

Tuổi thọ(ngày)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Tần số tương đối	24%	46%	30%

Bài toán 3. Nhà may Hưng Thịnh tặng áo phông cho 40 học sinh lớp 9A. Nhà may đo chiều cao (đơn vị: centimét) của cả lớp để quyết định chọn các cỡ áo khi may, kết quả như sau:

161 159 168 153 150 157 172 165 161 158
169 153 164 167 172 174 163 156 166 166
161 152 165 169 160 152 165 163 174 168
159 168 164 169 156 172 167 158 161 160

Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu trên.

Hướng dẫn:

Ta có thể ghép các số liệu thành 5 nhóm, có độ dài bằng nhau.

Vì $174 < 175$, ta có: $175 - 150 = 25$ và $25 : 5 = 5$

$\Rightarrow [150; 155), [155; 160), [160; 165), [165; 170), [170; 175).$

Lời giải

Nhóm	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Tần số(n)	5	7	10	13	5
Tần số tương đối	12,5%	17,5%	25%	32,5%	12,5%

Bài toán 4. Mẫu số liệu dưới đây ghi lại tốc độ (đơn vị: km/h) của 44 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ:

48,5 43 50 55 45 60 53 55,5 44 65 54,5
 51 62,5 41 44,5 57 57 68 49 46,5 53,5 49
 61 49,5 54 62 59 56 47 50 59,5 61 46,5
 49,5 52,5 57 47 59 55 45 47,5 48 61,5 48,5

a) Ghép các số liệu thành 6 nhóm.

b) Lập bảng tần số ghép nhóm.

Hướng dẫn:

a) Ta có số liệu có giá trị nhỏ nhất là 41; số liệu có giá trị lớn nhất là 68.

Ta có: $640 < 41, 68 < 70$.

$$70 - 40 = 30; 30 : 6 = 5.$$

b) Xem bài toán 3.

Lời giải

a) Ta có 6 nhóm: $[40; 45)$, $[45; 50)$, $[50; 55)$, $[55; 60)$, $[60; 65)$, $[65; 70)$.

b) Bảng tần số ghép nhóm.

Tốc độ	$[40; 45)$	$[45; 50)$	$[50; 55)$	$[55; 60)$	$[60; 65)$	$[65; 70)$
Tần số	4	14	8	10	6	2

Bài toán tương tự.

Thống kê số lần truy cập Internet của 30 người trong một tuần là:

85 81 65 58 47 30 51 89 85 42
 55 37 31 82 63 33 44 88 77 57
 44 74 63 67 46 73 52 53 47 35

Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu đó sau khi được ghép nhóm theo sáu nhóm.

Hướng dẫn: Ta có $89 < 90$, $90 - 30 = 60$. Ta ghép thành 6 nhóm.

$[30; 40)$, $[40; 50)$, $[50; 60)$, $[60; 70)$, $[70; 80)$, $[80; 90)$.

Bài toán 5: Chỉ số phát triển con người (HDI) là chỉ tiêu tổng hợp phản ánh các mặt thu nhập, sức khỏe, giáo dục của người dân trong một quốc gia. Các nước và vùng lãnh thổ trên thế giới được chia thành bốn nhóm theo HDI: Nhóm 1 (rất cao) có HDI từ 0,8 trở lên; Nhóm 2 (cao) có HDI từ 0,7 đến dưới 0,8; Nhóm 3 (trung bình) có HDI từ 0,55 đến dưới 0,7; Nhóm 4 (thấp) có HDI dưới 0,55. Năm 2021, chỉ số HDI của 11 quốc gia Đông Nam Á như sau:

0,939	0,829	0,803	0,8	0,705	0,703	0,699	0,607	0,607	0,593	0,585
-------	-------	-------	-----	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Dựa vào dữ liệu trên, hãy hoàn thành bảng tần số ghép nhóm và bảng tần số tương đối ghép nhóm:

Chỉ số HDI	$[0; 0,55]$	$[0,55; 0,7]$	$[0,7; 0,8]$	$[0,8; 1,0]$
Tần số				
Tần số tương đối				

Hướng dẫn:

Tần số tương đối tính theo số phần trăm.

Ta có $n \approx 11$.

Tần số ghép nhóm của Nhóm 1: $[0,8; 1,0]$ là 4.

Ta có tần số tương đối ghép nhóm của Nhóm 1 là $\frac{4}{11} \approx 36\%$.

Lời giải

Chỉ số HDI	$[0; 0,55]$	$[0,55; 0,7]$	$[0,7; 0,8]$	$[0,8; 1,0]$
Tần số	0	5	2	4
Tần số tương đối	0%	45,46%	28,18%	36,36%

Bài toán 6. Bác Quảng ghi lại thời gian truy cập Internet của mình mỗi ngày (đơn vị: giờ) trong vòng 1 tháng như sau:

1,2	3,2	2,4	2,7	0,5	2,6	4,8	2,4	4,2	2,4
3,7	2,3	3,5	4,9	0,4	0,6	1,5	4,6	1,7	3,4
3,9	2,1	3,4	2,7	1,5	1,8	2,9	3,5	3,9	1,6

- a) Lập bảng tần số ghép nhóm theo 5 nhóm: $[0; 1)$, $[1; 2)$, $[2; 3)$, $[3; 4)$, $[4; 5)$.
b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm.

Lời giải

- a) Bảng tần số ghép nhóm

Thời gian (giờ)	$[0; 1)$	$[1; 2)$	$[2; 3)$	$[3; 4)$	$[4; 5)$
Tần số	3	6	9	8	4

- b) Bảng tần số tương đối ghép nhóm.

Thời gian (giờ)	$[0; 1)$	$[1; 2)$	$[2; 3)$	$[3; 4)$	$[4; 5)$
Tần số tương đối	10,0%	20,0%	30,0%	26,7%	13,3%

Bài toán tương tự:

Cô Loan ghi lại chiều cao (đơn vị: cm) của các cây bạch đàn giống vừa được chuyển đến nông trường ở bảng sau:

16,4	19	29,6	18,3	21,8	20,6	22,2	27,1	23,3	19,5
21,2	15,9	28,6	18	29,8	27,2	18,1	28,4	18,8	23,5
29,2	23,8	29,6	25	24,4	15,4	23,8	16	17,2	23,5
23,2	17	17,8	19,8	16,8	18,4	21,9	24,3	27,3	21

Hướng dẫn:

Bảng tần số ghép nhóm - tần số tương đối ghép: ($n = 40$)

Thời gian (giờ)	$[15; 18)$	$[18; 21)$	$[21; 24)$	$[24; 27)$	$[27; 30)$
Tần số	8	9	11	3	9
Tần số tương đối	20%	22,5%	27,5%	7,5%	22,5%

Bài toán 7. Kết quả đo chiều cao của 40 học sinh được thống kê trong bảng sau:

146	148	148	150	150	151	151	152	152	152
153	154	154	154	155	155	155	155	155	156
156	156	156	157	157	159	159	160	162	163
163	163	163	163	164	165	167	168	168	170

Theo quy định của công ty may mặc, cỡ S tương ứng với chiều cao từ 146cm đến dưới 152cm. Cỡ M tương ứng với chiều cao từ 152cm đến dưới 158cm. Cỡ L tương ứng với chiều cao từ 158cm đến dưới 164cm. Cỡ XL tương ứng với chiều cao từ 164cm đến 170cm.

Đối với 40 học sinh này, làm thế nào xác để xác định số quần áo cần may ở mỗi kích cỡ ?

Hướng dẫn: Cỡ S: [146; 152), Cỡ M: [152; 158), Cỡ L: [158; 164), Cỡ XL: [164; 170).

Ta có $n = 40$.

Lời giải

a) Bảng tần số ghép nhóm - tần số tương đối ghép nhóm.

Thời gian (giờ)	[146; 152)	[152; 158)	[158; 164)	[164; 170)
Tần số	7	18	9	6
Tần số tương đối	17,5%	45%	22,5%	15%

II. Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột

Bài toán 8. Thủy thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) mình đi bộ mỗi ngày trong tháng Sáu ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[4; 5)	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)
Tần số (số ngày)	6	12	8	3	1

Hãy vẽ biểu đồ tần số ghép nhóm dạng cột biểu diễn số liệu trên.

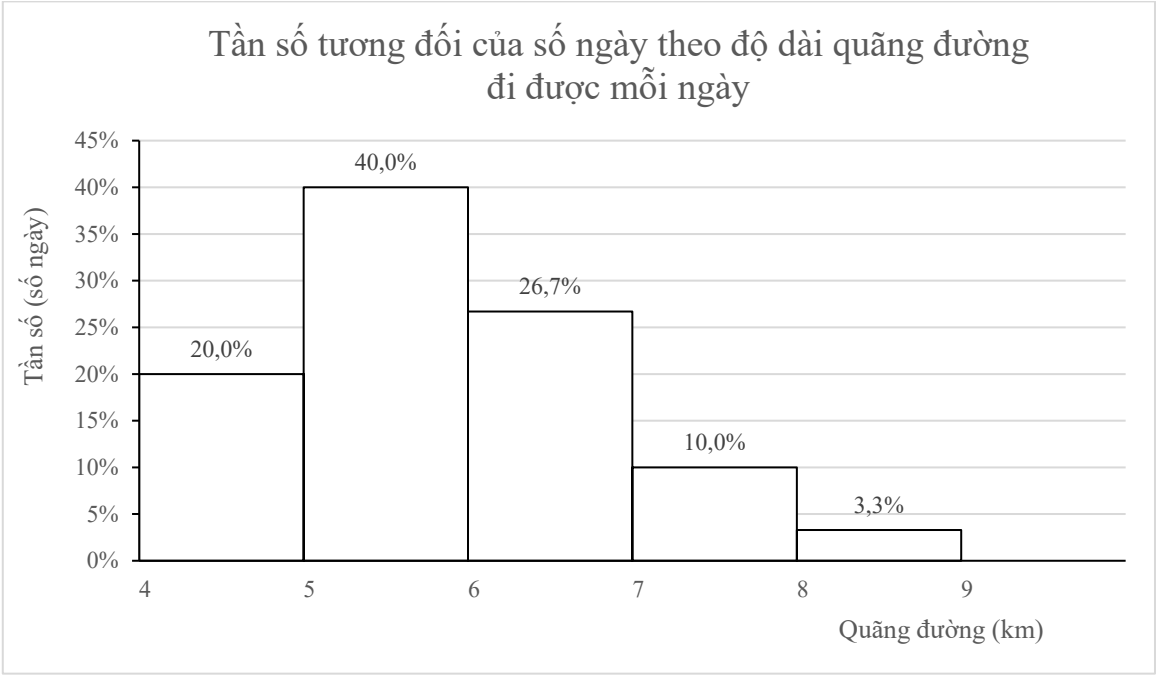
Hướng dẫn: Trước hết, ta lập bảng tần số tương đối ghép nhóm (tính theo tỉ lệ phần trăm).

Lời giải

Bảng tần số ghép nhóm - tần số tương đối ghép nhóm: (Tháng Sáu có 30 ngày: $n = 30$).

Quãng đường (km)	[4; 5)	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)
Tần số (số ngày)	20,0%	40,0%	26,7%	10,0%	3,3%

Biểu đồ tần số ghép nhóm dạng cột biểu diễn mẫu số liệu:

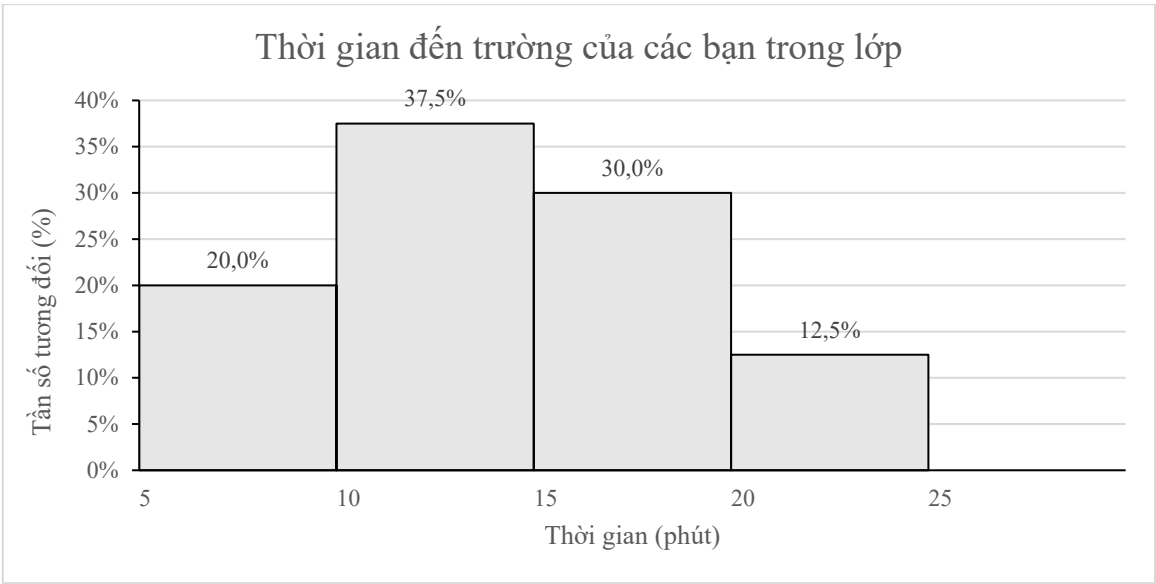


Bài toán tương tự.

Vẽ biểu đồ tần số ghép nhóm dạng cột cho bảng thống kê sau về thời gian đi từ nhà tới trường của một số bạn trong lớp 9D.

Thời gian (phút)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)
Tần số tương đối	20%	37,5%	30%	12,5%

Hướng dẫn: (Xem hình vẽ).

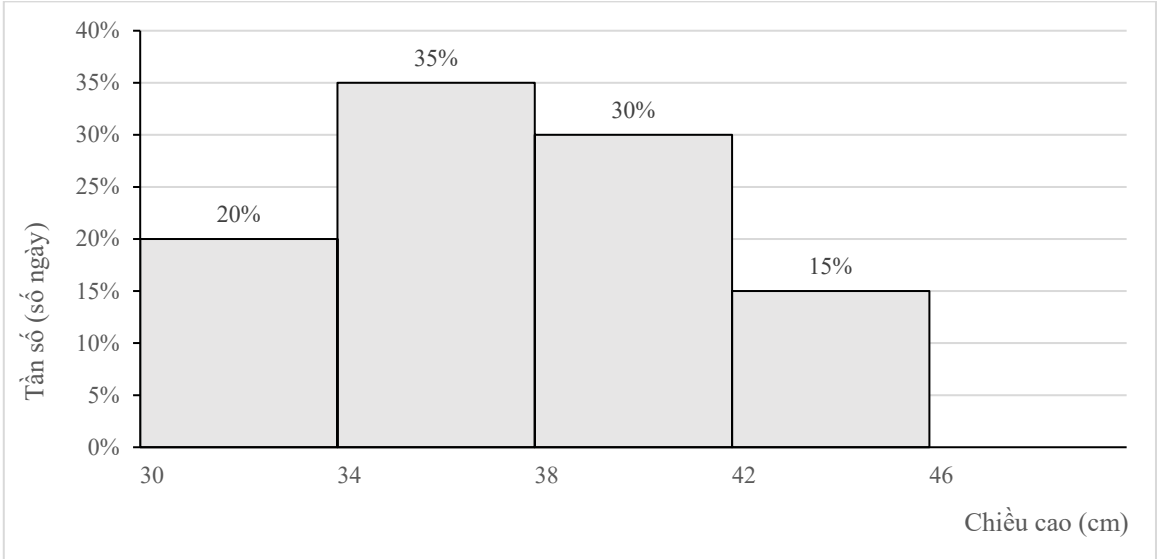


Bài toán 9. Vẽ biểu đồ tần số ghép nhóm dạng cột cho bảng sau về chiều cao của một số cây chà là giống 3 tháng tuổi.

Chiều cao (cm)	[30; 34)	[34; 38)	[38; 42)	[42; 46)
Tần số (số ngày)	20%	35%	30%	15%

Lời giải

Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột:



Bài toán 10. Xét mẫu số liệu ghép nhóm có bảng tần số ghép nhóm sau đây:

Nhóm	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)
Tần số	4	12	7	8	9

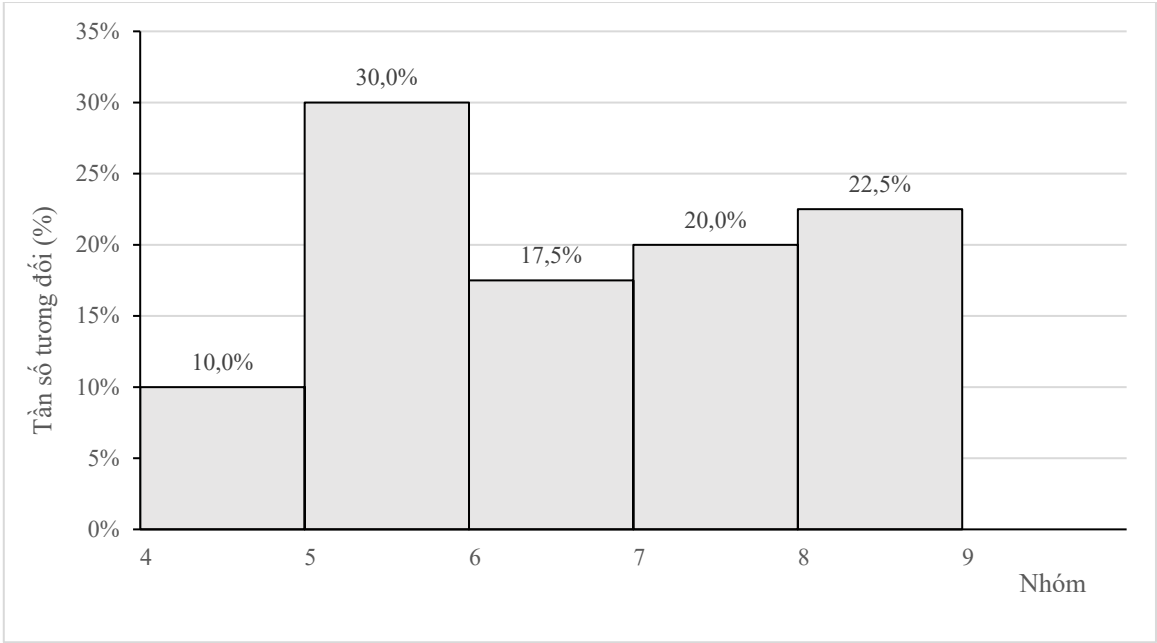
- a) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.
b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột.

Lời giải

a) Bảng tần số ghép nhóm - tần số tương đối ghép nhóm: (n = 40)

Nhóm	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)
Tần số	4	12	7	8	9
Tần số tương đối	10%	30%	17,5%	20%	22,5%

b) Xem hình vẽ.



Bài toán 11: Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: centimet) của 50 lá dương xỉ trưởng thành, người ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)
Tần số	8	18	14	10

Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng biểu đồ cột

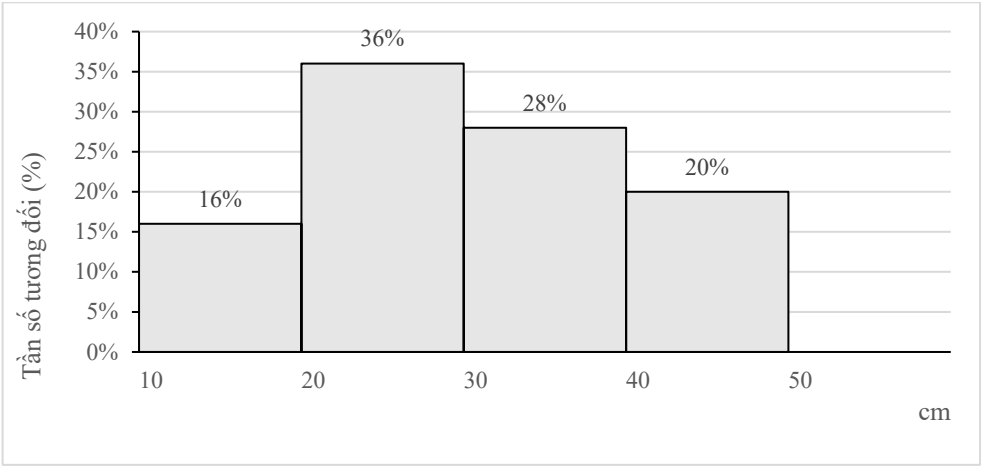
Hướng dẫn: Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm (tính theo phần trăm).

Lời giải

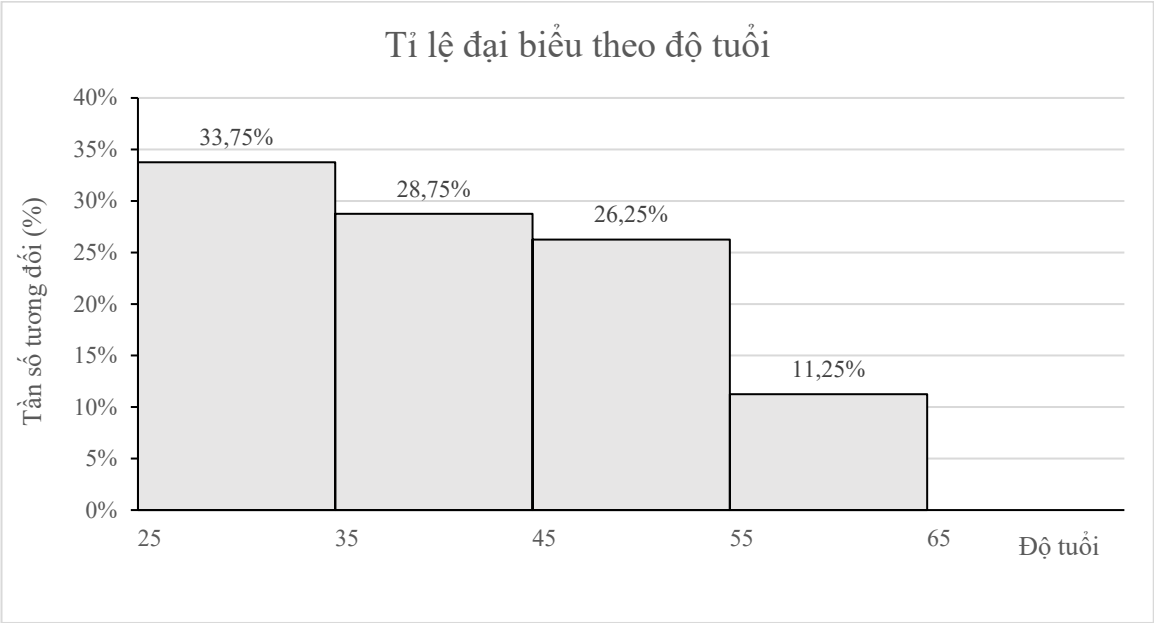
Bảng tần số ghép nhóm - tần số tương đối ghép nhóm: (n = 50).

Nhóm	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)
Tần số	8	18	14	10
Tần số tương đối	16%	36%	28%	20%

Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột.



Bài toán 12. Biểu đồ bên biểu diễn tỉ lệ đại biểu tham dự hội nghị theo độ tuổi. Biết rằng có 54 đại biểu từ 25 tuổi đến 35 tuổi.



- a) Có bao nhiêu đại biểu tham dự hội nghị?
- b) Lập bảng tần số ghép nhóm tương ứng.
- c) Một người cho rằng có trên 50% số đại biểu tham dự hội nghị dưới 45 tuổi. Nhận định đó đúng hay sai? Tại sao?

Hướng dẫn: Nhóm [25; 35) chiếm 33,75% so với tổng số đại biểu và có 54 người.

Ta có: $54: 33,75\% = 160$ (người).

Lời giải

a) ta có: $54: 33,75\% = 160$ (người)

Tổng số đại biểu tham dự hội nghị là 160 người.

b) Từ câu a, ta tìm được số người tham dự của các nhóm. Ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[25; 35)	[35;45)	[45; 55)	[55; 65)
Tần số	54	46	42	18

c) $33,75\% + 28,75\% = 62,5\% > 50\%$.

Nhận định trên là đúng.

Chú ý: Các bài toán 8; 9; 10; 11, em hãy đặt ra bài toán mới, khi biết biểu đồ tần số ghép nhóm tương đối và bổ sung số lượng n trong mỗi bài.

III. Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng

Bài toán 13. Cho bảng tần số tương đối ghép nhóm sau về tuổi thọ của một bóng đèn.

Tuổi thọ (năm)	[1; 1,5)	[1,5; 2)	[2; 2,5)	[2,5; 3)	[3; 3,5)
Tần số tương đối	15%	20%	30%	25%	10%

Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng cho bảng thống kê trên.

Hướng dẫn:

Chọn giá trị đại diện cho các nhóm.

$$\frac{1+1,5}{2} = 1,25; \frac{1,5+2}{2} = 1,75; \frac{2+2,5}{2} = 2,25$$

$$\frac{2,5+3}{2} = 2,75; \frac{3+3,5}{2} = 3,25$$

Xem phần A. Kiến thức cần nhớ.

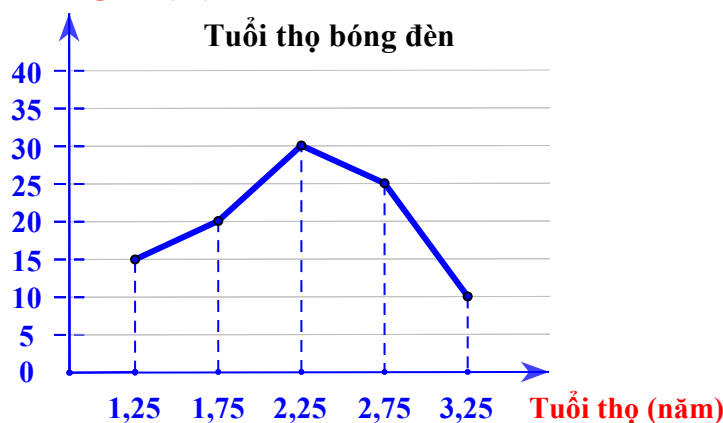
Lời giải

Ta có bảng sau:

Tuổi thọ (năm)	1,25	1,75	2,25	2,75	3,25
Tần số tương đối	15%	20%	30%	25%	10%

Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng.

Tần số tương đối (%)



Bài toán 14. Bảng sau thống kê chiều cao (đơn vị: mét) của các cây keo 3 năm tuổi ở một nông trường.

Chiều cao (m)	[8,5; 8,7)	[8,7; 8,9)	[8,9; 9,1)	[9,1; 9,3)	[9,3; 9,5)
Tần số tương đối	15%	25%	35%	20%	15%

Hãy vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng biểu diễn số liệu trên.

Hướng dẫn:

Chọn giá trị đại diện cho các nhóm.

$$\frac{8,5+8,7}{2} = 8,6; \quad \frac{8,7+8,9}{2} = 8,8; \quad \frac{8,9+9,1}{2} = 9,0; \quad \frac{9,1+9,3}{2} = 9,2; \quad \frac{9,3+9,5}{2} = 9,4$$

Lời giải

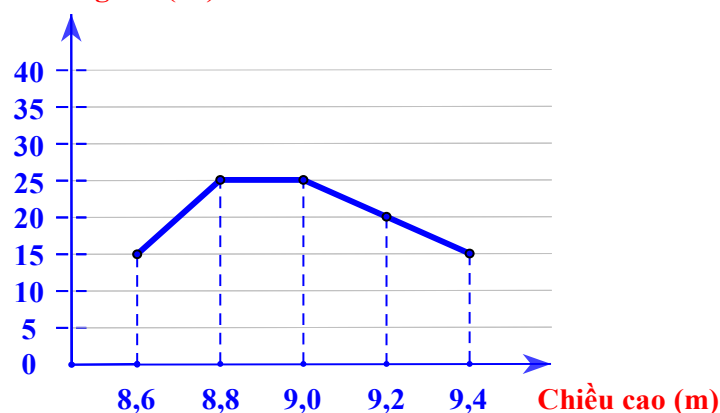
Ta có bảng sau:

Chiều cao (m)	8,6	8,8	9,0	9,2	9,4
Tần số tương đối	15%	25%	35%	20%	15%

Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng.

Tần số tương đối của số cây theo chiều cao

Tần số tương đối (%)



Bài toán 15. Bảng dưới đây được lấy từ dữ liệu do một trọng tài ghi lại về thành tích của các vận động viên nam trong cuộc thi bơi tự do dài 50 m được một trung tâm thể dục thể thao tổ chức.

Thành tích bơi tự do 50 m nam

Thời gian (giây)	[24; 26)	[26; 28)	[28; 30)	[30; 32)	[32; 34)
Tần số	2	8	10	8	4

Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng biểu diễn số liệu trên.

Hướng dẫn:

- Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm.
- Chọn các giá trị đại diện cho nhóm số liệu.
- Vẽ biểu đồ.

Lời giải

• Tần số tương đối của nhóm [24; 26) là: $f_1 = \frac{2}{32} = 0,0625 = 6,25\%$.

• Tần số tương đối của nhóm [26; 28) là: $f_2 = \frac{8}{32} = 0,25 = 25\%$.

• Tương tự với các nhóm tiếp theo: $f_3 = \frac{10}{32} = 0,3125 = 31,25\%$.

$f_4 = \frac{8}{32} = 0,25 = 25\%$; $f_5 = \frac{4}{32} = 0,125 = 12,5\%$.

Ta lập được bảng tần số tương đối ghép nhóm dưới đây:

Bảng tần số tương đối ghép nhóm thành tích bơi tự do 50 m nam

Thời gian (giây)	[24; 26)	[26; 28)	[28; 30)	[30; 32)	[32; 34)
Tần số tương đối %	6,25	25	31,25	25	12,5

Lời giải

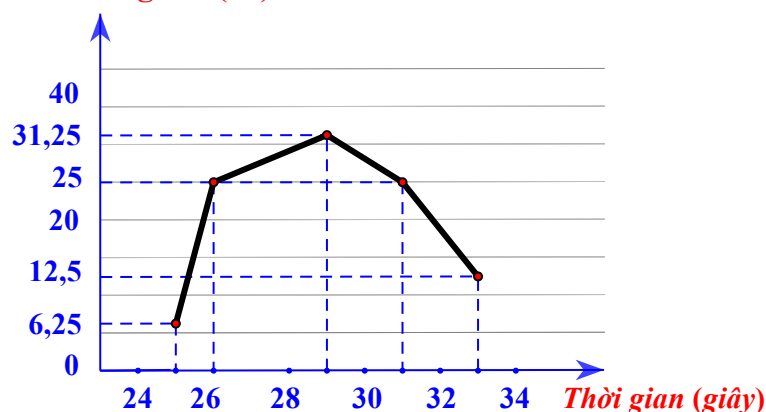
Ta có: $\frac{24+26}{2} = 25$; $\frac{26+28}{2} = 27$; $\frac{28+30}{2} = 29$; $\frac{30+32}{2} = 31$; $\frac{32+34}{2} = 33$

Bảng tần số tương đối ghép nhóm:

Thời gian (giây)	25	27	29	31	33
Tần số tương đối %	6,25	25	31,25	25	12,5

Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng:

Tần số tương đối (%)



BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VII

A. TRẮC NGHIỆM

Sử dụng dữ liệu sau để trả lời các bài tập từ 1 đến 3.

Gieo một con xúc xắc 50 lần cho kết quả như sau:

Số chấm xuất hiện	1	2	3	4	5	6
Tần số tương đối	8	7	?	8	6	11

Bài tập 1. Tần số xuất hiện của mặt 3 chấm là:

- A.** 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 12.

Bài tập 2. Tần số tương đối xuất hiện của mặt 5 chấm là:

- A.** 6%. **B.** 8%. **C.** 12%. **D.** 14%.

Bài tập 3. Để biểu diễn bảng thống kê trên, không thể dùng loại biểu đồ nào sau đây?

- A.** Biểu đồ tranh. **B.** Biểu đồ tần số dạng cột.
C. Biểu đồ tần số dạng đoạn thẳng. **D.** Biểu đồ cột kép.

Bài tập 4. Cho bảng tần số tương đối ghép nhóm về thời gian đi từ nhà đến trường của học sinh lớp 9A như sau:

Thời gian đến trường (phút)	[0; 10)	[10; 20)	[20; 30)
Tần số tương đối	20%	55%	25%

Để vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng, ta dùng giá trị nào đại diện cho nhóm số liệu $[10; 20)$?

- A.** 10. **B.** 15. **C.** 20. **D.** 30.

Lời giải

Bài tập 1. Ta có: $50 - (8 + 7 + 8 + 6 + 11) = 10$. Chọn B.

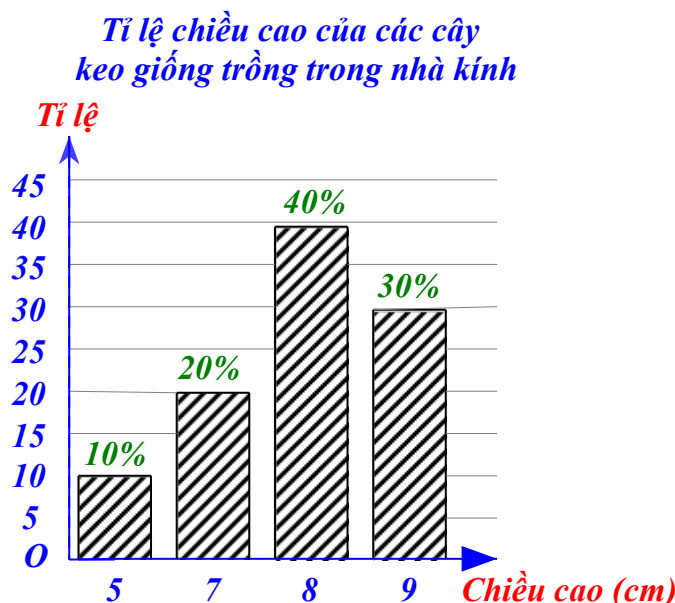
Bài tập 2. Ta có: $\frac{6}{50} \cdot 100\% = 12\%$. Chọn C.

Bài tập 3. Chọn D.

Bài tập 4. Ta có: $\frac{10+20}{2}=15$. Chọn B.

B. TỰ LUẬN

Bài toán 1. Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm (hình vẽ) cho biết tỉ lệ chiều cao của các cây keo giống do một kỹ sư lâm nghiệp đã trồng trong nhà kính Tỉ lệ chiều cao của các cây keo giống trồng trong nhà kính.



Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ.

Bài toán 2. Kỹ sư lâm nghiệp trên cũng trồng một số cây keo giống khác ngoài trời thu được kết quả như sau:

- Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng thống kê trên
- Từ biểu đồ vừa vẽ và biểu đồ cho trong bài 1, hãy so sánh chiều cao của các cây keo giống được trồng trong nhà kính và trồng ngoài trời.

Bài toán 3. Tỉ lệ học sinh bình chọn cho danh hiệu cầu thủ xuất sắc nhất trong giải bóng đá của trường được ghi trong bảng sau:

Số chấm xuất hiện	Huy	Minh	An	Thảo
Tần số tương đối	30%	25%	10%	35%

Biết rằng có 500 học sinh tham gia bình chọn.

- Vẽ biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn bảng tần số tương đối trên.
- Lập bảng tần số biểu diễn số học sinh bình chọn cho danh hiệu cầu thủ xuất sắc nhất trong giải bóng đá của trường.

Bài toán 4. Qua đợt khám mắt, lớp 9A có 20 học sinh bị cận thị trong đó có 10 học sinh cận thị nhẹ, 8 học sinh cận thị vừa và 2 học sinh cận thị nặng. Biết rằng cận thị có số đo từ 0,25 đến dưới 3,25 dioptrê là cận thị nhẹ; từ 3,25 đến dưới 6,25 dioptrê là cận thị vừa; từ 6,25 đến dưới 10,25 dioptrê là cận thị nặng.

- Lập bảng tần số và bảng tần số tương đối ghép nhóm theo độ cận thị của các học sinh này.
- Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng cho bảng tần số tương đối ghép nhóm thu được ở câu a.

Bài toán 5. Lương của các công nhân một nhà máy được cho trong bảng sau:

Lương (triệu đồng)	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số công nhân	20	50	70	40	20

- Nêu các nhóm số liệu và tần số. Giải thích ý nghĩa cho một nhóm số liệu và tần số của nó.
- Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng thống kê trên.

Lời giải

Bài toán 1. Bảng tần số tương đối ghép nhóm:

Nhóm	$[0; 10)$	$[10; 20)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$
Tần số tương đối	10%	20%	40%	30%

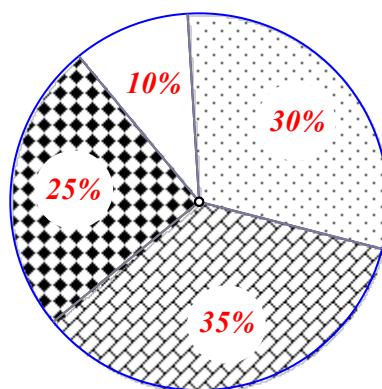
Bài toán 2. a) Bảng tần số tương đối ghép nhóm:

Chiều cao (cm)	$[0; 10)$	$[10; 20)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$
Tần số tương đối	25%	45%	20%	10%

Dựa vào bảng trên, học sinh tự vẽ biểu đồ dạng cột. (Xem bài toán 8).

b) Trồng trong nhà kính cây lớn nhanh hơn.

Bài toán 3. a) Xem hình vẽ.



b) Hình quạt tròn tương ứng với:

30%; 25%; 10%; 35%.

Có góc ở tâm là:

108^0 ; 90^0 ; 36^0 ; 126^0