

CHỦ ĐỀ 3: LŨY THỪA CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ

PHẦN I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Trong bài này học sinh cần nắm được:

1. Định nghĩa lũy thừa với số mũ tự nhiên:

Lũy thừa bậc n của một số hữu tỉ, kí hiệu x^n , là tích của n thừa số x (n là số tự nhiên lớn hơn 1):

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdots x}_n \quad (x \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{N}, n > 1)$$

Trong đó: x : cơ số; n : số mũ

Quy ước: $x^1 = x$; $x^0 = 1$ ($x \neq 0$)

Khi viết số hữu tỉ x dưới dạng $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$), ta có: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

2. Tích và thương của hai lũy thừa cùng cơ số:

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$$

$$x^m : x^n = x^{m-n} \quad (x \neq 0; m \geq n)$$

3. Lũy thừa của lũy thừa:

$$(x^m)^n = x^{m \cdot n}$$

4. Lũy thừa của một tích, thương:

$$(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n} \quad (y \neq 0)$$

5. Lũy thừa với số mũ nguyên âm:

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \quad (a \neq 0)$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{với } n \text{ là số tự nhiên}$$

PHẦN II: CÁC DẠNG BÀI

Dạng 1: Thực hiện phép tính về lũy thừa

I. Phương pháp giải: Vận dụng định nghĩa và quy tắc phép tính ở trên để giải

Chú ý: Với $a < 0$ thì: $a^{2n} > 0$; $a^{2n+1} < 0$ ($n \in \mathbb{N}$)

$$(-1)^{2n} = 1; (-1)^{2n+1} = -1$$

II. Bài toán

Bài 1 - NB. Tính:

$$a) (-0,5)^2; \quad b) (-0,5)^3;$$

$$c) \left(-10\frac{1}{2}\right)^0; \quad d) \left(-5\frac{1}{3}\right)^2.$$

Lời giải.

$$a) (-0,5)^2 = (-0,5) \cdot (-0,5) = 0,25$$

$$b) (-0,5)^3 = (-0,5) \cdot (-0,5) \cdot (-0,5) = -0,125$$

$$c) \left(-10\frac{1}{2}\right)^0 = 1$$

$$d) \left(-5\frac{1}{3}\right)^2 = \left(-\frac{16}{3}\right)^2 = \left(-\frac{16}{3}\right) \cdot \left(-\frac{16}{3}\right) = \frac{256}{9}$$

Bài 2 - NB. Hãy tính:

$$a) (-3)^2 \cdot (-3)^3; \quad b) (-0,25)^3 : (-0,25);$$

$$c) a^n \cdot a^2 \quad d) \left((-0,5)^2\right)^2;$$

$$e) \left(\frac{1}{5}\right)^5 \cdot 5^5; \quad f) \frac{3^2}{(0,375)^2}.$$

$$g) \frac{120^3}{40^3}; \quad h) (0,125)^3 \cdot 512;$$

Lời giải.

$$a) (-3)^2 \cdot (-3)^3 = (-3)^5 = -243;$$

$$b) (-0,25)^3 : (-0,25) = (-0,25)^2 = 0,0625;$$

$$c) a^n \cdot a^2 = a^{n+2};$$

$$d) \left((-0,5)^2\right)^2 = (-0,5)^4 = 0,0625;$$

$$e) \left(\frac{1}{5}\right)^5 \cdot 5^5 = \left(\frac{1}{5} \cdot 5\right)^5 = 1;$$

$$f) \frac{3^2}{(0,375)^2} = \left(\frac{3}{0,375}\right)^2 = 8^2 = 64.$$

$$g) \frac{120^3}{40^3} = \left(\frac{120}{40}\right)^3 = 3^3 = 27;$$

$$h) (0,125)^3 \cdot 512 = (0,125)^3 \cdot 8^3 = (0,125 \cdot 8)^3 = 1;$$

Bài 3 – NB. Thu gọn

$$a) 7^3 \cdot 7^5$$

$$b) 5^6 \cdot 5^4$$

$$c) 4^3 \cdot 4^7$$

$$d) (-2)^5 \cdot (-2)^6$$

$$e) (-6)^5 \cdot (-6)^3$$

$$f) (-0,1)^2 \cdot (-0,1)^3$$

Lời giải.

$$a) 7^3 \cdot 7^5 = 7^8$$

$$b) 5^6 \cdot 5^4 = 5^{10}$$

$$c) 4^3 \cdot 4^7 = 4^{10}$$

$$d) (-2)^5 \cdot (-2)^6 = (-2)^{11}$$

$$e) (-6)^5 \cdot (-6)^3 = (-6)^8$$

$$f) (-0,1)^2 \cdot (-0,1)^3 = (-0,1)^5$$

Bài 4 – NB. Thu gọn

$$a) \left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 \quad b) \left(-\frac{4}{5}\right)^5 \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)^3 \quad c) \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7$$

$$d) \left(\frac{-7}{8}\right)^2 \cdot \left(\frac{-7}{8}\right)^3 \quad e) \left(\frac{-2}{3}\right) \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)^3 \quad f) \left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{-3}{4}\right)^4$$

Lời giải.

$$a) \left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^5 \quad b) \left(-\frac{4}{5}\right)^5 \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)^3 = \left(-\frac{4}{5}\right)^8 \quad c) \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7 = \left(\frac{1}{2}\right)^9$$

$$d) \left(\frac{-7}{8}\right)^2 \cdot \left(\frac{-7}{8}\right)^3 = \left(-\frac{7}{8}\right)^5 \quad e) \left(\frac{-2}{3}\right) \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)^3 = \left(\frac{-2}{3}\right)^4 \quad f) \left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{-3}{4}\right)^4 = \left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \left(\frac{3}{4}\right)^5$$

Bài 5 – NB. Hãy tính:

$$a) \left((-0,5)^2\right)^3 \quad b) \left(-\frac{2}{3}\right)^4 \quad c) \left(-\frac{1}{3}\right)^3$$

$$d) \left(-1\frac{5}{7}\right)^2 \quad e) (-0,6)^4 \quad f) \left(-\frac{3}{25}\right)^0$$

Lời giải.

$$a) \left((-0,5)^2\right)^3 = (-0,5)^6 = \frac{1}{64}$$

$$b) \left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$$

$$c) \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{-1}{27}$$

$$d) \left(-1\frac{5}{7}\right)^2 = \left(-\frac{12}{7}\right)^2 = \frac{144}{49}$$

$$e) (-0,6)^4 = \frac{81}{625}$$

$$f) \left(-\frac{3}{25}\right)^0 = 1$$

Bài 6 - TH. Hãy viết các số sau đây dưới dạng một lũy thừa với số mũ khác 1

$$a) -\frac{1}{27}; \quad b) \frac{16}{81}; \quad c) 0,001;$$

$$d) -0,001; \quad e) 125; \quad f) -27.$$

Lời giải.

$$a) -\frac{1}{27} = \left(-\frac{1}{3}\right)^3; \quad b) \frac{16}{81} = \left(\frac{2}{3}\right)^4;$$

$$c) 0,001 = (0,1)^3; \quad d) -0,001 = (-0,1)^3;$$

$$f) 125 = 5^3; \quad f) -27 = (-3)^3.$$

Bài 7- TH. Viết các tích sau dưới dạng một lũy thừa:

$$a) 6.36.1296; \quad b) 25.5.125;$$

$$c) 49.7.343; \quad d) \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{8}{27}; \quad e) \frac{3}{4} \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{27}{64}$$

Lời giải.

$$a) 6.36.1296 = 6 \cdot 6^2 \cdot 6^4 = 6^7$$

$$b) 25.5.125 = 5^2 \cdot 5 \cdot 5^3 = 5^6$$

$$c) 49.7.343 = 7^2 \cdot 7 \cdot 7^3 = 7^6$$

$$d) 7^5 \cdot 2^5 = (7 \cdot 2)^5 = 14^5;$$

$$e) 16^4 \cdot 2^7 = (2^4)^4 \cdot 2^7 = 2^{16} \cdot 2^7 = 2^{23};$$

Bài 8- TH. Rút gọn rồi tính

$$a) 45^2 : 9^2$$

$$b) 36^6 : (-18)^6$$

$$c) 75^3 : (-25)^3$$

Lời giải.

$$a) 45^2 : 9^2 = (45 : 9)^2 = 5^2 = 25$$

$$b) 36^6 : (-18)^6 = [36 : (-18)]^6 = (-2)^6 = 2^6 = 64$$

$$c) 75^3 : (-25)^3 = [75 : (-25)]^3 = (-3)^3 = -27$$

Bài 9- TH. Rút gọn rồi tính

$$a) \left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{8}{27}\right)^3$$

$$b) \left(-\frac{7}{5}\right)^5 : \left(\frac{-14}{18}\right)^5$$

$$c) \left(-\frac{1}{7}\right)^{2018} : \left(\frac{1}{7}\right)^{2018}$$

Lời giải.

$$a) \left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{8}{27}\right)^3 = \left(\frac{2}{3} : \frac{8}{27}\right)^3 = \left(\frac{9}{4}\right)^3 = \frac{729}{64}$$

$$b) \left(-\frac{7}{5}\right)^5 : \left(\frac{-14}{18}\right)^5 = \left(\frac{-7}{5} : \frac{-14}{18}\right)^5 = \left(\frac{9}{5}\right)^5 = \frac{59049}{3125}$$

$$c) \left(-\frac{1}{7}\right)^{2018} : \left(\frac{1}{7}\right)^{2018} = \left(\frac{-1}{7} : \frac{1}{7}\right)^{2018} = (-1)^{2018} = 1$$

Bài 10- TH. Thực hiện phép tính:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \left(-\frac{5}{4}\right)^2 : \left(-\frac{35}{24}\right)^2 & \text{b)} \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 \\ \text{c)} \left(\frac{1}{9}\right)^2 : \left(\frac{1}{3}\right)^3 & \text{d)} \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 \end{array}$$

Lời giải.

$$\text{a)} \left(-\frac{5}{4}\right)^2 : \left(-\frac{35}{24}\right)^2 = \left(-\frac{5}{4} : -\frac{35}{24}\right)^2 = \left(\frac{6}{7}\right)^2 = \frac{36}{49}$$

$$\text{b)} \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \left(\frac{-1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}$$

$$\text{c)} \left(\frac{1}{9}\right)^2 : \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^4 : \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{3}$$

$$\text{d)} \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \left(-\frac{3}{4}\right)^3 = -\frac{27}{64}$$

Bài 11- VD: Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$\text{a)} A = (3^2)^2 - (-2^3)^2 - (-5^2)^2$$

$$\text{b)} B = 2^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 4 + \left[(-2)^2 : \frac{1}{2}\right] : 8$$

Lời giải.

$$\text{a)} A = (3^2)^2 - (-2^3)^2 - (-5^2)^2$$

$$A = 3^4 - (-2)^6 - (-5)^4$$

$$A = 81 - 64 - 625$$

$$A = -608$$

$$\text{b)} B = 2^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 4 + \left[(-2)^2 : \frac{1}{2}\right] : 8$$

$$B = 8 + 3 + 8 : 8$$

$$B = 11 + 1$$

$$B = 12$$

Bài 12- VD: Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$\text{a)} A = 3^2 \cdot \frac{1}{243} \cdot 81^2 \cdot \frac{1}{3^3}$$

$$\text{b)} B = (4 \cdot 2^5) : \left(2^3 \cdot \frac{1}{16}\right)$$

Lời giải.

$$\text{a)} A = 3^2 \cdot \frac{1}{243} \cdot 81^2 \cdot \frac{1}{3^3}$$

$$A = 3^2 \cdot \frac{1}{3^5} \cdot (3^4)^2 \cdot \frac{1}{3^3}$$

$$A = 3^2 \cdot \frac{1}{3^5} \cdot 3^8 \cdot \frac{1}{3^3}$$

$$A = \frac{3^2 \cdot 3^8}{3^5 \cdot 3^3}$$

$$A = \frac{3^{10}}{3^8}$$

$$A = 3^2 = 9$$

$$b) B = (4 \cdot 2^5) : \left(2^3 \cdot \frac{1}{16} \right)$$

$$B = (2^2 \cdot 2^5) : \left(2^3 \cdot \frac{1}{2^4} \right)$$

$$B = 2^7 : \frac{1}{2}$$

$$B = 2^7 \cdot 2 = 2^8 = 256$$

Bài 13- VD: Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$a) A = \left(\frac{-1}{3} \right)^3 \cdot \left(\frac{-1}{3} \right)^2 \cdot \left(\frac{-1}{3} \right)$$

$$b) B = \left(\frac{-1}{3} \right)^{-1} - \left(\frac{-6}{7} \right)^0 + \left(\frac{1}{2} \right)^2 : 2$$

Lời giải.

$$a) A = \left(\frac{-1}{3} \right)^3 \cdot \left(\frac{-1}{3} \right)^2 \cdot \left(\frac{-1}{3} \right)$$

$$A = \frac{1}{729}$$

$$b) B = \left(\frac{-1}{3} \right)^{-1} - \left(\frac{-6}{7} \right)^0 + \left(\frac{1}{2} \right)^2 : 2$$

$$B = -3 - 1 + \frac{1}{4} : 2$$

$$B = -4 + \frac{1}{8}$$

$$B = \frac{-31}{8}$$

Bài 14- VD: Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$a) C = \left[(0,1)^2 \right]^0 + \left[\left(\frac{1}{7} \right)^1 \right]^2 : \frac{1}{49} \cdot \left[(2^2)^3 : 2^5 \right]$$

$$b) B = (-0,5)^5 : (-0,5)^3 - \left(\frac{17}{2} \right)^7 : \left(\frac{17}{2} \right)^6$$

Lời giải.

$$a) C = \left[(0,1)^2 \right]^0 + \left[\left(\frac{1}{7} \right)^1 \right]^2 : \frac{1}{49} \cdot \left[(2^2)^3 : 2^5 \right]$$

$$C = 1 + \frac{1}{49} : \frac{1}{49} \cdot (2^6 : 2^5)$$

$$C = 1 + 1 \cdot 2 = 3$$

$$b) B = (-0,5)^5 : (-0,5)^3 - \left(\frac{17}{2} \right)^7 : \left(\frac{17}{2} \right)^6$$

$$B = (-0,5)^2 - \frac{17}{2} = \frac{1}{4} - \frac{17}{2} = -\frac{33}{4}$$

Bài 15- VD: Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$a) A = \left(1\frac{3}{4} \right)^3 - \left(1\frac{3}{4} \right)^2 + (-1,031)^0$$

$$b) B = \left(\frac{2}{3} \right)^3 - 4 \cdot \left(-1\frac{3}{4} \right)^2 + \left(-\frac{2}{3} \right)^3$$

Lời giải.

$$a) A = \left(1\frac{3}{4} \right)^3 - \left(1\frac{3}{4} \right)^2 + (-1,031)^0$$

$$A = \left(1\frac{3}{4} \right)^2 \left(1\frac{3}{4} - 1 \right) + 1$$

$$A = \left(\frac{7}{4}\right)^2 \left(\frac{7}{4} - 1\right) + 1 = \frac{49}{16} \cdot \frac{3}{4} + 1 = \frac{211}{64}$$

$$b) B = \left(\frac{2}{3}\right)^3 - 4 \cdot \left(-1\frac{3}{4}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\right)^3$$

$$B = \left(\frac{2}{3}\right)^3 - \left(\frac{2}{3}\right)^3 - 4 \cdot \left(-\frac{7}{4}\right)^2 = -4 \cdot \frac{49}{16} = -\frac{49}{4}$$

Bài 16 – VDC . Tìm giá trị của các biểu thức sau:

$$a) \frac{45^{10} \cdot 5^{20}}{75^{15}}; \quad b) \frac{(0,8)^5}{(0,4)^6};$$

Lời giải.

$$a) \frac{45^{10} \cdot 5^{20}}{75^{15}} = \frac{9^{10} \cdot 5^{10} \cdot 5^{20}}{3^{15} \cdot 25^{15}} = \frac{3^{20} \cdot 5^{30}}{3^{15} \cdot 5^{30}} = 3^5 = 243;$$

$$b) \frac{(0,8)^5}{(0,4)^6} = \frac{(0,4 \cdot 2)^5}{(0,4)^6} = \frac{(0,4)^5 \cdot 2^5}{(0,4)^6} = \frac{2^5}{0,4} = \frac{32}{0,4} = 80;$$

Bài 17 – VDC . Tìm giá trị của các biểu thức sau:

$$a) \frac{2^{15} \cdot 9^4}{6^6 \cdot 8^3}; \quad b) \frac{(-0,3)^7 \cdot 2^8}{(0,6)^7}$$

Lời giải.

$$a) \frac{2^{15} \cdot 9^4}{6^6 \cdot 8^3} = \frac{2^{15} \cdot 3^8}{2^6 \cdot 3^6 \cdot 2^9} = \frac{2^{15} \cdot 3^8}{2^{15} \cdot 3^6} = 3^2 = 9.$$

$$b) \frac{(-0,3)^7 \cdot 2^8}{(0,6)^7} = \left(\frac{-0,3}{0,6}\right)^7 \cdot 2^8 = -\frac{2^8}{2^7} = -2$$

Bài 18 – VDC . Tìm giá trị của các biểu thức sau:

$$a) \frac{3^7 \cdot 16^3}{12^5 \cdot 27^2}; \quad b) \frac{2^3 \cdot (0,5)^3 \cdot 3^7}{2 \cdot (0,5)^4 \cdot 3^8}.$$

Lời giải.

$$a) \frac{3^7 \cdot 16^3}{12^5 \cdot 27^2} = \frac{3^7 \cdot 4^6}{3^5 \cdot 4^5 \cdot 3^6} = \frac{4}{3^4} = \frac{4}{81}$$

$$b) \frac{2^3 \cdot (0,5)^3 \cdot 3^7}{2 \cdot (0,5)^4 \cdot 3^8} = \frac{2^2}{0,5 \cdot 3} = \frac{4}{1,5} = \frac{8}{3}.$$

Bài 19 – VDC . Tìm giá trị của các biểu thức sau:

$$a) \frac{3^{17} \cdot 81^{11}}{27^{10} \cdot 9^{15}}; \quad b) \frac{9^2 \cdot 2^{11}}{16^2 \cdot 6^3}$$

Lời giải.

$$a) \frac{3^{17} \cdot 81^{11}}{27^{10} \cdot 9^{15}} = \frac{3^{17} \cdot (3^4)^{11}}{(3^3)^{10} (3^2)^{15}} = \frac{3^{17} \cdot 3^{44}}{3^{30} \cdot 3^{30}} = \frac{3^{61}}{3^{60}} = 3$$

$$b) \frac{9^2 \cdot 2^{11}}{16^2 \cdot 6^3} = \frac{(3^2)^2 \cdot 2^{11}}{(2^4)^2 \cdot 2^3 \cdot 3^3} = \frac{3^4 \cdot 2^{11}}{2^{11} \cdot 3^3} = 3$$

Bài 20– VDC . Tìm giá trị của các biểu thức sau:

$$a) A = \frac{(-3)^{10} \cdot 15^5}{25^3 \cdot (-9)^7}; \quad b) B = \frac{4^{30} \cdot 3^{43}}{2^{57} \cdot 27^{15}}$$

$$c) C = 1 - 2 + 2^2 - 2^3 + 2^4 - \dots + 2^{2022} \quad d) D = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{2022}$$

Lời giải.

$$a) A = \frac{(-3)^{10} \cdot 15^5}{25^3 \cdot (-9)^7} = \frac{3^{10} \cdot 3^5 \cdot 5^5}{-5^6 \cdot (3^2)^7} = \frac{3^{15} \cdot 5^5}{-5^6 \cdot 3^{14}} = \frac{-3}{5}$$

$$b) B = \frac{4^{30} \cdot 3^{43}}{2^{57} \cdot 27^{15}} = \frac{(2^2)^{30} \cdot 3^{43}}{2^{57} \cdot (3^3)^{15}} = \frac{2^{60} \cdot 3^{43}}{2^{57} \cdot 3^{45}} = \frac{2^3}{3^2} = \frac{8}{27}$$

$$c) C = 1 - 2 + 2^2 - 2^3 + 2^4 - \dots + 2^{2022}$$

$$\Rightarrow 2.C = 2 - 2^2 + 2^3 - 2^4 + 2^5 - \dots + 2^{2023}$$

$$\text{Vậy } 3.C = 1 + 2^{2023} \Rightarrow C = \frac{1 + 2^{2023}}{3}$$

$$d) D = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{2022}$$

$$\Rightarrow 3.D = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{2023}$$

$$\Rightarrow 2.D = 3^{2023} - 1$$

$$\Rightarrow D = \frac{3^{2023} - 1}{2}$$

Dạng 2: Tìm thành phần chưa biết

I. Phương pháp: 1. Để tìm số hữu tỉ x trong cơ số của một lũy thừa, ta thường biến đổi hai vế của đẳng thức về lũy thừa cùng số mũ, rồi sử dụng nhận xét:

$$A^{2n+1} = B^{2n+1} \Leftrightarrow A = B \quad (n \in \mathbb{N}^*)$$

$$A^{2n} = B^{2n} \Leftrightarrow \begin{cases} A = B \\ A = -B \end{cases} \quad (n \in \mathbb{N}^*)$$

2. Để tìm số x ở số mũ của lũy thừa, ta thường biến đổi hai vế của đẳng thức về lũy thừa cùng cơ số, rồi sử dụng nhận xét

$$A^n = A^m \Leftrightarrow m = n \quad (m, n \in \mathbb{Z}, A \neq 0, A \neq 1)$$

II. Bài tập:

Bài 1 – NB. Tìm số hữu tỉ x , biết rằng:

$$a) 11^{2x-7} = 11^{11} \quad b) 2^{2x+1} = 2^7$$

Lời giải.

$$a) 11^{2x-7} = 11^{11}$$

$$2x - 7 = 11$$

$$2x = 18$$

$$x = 9$$

$$b) 2^{2x+1} = 2^7$$

$$2x + 1 = 7$$

$$x = 3$$

Bài 2 – NB. Tìm x , biết:

$$a) \left(\frac{5}{6}\right)^{2x-1} = \left(\frac{5}{6}\right)^5 \quad b) 2^{2x-3} = 2^9$$

Lời giải.

$$a) \left(\frac{5}{6}\right)^{2x-1} = \left(\frac{5}{6}\right)^5$$

$$2x - 1 = 5$$

$$x = 3$$

$$b) 2^{2x-3} = 2^9$$

$$2x - 3 = 9$$

$$x = 6$$

Bài 3 – NB . Tìm x , biết:

$$a) 5^{2x-4} = 5^{10}$$

$$b) \left(-\frac{3}{2}\right)^x = \left(-\frac{3}{2}\right)^5$$

Lời giải.

$$a) 5^{2x-4} = 5^{10}$$

$$2x - 4 = 10$$

$$x = 7$$

$$b) \left(-\frac{3}{2}\right)^x = \left(-\frac{3}{2}\right)^5$$

$$x = 5$$

Bài 4 – NB . Tìm x , biết:

$$a) 3^{2x+6} = 3^{10}$$

$$b) 5^{x-1} = 5^2$$

Lời giải.

$$a) 3^{2x+6} = 3^{10}$$

$$2x + 6 = 10$$

$$x = 2$$

$$b) 5^{x-1} = 5^2$$

$$x - 1 = 2$$

$$x = 3$$

Bài 5 – NB . Tìm x , biết:

$$a) \left(\frac{1}{2}\right)^x = \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$b) 6^{x+4} = 6^{10}$$

Lời giải.

$$a) \left(\frac{1}{2}\right)^x = \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$x = 5$$

$$b) 6^{x+4} = 6^{10}$$

$$x + 4 = 10$$

$$x = 6$$

Bài 6 – TH . Tìm x , biết:

$$a) (3x-1)^4 = 81;$$

$$b) (x+1)^5 = -32.$$

Lời giải.

$$a) (3x-1)^4 = 81$$

$$\Rightarrow 3x-1=3 \text{ hoặc } 3x-1=-3$$

$$\text{Với } 3x-1=3 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\text{Với } 3x-1=-3 \Rightarrow x = \frac{-2}{3}$$

$$b) (x+1)^5 = -32$$

$$(x+1)^5 = (-2)^5$$

$$x+1=-2$$

$$x=-3$$

Bài 7 – TH . Tìm x , biết:

$$a) \left(\frac{-5}{9}\right)^{10} : x = \left(\frac{-5}{9}\right)^8 \qquad b) x : \left(\frac{-5}{9}\right)^8 = \left(\frac{-9}{5}\right)^8$$

Lời giải

$$a) \left(\frac{-5}{9}\right)^{10} : x = \left(\frac{-5}{9}\right)^8$$

$$x = \left(\frac{-5}{9}\right)^{10} : \left(\frac{-5}{9}\right)^8 = \left(\frac{-5}{9}\right)^2 = \frac{25}{81}$$

$$b) x : \left(\frac{-5}{9}\right)^8 = \left(\frac{-9}{5}\right)^8$$

$$x = \left(\frac{-9}{5}\right)^8 \cdot \left(\frac{-5}{9}\right)^8 = 1$$

Bài 8 – TH. Tìm số hữu tỉ x , biết:

$$a) (5x-1)^6 = 729; \qquad b) (2x+1)^3 = -0,001;$$

Lời giải.

$$a) (5x-1)^6 = 729;$$

$$(5x-1)^6 = 3^6 = (-3)^6$$

$$\Rightarrow 5x-1=3 \text{ hoặc } 5x-1=-3$$

$$\text{Với } 5x-1=3 \Rightarrow x = \frac{4}{5}$$

$$\text{Với } 5x-1=-3 \Rightarrow x = \frac{-2}{5}$$

$$b) (2x+1)^3 = -0,001;$$

$$(2x+1)^3 = (-0,1)^3$$

$$2x+1 = -0,1$$

$$x = -0,55$$

Bài 9 – TH. Tìm số hữu tỉ x , biết:

$$a) (2x-3)^4 = 5^4. \qquad b) (2x-3)^3 = -64$$

Lời giải.

$$a) (2x-3)^4 = 5^4 \quad (1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-3=5 \\ 2x-3=-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x=5+3 \\ 2x=-5+3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=-1 \end{cases}$$

$$b) (2x-3)^3 = -64$$

$$(2x-3)^3 = (-4)^3$$

$$2x-3 = -4$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

Bài 10 – TH. Tìm $x \in Q$, biết rằng:

$$a) \left(x - \frac{1}{2}\right)^0 = 0; \qquad b) (x-2)^2 = 1;$$

Lời giải.

$$a) \left(x - \frac{1}{2}\right)^0 = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$b) (x-2)^2 = 1$$

$$(x-2)^2 = 1^2 = (-1)^2$$

$$\text{Với } x-2=1 \Rightarrow x=3$$

$$\text{Với } x-2=-1 \Rightarrow x=1$$

Bài 11 – VD. Tìm $x \in Q$, biết rằng:

$$a) (2x-1)^3 = -8; \quad b) \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

Lời giải.

$$a) (2x-1)^3 = -8$$

$$(2x-1)^3 = (-2)^3$$

$$2x-1 = -2$$

$$x = \frac{-1}{2}$$

$$b) \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{-1}{4}\right)^2$$

$$\text{Với } x + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{-1}{4}$$

$$\text{Với } x + \frac{1}{2} = \frac{-1}{4} \Rightarrow x = \frac{-3}{4}$$

Bài 12 – VD. Tìm x , biết:

$$a) \left(\frac{1}{16}\right)^x = \left(\frac{1}{2}\right)^{10}; \quad b) \frac{8}{25} = \frac{2^x}{5^{x-1}};$$

Lời giải:

$$a) \left(\frac{1}{2}\right)^{4x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$$

$$\text{Suy ra } 4x = 10$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$b) \frac{8}{25} = \frac{2^x}{5^{x-1}}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^x$$

$$\text{Suy ra } x = 3$$

Bài 13 – VD. Tìm x , biết:

$$a) \frac{64}{169} = \left(\frac{-8}{13}\right)^x; \quad a) 9^x : 3^x = 3.$$

Lời giải:

$$a) \frac{64}{169} = \left(\frac{-8}{13}\right)^x$$

$$\left(\frac{-8}{13}\right)^2 = \left(\frac{-8}{13}\right)^x$$

$$\text{Suy ra } x = 2$$

$$b) 9^x : 3^x = 3$$

$$3^x = 3^1$$

Suy ra $x = 1$

Bài 14 – VD . Tìm x , biết:

$$a) \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 = 4$$

$$b) \left(x + \frac{2}{5}\right)^3 = 27$$

Lời giải:

$$a) \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 = 4$$

$$\text{Với } x - \frac{1}{4} = 2$$

$$x = 2 + \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{9}{4}$$

$$b) \left(x + \frac{2}{5}\right)^3 = 27$$

$$\left(x + \frac{2}{5}\right)^3 = 3^3$$

$$x + \frac{2}{5} = 3$$

$$x = \frac{13}{5}$$

$$\text{Với } x - \frac{1}{4} = -2$$

$$x = -2 + \frac{1}{4} \Rightarrow x = -\frac{7}{4}$$

Bài 15 – VD . Tìm x , biết:

$$a) (x + 0,8)^2 = 0,25$$

$$b) \left(x - \frac{1}{3}\right)^3 = 8$$

Lời giải:

$$a) (x + 0,8)^2 = 0,25$$

$$\text{Với } x + 0,8 = 0,5$$

$$x = 0,5 - 0,8 \Rightarrow x = -0,3$$

$$\text{Với } x + 0,8 = -0,5$$

$$x = -0,5 - 0,8 \Rightarrow x = -1,3$$

$$b) \left(x - \frac{1}{3}\right)^3 = 8$$

$$\left(x - \frac{1}{3}\right)^3 = 2^3$$

$$x - \frac{1}{3} = 2 \Rightarrow x = \frac{7}{3}$$

Bài 16 – VDC . Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho:

$$a) 2.16 \geq 2^n > 4;$$

$$b) 9.27 \leq 3^n \leq 243.$$

Lời giải.

$$a) 2.16 \geq 2^n > 4$$

$$2^5 \geq 2^n > 2^2$$

$$\Rightarrow 2 < n \leq 5$$

$$\Rightarrow n \in \{3; 4; 5\}$$

$$b) 9.27 \leq 3^n \leq 243$$

$$3^5 \leq 3^n \leq 3^5$$

$$\Rightarrow 5 \leq n \leq 5$$

$$\Rightarrow n = 5$$

Bài 17 – VDC . Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho:

$$a) 27 < 3^n < 3.81$$

$$b) 4^{15} \cdot 9^{15} < 2^n \cdot 3^n < 18^{16} \cdot 2^{16}$$

Lời giải.

$$a) 27 < 3^n < 3.81$$

$$3^3 < 3^n < 3.3^4$$

$$3^3 < 3^n < 3^5$$

$$\Rightarrow n = 4$$

$$b) 4^{15} \cdot 9^{15} < 2^n \cdot 3^n < 18^{16} \cdot 2^{16}$$

$$(2^2)^{15} \cdot (3^2)^{15} < (2.3)^n < 36^{16}$$

$$(2.3)^{30} < 6^n < (2.3)^{32}$$

$$6^{30} < 6^n < 6^{32}$$

$$\Rightarrow n = 31$$

Bài 18 – VDC . Tìm tất cả các số nguyên x biết:

$$a) 3^x + 3^{x+2} = 9^{17} + 27^{12}$$

$$b) 5^{x+1} - 5^x = 100.25^{29}$$

Lời giải.

$$a) 3^x + 3^{x+2} = 9^{17} + 27^{12}$$

$$3^x + 3^x \cdot 3^2 = (3^2)^{17} + (3^3)^{12}$$

$$3^x \cdot (1+9) = 3^{34} + 3^{36}$$

$$3^x \cdot 10 = 3^{34} \cdot (1+3^2)$$

$$3^x = 3^{34}$$

$$x = 34$$

$$b) 5^{x+1} - 5^x = 100.25^{29}$$

$$5^x \cdot (5-1) = 4.5^2 \cdot (5^2)^{29}$$

$$5^x \cdot 4 = 4.5^2 \cdot 5^{58}$$

$$5^x = 5^{30}$$

$$x = 30$$

Bài 19 – VDC . Tìm tất cả các số nguyên x biết:

$$a) \frac{1}{5} \cdot 2^x + \frac{1}{3} \cdot 2^{x+1} = \frac{1}{5} \cdot 2^7 + \frac{1}{3} \cdot 2^8$$

$$b) \frac{3}{2} \cdot 4^x + \frac{5}{3} \cdot 4^{x+2} = \frac{3}{2} \cdot 4^8 + \frac{5}{3} \cdot 4^{10}$$

Lời giải.

$$a) \frac{1}{5} \cdot 2^x + \frac{1}{3} \cdot 2^{x+1} = \frac{1}{5} \cdot 2^7 + \frac{1}{3} \cdot 2^8$$

$$2^x \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3} \cdot 2 \right) = 2^7 \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3} \cdot 2 \right)$$

$$2^x = 2^7$$

$$x = 7$$

$$b) \frac{3}{2} \cdot 4^x + \frac{5}{3} \cdot 4^{x+2} = \frac{3}{2} \cdot 4^8 + \frac{5}{3} \cdot 4^{10}$$

$$4^x \cdot \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{3} \cdot 4^2 \right) = 4^8 \cdot \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{3} \cdot 4^2 \right)$$

$$4^x = 4^8$$

$$x = 8$$

Bài 20 – VDC . Tìm tất cả các số nguyên x biết:

$$a) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) 6^x \cdot 6^{x+2} = 6^{15}$$

$$b) \frac{5}{3} \cdot 8^{x+2} - \frac{3}{5} \cdot 8^x = \frac{5}{3} \cdot 8^{11} - \frac{3}{5} \cdot 8^9$$

Lời giải.

$$a) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) 6^x \cdot 6^{x+2} = 6^{15}$$

$$\frac{1}{6} \cdot 6^x \cdot 6^{x+2} = 6^{15}$$

$$6^{2x+1} = 6^{15}$$

$$2x+1=15$$

$$x=7$$

$$b) \frac{5}{3} \cdot 8^{x+2} - \frac{3}{5} \cdot 8^x = \frac{5}{3} \cdot 8^{11} - \frac{3}{5} \cdot 8^9$$

$$8^x \cdot \left(\frac{5}{3} \cdot 8^2 - \frac{3}{5}\right) = 8^9 \cdot \left(\frac{5}{3} \cdot 8^2 - \frac{3}{5}\right)$$

$$8^x = 8^9$$

$$x=9$$

Dạng 3: So sánh hai lũy thừa

I. Phương pháp:

Để so sánh hai lũy thừa ta có thể biến đổi đưa hai lũy thừa về cùng cơ số hoặc đưa hai lũy thừa về cùng số mũ. Rồi sử dụng nhận xét sau:

* Với $a > 1$ và $m > n$ thì $a^m > a^n$

* Với $0 < a < 1$ và $m > n$ thì $a^m < a^n$

* Với $a > b > 0$ và $m \in \mathbb{N}^*$ thì $a^m > b^m$

II. Bài tập:

Bài 1 – NB . So sánh

$$a) 2^{2^3} \text{ và } (2^2)^3$$

$$b) (-1)^{99} \text{ và } (-1)^{999}$$

Lời giải.

$$a) 2^{2^3} \text{ và } (2^2)^3$$

$$b) (-1)^{99} \text{ và } (-1)^{999}$$

$$2^{2^3} = 2^6$$

$$(-1)^{999} = -1$$

$$(2^2)^3 = 2^6$$

$$(-1)^{99} = -1$$

$$\text{Vì } 2^6 = 2^6 \text{ nên } 2^{2^3} = (2^2)^3 \quad \text{Vậy } (-1)^{999} = (-1)^{99}$$

Bài 2 – NB . So sánh

$$a) (-0,125)^4 \text{ và } (0,5)^{12} \quad b) (0,343)^8 \text{ và } (-0,7)^{26}$$

Lời giải.

$$a) (-0,125)^4 = ((-0,5)^3)^4 = (-0,5)^{12} = 0,5^{12}$$

$$b) (0,343)^8 = ((0,7)^3)^8 = (0,7)^{24}$$

$$(-0,7)^{26} = (0,7)^{26}$$

$$\text{Vì } 0 < 0,7 < 1 \text{ nên } (0,7)^{26} < (0,7)^{24}$$

$$\text{Vậy } (-0,7)^{26} < (0,343)^8$$

Bài 3 – NB . So sánh (bằng cách đưa về cùng cơ số)

$$a) 4^{100} \text{ và } 2^{202}$$

$$b) (-16)^{11} \text{ và } (-32)^9$$

Lời giải.

$$a) 4^{100} = 2^{200}$$

$$\text{Vì } 2 > 1 \text{ nên } 2^{200} < 2^{202}$$

$$\text{Vậy } 4^{100} < 2^{202}$$

$$b) (-16)^{11} \text{ và } (-32)^9$$

$$(-16)^{11} = -(2^4)^{11} = -(2)^{44};$$

$$(-32)^9 = -(2^5)^9 = -(2)^{45}$$

$$V\grave{i} - (2)^{44} > -(2)^{45}$$

$$Suy\ ra: (-16)^{11} > (-32)^9$$

Bài 4 – NB. So sánh (bằng cách đưa về cùng số mũ)

$$a) 3^{12} \text{ và } 5^8 \qquad b) (0,6)^9 \text{ và } (-0,9)^6$$

Lời giải.

$$a) 3^{12} = 3^{3.4} = (3^3)^4 = 27^4$$

$$5^8 = 5^{2.4} = (5^2)^4 = 25^4$$

$$V\grave{i} 27 > 25 \text{ nên } 27^4 > 25^4$$

$$Suy\ ra: 3^{12} > 5^8.$$

$$b) (0,6)^9 = (0,6^3)^3 = (0,216)^3$$

$$(-0,9)^6 = ((-0,9)^2)^3 = (0,81)^3.$$

$$V\grave{i} 0,81 > 0,216 \Rightarrow (0,81)^3 > (0,216)^3$$

$$Suy\ ra: (-0,9)^6 > (0,6)^9.$$

Bài 5 – NB. So sánh (bằng cách đưa về cùng số mũ)

$$a) 5^{300} \text{ và } 3^{500} \qquad b) 2^{24} \text{ và } 3^{16}$$

Lời giải.

$$a) 5^{300} \text{ và } 3^{500}$$

$$5^{300} = (5^3)^{100} = 125^{100};$$

$$3^{500} = (3^5)^{100} = 243^{100}$$

$$V\grave{i} 125^{100} < 243^{100}$$

$$Suy\ ra: 5^{300} < 3^{500}$$

$$b) 2^{24} \text{ và } 3^{16}$$

$$2^{24} = (2^3)^8 = 8^8$$

$$3^{16} = (3^2)^8 = 9^8$$

$$V\grave{i} 8 < 9 \text{ Suy ra: } 2^{24} < 3^{16}$$

Bài 6 – TH. So sánh:

$$a) 31^5 \text{ và } 17^7 \qquad b) 8^{12} \text{ và } 12^8$$

Lời giải.

$$a) 31^5 < 32^5 = (2^5)^5 = 2^{25}$$

$$17^7 > 16^7 = (2^4)^7 = 2^{28}$$

$$V\grave{a}y 2^{25} < 2^{28} \Rightarrow 31^5 < 17^7.$$

b) Xét thương:

$$\frac{8^{12}}{12^8} = \frac{2^{36}}{4^8 \cdot 3^8} = \frac{2^{20}}{3^8} > \frac{2^{20}}{4^8} = \frac{2^{20}}{2^{16}} > 1$$

$$\Rightarrow 8^{12} > 12^8.$$

Hoặc có thể đưa về cùng số mũ

$$8^{12} = (8^3)^4 = 512^4$$

$$12^8 = (12^2)^4 = 144^4.$$

$$\text{Vì } 512 > 144 \Rightarrow 512^4 > 144^4$$

$$\text{Suy ra: } 8^{12} > 12^8.$$

Bài 7 – TH. So sánh:

$$a) 48^{25} \text{ và } 8^{51}$$

$$b) 99^{20} \text{ và } 9999^{10}$$

Lời giải.

$$a) 48^{25} \text{ và } 8^{51}$$

$$8^{51} > 8^{50} = (8)^{2 \cdot 25} = 64^{25}$$

$$\text{Vì } 64^{25} > 48^{25}$$

$$\text{Suy ra } 8^{51} > 48^{25}$$

$$b) 99^{20} \text{ và } 9999^{10}$$

$$99^{20} = 99^{10} \cdot 99^{10}$$

$$9999^{10} = 99^{10} \cdot 101^{10}$$

$$\text{Vì } 99^{10} \cdot 99^{10} < 99^{10} \cdot 101^{10}$$

$$\text{Suy ra } 99^{20} < 9999^{10}$$

Bài 8 – TH. So sánh:

$$a) (0,4)^{60} \text{ và } (-0,8)^{30}$$

$$b) 5^{2000} \text{ và } 10^{1000};$$

Lời giải.

$$a) (0,4)^{60} = (0,16)^{30}; (-0,8)^{30} = (0,8)^{30}$$

$$\text{Vì } 0,16 < 0,8 \Rightarrow (0,16)^{30} < (0,8)^{30}$$

$$\Rightarrow (0,4)^{60} < (-0,8)^{30}.$$

$$b) 5^{2000} = 25^{1000} > 10^{1000}.$$

Bài 9 – TH. So sánh:

$$a) 2^{100}; 3^{75}; 5^{50};$$

$$b) 9^{99} \text{ và } 99^9.$$

Lời giải.

$$a) 2^{100} = 16^{25}; 3^{75} = 27^{25}; 5^{50} = 25^{25}$$

$$\Rightarrow 2^{100} < 5^{50} < 3^{75}.$$

$$b) 9^{99} = (9^{11})^9 > 99^9.$$

Bài 10 – TH. So sánh:

$$a) 35^5 \text{ và } 6^{10}$$

$$b) \left(\frac{1}{16}\right)^{10} \text{ và } \left(\frac{1}{2}\right)^{50}$$

Lời giải.

$$a) 6^{10} = (6^2)^5 = 36^5$$

$$\text{Vì } 36 > 35 \text{ nên } 35^5 > 36^5$$

$$b) \left(\frac{1}{16}\right)^{10} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4 \cdot 10} = \left(\frac{1}{2}\right)^{40}$$

$$\text{Vì } 40 < 50 \text{ nên } \left(\frac{1}{16}\right)^{10} < \left(\frac{1}{2}\right)^{50}$$

Bài 11 – VD. So sánh:

$$a) 33^{44} \text{ và } 44^{33}$$

$$b) 555^{333} \text{ và } 333^{555}$$

Lời giải.

$$a) \text{Ta có } 33^{44} = 3^{44} \cdot 11^{44} = 81^{11} \cdot 11^{44}$$

$$44^{33} = 4^{33} \cdot 11^{33} = 64^{11} \cdot 11^{33}$$

Mà $81^{11} \cdot 11^{44} > 64^{11} \cdot 11^{33}$ nên $33^{44} > 44^{33}$.

b) Ta có $555^{333} = 5^{333} \cdot 111^{333} = (5^3)^{111} \cdot 111^{333} = 125^{111} \cdot 111^{333}$

$$333^{555} = 3^{555} \cdot 111^{555} = (3^5)^{111} \cdot 111^{555} = 243^{111} \cdot 111^{555}$$

Mà $125^{111} \cdot 111^{333} < 243^{111} \cdot 111^{555}$ nên $555^{333} < 333^{555}$

Bài 12 – VD. So sánh

$$a) \frac{1}{2^{300}} \text{ và } \frac{1}{3^{200}} \quad b) \frac{1}{3^{300}} \text{ và } \frac{1}{5^{199}}$$

Lời giải

$$a) \frac{1}{2^{300}} \text{ và } \frac{1}{3^{200}}$$

$$2^{300} = (2^3)^{100} = 8^{100}$$

$$3^{200} = (3^2)^{100} = 9^{100}$$

Vì $8^{100} < 9^{100}$ nên $\frac{1}{2^{300}} > \frac{1}{3^{200}}$

$$b) \frac{1}{3^{300}} \text{ và } \frac{1}{5^{199}}$$

$$5^{199} < 5^{200} = 25^{100}$$

$$3^{300} = 27^{100}$$

Vì $27^{100} > 25^{100}$ nên $3^{300} > 5^{199}$

$$\text{Suy ra } \frac{1}{3^{300}} < \frac{1}{5^{199}}$$

Bài 13 – VD. So sánh

$$a) 5^{28} \text{ và } 26^{14} \quad b) 4^{21} \text{ và } 64^7$$

Lời giải

$$a) 5^{28} \text{ và } 26^{14}$$

$$5^{28} = 5^{2 \cdot 14} = 25^{14}$$

Vì $25^{14} < 26^{14}$ nên $5^{28} < 26^{14}$

$$b) 4^{21} \text{ và } 64^7$$

$$4^{21} = 4^{3 \cdot 7} = 64^7$$

Bài 14 – VD. So sánh

$$a) \left(-\frac{1}{4}\right)^8 \text{ và } \left(\frac{1}{8}\right)^5 \quad b) \left(\frac{1}{10}\right)^{15} \text{ và } \left(\frac{3}{10}\right)^{20}$$

Lời giải

$$a) \left(-\frac{1}{4}\right)^8 \text{ và } \left(\frac{1}{8}\right)^5$$

$$\left(-\frac{1}{4}\right)^8 = \left(\frac{1}{4}\right)^8 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2 \cdot 8} = \left(\frac{1}{2}\right)^{16}$$

$$\left(\frac{1}{8}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^{3 \cdot 5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{15}$$

Vì $\left(\frac{1}{2}\right)^{15} > \left(\frac{1}{2}\right)^{16}$ nên $\left(\frac{1}{8}\right)^5 > \left(-\frac{1}{4}\right)^8$

$$b) \left(\frac{1}{10}\right)^{15} \text{ và } \left(\frac{3}{10}\right)^{20}$$

$$\text{Có } \left(\frac{1}{10}\right)^{15} = \left(\frac{1}{1000}\right)^5 \text{ và } \left(\frac{3}{10}\right)^{20} = \left(\frac{81}{10000}\right)^5$$

$$\text{Mà } \frac{1}{1000} = \frac{10}{10000} < \frac{81}{10000}$$

Nên $\left(\frac{1}{10}\right)^{15} < \left(\frac{3}{10}\right)^{20}$

Bài 15 – VD. So sánh

a) 107^{50} và 73^{75}

b) 54^4 và 21^{12}

Lời giải

a) 107^{50} và 73^{75}

$$107^{50} = (107^2)^{25} = 11449^{25}$$

$$73^{75} = (73^3)^{25} = 389017^{25}$$

Vậy $107^{50} < 73^{75}$

b) 54^4 và 21^{12}

$$21^{12} = (21^3)^4 = 9261^4$$

Vì $54^4 < 9261^4$ nên $54^4 < 21^{12}$

Bài 16 – VDC. So sánh M và N biết $M = \frac{100^{100}+1}{100^{99}+1}$ và $N = \frac{100^{101}+1}{100^{100}+1}$

Lời giải

Áp dụng tính chất: Với $a, b, c \neq 0$

nếu $\frac{a}{b} > 1$ thì $\frac{a}{b} > \frac{a+c}{b+c}$

$$\text{Ta có } N = \frac{100^{101}+1}{100^{100}+1} > \frac{100^{101}+1+99}{100^{100}+1+99} = \frac{100^{101}+100}{100^{100}+100} = \frac{100 \cdot (100^{100}+1)}{100 \cdot (100^{99}+1)} = \frac{100^{100}+1}{100^{99}+1} = M$$

Vậy $N > M$

Bài 17 – VDC. So sánh A và B biết $A = \frac{2008^{2008}+1}{2008^{2009}+1}$ và $B = \frac{2008^{2007}+1}{2008^{2008}+1}$

Lời giải.

Vì $A = \frac{2008^{2008}+1}{2008^{2009}+1} < 1$ nên:

$$A = \frac{2008^{2008}+1}{2008^{2009}+1} < \frac{2008^{2008}+1+2007}{2008^{2009}+1+2007} = \frac{2008^{2008}+2008}{2008^{2009}+2008} = \frac{2008 \cdot (2008^{2007}+1)}{2008 \cdot (2008^{2008}+1)} = \frac{2008^{2007}+1}{2008^{2008}+1} = B$$

Vậy $A < B$

Bài 18 – VDC. Biết rằng $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 12^2 = 650$. So sánh

$$A = 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 24^2 \quad \text{và} \quad B = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 35^2$$

Lời giải.

$$\begin{aligned} A &= (2.1)^2 + (2.2)^2 + (2.3)^2 + \dots + (2.12)^2 \\ &= 2^2.1^2 + 2^2.2^2 + 2^2.3^2 + \dots + 2^2.12^2 \\ &= 2^2(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 12^2) = 4.650 = 2600 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 35^2 \\ &= 1^2 + (1.3)^2 + (2.3)^2 + (3.3)^2 + \dots + (12.3)^2 \\ &= 1 + 3^2(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 12^2) \\ &= 1 + 9.650 = 5851 \end{aligned}$$

Vậy $A < B$

Bài 19 – VDC. So sánh $(20^{2016} + 11^{2016})^{2017}$ và $(20^{2017} + 11^{2017})^{2016}$

Lời giải.

$$\begin{aligned}
& (20^{2016} + 11^{2016})^{2017} \\
&= (20^{2016} + 11^{2016})^{2016} \cdot (20^{2016} + 11^{2016}) > (20^{2016} + 11^{2016})^{2016} \cdot 20^{2016} \\
&= (20^{2017} + 20 \cdot 11^{2016})^{2016} > (20^{2017} + 11^{2017})^{2016}
\end{aligned}$$

Bài 20 – VDC . So sánh: $A = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{99}}$ vs $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$A = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{99}}$$

$$3A = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{98}}$$

$$\text{Suy ra: } 3A - A = 1 - \frac{1}{3^{99}}$$

$$\Rightarrow A = \frac{3^{99} - 1}{2}$$

$$\text{Vậy } A > \frac{1}{2}.$$

PHẦN III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN**Dạng 1: Thực hiện phép tính về lũy thừa**

Bài 1 - NB. Điền số thích hợp vào ô trống:

a) $\frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\square}$

b) $-\frac{27}{64} = \square^3$

c) $0,0001 = (0,1)^{\square}$

d) $243 = \square^5$

e) $-\frac{27}{125} = \square^3$

f) $-0,25 = \square^2$

Bài 2 - NB. Điền số thích hợp vào ô trống:

a) $\left(-\frac{3}{4}\right)^5 = \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^{\square}$

b) $(-0,25)^8 = (-0,25)^{\square} \cdot \square^7$

c) $\square^9 = \left(-1\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right)^{\square}$

Bài 3 – TH. Viết các biểu thức sau dưới dạng lũy thừa của một số hữu tỉ:

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{8}{27}$;

b) $\frac{3}{4} \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{27}{64}$

c) $8^2 : 49^3$;

d) $(0,3)^3 \cdot 70^3$.

Bài 4 – TH. Viết các số sau dưới dạng lũy thừa có

a) Cơ số là 0,2: $(0,04)^5$; $(0,008)^3$; $(-0,0016)^2$.

b) Cơ số là 0,3: $0,027$; $0,09$; $\frac{3}{10}$; $\frac{81}{10000}$.

Bài 5 – VD. Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $\left(\frac{5}{12} + \frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right)^2$;

b) $(3^2)^2 - [(-5)^2]^1 + [(-2)^3]^2$;

Bài 6 – VD. Tính giá trị các biểu thức sau:

$$a) 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 + 25 \cdot \left[\left(\frac{3}{4}\right)^3 : \left(\frac{5}{4}\right)^3\right] \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3; \quad b) 2^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 - 1 + \left[(-2)^2 : \frac{1}{2}\right] - 8$$

Bài 7 – VDC. Tính giá trị các biểu thức sau:

$$a) A = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}} \quad b) B = \frac{4^2 \cdot 25^2 + 32 \cdot 125}{2^3 \cdot 5^2}$$

Bài 8 – VDC. Tính giá trị các biểu thức sau:

$$a) \frac{(-27)^{10} \cdot 16^{25}}{6^{30} \cdot (-32)^{15}} \quad b) (4 \cdot 2^5) : \left(2^3 \cdot \frac{1}{16}\right)$$

Dạng 2: Tìm thành phần chưa biết

Bài 1 – NB. Tìm x, biết:

$$a) (x+1)^5 = 3 \quad b) (2x+1)^4 = 5^4$$

Bài 2 – NB. Tìm x, biết:

$$a) 7^{x-1} = 7^8 \quad b) 3^{3x-1} = 3^{11}$$

Bài 3 – TH. Tìm x, biết

$$a) (x-2)^2 = 4 \quad b) 3^{4-x} = 27$$

Bài 4 – TH. Tìm x, biết

$$a) (8x-1)^{2x+1} = 5^{2x+1} \quad b) (x+5)^3 = -27$$

Bài 5 – VD. Tìm các số nguyên x, biết:

$$a) 3^{-2} \cdot 3^4 \cdot 3^x = 3^7 \quad b) 5^{x+4} - 3 \cdot 5^{x+3} = 2 \cdot 5^{11}$$

Bài 6 – VD. Tìm các số nguyên x, biết:

$$a) \frac{1}{2} \cdot 2^x + 4 \cdot 2^x = 9 \cdot 2^5 \quad b) 9^{2x+1} = 27^3$$

Bài 7 – VDC. Tìm n, biết:

$$a) 2^{-1} \cdot 2^n + 4 \cdot 2^n = 9 \cdot 2^5 \quad b) \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) \cdot 2^{n+4} - 2^n = 2^{14} - 2^{10}$$

Bài 8 – VDC. Tìm x, biết:

$$a) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) \cdot 3^{x+4} - 4 \cdot 3^x = 3^{17} - 4 \cdot 3^{13} \quad b) \frac{3}{5} \cdot 2^x + \frac{7}{5} \cdot 2^{x+3} = \frac{3}{5} \cdot 2^{10} + \frac{7}{5} \cdot 2^{13}$$

Dạng 3: So sánh hai lũy thừa

Bài 1 – NB. So sánh

$$a) (0,25)^4 \text{ và } (0,5)^4 \quad b) 5^{-4} \text{ và } 3^{-4}$$

Bài 2 – NB. So sánh

$$a) \left(\frac{1}{2}\right)^5 \text{ và } \left(-\frac{1}{2}\right)^6 \quad b) \left(\frac{1}{3}\right)^2 \text{ và } \left(-\frac{1}{3}\right)^2$$

Bài 3 – TH. So sánh

$$a) 2^{20} \text{ và } 3^{12} \quad b) 3^{12} \text{ và } 5^8$$

Bài 4 – TH. So sánh

$$a) 64^8 \text{ và } 16^{12} \quad b) \left(\frac{1}{16}\right)^{10} \text{ và } \left(\frac{1}{2}\right)^{50}$$

Bài 5 – VD. So sánh

$$a) (-0,125)^4 \text{ và } (0,5)^{12} \quad b) 11^{1979} \text{ và } 37^{1320}$$

Bài 6 – VD. So sánh

$$a) 8^5 \text{ và } 3 \cdot 4^7 \quad b) 202^{303} \text{ và } 303^{202}$$

Bài 7 – VDC. So sánh $A = \frac{13^{15} + 1}{13^{16} + 1}$ và $B = \frac{13^{16} + 1}{13^{17} + 1}$

Bài 8 – VDC. So sánh $A = \frac{1999^{1999} + 1}{1999^{1998} + 1}$ và $B = \frac{1999^{2000} + 1}{1999^{1999} + 1}$

ĐÁP SỐ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng 1: Thực hiện phép tính về lũy thừa

Bài 1 – NB. Điền số thích hợp vào ô trống:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\boxed{3}} & \text{b) } -\frac{27}{64} = \left[\left(\frac{-3}{4}\right)\right]^{\boxed{3}} & \text{c) } 0,0001 = (0,1)^{\boxed{4}} & \text{d) } 243 = \boxed{3}^5 \\ \text{e) } -\frac{27}{125} = \left[\left(\frac{-3}{5}\right)\right]^{\boxed{3}} & \text{f) } -0,25 = \boxed{-(0,5)}^2 \end{array}$$

Bài 2 – NB. Điền số thích hợp vào ô trống:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \left(-\frac{3}{4}\right)^5 = \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^{\boxed{3}} & \text{b) } (-0,25)^8 (-0,25)^{\boxed{-(0,25)}}^7 \\ \text{i)c) } \left[\left(-1\frac{1}{2}\right)\right]^9 = \left(-1\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right)^{\boxed{3}} \end{array}$$

Bài 3 – TH. Viết các biểu thức sau dưới dạng lũy thừa của một số hữu tỉ:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{8}{27} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 8}{3 \cdot 9 \cdot 27} = \frac{2 \cdot 2^2 \cdot 2^3}{3 \cdot 3^2 \cdot 3^3} = \frac{2^6}{3^6} = \left(\frac{2}{3}\right)^6 & \text{d) } (0,3)^3 \cdot 70^3 = (0,3 \cdot 70)^3 = 21^3. \\ \text{b) } \frac{3}{4} \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{27}{64} = \frac{3 \cdot 9 \cdot 27}{4 \cdot 16 \cdot 64} = \frac{3 \cdot 3^2 \cdot 3^3}{4 \cdot 4^2 \cdot 4^3} = \frac{3^6}{4^6} = \left(\frac{3}{4}\right)^6 & \\ \text{c) } 8^2 \cdot 49^3 = 4^3 \cdot 49^3 = \left(\frac{4}{49}\right)^3; & \end{array}$$

Bài 4 – TH. Viết các số sau dưới dạng lũy thừa có

$$\begin{array}{ll} \text{a) } (0,04)^5 = (0,2^2)^5 = (0,2)^{10}; & (0,008)^3 = (0,2^3)^3 = (0,2)^9; \\ (-0,0016)^2 = \left((-0,2)^4\right)^2 = (0,2)^8. & \end{array}$$

$$\text{b) } 0,027 = (0,3)^3; \quad 0,09 = (0,3)^2; \quad \frac{3}{10} = 0,3; \quad \frac{81}{10000} = (0,3)^4.$$

Bài 5 – VD. Tính giá trị các biểu thức sau:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left(\frac{5}{12} + \frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right)^2 \\ = \left(\frac{5}{12} + \frac{4}{12}\right)^2 + \left(\frac{9}{12} - \frac{10}{12}\right)^2 \\ = \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(-\frac{1}{12}\right)^2 = \frac{9}{16} + \frac{1}{144} = \frac{41}{72} \\ \text{b) } (3^2)^2 - [(-5)^2]^1 + [(-2)^3]^2 \\ = 81 - 25 + 64 = 120 \end{array}$$

Bài 6 – VD. Tính giá trị các biểu thức sau:

$$\begin{aligned}
 a) & 4.\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 25.\left[\left(\frac{3}{4}\right)^3 : \left(\frac{5}{4}\right)^3\right] : \left(\frac{3}{2}\right)^3 \\
 &= 4.\frac{1}{16} + 25.\left(\frac{3}{5}\right)^3 : \left(\frac{3}{2}\right)^3 \\
 &= \frac{1}{4} + 25.\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{1}{4} + 25.\frac{8}{125} = \frac{37}{20}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b) & 2^3 + 3.\left(\frac{1}{2}\right)^0 - 1 + \left[(-2)^2 : \frac{1}{2}\right] - 8 \\
 &= 8 + 3 - 1 + \left(4 : \frac{1}{2}\right) - 8 = 2 + 8 = 10
 \end{aligned}$$

Bài 7 – VDC. Tính giá trị các biểu thức sau:

$$a) A = \frac{4^6.9^5 + 6^9.120}{8^4.3^{12} - 6^{11}}$$

$$A = \frac{2^{2.6}.3^{2.5} + 2^9.3^9.2^3.3.5}{2^{3.4}.3^{12} - 2^{11}.3^{11}}$$

$$A = \frac{2^{12}.3^{10} + 2^{12}.3^{10}.5}{2^{12}.3^{12} - 2^{11}.3^{11}}$$

$$A = \frac{2^{12}.3^{10}.(1+5)}{2^{11}.3^{11}.(2.3-1)}$$

$$A = \frac{2.6}{3.5} = \frac{4}{5}$$

$$b) B = \frac{4^2.25^2 + 32.125}{2^3.5^2}$$

$$B = \frac{2^4.5^3.(5+2)}{2^3.5^2}$$

$$B = 2.5.7 = 70$$

Bài 8 – VDC. Tính giá trị các biểu thức sau:

$$a) \frac{(-27)^{10}.16^{25}}{6^{30}.(-32)^{15}}$$

$$= \frac{3^{30}.16^{25}}{2^{30}.3^{30}.2^{15}.16^{15}}$$

$$= \frac{16^{10}}{2^{45}} = \frac{2^{40}}{2^{45}} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$$

$$b) (4.2^5) : \left(2^3.\frac{1}{16}\right)$$

$$= 4.2^5 : \frac{1}{2}$$

$$= 4.2^6$$

$$= 4.64 = 256$$

Dạng 2: Tìm thành phần chưa biết

Bài 1 – NB. Tìm x, biết:

$$a) (x+1)^5 = 3^5$$

$$x+1=3$$

$$b) (2x+1)^4 = 5^4$$

$$\begin{cases} 2x+1=5 \\ 2x+1=-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-3 \end{cases}$$

$$x = 2$$

Bài 2 – NB . Tìm x, biết:

$$a) 7^{x-1} = 7^8$$

$$x-1=8$$

$$x=9$$

$$b) 3^{3x-1} = 3^{11}$$

$$3x-1=11$$

$$x=4$$

Bài 3 – TH . Tìm x, biết:

$$a) (x-2)^2 = 4$$

$$(x-2)^2 = 2^2 = (-2)^2$$

$$\Rightarrow x-2=2 \text{ hoặc } x-2=-2$$

$$\text{Với } x-2=2 \Rightarrow x=4$$

$$\text{Với } x-2=-2 \Rightarrow x=0$$

$$b) 3^{4-x} = 27$$

$$3^{4-x}=3^3$$

$$\text{Suy ra } 4-x=3$$

$$x=1$$

Bài 4 – TH . Tìm x, biết:

$$a) (8x-1)^{2x+1} = 5^{2x+1}$$

$$\text{Trường hợp 1: } 2x+1=0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2}$$

$$\text{Trường hợp 2: } 2x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{-1}{2}$$

$$\text{Suy ra } 8x-1=5$$

$$8x=6$$

$$x = \frac{3}{4} (tm)$$

$$\text{Vậy } x = \frac{-1}{2}; x = \frac{3}{4}$$

$$b) (x+5)^3 = -27$$

$$x+5=-3$$

$$x=-8$$

Bài 5 – VD . Tìm các số nguyên x, biết:

$$a) 3^{-2} \cdot 3^4 \cdot 3^x = 3^7$$

$$3^{-2+4+x} = 3^7$$

$$x=5$$

$$b) 5^{x+4} - 3 \cdot 5^{x+3} = 2 \cdot 5^{11}$$

$$5^{x+3} \cdot 5 - 3 \cdot 5^{x+3} = 2 \cdot 5^{11}$$

$$2 \cdot 5^{x+3} = 2 \cdot 5^{11}$$

$$5^{x+3} = 5^{11}$$

$$x=8$$

Bài 6 – VD . Tìm các số nguyên x, biết:

$$a) \frac{1}{2} \cdot 2^x + 4 \cdot 2^x = 9 \cdot 2^5$$

$$2^x \cdot \left(\frac{1}{2} + 4 \right) = 9 \cdot 2^5$$

$$2^x \cdot \frac{9}{2} = 9 \cdot 2^5$$

$$2^{x-1} = 2^5$$

$$x = 6$$

$$b) 9^{2x+1} = 27^3$$

$$(3^2)^{2x+1} = (3^3)^3$$

$$3^{4x+2} = 3^9$$

$$4x + 2 = 9$$

$$x = \frac{7}{4} \text{ (không thoả mãn)}$$

Bài 7 – VDC . Tìm n, biết:

$$a) 2^{-1} \cdot 2^n + 4 \cdot 2^n = 9 \cdot 2^5$$

$$2^n \cdot \left(\frac{1}{2} + 4 \right) = 9 \cdot 2^5$$

$$2^n = 2^6$$

$$n = 6$$

$$b) \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) \cdot 2^{n+4} - 2^n = 2^{14} - 2^{10}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2^n \cdot (2^4 - 1) = 2^{10} \cdot (2^4 - 1)$$

$$2^n = 2^{11}$$

$$n = 11$$

Bài 8 – VDC . Tìm x, biết:

$$a) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \right) \cdot 3^{x+4} - 4 \cdot 3^x = 3^{17} - 4 \cdot 3^{13}$$

$$\frac{1}{3} \cdot 3^x \cdot (3^4 - 4) = 3^{13} \cdot (3^4 - 4)$$

$$x = 14$$

$$b) \frac{3}{5} \cdot 2^x + \frac{7}{5} \cdot 2^{x+3} = \frac{3}{5} \cdot 2^{10} + \frac{7}{5} \cdot 2^{13}$$

$$2^x \cdot \left(\frac{3}{5} + \frac{7}{5} \cdot 2^3 \right) = 2^{10} \cdot \left(\frac{3}{5} + \frac{7}{5} \cdot 2^3 \right)$$

$$x = 10$$

Dạng 3: So sánh hai lũy thừa

Bài 1 – NB. So sánh

$$a) (0,25)^4 < (0,5)^4 \qquad b) 5^{-4} > 3^{-4}$$

Bài 2 – NB. So sánh

$$a) \left(\frac{1}{2} \right)^5 < \left(-\frac{1}{2} \right)^6 \qquad b) \left(\frac{1}{3} \right)^2 = \left(-\frac{1}{3} \right)^2$$

Bài 3 – TH. So sánh

$$a) 2^{20} \text{ và } 3^{12}$$

$$2^{20} = 2^{5 \cdot 4} = 32^4$$

$$3^{12} = 3^{3 \cdot 4} = 27^4$$

$$\text{Vì } 32^4 > 27^4 \text{ nên } 2^{20} > 3^{12}$$

$$b) 3^{12} \text{ và } 5^8$$

$$3^{12} = 3^{3 \cdot 4} = 27^4$$

$$5^8 = 5^{2 \cdot 4} = 25^4$$

$$\text{Vì } 27^4 > 25^4 \text{ nên } 3^{12} > 5^8$$

Bài 4 – TH. So sánh

a) 64^8 và 16^{12}

$$64^8 = (4^3)^8 = 4^{24}$$

$$16^{12} = (4^2)^{12} = 4^{24}$$

Vậy $64^8 = 16^{12}$

b) $\left(\frac{1}{16}\right)^{10}$ và $\left(\frac{1}{2}\right)^{50}$

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{10} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4 \cdot 10} = \left(\frac{1}{2}\right)^{40}$$

Vì $\left(\frac{1}{2}\right)^{40} > \left(\frac{1}{2}\right)^{50}$ nên $\left(\frac{1}{16}\right)^{10} > \left(\frac{1}{2}\right)^{50}$

Bài 5 – VD. So sánh

a) $(-0,125)^4$ và $(0,5)^{12}$

$$(-0,125)^4 = [(-0,5)^3]^4 = (-0,5)^{12} = (0,5)^{12}$$

b) 11^{1979} và 37^{1320}

$$11^{1979} < 11^{1980} = (11^3)^{660} = 1331^{660}$$

$$37^{1320} = (37^2)^{660} = 1369^{660}$$

Vì $1331^{660} < 1369^{660}$ nên $11^{1979} < 37^{1320}$

Bài 6 – VD. So sánh

a) 8^5 và 3.4^7

$$8^5 = (2^3)^5 = 2^{15} = 2.2^{14}$$

$$3.4^7 = 3.(2^2)^7 = 3.2^{14}$$

Vì $2.2^{14} < 3.2^{14}$ nên $8^5 < 3.4^7$

b) 202^{303} và 303^{202}

$$202^{303} = (202)^{3 \cdot 101} = [(2.101)^3]^{101} = (2^3 \cdot 101^3)^{101} = (8.101.101^2)^{101} = (808.101^2)^{101}$$

$$303^{202} = (3.101)^{2 \cdot 101} = (3^2 \cdot 101^2)^{101} = (9.101^2)^{101}$$

Vì $(808.101^2)^{101} > (9.101^2)^{101}$ nên $202^{303} > 303^{202}$

Bài 7 – VDC. So sánh $A = \frac{13^{15} + 1}{13^{16} + 1}$ và $B = \frac{13^{16} + 1}{13^{17} + 1}$

$$B < A$$

Bài 8 – VDC. So sánh $A = \frac{1999^{1999} + 1}{1999^{1998} + 1}$ và $B = \frac{1999^{2000} + 1}{1999^{1999} + 1}$

$$B > A$$

PHẦN III. PHIẾU BÀI TẬP

Dạng 1: Thực hiện phép tính về lũy thừa

Bài 1 - NB. Tính:

a) $(-0,5)^2$; b) $(-0,5)^3$;

c) $\left(-10\frac{1}{2}\right)^0$; d) $\left(-5\frac{1}{3}\right)^2$.

Bài 2 - NB. Hãy tính:

a) $(-3)^2 \cdot (-3)^3$; b) $(-0,25)^3 : (-0,25)$;

c) $a^n \cdot a^2$ d) $\left((-0,5)^2\right)^2$;

e) $\left(\frac{1}{5}\right)^5 \cdot 5^5$; f) $\frac{3^2}{(0,375)^2}$.

g) $\frac{120^3}{40^3}$; h) $(0,125)^3 \cdot 512$;

Bài 3 – NB. Thu gọn

b) $7^3 \cdot 7^5$

b) $5^6 \cdot 5^4$

c) $4^3 \cdot 4^7$

d) $(-2)^5 \cdot (-2)^6$

e) $(-6)^5 \cdot (-6)^3$

f) $(-0,1)^2 \cdot (-0,1)^3$

Bài 4 – NB. Thu gọn

a) $\left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2$ b) $\left(-\frac{4}{5}\right)^5 \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)^3$ c) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7$

d) $\left(\frac{-7}{8}\right)^2 \cdot \left(\frac{-7}{8}\right)^3$ e) $\left(\frac{-2}{3}\right) \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)^3$ f) $\left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{-3}{4}\right)^4$

Bài 5 - NB. Hãy tính:

a) $\left((-0,5)^2\right)^3$ b) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$ c) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3$

d) $\left(-1\frac{5}{7}\right)^2$ e) $(-0,6)^4$ f) $\left(-\frac{3}{25}\right)^0$

Bài 6 - TH. Hãy viết các số sau đây dưới dạng một lũy thừa với số mũ khác 1

a) $-\frac{1}{27}$; b) $\frac{16}{81}$; c) 0,001;

d) -0,001; e) 125; f) -27.

Bài 7- TH. Viết các tích sau dưới dạng một lũy thừa:

a) $6 \cdot 36 \cdot 1296$; b) $25 \cdot 5 \cdot 125$;

c) $49 \cdot 7 \cdot 343$; d) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{8}{27}$; e) $\frac{3}{4} \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{27}{64}$

Bài 8- TH. Rút gọn rồi tính

a) $45^2 : 9^2$ b) $36^6 : (-18)^6$ c) $75^3 : (-25)^3$

Bài 9- TH. Rút gọn rồi tính

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{8}{27}\right)^3$ b) $\left(-\frac{7}{5}\right)^5 : \left(\frac{-14}{18}\right)^5$ c) $\left(-\frac{1}{7}\right)^{2018} : \left(\frac{1}{7}\right)^{2018}$

Bài 10- TH. Thực hiện phép tính:

a) $\left(-\frac{5}{4}\right)^2 : \left(-\frac{35}{24}\right)^2$ b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2$

c) $\left(\frac{1}{9}\right)^2 : \left(\frac{1}{3}\right)^3$ d) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3$

Bài 11- VD: Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$a) A = (3^2)^2 - (-2^3)^2 - (-5^2)^2$$

$$b) B = 2^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 4 + \left[(-2)^2 : \frac{1}{2}\right] : 8$$

Bài 12- VD: Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$a) A = 3^2 \cdot \frac{1}{243} \cdot 81^2 \cdot \frac{1}{3^3}$$

$$b) B = (4 \cdot 2^5) : \left(2^3 \cdot \frac{1}{16}\right)$$

Bài 13- VD: Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$a) A = \left(\frac{-1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)$$

$$b) B = \left(\frac{-1}{3}\right)^{-1} - \left(\frac{-6}{7}\right)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 : 2$$

Bài 14- VD: Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$a) C = \left[(0,1)^2\right]^0 + \left[\left(\frac{1}{7}\right)^1\right]^2 : \frac{1}{49} \cdot \left[(2^2)^3 : 2^5\right]$$

$$b) B = (-0,5)^5 : (-0,5)^3 - \left(\frac{17}{2}\right)^7 : \left(\frac{17}{2}\right)^6$$

Bài 15- VD: Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$a) A = \left(1\frac{3}{4}\right)^3 - \left(1\frac{3}{4}\right)^2 + (-1,031)^0$$

$$b) B = \left(\frac{2}{3}\right)^3 - 4 \cdot \left(-1\frac{3}{4}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\right)^3$$

Bài 16 – VDC . Tìm giá trị của các biểu thức sau:

$$a) \frac{45^{10} \cdot 5^{20}}{75^{15}};$$

$$b) \frac{(0,8)^5}{(0,4)^6};$$

Bài 17 – VDC . Tìm giá trị của các biểu thức sau:

$$a) \frac{2^{15} \cdot 9^4}{6^6 \cdot 8^3}.$$

$$b) \frac{(-0,3)^7 \cdot 2^8}{(0,6)^7}$$

Bài 18 – VDC . Tìm giá trị của các biểu thức sau:

$$a) \frac{3^7 \cdot 16^3}{12^5 \cdot 27^2}$$

$$b) \frac{2^3 \cdot (0,5)^3 \cdot 3^7}{2 \cdot (0,5)^4 \cdot 3^8}.$$

Bài 19 – VDC . Tìm giá trị của các biểu thức sau:

$$a) \frac{3^{17} \cdot 81^{11}}{27^{10} \cdot 9^{15}}$$

$$b) \frac{9^2 \cdot 2^{11}}{16^2 \cdot 6^3}$$

Bài 20– VDC . Tìm giá trị của các biểu thức sau:

$$a) \frac{(-3)^{10} \cdot 15^5}{25^3 \cdot (-9)^7}$$

$$b) \frac{4^{30} \cdot 3^{43}}{2^{57} \cdot 27^{15}}$$

$$c) C = 1 - 2 + 2^2 - 2^3 + 2^4 - \dots + 2^{2022} \quad d) D = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{2022}$$

Dạng 2: Tìm thành phần chưa biết

Bài 1 – NB . Tìm số hữu tỉ x , biết rằng:

$$a) 11^{2x-7} = 11^{11}$$

$$b) 2^{2x+1} = 2^7$$

Bài 2 – NB . Tìm x , biết:

$$a) \left(\frac{5}{6}\right)^{2x-1} = \left(\frac{5}{6}\right)^5$$

$$b) 2^{2x-3} = 2^9$$

Bài 3 – NB . Tìm x , biết:

$$a) 5^{2x-4} = 5^{10}$$

$$b) \left(-\frac{3}{2}\right)^x = \left(-\frac{3}{2}\right)^5$$

Bài 4 – NB . Tìm x , biết:

$$a) 3^{2x+6} = 3^{10}$$

$$b) 5^{x-1} = 5^2$$

Bài 5 – NB . Tìm x , biết:

$$a) \left(\frac{1}{2}\right)^x = \left(\frac{1}{2}\right)^5 \quad b) 6^{x+4} = 6^{10}$$

Bài 6 – TH. Tìm x , biết:

$$a) (3x-1)^4 = 81; \quad b) (x+1)^5 = -32.$$

Bài 7 – TH. Tìm x , biết:

$$a) \left(\frac{-5}{9}\right)^{10} : x = \left(\frac{-5}{9}\right)^8 \quad b) x : \left(\frac{-5}{9}\right)^8 = \left(\frac{-9}{5}\right)^8$$

Bài 8 – TH. Tìm số hữu tỉ x , biết:

$$a) (5x-1)^6 = 729; \quad b) (2x+1)^3 = -0,001;$$

Bài 9 – TH. Tìm số hữu tỉ x , biết:

$$a) (2x-3)^4 = (2x-3)^6. \quad b) (2x-3)^3 = -64$$

Bài 10 – TH. Tìm $x \in Q$, biết rằng:

$$a) \left(x - \frac{1}{2}\right)^0 = 0; \quad b) (x-2)^2 = 1;$$

Bài 11 – VD. Tìm $x \in Q$, biết rằng:

$$a) (2x-1)^3 = -8; \quad b) \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

Bài 12 – VD. Tìm x , biết:

$$a) \left(\frac{1}{16}\right)^x = \left(\frac{1}{2}\right)^{10}; \quad b) \frac{8}{25} = \frac{2^x}{5^{x-1}};$$

Bài 13 – VD. Tìm x , biết:

$$a) \frac{64}{169} = \left(\frac{-8}{13}\right)^x; \quad a) 9^x : 3^x = 3.$$

Bài 14 – VD. Tìm x , biết:

$$a) \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 = 4 \quad b) \left(x + \frac{2}{5}\right)^3 = 27$$

Bài 15 – VD. Tìm x , biết:

$$a) (x+0,8)^2 = 0,25 \quad b) \left(x - \frac{1}{3}\right)^3 = 8$$

Bài 16 – VDC. Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho:

$$a) 2.16 \geq 2^n > 4; \quad b) 9.27 \leq 3^n \leq 243.$$

Bài 17 – VDC. Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho:

$$a) 27 < 3^n < 3.81 \quad b) 4^{15} \cdot 9^{15} < 2^n \cdot 3^n < 18^{16} \cdot 2^{16}$$

Bài 18 – VDC. Tìm tất cả các số nguyên x biết:

$$a) 3^x + 3^{x+2} = 9^{17} + 27^{12} \quad b) 5^{x+1} - 5^x = 100.25^{29}$$

Bài 19 – VDC. Tìm tất cả các số nguyên x biết:

$$a) \frac{1}{5} \cdot 2^x + \frac{1}{3} \cdot 2^{x+1} = \frac{1}{5} \cdot 2^7 + \frac{1}{3} \cdot 2^8 \quad b) \frac{3}{2} \cdot 4^x + \frac{5}{3} \cdot 4^{x+2} = \frac{3}{2} \cdot 4^8 + \frac{5}{3} \cdot 4^{10}$$

Bài 20 – VDC. Tìm tất cả các số nguyên x biết:

$$a) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) 6^x + 6^{x+2} = 6^{15} \quad b) \frac{5}{3} \cdot 8^{x+2} - \frac{3}{5} \cdot 8^x = \frac{5}{3} \cdot 8^{11} - \frac{3}{5} \cdot 8^9$$

Dạng 3: So sánh hai lũy thừa

Bài 1 – NB. So sánh

a) 2^{2^3} và $(2^2)^3$ b) $(-1)^{99}$ và $(-1)^{999}$

Bài 2 – NB . So sánh

a) $(-0,125)^4$ và $(0,5)^{12}$ b) $(0,343)^8$ và $(-0,7)^{26}$

Bài 3 – NB . So sánh (bằng cách đưa về cùng cơ số)

a) 4^{100} và 2^{202} b) $(-16)^{11}$ và $(-32)^9$

Bài 4 – NB . So sánh (bằng cách đưa về cùng số mũ)

a) 3^{12} và 5^8 b) $(0,6)^9$ và $(-0,9)^6$

Bài 5 – NB . So sánh (bằng cách đưa về cùng số mũ)

a) 5^{300} và 3^{500} b) 2^{24} và 3^{16}

Bài 6 – TH . So sánh:

a) 31^5 và 17^7 b) 8^{12} và 12^8

Bài 7 – TH . So sánh:

a) 48^{25} và 8^{51} b) 99^{20} và 9999^{10}

Bài 8 – TH. So sánh:

a) $(0,4)^{60}$ và $(-0,8)^{30}$ b) 5^{2000} và 10^{1000} ;

Bài 9 – TH. So sánh:

a) 2^{100} ; 3^{75} ; 5^{50} ; b) 9^{99} và 99^9 .

Bài 10 – TH. So sánh:

a) 35^5 và 6^{10} b) $\left(\frac{1}{16}\right)^{10}$ và $\left(\frac{1}{2}\right)^{50}$

Bài 11 – VD. So sánh:

a) 33^{44} và 44^{33} b) 555^{333} và 333^{555}

Bài 12 – VD. So sánh

a) $\frac{1}{2^{300}}$ và $\frac{1}{3^{200}}$ b) $\frac{1}{3^{300}}$ và $\frac{1}{5^{199}}$

Bài 13 – VD. So sánh

a) 5^{28} và 26^{14} b) 4^{21} và 64^7

Bài 14 – VD. So sánh

a) $\left(-\frac{1}{4}\right)^8$ và $\left(\frac{1}{8}\right)^5$ b) $\left(\frac{1}{10}\right)^{15}$ và $\left(\frac{3}{10}\right)^{20}$

Bài 15 – VD. So sánh

a) 107^{50} và 73^{75} b) 54^4 và 21^{12}

Bài 16 – VDC. So sánh M và N biết $M = \frac{100^{100}+1}{100^{99}+1}$ và $N = \frac{100^{101}+1}{100^{100}+1}$

Bài 17 – VDC. So sánh A và B biết $A = \frac{2008^{2008}+1}{2008^{2009}+1}$ và $B = \frac{2008^{2007}+1}{2008^{2008}+1}$

Bài 18 – VDC. Biết rằng $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 12^2 = 650$. So sánh

$A = 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 24^2$ và $B = 1^2 + 3^2 + 6^2 + 9^2 + \dots + 36^2$

Bài 19 – VDC . So sánh $(20^{2016} + 11^{2016})^{2017}$ và $(20^{2017} + 11^{2017})^{2016}$

Bài 20 – VDC . So sánh: $A = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{99}}$ vs $\frac{1}{2}$.

