

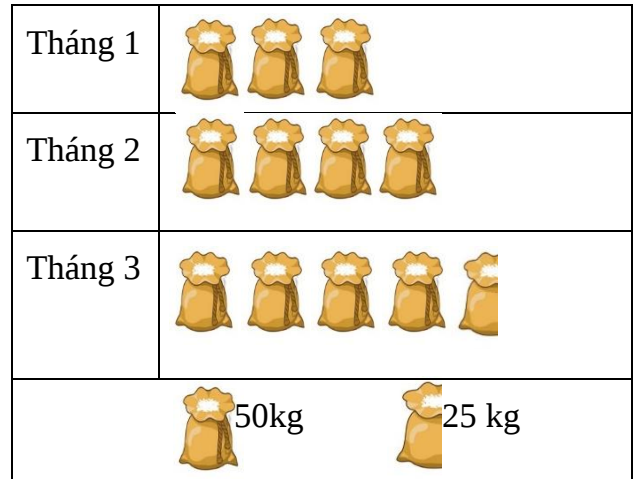
Đề thi gồm 2 trang

Bài I. (1,5 điểm)

1) Biểu đồ tranh ở hình bên thống kê số gạo bán được của một cửa hàng trong ba tháng đầu năm 2024.

a) Lập bảng thống kê số gạo bán được của cửa hàng đó trong ba tháng đầu năm 2024 theo mẫu sau:

Tháng	Tháng 1	Tháng 2	Tháng 3
Số gạo bán được (kg)	?	?	?



b) Hãy cho biết tháng nào trong ba tháng đầu năm 2024 của cửa hàng trên có số gạo bán ra được nhiều nhất ?

2) Cuối mỗi tháng, cô giáo Lan thường tặng các em học sinh hoàn thành tốt nhiệm vụ học tập những món quà nhỏ. Mỗi em học sinh được nhận một phần thưởng bằng cách quay ngẫu nhiên một vòng quay, mũi tên chỉ vào phần thưởng nào thì được nhận phần thưởng đó. Cuối tháng 9/2024, cả 30 em học sinh lớp cô Lan đều hoàn thành tốt nhiệm vụ và được quay vòng quay để nhận phần thưởng. Cô Lan đã ghi lại số phần thưởng được phát trong bảng dưới đây:

Phần thưởng	Sổ tay	Bút chì	Tẩy	Vở
Số lượng	6	9	8	7

Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “Học sinh nhận được phần thưởng là bút chì hoặc vở”.

Bài II. (1,5 điểm) Cho biểu thức: $A = \frac{x}{x-1}$ và $B = \frac{x+1}{x} - \frac{1}{1-x} + \frac{2-x^2}{x^2-x}$ với $x \neq 0; x \neq 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức A với $x=9$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Cho $M=B:A$. Tìm giá trị lớn nhất của $N=M(x-2)$.

Bài III. (2,5 điểm)

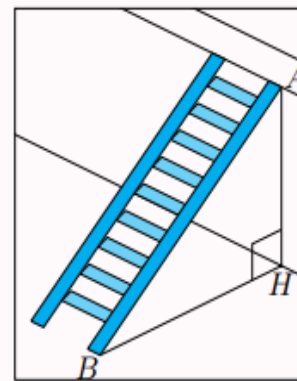
1) Hai người làm chung một công việc thì sau 16 giờ sẽ xong việc. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 3 giờ và người thứ hai làm một mình trong 6 giờ thì cả hai người làm được $\frac{1}{4}$ công việc. Tính thời gian mỗi người làm một mình xong toàn bộ công việc.

2) Một chiếc thuyền di chuyển xuôi và ngược dòng trên một khúc sông dài 40 km hết tất cả 4 giờ 30 phút. Biết thời gian thuyền xuôi dòng 5 km bằng thời gian thuyền ngược dòng 4 km. Tính vận tốc riêng của chiếc thuyền và vận tốc của dòng nước ?

3) Xác định hệ số a và b của hàm số $y = ax + b$ để đồ thị hàm số đó đi qua hai điểm $A(2; 8)$ và $B(3; 2)$.

Bài IV. (4,0 điểm)

1) Bạn An muốn thiết kế một chiếc cầu thang để lên gác xép cho căn phòng trọ của mình. Bạn An đã hoàn thành bản vẽ như hình vẽ mô tả.



a) Trong trường hợp chiếc thang AB dài 3,5 m được đặt dựa vào tường và khoảng cách từ chân thang đến chân tường là $BH = 1,7$ m. Tính góc tạo bởi chiếc thang với mặt đất ? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).

b) Trong trường hợp chiếc thang AB dài 3 m. Cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng cách bao nhiêu để nó tạo với mặt đất một góc “an toàn” là 65° (tức là đảm bảo thang không bị đổ khi sử dụng). Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai.

2) Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn, $AB > AC$, hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H .

a) Chứng minh rằng bốn điểm B, E, D, C cùng thuộc một đường tròn. Hãy chỉ rõ tâm O của đường tròn này.

b) Chứng minh: $AB.AE = AC.AD$

c) Gọi R là bán kính của đường tròn tâm O . Giả sử $DBC = 30^\circ$, trên tia đối của tia CB lấy điểm M sao cho $CM = R$. Chứng minh $DM^2 = 3R^2$.

Bài V. (0,5 điểm)

Một rạp chiếu phim có 120 ghế, giá vé hiện tại là 100 nghìn đồng mỗi vé. Với giá vé này, tất cả các ghế đều được bán hết cho mỗi suất chiếu. Ban quản lý rạp phim đang xem xét việc tăng giá vé để tối ưu hóa doanh thu. Sau khi thử nghiệm, rạp phim nhận thấy cứ mỗi lần tăng giá thêm 5 nghìn đồng, số ghế bị bỏ trống sẽ tăng thêm 4 ghế. Hỏi mức giá vé mới là bao nhiêu để rạp phim đạt doanh thu lớn nhất ?

Hết

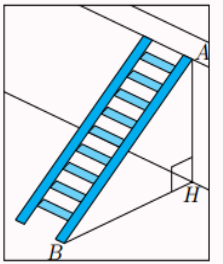
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

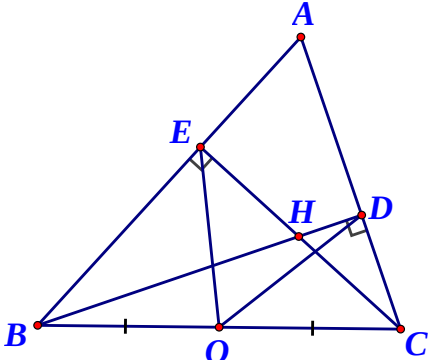
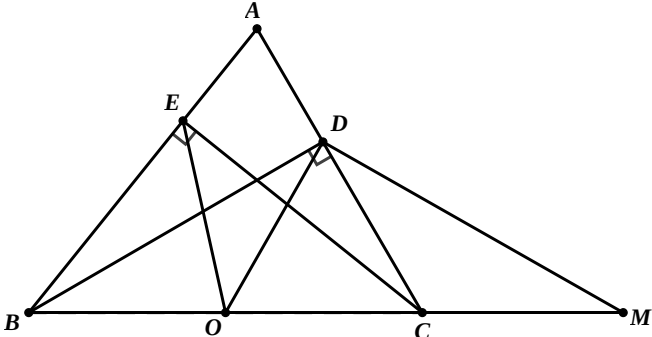
Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

Bài	Ý	Nội dung			Điểm										
I	1	Biểu đồ tranh ở hình bên thống kê số gạo bán được của một cửa hàng trong ba tháng đầu năm 2024. a) Lập bảng thống kê số gạo bán được của cửa hàng đó trong ba tháng đầu năm 2024 theo mẫu sau:	Tháng 1												
			Tháng 2												
			Tháng 3												
			 50kg  25 kg												
		<table><tr><th>Tháng</th><th>Tháng 1</th><th>Tháng 2</th><th>Tháng 3</th></tr><tr><td>Số gạo bán được (kg)</td><td> ? </td><td> ? </td><td> ? </td></tr></table>	Tháng	Tháng 1	Tháng 2	Tháng 3	Số gạo bán được (kg)	?	?	?		1,0			
Tháng	Tháng 1	Tháng 2	Tháng 3												
Số gạo bán được (kg)	?	?	?												
b) Hãy cho biết tháng nào trong ba tháng đầu năm 2024 của cửa hàng trên có số gạo bán ra được nhiều nhất ?															
a	<table><tr><th>Tháng</th><th>Tháng 1</th><th>Tháng 2</th><th>Tháng 3</th></tr><tr><td>Số gạo bán được (kg)</td><td> 150 </td><td> 200 </td><td> 225 </td></tr></table>			Tháng	Tháng 1	Tháng 2	Tháng 3	Số gạo bán được (kg)	150	200	225	0,75			
Tháng	Tháng 1	Tháng 2	Tháng 3												
Số gạo bán được (kg)	150	200	225												
b	Tháng 3 bán được nhiều gạo nhất			0,25											
	2	Cuối mỗi tháng, cô giáo Lan thường tặng các em học sinh hoàn thành tốt nhiệm vụ học tập những món quà nhỏ. Mỗi em học sinh được nhận một phần thưởng bằng cách quay ngẫu nhiên một vòng quay, mũi tên chỉ vào phần thưởng nào thì được nhận phần thưởng đó. Cuối tháng 9/2024, cả 30 em học sinh lớp cô Lan đều hoàn thành tốt nhiệm vụ và được quay vòng quay để nhận phần thưởng. Cô Lan đã ghi lại số phần thưởng được phát trong bảng dưới đây:			0,5										
		<table><tr><th>Phần thưởng</th><th>Sổ tay</th><th>Bút chì</th><th>Tẩy</th><th>Vở</th></tr><tr><td>Số lượng</td><td>6</td><td>9</td><td>8</td><td>7</td></tr></table>				Phần thưởng	Sổ tay	Bút chì	Tẩy	Vở	Số lượng	6	9	8	7
		Phần thưởng	Sổ tay	Bút chì		Tẩy	Vở								
		Số lượng	6	9		8	7								
Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “Học sinh nhận được phần thưởng là bút chì hoặc vở”.															
Xác suất thực nghiệm của biến cố học sinh nhận được bút chì hoặc vở là:			0,5												

		$\frac{9+7}{30} = \frac{8}{15}$ (HS không rút gọn đến tối giản trừ 0,25 điểm)	
II	1	Cho biểu thức: $A = \frac{x}{x-1}$ và $B = \frac{x+1}{x} - \frac{1}{1-x} + \frac{2-x^2}{x^2-x}$ với $x \neq 0; x \neq 1$.	0,5
		Tính giá trị của biểu thức A với $x=9$.	
		Thay $x=9$ vào biểu thức A	
		Tính được $A = \frac{9}{8}$	0,5
	2	Rút gọn biểu thức B	0,75
		$B = \frac{x+1}{x} - \frac{1}{1-x} + \frac{2-x^2}{x^2-x}$ $= \frac{(x+1)(x-1)}{x(x-1)} + \frac{x}{x(x-1)} + \frac{2-x^2}{x(x-1)}$	0,25
		$= \frac{x^2-1+x+2-x^2}{x(x-1)}$	0,25
		$= \frac{x+1}{x(x-1)} \text{ với } x \neq 0; x \neq 1.$	0,25
	3	Cho $M = B : A$. Tìm giá trị lớn nhất của $N = M(x-2)$	0,25
		$M = \frac{x+1}{x(x-1)} : \frac{x}{x-1} = \frac{x+1}{x(x-1)} \cdot \frac{x-1}{x} = \frac{x+1}{x^2}$ Ta có $N = M(x-2) = \frac{x+1}{x^2}(x-2) = \frac{x^2-x-2}{x^2}$ $8N = \frac{8x^2-8x-16}{x^2} = 8 - \frac{8}{x} - \frac{16}{x^2}$	
		Đặt $\frac{1}{x} = t$ Suy ra $-8N = 16t^2 + 8t - 8 = (4t)^2 + 2 \cdot 4t \cdot 1 + 1 - 9 = (4t+1)^2 - 9 \geq -9$ Nên $N \leq \frac{9}{8}$ Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $t = -\frac{1}{4}$ Suy ra $\frac{1}{x} = -\frac{1}{4}$ khi và chỉ khi $x = -4$ Vậy $N_{\max} = \frac{9}{8}$ khi và chỉ khi $x = -4$	

III		Hai người làm chung một công việc thì sau 16 giờ sẽ xong việc. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 3 giờ và người thứ hai làm một mình trong 6 giờ thì cả hai người làm được $\frac{1}{4}$ công việc. Tính thời gian mỗi người làm một mình xong toàn bộ công việc.	1,0
	1	Gọi thời gian người thứ nhất và người thứ hai làm một mình xong công việc lần lượt là x, y giờ, $x, y > 16$ Khi đó trong một giờ người thứ nhất và người thứ hai làm được lần lượt $\frac{1}{x}$ và $\frac{1}{y}$ công việc	0,25
		Theo bài ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \\ \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4} \end{cases}$	0,25
		$x = 24$ và $y = 48$	0,25
		Vậy thời gian người thứ nhất và người thứ hai làm một mình xong công việc lần lượt là 24 giờ và 48 giờ	0,25
		Một chiếc thuyền đi chuyển xuôi và ngược dòng trên một khúc sông dài 40 km hết tất cả 4 giờ 30 phút. Biết thời gian thuyền xuôi dòng 5 km bằng thời gian thuyền ngược dòng 4 km. Tính vận tốc riêng của chiếc thuyền và vận tốc của dòng nước ?	1,0
	2	$4 \text{ giờ } 30 \text{ phút} = \frac{9}{2} \text{ giờ}$ Gọi vận tốc riêng của thuyền là x (km/h) vận tốc của dòng nước là y (km/h) với $x > y > 0$ Vận tốc của thuyền khi xuôi dòng và ngược dòng lần lượt là: $x + y$ (km/h) và $x - y$ (km/h)	0,25
		Thời gian thuyền đi xuôi dòng và ngược dòng trên khúc sông dài 40 km lần lượt là: $\frac{40}{x+y}$ (giờ) và $\frac{40}{x-y}$ (giờ) Theo bài ta có hệ phương trình sau: $\begin{cases} \frac{40}{x+y} + \frac{40}{x-y} = \frac{9}{2} \\ \frac{5}{x+y} = \frac{4}{x-y} \end{cases}$	0,25
		Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} x+y=20 \\ x-y=16 \end{cases}$ khi đó $\begin{cases} x=18 \\ y=2 \end{cases}$ (TM)	0,25

		Vận tốc của dòng nước là 2 km/h	0,25
	3	Xác định hệ số a và b của hàm số $y = ax + b$ để đồ thị hàm số đó đi qua hai điểm $A(2; 8)$ và $B(3; 2)$.	0,5
		Đồ thị đi qua 2 điểm $A(2;8)$ và $B(3; 2)$ nên ta có: Thay $x = 2; y = 8$ vào hàm số $y = ax + b$ ta được: $8 = 2a + b$ Thay $x = 3; y = 2$ vào hàm số $y = ax + b$ ta được: $2 = 3a + b$	0,25
		Ta giải hệ phương trình: $\begin{cases} 8 = 2a + b \\ 2 = 3a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 20 \end{cases}$	0,25
IV	1	Bạn An muốn thiết kế một chiếc cầu thang để lên gác xép cho căn phòng trọ của mình. Bạn An đã hoàn thành bản vẽ như hình vẽ mô tả.  a) Trong trường hợp chiếc thang AB dài 3,5 m được đặt dựa vào tường và khoảng cách từ chân thang đến chân tường là $BH = 1,7$ m. Tính góc tạo bởi chiếc thang với mặt đất ? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).	1,0
	a	Xét $\triangle ABH$ vuông tại H có: $\cos ABH = \frac{BH}{AB} = \frac{1,7}{3,5} = \frac{17}{35}$ Vậy $ABH \approx 61^\circ$	0,5
		b) Trong trường hợp chiếc thang AB dài 3 m. Cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng cách bao nhiêu để nó tạo với mặt đất một góc “an toàn” là 65° (tức là đảm bảo thang không bị đổ khi sử dụng). Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai.	
	b	Xét $\triangle ABH$ vuông tại H có: $BH = 3 \cdot \cos 65^\circ = 1,27 \text{ m}$	0,5
	2	Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn, $AB > AC$, hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H. a) Chứng minh rằng bốn điểm B, E, D, C cùng thuộc một đường tròn. Hãy chỉ rõ tâm O của đường tròn này.	1,5

			0,25
a	Gọi O là trung điểm BC , ta có:		
	+ O là tâm đường tròn đường kính BC		
	+ EO là đường trung tuyến $\triangle BEC$		0,5
	+ DO là đường trung tuyến $\triangle BDC$		
	- $\triangle BEC$ vuông tại E , EO là đường trung tuyến		
	Suy ra $EO = OB = OC = \frac{BC}{2}$ nên ta có $E, B, C \in (O; \frac{BC}{2})$ (1)		0,25
	- $\triangle BDC$ vuông tại D , DO là đường trung tuyến		
	Suy ra $DO = OB = OC = \frac{BC}{2}$ nên ta có $D, B, C \in (O; \frac{BC}{2})$ (2)		0,25
	(1)(2) suy ra $E, D, C, B \in (O; \frac{BC}{2})$		0,25
b	Chứng minh: $AB.AE = AC.AD$		1,0
	$\left. \begin{array}{l} \triangle ADB \text{ vuông tại } D : \cos A = \frac{AD}{AB} \\ \triangle AEC \text{ vuông tại } E : \cos A = \frac{AE}{AC} \end{array} \right\}$		0,5
	Suy ra $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ nên ta có $AD.AC = AB.AE$		0,5
c	Gọi R là bán kính của đường tròn tâm O. Giả sử $DBC = 30^\circ$, trên tia đối của tia CB lấy điểm M sao cho $CM = R$. Chứng minh $DM^2 = 3R^2$.		0,5
	 $DBC = 30^\circ$ nên ta có $DCB = 60^\circ$ suy ra tam giác DCO là tam giác đều nên $OD = OC = DC = R$ Mà $CM = R$ nên $OC = CM = R$ Xét tam giác ODM có trung tuyến $DC = OC = CM = \frac{1}{2}OM$		

	Khi đó $\triangle DCO$ và $\triangle DCM$ cân tại C Suy ra $COD = ODC; CMD = CDM$ Xét tam giác ODM có: $MOD + ODM + DMO = 180^0$ Nên $2ODM = 180^0$ suy ra $ODM = 90^0$ Chứng minh được tam giác ODM vuông tại D.	0,25
	Vì tam giác ODM vuông tại D Suy ra $DM^2 = OM^2 - OD^2 = 3R^2$	0,25
V	Một rạp chiếu phim có 120 ghế, giá vé hiện tại là 100 nghìn đồng mỗi vé. Với giá vé này, tất cả các ghế đều được bán hết cho mỗi suất chiếu. Ban quản lý rạp phim đang xem xét việc tăng giá vé để tối ưu hóa doanh thu. Sau khi thử nghiệm, rạp phim nhận thấy cứ mỗi lần tăng giá thêm 5 nghìn đồng, số ghế bị bỏ trống sẽ tăng thêm 4 ghế. Hỏi mức giá vé mới là bao nhiêu để rạp phim đạt doanh thu lớn nhất?	0,5
	Gọi số lần tăng giá là x (lần) ($x \in \mathbb{N}^*$) Giá tiền 1 vé sau x lần tăng là $(100 + 5x)$ (nghìn đồng) Số ghế đã bán sau x lần tăng giá là $120 - 4x$ (ghế) Tổng số tiền thu được: $A = (100 + 5x)(120 - 4x)$ (nghìn đồng)	0,25
	Để có doanh thu lớn nhất thì A đạt giá trị lớn nhất $A = -20x^2 + 200x + 12000$ $= -20(x^2 - 10x + 5^2) + 12500 = -20(x - 5)^2 + 12500$ Ta có : $-20(x - 5)^2 \leq 0$ $-20(x - 5)^2 + 12500 \leq 12500$ $A \leq 12500$ A đạt giá trị lớn nhất khi $x = 5$. Vậy mức giá mới cho một vé là $100 + 25 = 125$ (nghìn đồng) thì rạp phim sẽ đạt doanh thu lớn nhất.	0,25

➤ HS làm cách khác có kết quả đúng vẫn được điểm tối đa.