

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{x+1}{2\sqrt{x}+1}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}-1} - \frac{3}{4x-1}$ với $x \geq 0; x \neq \frac{1}{4}$.

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Cho $P = \frac{B}{A}$. Tìm tất cả các giá trị của x để $P = \frac{2}{5}$.

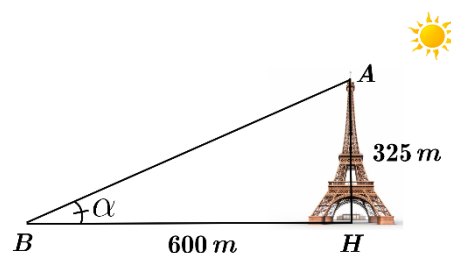
Bài II (3,5 điểm)

1) Hai người thợ thủ công cùng làm một công việc trong 6 ngày thì hoàn thành. Sau khi làm chung trong 4 ngày thì người thợ thứ nhất tạm nghỉ, người thợ thứ hai tiếp tục làm một mình trong 5 ngày thì mới hoàn thành công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người hoàn thành công việc trong bao lâu?

2) Một bảo tàng có giá vé vào cửa là 30000 đồng/vé. Biết rằng bảo tàng có chương trình ưu đãi là nếu khách hàng mua một lần nhiều hơn 25 vé thì từ vé thứ 26 trở đi mỗi vé sẽ được giảm giá 20%. Nhân dịp kết thúc học kì I, thầy Khánh dự định dùng 1000000 đồng để mua vé tặng cho học sinh lớp mình, hãy tính số lượng vé **tối đa** mà thầy Khánh có thể mua được.

Bài III (1,0 điểm)

Tháp Eiffel là một công trình kiến trúc bằng thép nằm trên công viên Champ-de-Mars, cạnh sông Seine, thủ đô Paris – Pháp. Vào một khoảng thời gian trong ngày, mặt trời chiếu qua đỉnh tháp tạo thành một vệt bóng dài 600m trên mặt đất. Biết chiều cao của tháp Eiffel là 325m, hãy tính góc α tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất vào lúc đó (làm tròn kết quả đến độ).



Bài IV (3,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và một điểm M nằm bên ngoài đường tròn $(MO < 2R)$. Từ điểm M lần lượt kẻ hai tiếp tuyến MA và MB của đường tròn (O) với A và B là hai tiếp điểm. Gọi H là giao điểm của OM và AB . Đường thẳng MO cắt đường tròn (O) tại hai điểm C và D ($MC < MD$).

- 1) Chứng minh bốn điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Chứng minh H là trung điểm của AB và $AB^2 = 4.HC.HD$.
- 3) Gọi N là trung điểm của đoạn thẳng HD . Kẻ HK vuông góc với AN tại K . Chứng minh $\frac{ND}{NK} = \frac{NA}{ND}$ và $\widehat{BKD} = 90^\circ$.

Bài V (0,5 điểm)

Cho hai số không âm a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{a}{3-a^2} + \frac{b}{3-b^2}.$$

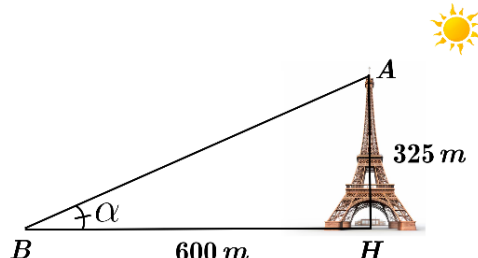
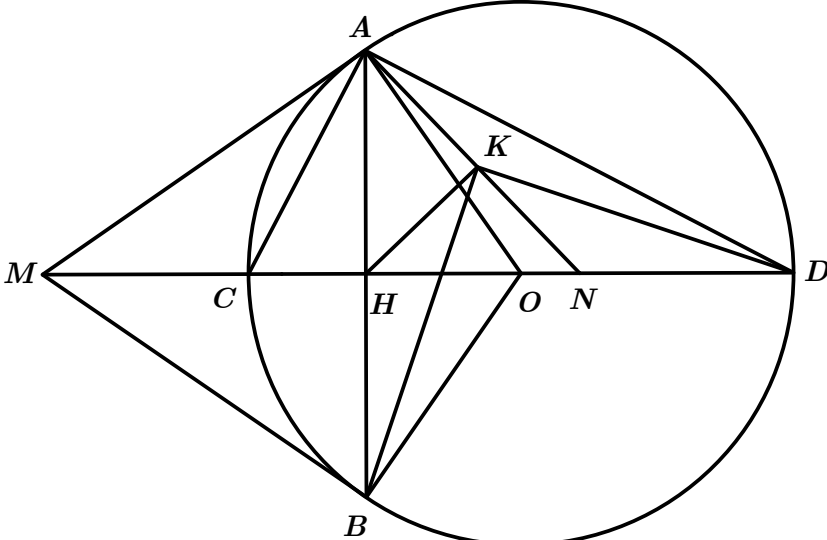
HẾT

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN - HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Ý	Đáp án	Biểu điểm
Bài I	1) (0,5đ)	Thay $x=9$ (TMĐK) vào biểu thức A , ta được: $A = \frac{9+1}{2\sqrt{9}+1} = \frac{10}{7}.$	0,5
	2) (1,0đ)	$B = \frac{2\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}-1} - \frac{3}{4x-1}$	0,25
		$= \frac{2\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}-1} - \frac{3}{(2\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}+1)}$	0,25
		$= \frac{(2\sqrt{x}-1)^2 - (\sqrt{x}-2)(2\sqrt{x}+1) - 3}{(2\sqrt{x}+1)(2\sqrt{x}-1)}$	0,25
		$= \frac{4x - 4\sqrt{x} + 1 - 2x - \sqrt{x} + 4\sqrt{x} + 2 - 3}{(2\sqrt{x}+1)(2\sqrt{x}-1)}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}(2\sqrt{x}-1)}{(2\sqrt{x}+1)(2\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1}$	0,25
	3) (0,5đ)	+) Ta có: $P = B : A = \frac{\sqrt{x}}{x+1}.$	0,25
		+) Với $x \geq 0; x \neq \frac{1}{4}$, ta có:	
		$P = \frac{2}{5}$ $\frac{\sqrt{x}}{x+1} = \frac{2}{5}$ $2x - 5\sqrt{x} + 2 = 0$ $(2\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2) = 0$ $2\sqrt{x}-1 = 0 \quad \text{hoặc} \quad \sqrt{x}-2 = 0$ $x = \frac{1}{4} (L) \quad \text{hoặc} \quad x = 4 \text{ (TMĐK)}$	0,25
		HS không loại $x = \frac{1}{4}$ thì trừ 0,25 điểm	

Bài II	1) (2,0đ)	+) Gọi thời gian để người thợ 1 và người thợ 2 làm một mình thì hoàn thành công việc lần lượt là x (ngày) và y (ngày). ĐK: $x, y > 6$	0,25
		+) Một ngày, người thợ 1 làm được $\frac{1}{x}$ (công việc).	0,25
		+) Một ngày, người thợ 2 làm được $\frac{1}{y}$ (công việc).	
		+) Vì hai người thợ thủ công cùng làm một công việc trong 6 ngày thì hoàn thành nên ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}. \quad (1)$	0,25
		+) Vì khi làm chung trong 4 ngày thì người thợ thứ nhất tạm nghỉ, người thợ thứ hai tiếp tục làm một mình trong 5 ngày thì mới hoàn thành công việc nên ta có phương trình sau: $4\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + 5 \cdot \frac{1}{y} = 1 \quad (2)$	0,25
		Từ (1) và (2) ta có: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ 4 \cdot \frac{1}{x} + 9 \cdot \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$	0,25
		Giải hệ phương trình thu được: $\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{10} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \end{cases} \quad hay \quad \begin{cases} x = 10(TM) \\ y = 15(TM) \end{cases}$	0,5
		Vậy người thợ thứ nhất cần 10 ngày để tự mình hoàn thành công việc, người thợ thứ hai cần 15 ngày để tự mình hoàn thành công việc.	0,25
	2) (1,5đ)	Gọi số vé tối đa thầy Khánh có thể mua được là x (vé) $(x \in \mathbb{N}^*)$. Do $\frac{1000000}{30000} = \frac{100}{3} > 25$ nên sẽ mua được nhiều hơn 25 vé Suy ra $x > 25$. Ta có bảo tàng có chương trình ưu đãi là nếu khách hàng mua một lần nhiều hơn 25 vé thì từ vé 26 trở đi mỗi vé sẽ được giảm giá 20% suy ra số vé được giảm giá là $x - 25$(vé) Suy ra số tiền thầy Khánh cần để mua x vé là: $25.30000 + (x - 25).30000.0,8 \text{ (VND)}$ Ta có do thầy Khánh có kinh phí là 1000000 VND suy ra	0, 25
			0, 25
			0, 25

		$25.30000 + (x - 25) .30000.0,8 \leq 1000000$ Giải bất phương trình thu được $x \leq \frac{425}{12} \approx 35,41\dots$ mà $x \in \mathbb{N}^*$ và $x > 25$ Suy ra $x = 35$ Vậy thầy Khánh sẽ mua được tối đa 35 vé tham quan bảo tàng.	0,25 0,25 0,25
Bài III			0,25
		Xét tam giác ABH vuông tại H có: $\tan ABH = \frac{AH}{BH}$ $\tan ABH = \frac{325}{600}$ $\widehat{ABH} \approx 28^0$	0,25
		Lưu ý: Học sinh làm tròn sai so với yêu cầu <u>trừ 0,25</u>	0,25
			0,25
Bài IV	1)	 (vẽ hình đúng đến câu 1)	0,25
	1)	+) Vì MA, MB là tiếp tuyến của (O) tại A, B nên MA vuông góc với OA, MB vuông góc với OB. Suy ra: $\widehat{MAO} = 90^0 \Rightarrow \triangle MAO$ vuông tại A. Do vậy, A thuộc đường tròn đường kính MO (1)	0,25 0,25

		Tương tự, ta có: B thuộc đường tròn đường kính MO (2) +) Từ (1) và (2), suy ra: Bốn điểm M, A, B, O cùng thuộc đường tròn đường kính MO .	0,25 0,25
	2)	+) Chứng minh được: H là trung điểm của AB	0,25
		+) Chứng minh được: MO vuông góc AB	0,25
		+) Chứng minh được: $AH^2 = HC.HD$	0,25
		+) Chứng minh được: $AB^2 = 4.HC.HD$	0,25
	3)	+) Chứng minh được: $HN^2 = NK.NA$	0,25
		+) Suy ra: $ND^2 = NK.NA \Rightarrow \frac{ND}{NK} = \frac{NA}{ND} \cdot (\text{đpcm})$	0,25
		+) Chứng minh được: $\triangle KHB \square \triangle KND$ (c.g.c)	0,25
		+) Chứng minh được: $\widehat{BKD} = 90^\circ$.	
Bài V		Cho $a, b \geq 0$ thỏa mãn đẳng thức $a^2 + b^2 = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{a}{3 - a^2} + \frac{b}{3 - b^2}$ Dự đoán $a = b = 1$ và mục tiêu khử mẫu $\Rightarrow 3 - a^2 = a^2 + 1 = 2$ Biến đổi P ta có: $P = \frac{a(a^2 + 1)}{(a^2 + 1)(3 - a^2)} + \frac{b(b^2 + 1)}{(b^2 + 1)(3 - b^2)}$ Ta có $\left\{ \begin{array}{l} a^3 + a \geq 2a^2 \\ (a^2 + 1)(3 - a^2) \leq \frac{(a^2 + 1 + 3 - a^2)^2}{4} = \frac{4^2}{4} = 4 \end{array} \right.$ suy ra $\frac{a(a^2 + 1)}{(a^2 + 1)(3 - a^2)} \geq \frac{2a^2}{4} = \frac{a^2}{2}$	0,25
		Chứng minh tương tự ta có $P \geq \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2} = 1$ Vậy $P_{\min} = 1$ khi $x = y = 1$	0,25

Xem thêm: **KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG TOÁN 9**
<https://thcs.toanmath.com/khao-sat-chat-luong-toan-9>