

Bài I (2,0 điểm). Cho hai biểu thức $A = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{x+4}{x-4} - \frac{2}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

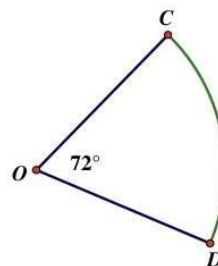
- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.
- 2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$.
- 3) Tìm số nguyên dương x lớn nhất thỏa mãn $A - B < \frac{5}{4}$.

Bài II (3,5 điểm)

- 1) Năm ngoái, hai đơn vị sản xuất nông nghiệp thu hoạch được 600 tấn thóc. Năm nay, đơn vị thứ nhất làm vượt mức 10%, đơn vị thứ hai làm vượt mức 20% so với năm ngoái. Do đó cả hai đơn vị thu hoạch được 685 tấn thóc. Hỏi năm ngoái, mỗi đơn vị thu hoạch được bao nhiêu tấn thóc?
- 2) Một xe tải định đi từ A đến B với vận tốc 50km/h. Nhưng sau khi đi được 40km thì dừng lại 12 phút. Vì vậy để đến B đúng dự định thì xe tải phải tăng vận tốc thêm 10km/h trên đoạn đường còn lại. Tính quãng đường AB?
- 3) Một vật rơi tự do từ độ cao 150m so với mặt đất. Quãng đường chuyển động $s(m)$ của vật phụ thuộc vào thời gian t (giây) được cho bởi công thức $s = 6t^2$.
 - a) Sau 2 giây, vật này cách mặt đất bao nhiêu mét?
 - b) Sau bao lâu thì vật này chạm đất?

Bài III (4,0 điểm).

- 1) Một công viên có dạng một hình quạt tròn COD giới hạn bởi hai bán kính OC, OD sao cho $OC = 50m, \widehat{COD} = 72^\circ$.
 - a) Nếu người ta làm hàng rào xung quanh công viên thì hàng rào có chiều dài bao nhiêu?
 - b) Người ta trồng cỏ trong công viên với diện tích bằng 30% diện tích công viên. Tính diện tích trồng cỏ trong công viên.Lấy $\pi \approx 3,14$ và các kết quả làm tròn 2 dấu phẩy.



- 2) Cho đường tròn (O) với đường kính AC . Trên đoạn OC lấy điểm B . Gọi M là trung điểm AB , từ M kẻ dây DE vuông góc với AB . Từ B kẻ BF vuông góc với CD ($F \in CD$).
 - a) Chứng minh tứ giác $BMDF$ nội tiếp.
 - b) Chứng minh tứ giác $ADBE$ là hình thoi và $MF^2 = MB \cdot MC$.
 - c) Gọi S là giao điểm của BD với MF , tia CS lần lượt cắt AD, DE tại H và K . Chứng minh

$$\frac{DA}{DH} + \frac{DB}{DS} = \frac{DE}{DK}.$$

Bài V (0,5 điểm). Xét các hình hộp chữ nhật có thể tích $27cm^3$ mà đáy là hình vuông cạnh a (cm) và chiều cao h (cm). Tìm hình hộp có diện tích toàn phần nhỏ nhất.

-----Hết-----

Lưu ý: - Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu trong quá trình làm bài.

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN CHẤM

BÀI	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
I	I.1	Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.	0,5
		Với $x = 9$ (tmdk), $A = \frac{3\sqrt{9}}{\sqrt{9} + 2} = \frac{9}{5}$.	0,5
	I.2	Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2}$.	1,0
		$B = \frac{x+4}{x-4} - \frac{2}{\sqrt{x}-2} = \frac{x+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{2}{\sqrt{x}-2}$	0,25
		$= \frac{x+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{2(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x+4-2\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
		$= \frac{x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$.	0,25
	I.3	Tìm số nguyên dương x lớn nhất thỏa mãn $A - B < \frac{5}{4}$.	0,5
		$A - B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ $A - B < \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} < \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{3\sqrt{x}-10}{4(\sqrt{x}+2)} < 0 \Rightarrow 3\sqrt{x}-10 < 0$ (do $x \geq 0$, $\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow 4(\sqrt{x}+2) > 0$) Suy ra $\sqrt{x} < \frac{10}{3} \Rightarrow x < \frac{100}{9}$	0,25
		Kết hợp điều kiện, ta được: $0 \leq x < \frac{100}{9}$; $x \neq 4$ Từ đó tìm được số nguyên dương lớn nhất thỏa mãn điều kiện là $x = 11$.	0,25
II	II.1	Hỏi năm ngoái, mỗi đơn vị thu hoạch được bao nhiêu tấn thóc?	1,5
		Gọi x (tấn), y (tấn) là số lượng thóc mà đơn vị thứ nhất và đơn vị thứ hai sản xuất được vào năm ngoái. Điều kiện: $x > 0$, $y > 0$.	0,25
		Vì năm ngoái, hai đơn vị sản xuất nông nghiệp thu hoạch được 600 tấn thóc nên ta có: $x + y = 600$ (1).	0,25
		Năm nay, đơn vị thứ nhất làm vượt mức 10% so với năm ngoái nên đơn vị thứ nhất sản xuất được $1,1x$ (tấn) Năm nay, đơn vị thứ hai làm vượt mức 20% so với năm ngoái nên đơn vị thứ	0,25

	nhất sản xuất được $1,2y$ (tấn) Theo bài ra ta có phương trình $1,1x + 1,2y = 685$ (2)	
	Từ (1), (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 600 \\ 1,1x + 1,2y = 685 \end{cases}$	0,25
	Giải hệ ta được $\begin{cases} x = 350 \\ y = 250 \end{cases}$ (tmdk). <i>Yêu cầu HS giải hệ phương trình.</i>	0,25
	Vậy năm ngoái đơn vị thứ nhất thu được 350 tấn, và năm nay đơn vị thứ hai thu được 250 tấn.	0,25
II.2	Tính quãng đường AB.	1,5
	Gọi độ dài quãng đường AB là x (km). Điều kiện: $x > 40$.	0,25
	Thời gian xe tải dự định đến B là $\frac{x}{50}$ (giờ)	0,25
	Đổi 12 phút = 0,2 giờ. Thời gian xe đi 40km đầu tiên là $\frac{40}{50} = 0,8$ (giờ) Thời gian xe đi trên quãng đường còn lại là $\frac{x - 40}{50 + 10} = \frac{x - 40}{60}$ (giờ)	0,25
	Theo bài ra ta có phương trình $\frac{x - 40}{60} + 0,8 + 0,2 = \frac{x}{50}$	0,25
	Giải phương trình, ta tìm được $x = 100$ (tmdk). <i>Yêu cầu HS giải hệ phương trình.</i> Vậy quãng đường AB dài 100km.	0,5
II.3	a) Sau 2 giây, vật này cách mặt đất bao nhiêu mét? b) Sau bao lâu thì vật này chạm đất?	0,5
	a) Sau 2 giây, vật rơi được $6 \cdot 2^2 = 24\text{m}$ từ điểm rơi, do đó còn cách mặt đất $150 - 24 = 126$ (m)	0,25
	b) Vật sẽ chạm đất nếu quãng đường rơi của vật bằng độ cao mà vật rơi xuống từ vị trí đầu tiên, tức là $6t^2 = 150$ hay $t = 5$ (giây)	0,25
IV	IV.1 a) Tính chiều dài hàng rào. b) Tính diện tích trồng cỏ.	1,0
	a) Độ dài cung CD là $l = \frac{72\pi R}{180} \approx \frac{72 \cdot 3,14 \cdot 50}{180} = 62,8\text{m}$. Chiều dài hàng rào là: $l + 2R \approx 62,8 + 100 = 162,8\text{m}$.	0,5
	b) Diện tích công viên là $S = \frac{72\pi R^2}{360} \approx \frac{72 \cdot 3,14 \cdot 50^2}{360} = 1570\text{m}^2$. Diện tích trồng cỏ là 30%. $S = 0,3 \cdot 1570 = 471\text{m}^2$.	0,5
IV.2	a) Chứng minh 4 điểm B, M, D, F cùng thuộc một đường tròn.	1,0

		Vẽ hình đúng hết câu a)	0,25
		Gọi I là trung điểm BD. Chỉ ra tam giác BMD vuông tại M, và chứng minh $IB = ID = IM$.	0,25
		Chỉ ra tam giác BFD vuông tại F, và chứng minh $IB = ID = IF$.	0,25
		Từ đó chỉ ra $IB = ID = IM = IF$. Kết luận:...	0,25
		b) Chứng minh tứ giác $ADBE$ là hình thoi và $MF^2 = MB \cdot MC$.	1,5
		Chứng minh M là trung điểm DE,	0,25
		Suy ra $ADBE$ là hình bình hành.	0,25
		Chứng minh tứ giác $ADBE$ là hình thoi	0,25
		Chứng minh $\widehat{MFB} = \widehat{MDB}$.	0,25
		Chứng minh $\widehat{MDB} = \widehat{MDA} = \widehat{MCF}$. Suy ra $\widehat{MFB} = \widehat{MCF}$.	0,25
		Chứng minh $\triangle MFB \sim \triangle MCF$. Từ đó chứng minh $MF^2 = MB \cdot MC$.	0,25
	c) Chứng minh $\frac{DA}{DH} + \frac{DB}{DS} = \frac{DE}{DK}$.		0,5
		Kẻ $AP, BQ \parallel CK$ (P, Q thuộc DE). Ta chứng minh $MP = MQ$	0,25
		$\begin{aligned} \frac{DA}{DH} + \frac{DB}{DS} &= \frac{DJ}{DK} + \frac{DQ}{DK} = \frac{DP + DQ}{DK} \\ &= \frac{DM + MP + DM - MP}{DK} \\ &= \frac{2DM}{DK} = \frac{DE}{DK}. \end{aligned}$	0,25
V	Tìm hình hộp có diện tích toàn phần nhỏ nhất		0,5
	Thể tích hình hộp là $V = a^2h \Rightarrow a^2h = 27$. Diện tích xung quanh của hình hộp là $S = 2a^2 + 4ah$		0,25
	Áp dụng BĐT AM-GM cho 3 số dương a^2, ah, ah , ta được: $S = 2a^2 + 4ah = 2(a^2 + ah + ah) \geq 2 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{a^4h^2} = 6\sqrt[3]{729} = 54$ Dấu bằng xảy ra nếu $a = h = 3cm$. Vậy hình hộp nhỏ nhất cần tìm là hình lập phương có kích thước 3cm.		0,25