

Câu I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}$; $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{2}{x-1}$ với $x \geq 0$; $x \neq 1$

1) Tính giá trị của A khi $x = 9$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$.

3) Cho $P = A.B$. Tìm x nguyên dương để P đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu II (1,0 điểm) Giải các phương trình sau.

a) $5x^2 - 12x + 7 = 0$

b) $4x^2 - 6x - 1 = 0$

Câu III (2,5 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng 15m. Nếu giảm chiều dài 2m và tăng chiều rộng 3m thì diện tích mảnh vườn tăng thêm $44m^2$. Tính diện tích mảnh vườn.

2) Giải bài toán sau bằng cách lập bất phương trình

Bạn An sử dụng 100 000 đồng để mua hai loại vở. Vở loại I giá 7000 đồng một quyển, vở loại II giá 5000 đồng một quyển. Hỏi An mua được nhiều nhất bao nhiêu quyển vở loại I biết An đã mua 5 quyển loại II.

3) Cho phương trình $x^2 + 5x - 7 = 0$ có hai nghiệm là $x_1; x_2$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2$.

Câu IV (4,0 điểm)

1) Một chiếc bánh pizza có dạng hình tròn đường kính 30cm. Cắt chiếc bánh này bằng những lát cắt đi qua tâm tạo thành 8 miếng bánh bằng nhau có dạng hình quạt tròn.

a) Tính độ dài cung tròn của mỗi miếng bánh.

b) Nếu lấy hai miếng bánh cạnh nhau, tính diện tích bề mặt phần bánh được lấy ra.

2) Từ điểm A ở ngoài đường tròn (O;R) kẻ hai tiếp tuyến AB, AC (với B và C là hai tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OA và BC.

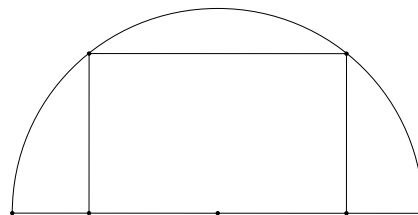
a) Chứng minh rằng: 4 điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn

b) Chứng minh $OA \perp BC$ và tính tích OH.OA theo R

c) Tia AO cắt đường tròn (O) tại M, N (M nằm giữa A và N). Chứng minh: $AM.AN = AH.AO$. Kẻ đường kính BD. Gọi E là chân đường vuông góc kẻ từ C đến BD, K là giao điểm của AD và CE. Chứng minh K là trung điểm CE.

Câu V (0,5 điểm)

Từ một nửa hình tròn có bán kính 10cm người ta cắt đi những phần thừa để có được hình chữ nhật (như hình vẽ bên). Hình chữ nhật này có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?



-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Họ tên và chữ kí của cán bộ coi thi số 1:

Họ tên và chữ kí của cán bộ coi thi số 2:

HƯỚNG DẪN CHẤM

(gồm 05 trang)

HƯỚNG DẪN CHUNG

+) Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25.

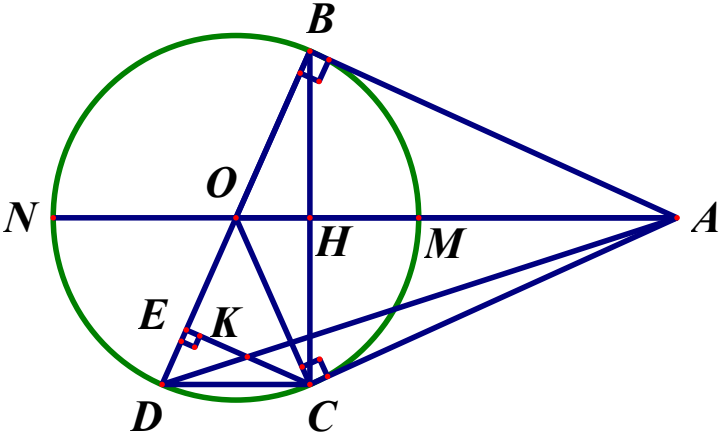
+) Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tương ứng với biểu điểm của hướng dẫn chấm.

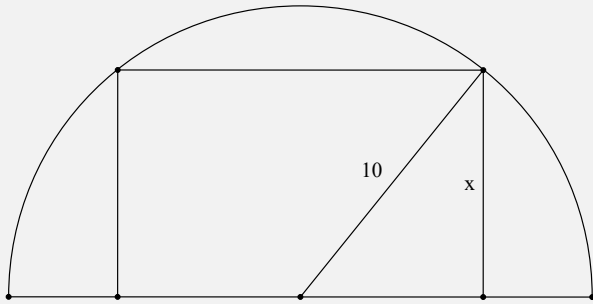
+) Các tình huống phát sinh trong quá trình chấm do Hội đồng chấm thi quy định, thống nhất bằng biên bản.

Câu	Ý	Đáp án	Điểm
Câu I 2,0 điểm	1)	a) Tính giá trị của A khi $x = 9$.	0,5
		Thay $x = 9$ (TM) vào biểu thức A	0,25
		$A = \frac{\sqrt{9} - 2}{\sqrt{9} - 1} = \frac{3 - 2}{3 - 1} = \frac{1}{2}$	0,25
		b) Rút gọn biểu thức B.	1,0
		$B = \frac{x - \sqrt{x} - \sqrt{x} - 1 + 2}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}$	0,25
		$B = \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}$	0,5
		$B = \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}$	
		$B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}$ (đpcm)	0,25
		c) Cho $P = A.B$. Tìm x nguyên dương để P đạt giá trị nhỏ nhất.	0,5
		$P = A.B = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} \cdot \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1} = 1 - \frac{3}{\sqrt{x} + 1}$ Ta có $x \geq 0$; $x \neq 1$ mà x nguyên dương nên $x \geq 2$ Lập luận được $P \geq 4 - 3\sqrt{2}$	0,25
Câu II 1,0 điểm	1)	Dấu “=” xảy ra khi $x = 2$ (tmĐK) Vậy GTNN của $P = 4 - 3\sqrt{2}$ với x nguyên dương khi $x = 2$.	0,25
		Giải các phương trình sau.	1,0
		a) $5x^2 - 12x + 7 = 0$ b) $4x^2 - 6x - 1 = 0$	
		a) Lập luận nhằm nghiệm hoặc tính Δ	0,25

Câu III 2,5 điểm		KL ra 2 nghiệm $x = 1; x = \frac{7}{5}$	0,25
		b) Tính $\Delta = 52$	0,25
		KL ra 2 nghiệm $x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{4}$	0,25
	1)	<i>Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.</i> <i>Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng 15 m. Nếu giảm chiều dài 2 m và tăng chiều rộng 3 m thì diện tích mảnh vườn tăng thêm 44 m². Tính diện tích mảnh vườn.</i>	1,5
		Gọi $x, y(m)$ lần lượt là chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn, điều kiện $x > 0, y > 0$ suy ra diện tích mảnh vườn là: $xy (m^2)$.	0,25
		Do chiều dài lớn hơn chiều rộng của mảnh vườn là 15 m nên ta có phương trình: $x - y = 15$ (1). Khi giảm chiều dài 2 m, tăng chiều rộng 3 m thì diện tích mảnh vườn tăng 44 m ² nên ta có phương trình: $(x - 2)(y + 3) = xy + 44$ hay $3x - 2y = 50$ (2). Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x - y = 15 \\ 3x - 2y = 50 \end{cases}$. Giải hệ phương trình ta được: $x = 20, y = 5$ (TMĐK).	0,5
		Vậy diện tích của mảnh vườn là: $S = xy = 100 m^2$.	0,25
		<i>Bạn An có 100000 đồng đi mua vở. Bạn mua 2 loại: loại I giá 7000 đồng một quyển, loại II giá 5000 đồng một quyển. Hỏi An mua được nhiều nhất bao nhiêu quyển vở loại I biết An đã mua 5 quyển loại II.</i>	1,0
	2	Gọi số vở loại I là x (quyển, ĐK $x \in N^*$)	0,25
		Số tiền mua vở loại II là: 5.5 000=25 000 (đồng). Số tiền mua vở loại I là: 7000.x (đồng).	
		Vì bạn An có 100 000 đồng nên ta có bất phương trình: $7000.x + 25000 \leq 100000$ $\Rightarrow 7000.x \leq 100000 - 25000$ $7000.x \leq 75000$ $x \leq \frac{75000}{7000} \approx 10,71$ Mà $x \in N^*$, x nhiều nhất nên $x = 10$.	0,5
		Vậy An mua được nhiều nhất 10 quyển vở loại I	0,25
	3	<i>Cho phương trình $x^2 + 5x - 7 = 0$ có hai nghiệm là $x_1; x_2$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2$.</i>	0,5

		$\Delta = 25 + 28 = 53 > 0$ nên pt có 2 nghiệm $x_1; x_2$. Theo Vi-et ta có: $x_1 \cdot x_2 = -7$; $x_1 + x_2 = -5$ $A = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$ $= (-5)^2 - 4 \cdot (-7) = 53$ Vậy $A = 53$	0,25 0,25
Câu IV 4,0 điểm	1)	1) Một chiếc bánh pizza có dạng hình tròn đường kính 30cm. Cắt chiếc bánh này bằng những lát cắt đi qua tâm tạo thành 8 miếng bánh bằng nhau có dạng hình quạt tròn. a) Tính độ dài cung tròn của mỗi miếng bánh. b) Nếu lấy hai miếng bánh cạnh nhau, tính diện tích bề mặt phần bánh được lấy ra.	1,0
		Một chiếc bánh pizza có đường kính 30(cm) thì có bán kính $R = \frac{30}{2} = 15 \text{ (cm)}$ Chiếc bánh pizza được cắt thành 8 phần bằng nhau, số đo góc ở tâm mỗi phần cắt ra của một miếng bánh là $n = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$. Độ dài của mỗi cung là $l = \frac{\pi R n}{180} = \frac{\pi \cdot 15 \cdot 45}{180} = \frac{15\pi}{4} \text{ (cm)}$.	0,5
		Nếu lấy hai miếng bánh cạnh nhau, số đo góc ở tâm là 90°	0,25
		Diện tích hình quạt tròn tạo ra bởi hai phần bánh là:	0,25
		$S = \frac{\pi R^2}{360} \cdot 90 = \frac{225\pi}{4} \text{ (cm}^2\text{)}$	

	2) Từ điểm A ở ngoài đường tròn (O;R) kẻ hai tiếp tuyến AB, AC (với B và C là hai tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OA và BC. a) Chứng minh rằng: 4 điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn b) Chứng minh $OA \perp BC$ và tính tích $OH \cdot OA$ theo R c) Tia AO cắt đường tròn (O) tại M, N (M nằm giữa A và N). Chứng minh: $AM \cdot AN = AH \cdot AO$. Kẻ đường kính BD. Gọi E là hình chiếu của C trên BD, K là giao điểm của AD và CE. Chứng minh K là trung điểm CE.	3,0
	 Vẽ đúng hình câu a	0,25
	a) Chứng minh A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn	0,75
	+ Chứng minh 3 điểm A, B, O cùng thuộc đường tròn đường kính AO + Chứng minh 3 điểm A, C, O cùng thuộc đường tròn đường kính AO	0,5
	Suy ra 4 điểm A, B, O, C cùng thuộc đường tròn đường kính AO	0,25
2)	b) Chứng minh $OA \perp BC$ và tính tích $OH \cdot OA$ theo R	1,0
	+ Chứng minh $OA \perp BC$ Chứng tỏ OA là đường trung trực của đoạn BC Suy ra $OA \perp BC$ + Tính $OH \cdot OA$ theo R Xét $\triangle OAB$ có $\widehat{B} = 90^\circ$, $BH \perp OA$ chứng minh tam giác đồng dạng Suy ra: $OH \cdot OA = OB^2$ Mà $OB = R$, suy ra $OH \cdot OA = R^2$	0,25 0,25 0,25
	c) Tia AO cắt đường tròn (O) tại M, N (M nằm giữa A và N). Chứng minh: $AM \cdot AN = AH \cdot AO$. Kẻ đường kính BD. Gọi E là hình chiếu của C trên BD, K là giao điểm của AD và CE. Chứng minh K là trung điểm CE.	1,0
	c) Chứng minh $AM \cdot AN = AH \cdot AO$. Chứng tỏ được: $AH \cdot AO = AB^2$ Chứng tỏ được: $AM \cdot AN = AB^2$ (cùng bằng $AO^2 - R^2$ hoặc $\triangle$ đ.dạng) Suy ra điều phải chứng minh	0,25 0,25

		Có $CE \parallel AB$ (cùng $\perp BD$) Suy ra $\frac{EK}{AB} = \frac{DE}{BD}$ (định lí Talet) Suy ra: $EK \cdot BD = DE \cdot AB$ (1) Chứng minh được: $\triangle ABO \sim \triangle CED$ (g-g) Suy ra: $\frac{DE}{BO} = \frac{CE}{AB}$ (tính chất) Suy ra: $CE \cdot BO = DE \cdot AB$ (2) Từ (1) và (2) suy ra: $CE \cdot BO = EK \cdot BD$ Mà $BD = 2BO$, suy ra $CE = 2EK$ Suy ra: K là trung điểm của CE	0,25 0,25
Câu V 0,5 điểm			0,5
	Gọi $x(cm)$ là độ dài cạnh hình chữ nhật không nằm dọc theo đường kính đường tròn ($0 < x < 10$). Khi đó độ dài cạnh hình chữ nhật nằm dọc trên đường tròn là: $2\sqrt{10^2 - x^2}$ (cm). Diện tích hình chữ nhật: $S = 2x\sqrt{10^2 - x^2}$. Tìm được $S_{max} = 100$ (cm²)		0,25
	Kết luận diện tích hình chữ nhật lớn nhất bằng 100cm² khi khi $x = 5\sqrt{2}$ (cm)		0,25