

Bài I. (1,5 điểm):

1) Một bác thợ đóng giày thống kê lại độ dài bàn chân (đơn vị: cm) của 80 khách hàng ở bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[27;28)	[28;29)	[29;30)	[30;31)
Tần số (n)	12	24	36	8

- a) Tìm tần số tương đối của nhóm [29;30).
b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho mẫu số liệu trên.

2) Gieo đồng thời 2 con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất của biến cố E: **“Tổng số chấm xuất hiện trên 2 con xúc xắc là số chia hết cho 5”**.

Bài II. (1,5 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{2}{\sqrt{x}-2}$, $B = \frac{\sqrt{x}}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0; x \neq 4$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$;
2) Rút gọn biểu thức $P = B : A$;
3) So sánh P và P^2 .

Bài III. (2,5 điểm)

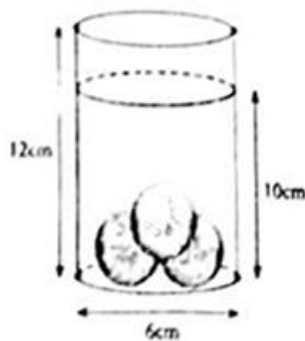
1) Bác Châu vay 20 000 000 đồng của ngân hàng để làm kinh tế. Trong một năm đầu bác chưa trả được nên số tiền lãi trong năm đầu được chuyển thành vốn để tính lãi năm sau. Sau 2 năm bác Châu phải trả là 22 575 000 đồng. Hỏi lãi suất cho vay là bao nhiêu phần trăm trong một năm đầu? Biết rằng lãi suất năm thứ hai tăng 50% so với lãi suất năm đầu.

2) Hai ô tô cùng khởi hành một lúc từ hai tỉnh cách nhau 150 km, đi ngược chiều và gặp nhau sau 2 giờ. Nếu tăng vận tốc của ô tô thứ nhất 5km/h và giảm vận tốc của ô tô thứ hai 5km/h thì vận tốc của ô tô thứ nhất bằng 2 lần vận tốc của ô tô thứ hai. Tìm vận tốc của mỗi ô tô?

3) Cho phương trình: $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ (1) với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn: $x_1 x_2 - 1 = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

Bài IV. (4,0 điểm)

1) Một cốc nước có dạng hình trụ có đường kính đáy bằng 6 cm, chiều cao 12 cm và chứa một lượng nước cao 10 cm (như hình minh họa).



a) Tính thể tích nước chứa trong cốc?

b) Người ta thả từ từ từng viên bi hình cầu làm bằng thép đặc (không thấm nước) có bán kính 1 cm vào trong cốc. Hỏi có thể thả tối đa bao nhiêu viên bi để nước không bị tràn ra ngoài?

2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và $AB < AC$. Kẻ đường tròn (O) đường kính BC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại F và E . Gọi H là giao điểm của BE và CF , I là trung điểm của AH .

a) Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp.

b) Gọi giao điểm của đoạn AH với đường tròn (O) là M , giao điểm của tia AH với BC là D . Kẻ tiếp tuyến của đường tròn (O) tại M , tiếp tuyến này cắt đường thẳng BC tại N . Chứng minh $AH \perp BC$ và $OD \cdot ON = OM^2$.

c) Chứng minh IE là tiếp tuyến của đường tròn (O) và ba điểm E, N, F thẳng hàng.

Bài V. (0,5 điểm)

Bác Hoàng muốn làm một khuôn cửa gỗ, phía trên có dạng nửa hình tròn, phía dưới có dạng hình chữ nhật. Biết rằng đường kính có độ dài $x(m)$ của nửa hình tròn cũng là độ dài một cạnh của hình chữ nhật, độ dài cạnh còn lại của hình chữ nhật là $y(m)$ và tổng độ dài của khuôn gỗ là $8m$. Em hãy giúp bác Hoàng tính độ dài các cạnh của hình chữ nhật để cửa có diện tích lớn nhất.



.....HẾT.....

Chúc em làm bài tốt!

Bài	Ý	Nội dung	Điểm																																																	
Bài I (1,5 điểm)	1a)	a) Tần số tương đối của nhóm [29;30) là: $f_3 = \frac{36.100}{80} \% = 45\%$	0,25																																																	
	1b)	b) Tần số tương đối của các nhóm còn lại là: $f_1 = \frac{12.100}{80} \% = 15\%; f_2 = \frac{24.100}{80} \% = 30\% f_4 = \frac{8.100}{80} \% = 10\%$	0,25																																																	
		Bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm: <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Nhóm</th> <th>[27;28)</th> <th>[28;29)</th> <th>[29;30)</th> <th>[30;31)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Tần số tương đối</td> <td>15%</td> <td>30%</td> <td>45%</td> <td>10%</td> </tr> </tbody> </table>	Nhóm	[27;28)	[28;29)	[29;30)	[30;31)	Tần số tương đối	15%	30%	45%	10%	0,25																																							
Nhóm	[27;28)	[28;29)	[29;30)	[30;31)																																																
Tần số tương đối	15%	30%	45%	10%																																																
2		<p>Bảng kết quả có thể:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">Xúc xắc 1 \ Xúc xắc 2</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>1</th> <td>(1;1)</td> <td>(1;2)</td> <td>(1;3)</td> <td>(1;4)</td> <td>(1;5)</td> <td>(1;6)</td> </tr> <tr> <th>2</th> <td>(2;1)</td> <td>(2;2)</td> <td>(2;3)</td> <td>(2;4)</td> <td>(2;5)</td> <td>(2;6)</td> </tr> <tr> <th>3</th> <td>(3;1)</td> <td>(3;2)</td> <td>(3;3)</td> <td>(3;4)</td> <td>(3;5)</td> <td>(3;6)</td> </tr> <tr> <th>4</th> <td>(4;1)</td> <td>(4;2)</td> <td>(4;3)</td> <td>(4;4)</td> <td>(4;5)</td> <td>(4;6)</td> </tr> <tr> <th>5</th> <td>(5;1)</td> <td>(5;2)</td> <td>(5;3)</td> <td>(5;4)</td> <td>(5;5)</td> <td>(5;6)</td> </tr> <tr> <th>6</th> <td>(6;1)</td> <td>(6;2)</td> <td>(6;3)</td> <td>(6;4)</td> <td>(6;5)</td> <td>(6;6)</td> </tr> </tbody> </table> <p>Gieo đồng thời 2 con xúc xắc cân đối và đồng chất nên các kết quả là đồng khả năng.</p> <p>Không gian mẫu $\Omega = 1;1 ; 1;2 ; 1;3 ; \dots 6;5 ; 6;6$ có 36 phần tử. (Nếu HS không lập bảng kết quả có thể không trừ điểm)</p> <p>Có 7 kết quả thuận lợi của biến cố E là : 1;4 ; 4;1 ; 2;3 ; 3;2 ; 4;6 ; 6;4 ; 5;5 .</p> <p>Xác suất của biến cố E là: $P E = \frac{7}{36}$</p>	Xúc xắc 1 \ Xúc xắc 2	1	2	3	4	5	6	1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)	(1;6)	2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)	(2;5)	(2;6)	3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)	(3;6)	4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)	(4;6)	5	(5;1)	(5;2)	(5;3)	(5;4)	(5;5)	(5;6)	6	(6;1)	(6;2)	(6;3)	(6;4)	(6;5)	(6;6)	0,25
Xúc xắc 1 \ Xúc xắc 2	1	2	3	4	5	6																																														
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)	(1;6)																																														
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)	(2;5)	(2;6)																																														
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)	(3;6)																																														
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)	(4;6)																																														
5	(5;1)	(5;2)	(5;3)	(5;4)	(5;5)	(5;6)																																														
6	(6;1)	(6;2)	(6;3)	(6;4)	(6;5)	(6;6)																																														
Bài II (1,5 điểm)	1)	Thay $x = 9$ TMDK vào biểu thức A ta được: $A = \frac{2}{\sqrt{9} - 2} = \frac{2}{3 - 2} = 1$ Vậy $A = 1$ khi $x = 9$	0,25																																																	
		Với $x \geq 0; x \neq 4$ ta có:	0,25																																																	

	<p>Tổng số tiền cả vốn lẫn lãi sau 2 năm là:</p> $20\,000\,000 + 200\,000x + 3000x^2 + 300\,000x$ $= 3000x^2 + 500\,000x + 20\,000\,000 \text{ (đồng)}$	
	<p>Theo đề bài, ta có phương trình:</p> $3000x^2 + 500\,000x + 20\,000\,000 = 22\,575\,000$	0.25
	$3000x^2 + 500\,000x - 2\,575\,000 = 0$ <p>Giải pt trên ta được $x = 5$ (Thỏa mãn điều kiện) và $x = \frac{-515}{3}$ (loại).</p> <p>Vậy lãi suất cho vay của ngân hàng trong một năm đầu là 5%.</p>	0.25
2)	<p>Gọi vận tốc của ô tô thứ nhất là: $x(km/h)$ ($x > 0$); vận tốc ô tô thứ hai là: $y(km/h)$ ($y > 5$)</p>	0.25
	<p>Vì hai ô tô đi ngược chiều và gặp nhau sau 2 giờ nên ta có phương trình:</p> $2x + 2y = 150$ $x + y = 75(1)$ <p>Vận tốc của ô tô thứ nhất sau khi tăng $5(km/h)$ là: $x + 5(km/h)$ Vận tốc của ô tô thứ hai sau khi giảm $5(km/h)$ là: $y - 5(km/h)$ Vì vận tốc ô tô thứ nhất bằng 2 lần vận tốc ô tô thứ hai nên: $x + 5 = 2(y - 5)(2)$</p>	0.25
	<p>Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình</p> $\begin{cases} x + y = 75 \\ x + 5 = 2(y - 5) \end{cases}$	0.25
	<p>Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} x = 45 \\ y = 30 \end{cases}$</p> <p>(Yêu cầu học sinh giải chi tiết hệ phương trình)</p> <p>Với $x = 45$ (tmdk); $y = 30$ (tmdk)</p> <p>Vậy vận tốc xe thứ nhất là: $45km/h$, vận tốc xe thứ hai là: $30km/h$</p>	0.25
3	<p>Cho phương trình: $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ (1) với m là tham số.</p> $\Delta' = 1 - m + 1 = 2 - m$ <p>Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi</p>	0.25

		$\Delta' > 0$ $2 - m > 0$ $m < 2$	
		Theo định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 1 \end{cases}$ Có: $x_1 x_2 - 1 = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ $x_1 x_2 - 1 = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2}$ $m - 1 - 1 = \frac{2}{m - 1}$ (Điều kiện: $m \neq 1$) $(m - 2)(m - 1) = 2$ $m^2 - 3m = 0$ $m = 0$ (Tmđk); $m = 3$ (Không thỏa mãn) Vậy $m = 0$	0,25
Bài 4: (4,0 điểm)	1a	a) Bán kính đáy cốc hình trụ là: $6 : 2 = 3$ (cm). Thể tích nước chứa trong cốc hình trụ là: $\pi R^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 10 = 90\pi$ (cm ³).	0,25 0,25
		b) Chiều cao của phần cốc không chứa nước: $h = 12 - 10 = 2$ (cm). Thể tích phần cốc không chứa nước là: $V' = S \cdot h = \pi r^2 h = 9\pi \cdot 2 = 18\pi$ (cm ³). Thể tích viên bi là: $\frac{4}{3} \pi \cdot 1^3 = \frac{4\pi}{3}$ (cm ³).	0,25
	1b	Ta có: $18\pi : \frac{4\pi}{3} = 13,5$. Như vậy thể thả tối đa 13 viên bi để nước không bị tràn ra ngoài.	0,25
	2.	Hình vẽ đúng đến hết câu a)	
			0,25đ
	a	HS chỉ ra được góc $AEH = 90^\circ$ Suy ra được A, H, E cùng thuộc đường tròn đường kính AH	0,25đ
		HS chỉ ra được góc $AFH = 90^\circ$ Suy ra được A, H, F cùng thuộc đường tròn đường kính AH	0,25đ

		HS chỉ ra được tứ giác $AEHF$ nội tiếp.	0,25đ
b			
	HS chỉ ra H là trực tâm ABC		0,25đ
	Từ đó suy ra $AH \perp BC$		0,25đ
	HS chứng minh đúng $\triangle ODM \sim \triangle OMN$		0,25đ
	HS chỉ ra được $OD \cdot ON = OM^2$		0,25đ
c			
	HS chứng minh được IE là tiếp tuyến của đường tròn (O)		0,5đ
	Gọi K là giao điểm của OI và EF HS chứng minh được $OI \perp EF$ tại K .		0,25đ
	HS chứng minh được $OK \cdot OI = OE^2$, từ đó chỉ ra $OK \cdot OI = OD \cdot ON$ HS chứng minh được $\triangle OKN \sim \triangle ODI$, từ đó chứng minh được $OI \perp NK$ và ba điểm E, N, F thẳng hàng.		0,25đ
Bài 5: (0,5 điểm)	Gọi độ dài đường kính của nửa hình tròn là $x (m; 0 < x < 8)$ Khi đó độ dài bán kính của nửa hình tròn là: $\frac{x}{2} (m)$ Gọi độ dài cạnh còn lại của hình chữ nhật là $y (m; 0 < y < 8)$ Khi đó tổng độ dài của khuôn gỗ là:		0,25

	$\frac{\pi x}{2} + x + 2y = 8$ $\left(\frac{\pi}{2} + 1\right)x + 2y = 8$ <p>Suy ra $y = 4 - \left(\frac{\pi + 2}{4}\right)x$</p> <p>Diện tích cửa là: $S = \frac{1}{2}\pi \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 + xy = \frac{\pi x^2}{8} + xy$</p> $= \frac{\pi x^2}{8} + x \left[4 - \left(\frac{\pi + 2}{4}\right)x\right]$ $= -\frac{\pi + 4}{8} \left(x - \frac{16}{\pi + 4}\right)^2 + \frac{32}{\pi + 4} \leq \frac{32}{\pi + 4}$	
	<p>Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = \frac{16}{\pi + 4}$ nên $y = \frac{8}{\pi + 4}$</p> <p>Vậy, diện tích lớn nhất của cửa là $\frac{32}{\pi + 4}$ khi $x = \frac{16}{\pi + 4}$ và $y = \frac{8}{\pi + 4}$</p>	0,25

Chú ý: Điểm mỗi ý cho đến 0,25 đ