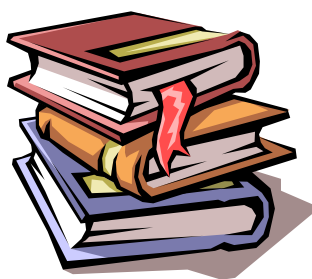


Tailieumontoan.com



[Điện thoại \(Zalo\) 039.373.2038](tel:039.373.2038)



ĐỀ HỌC SINH GIỎI 7 **THEO CHƯƠNG TRÌNH MỚI**

[\(Liên hệ tài liệu word môn toán SĐT \(zalo\) : 039.373.2038\)](tel:039.373.2038)



Tài liệu sưu tầm, ngày 06 tháng 5 năm 2023

PHÒNG GD & ĐT QUẬN CẦU GIẤY
TRƯỜNG THCS CẦU GIẤY

ĐỀ KIỂM TRA CLB VĂN HÓA LỚP 7

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn kiểm tra: Toán

Ngày thi: 13/09/2023

Thời gian làm bài: 90 phút
(Không tính thời gian phát đề)

Bài 1. (5,0 điểm) Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = -1 - 2 + 3 + 4 - 5 - 6 + 7 + 8 - 9 - 10 + 11 + 12 - \dots - 1997 - 1998 + 1999 + 2000.$

b) $B = \left(1 + \frac{1}{1 \cdot 3}\right) \left(1 + \frac{1}{2 \cdot 4}\right) \left(1 + \frac{1}{3 \cdot 5}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2021 \cdot 2023}\right).$

Bài 2. (5,0 điểm)

a) So sánh hai biểu thức A và B biết $A = \frac{10^{15} + 1}{10^{16} + 1}$ và $B = \frac{10^{16} + 1}{10^{17} + 1}.$

b) Chứng minh rằng $\frac{1}{6} < \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{4}.$

Bài 3. (5,0 điểm)

a) Tìm số tự nhiên x biết $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + \dots + 2^{x+100} = 2^{101} - 1.$

b) Chứng minh rằng nếu p là số nguyên tố lớn hơn 3 thì $p - 1$ $p + 1$ chia hết cho 24.

Bài 4. (3,0 điểm)

a) Trên một mặt phẳng cho 8 điểm phân biệt, trong đó có 5 điểm thẳng hàng. Cứ nối 3 điểm phân biệt không thẳng hàng sẽ tạo thành một tam giác, hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành khi nối các điểm từ 8 điểm trên.

b) Cho một đường tròn, trên đường tròn lấy 2023 chấm đỏ và 2024 chấm xanh. Người ta viết số 1 vào giữa hai chấm đỏ, viết số -1 vào giữa hai chấm xanh, và viết số 0 vào giữa hai chấm khác màu. Hỏi tổng các số trên đường tròn bằng bao nhiêu?

Bài 5. (2,0 điểm) Cho k là một số tự nhiên khác 0, chứng minh rằng tồn tại số tự nhiên có dạng $1011^k - 1$ chia hết cho 2023.

---HẾT---

Đáp án

Bài 1: Tính giá trị các biểu thức sau:

a) (2,5 điểm)

$$A = -1 - 2 + 3 + 4 - 5 - 6 + 7 + 8 - 9 - 10 + 11 + 12 - \dots - 1997 - 1998 + 1999 + 2000$$

$$A = (-1 - 2 + 3 + 4) + (-5 - 6 + 7 + 8) + (-9 - 10 + 11 + 12) + \dots + (-1997 - 1998 + 1999 + 2000)$$

Ta có tổng A có 2000 số hạng nên có $2000 : 4 = 500$ nhóm

$$A = 4 + 4 + 4 + \dots + 4 \text{ (tổng có 500 số 4)}$$

$$A = 4 \cdot 500$$

$$A = 2000$$

b) (2,5 điểm)

$$B = \left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2021.2023}\right)$$

$$= \frac{2^2}{1.3} \cdot \frac{3^2}{2.4} \cdot \frac{4^2}{3.5} \dots \frac{2022^2}{2021.2023}$$

$$= \frac{(2.3.4 \dots 2022) \cdot (2.3.4 \dots 2022)}{(1.2.3 \dots 2021) \cdot (3.4.5 \dots 2023)}$$

$$= \frac{2022 \cdot 2}{2023} = \frac{4044}{2023}$$

Bài 2:

a) (2,5 điểm)

So sánh hai biểu thức A và B biết: $A = \frac{10^{15} + 1}{10^{16} + 1}$, $B = \frac{10^{16} + 1}{10^{17} + 1}$.

Ta có:

$$10A = \frac{10^{16} + 10}{10^{16} + 1} = 1 + \frac{9}{10^{16} + 1}$$

$$10B = \frac{10^{17} + 10}{10^{17} + 1} = 1 + \frac{9}{10^{17} + 1}$$

Vì $\frac{9}{10^{16} + 1} > \frac{9}{10^{17} + 1}$ nên $10A > 10B$.

Suy ra: $A > B$.

b) (2,5 điểm)

Chứng minh rằng: $\frac{1}{6} < \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{4}$

Đặt: $A = \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{100^2}$

Ta có:

$$A < \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \dots + \frac{1}{99.100} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = \frac{1}{4} - \frac{1}{100} < \frac{1}{4} \quad (1,25 \text{ điểm})$$

$$* A > \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \dots + \frac{1}{99.100} + \frac{1}{100.101} = \frac{1}{5} - \frac{1}{101} > \frac{1}{6} \quad (1,25 \text{ điểm})$$

Bài 3:

a) (2,5 điểm) Đặt:

$$2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + \dots + 2^{x+100} = 2^{101} - 1$$

$$A = 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + \dots + 2^{x+100} = 2^{x+101} - 2^x$$

$$\Rightarrow 2^{x+101} - 2^x = 2^{101} - 1 \quad (1,5 \text{ điểm})$$

$$\Rightarrow (2^x - 1)(2^{101} - 1) = 0$$

$$\Rightarrow (2^x - 1) = 0 \Rightarrow 2^x = 1 \Rightarrow x = 0$$

b) (2,5 điểm)

Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p là số lẻ không chia hết cho 2 và 3

Với p không chia hết cho 2 $\Rightarrow (p-1), (p+1)$ là hai số chẵn liên tiếp $\Rightarrow (p-1)(p+1):8$

(1,5 điểm)

Mặt khác p không chia hết cho 3 nên $p = 3k + 1, p = 3k + 2$

$$\text{Nếu } p = 3k + 1 \Rightarrow (p-1):3 \Rightarrow (p-1)(p+1):24 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$\text{Nếu } p = 3k + 2 \Rightarrow (p+1):3 \Rightarrow (p-1)(p+1):24 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

Bài 4:

a) (1,5 điểm)

Trên một mặt phẳng cho 8 điểm phân biệt, trong đó có 5 điểm thẳng hàng. Cứ 3 điểm phân biệt sẽ tạo thành một tam giác, hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ 8 điểm trên.

Ta có:

Số tam giác tạo từ 3 điểm không thẳng hàng là 1

Số tam giác tạo từ 2 điểm không thẳng hàng và 1 điểm trên đường thẳng là $3.5 = 15$

Số tam giác tạo từ 1 điểm ngoài đường thẳng và 2 điểm trên đường thẳng là $10.3 = 30$

Vậy tổng có 46 tam giác.

b) (1,5 điểm)

Cho một đường tròn, trên đường tròn lấy 2023 chấm đỏ và 2024 chấm xanh. Người ta viết số 1 vào giữa hai chấm đỏ, viết số -1 vào giữa hai chấm xanh, và viết số 0 vào giữa hai chấm khác màu. Hỏi tổng các số trên đường tròn bằng bao nhiêu?

Để dàng nhận thấy số lượng chấm đỏ bên cạnh chấm xanh = số lượng chấm xanh bên cạnh chấm đỏ

Vì vậy số lượng 2 chấm xanh cạnh nhau luôn luôn lớn hơn số lượng 2 chấm đỏ cạnh nhau là $2024 - 2023 = 1$

Vậy tổng các số trên đường tròn là -1

Bài 5: (2,0 điểm) Cho k là một số tự nhiên khác 0, chứng minh rằng tồn tại số tự nhiên có dạng $1011^k - 1$ chia hết cho 2023.

Ta thấy 1011 và 2023 là 2 số nguyên tố cùng nhau

Vì vậy các số có dạng $1011^1, 1011^2, \dots, 1011^{2024}$ không chia hết cho 2023

Theo nguyên lí Dirichlet trong 2014 số sẽ tồn tại ít nhất 2 số có cùng số dư khi chia cho 2023 là 1011^m và 1011^{m+k}

Khi đó $1011^{m+k} - 1011^m = 1011^m \cdot (1011^k - 1)$ chia hết cho 2023

Do 1011^m không chia hết cho 2023, nên tồn tại một số tự nhiên k để $1011^k - 1$ chia hết cho 2023.

PHÒNG GD&ĐT NGÃ SƠN
CỤM CHUYÊN MÔN SỐ 6

ĐỀ THI GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI LỚP 6,7,8 LẦN 2
NĂM HỌC 2023 - 2024

Môn thi: Toán 7

(Đề thi gồm có 01 trang)

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 18 tháng 01 năm 2024

Câu 1(4,0 điểm): 1. Thực hiện phép tính (hợp lí nếu có thể):

$$a) \frac{3}{5} : \left(\frac{-1}{15} - \frac{1}{6} \right) + \frac{3}{5} : \left(\frac{-1}{3} - 1 \frac{1}{15} \right); \quad b) \sqrt{\frac{4}{25}} \cdot \left(\frac{-1}{25} \right)^0 + \left| \frac{9}{10} \right| \cdot 0, (6) - \left(\frac{1}{-2^2} \right) : \frac{8^2}{4^4}$$

$$c) \frac{1}{3} + \frac{3}{7} + \frac{1}{7.2} + \frac{5}{2.13} + \frac{3}{13.4} + \frac{5}{4.21}.$$

$$2. \text{ Cho } a, b, c \text{ thỏa mãn } \frac{b-c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c-a}{(b-a)(b-c)} + \frac{a-b}{(c-a)(c-b)} = 2024$$

$$\text{Tính giá trị biểu thức } Q = \frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a}$$

Câu 2(4,0 điểm): a, Tìm x, y, z biết $(2x - y + z)^{2024} + |y^2 - z| + (z - 4)^{2022} = 0$

b. Tìm tất cả các cặp số nguyên (x ; y) thoả mãn: $x + y - 2xy = 4$

c. Tìm tất cả các số nguyên tố x, y thoả mãn: $3x^2 + 1 = 19y^2$

Câu 3(4,0 điểm):

a. Cho dãy tỉ số bằng nhau : $\frac{2bz - 3cy}{a} = \frac{3cx - az}{2b} = \frac{ay - 2bx}{3c}$ Chứng minh: $\frac{x}{a} = \frac{y}{2b} = \frac{z}{3c}$.

b. Bác An chia một khu đất thành 3 mảnh hình chữ nhật có diện tích bằng nhau cho ba người con trai. Biết rằng chiều rộng của các mảnh đất lần lượt là 6m, 8m, 10m. Tổng chiều dài các mảnh đất là 47m. Tính diện tích khu đất đó.

Câu 4(6,0 điểm): Cho tam giác ABC nhọn, kẻ BE vuông góc với AC tại E (E ∈ AC), kẻ CF vuông góc với AB tại F (F ∈ AB). Gọi M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MF lấy điểm D sao cho MF = MD.

a) Chứng minh $CD = BF$ và $CD // BF$.

b) Lấy điểm P bất kì nằm giữa B và F, trên tia đối của tia MP lấy điểm Q sao cho $MP = MQ$. Chứng minh D, Q, C thẳng hàng.

c) Trên tia đối của tia EF lấy điểm K, trên tia đối của tia FE lấy điểm I sao cho $EK = FI$. Chứng minh tam giác MIK cân.

Câu 5. (2,0 điểm) a. Cho $P = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{4034}$ và $Q = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{4033}$

Chứng tỏ rằng: $\frac{P}{Q} < 1 \frac{2017}{2018}$

b. Cho ba số chính phương x, y, z. Chứng minh rằng $A = (x - y)(y - z)(z - x) : 12$

.....**Hết**.....

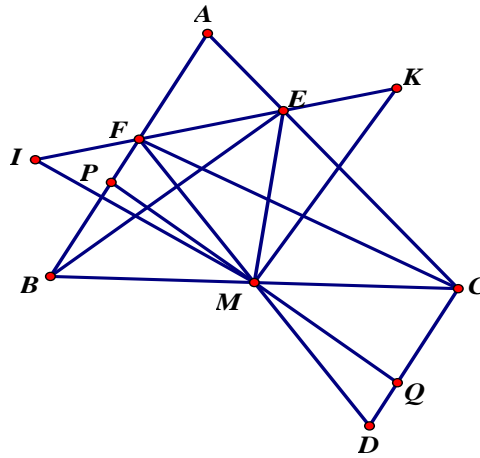
Họ và tên..... SBD:

PHÒNG GD&ĐT NGA SƠN
CỤM CHUYÊN MÔN SỐ 6HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI GIAO LƯU
HỌC SINH GIỎI CÁC MÔN VĂN HÓA LỚP 6, 7, 8
NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: Toán 7

Câu	Đáp án	Thang Điểm	
1	a. $\frac{3}{5}:\left(\frac{-1}{15}-\frac{1}{6}\right)+\frac{3}{5}:\left(\frac{-1}{3}-1\frac{1}{15}\right)$ $=\frac{3}{5}:\left(\frac{-2}{30}-\frac{5}{30}\right)+\frac{3}{5}:\left(\frac{-5}{15}-\frac{16}{15}\right)$ $=\frac{3}{5}:\frac{-7}{30}+\frac{3}{5}:\frac{-21}{15}$ $=\frac{3}{5}\cdot\frac{-30}{7}+\frac{3}{5}\cdot\frac{-5}{7}=\frac{3}{5}\cdot\left(\frac{-30}{7}+\frac{-5}{7}\right)=\frac{3}{5}\cdot\frac{-35}{7}=-3$ $\sqrt{\frac{4}{25}}\cdot\left(\frac{-1}{25}\right)^0+\left \frac{9}{10}\right \cdot 0,6-\left(\frac{1}{-2^2}\right):\frac{8^2}{4^4}$	0.25	
	b. $=\frac{2}{5}\cdot 1+\frac{9}{10}\cdot\frac{2}{3}-\left(\frac{1}{-2^2}\right):\frac{2^6}{2^8}$ $=\frac{2}{5}+\frac{3}{5}-\left(\frac{1}{-2^2}\right)\cdot 2^2=\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+1=2$	0.25	
	c. $\frac{1}{3}+\frac{3}{7}+\frac{1}{7.2}+\frac{5}{2.13}+\frac{3}{13.4}+\frac{5}{4.21}=4\cdot\left(\frac{1}{3.4}+\frac{3}{4.7}+\frac{1}{7.8}+\frac{5}{8.13}+\frac{3}{13.16}+\frac{5}{16.21}\right)$ $=4\cdot\left(\frac{4-3}{3.4}+\frac{7-4}{4.7}+\frac{8-7}{7.8}+\frac{13-8}{8.13}+\frac{16-13}{13.16}+\frac{21-16}{16.21}\right)$ $=4\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\frac{1}{8}-\frac{1}{13}+\frac{1}{13}-\frac{1}{16}+\frac{1}{16}-\frac{1}{21}\right)$ $=4\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{21}\right)=4\cdot\frac{2}{7}=\frac{8}{7}$	0.25	
	2. $\frac{b-c}{(a-b)(a-c)}+\frac{c-a}{(b-a)(b-c)}+\frac{a-b}{(c-a)(c-b)}=2024$	0.25	
	$\frac{(b-a)-(c-a)}{(a-b)(a-c)}+\frac{(c-b)-(a-b)}{(b-a)(b-c)}+\frac{(a-c)-(b-c)}{(c-a)(c-b)}=2024$	0.25	

	<p>+ Nếu y chẵn thì x lẻ. Vì y chẵn mà y là số nguyên tố nên $y = 2$, thay vào tính được $x = 5$ Vậy $x = 5, y = 2$ là các số nguyên tố cần tìm.</p>	
	<p>a. Từ gt suy ra a, b, c khác 0, do đó $\frac{2bz - 3cy}{a} = \frac{3cx - az}{2b} = \frac{ay - 2bx}{3c} \Leftrightarrow$</p> $\frac{2abz - 3acy}{a^2} = \frac{6bcx - 2abz}{4b^2} = \frac{3acy - 6bcx}{9c^2}$ $= \frac{2abz - 3acy + 6bcx - 2abz + 3acy - 6bcx}{a^2 + 4b^2 + 9c^2} = 0$ <p>$\Rightarrow 2bz - 3cy = 0 \Rightarrow \frac{z}{3c} = \frac{y}{2b} \quad (1)$</p> <p>$\Rightarrow 3cx - az = 0 \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{z}{3c} \quad (2)$</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{x}{a} = \frac{y}{2b} = \frac{z}{3c}$</p>	0.5
3	<p>b. Gọi chiều dài của 3 mảnh đất lần lượt là x, y, z(m) ĐK: ($x, y, z > 0$ và $x, y, z < 47$)</p> <p>Không mất tính tổng quát ta giả sử : $x < y < z$.</p> <p>Theo bài ra tổng chiều dài các mảnh đất là 47m nên ta có $x + y + z = 47$ Vì các hình chữ nhật có diện tích bằng nhau, do đó chiều dài và chiều rộng của mỗi hình chữ nhật tương ứng là hai đại lượng tỉ lệ nghịch, nên ta có :</p> $10 \cdot x = 8 \cdot y = 6 \cdot z$ $\Rightarrow \frac{10x}{120} = \frac{8y}{120} = \frac{6z}{120} \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{y}{15} = \frac{z}{20}$ <p>Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau và $x + y + z = 47$ ta có :</p> $\frac{x}{12} = \frac{y}{15} = \frac{z}{20} = \frac{x + y + z}{12 + 15 + 20} = \frac{47}{47} = 1$ <p>$\Rightarrow x = 12; y = 15; z = 20$</p> <p>Vậy các mảnh đất hình chữ nhật có kích thước như sau Rộng 6m, dài 20m; rộng 8m, dài 15m; rộng 10m, dài 12m Các mảnh đất này có diện tích bằng nhau và bằng $6 \cdot 20 = 120 \text{ (m}^2\text{)}$ \Rightarrow Diện tích khu đất là $120 \cdot 3 = 360 \text{ (m}^2\text{)}$</p>	0.5

4



a. Xét $\triangle BMF$ và $\triangle CMD$
 Có: $BM = CM$ (Vì M là trung điểm của BC)
 $\angle BMF = \angle CMD$ (Hai góc đối đỉnh)
 $\angle BFM = \angle CDM$ (gt)
 $\Rightarrow \triangle BMF = \triangle CMD$ (c - g - c)
 $\Rightarrow CD = BF$

Và $\angle MBF = \angle MCD$ mà chúng ở vị trí so le trong $\Rightarrow CD \parallel BF$

b. Xét $\triangle BMP$ và $\triangle CMQ$

Có: $MB = MC$ (Vì M là trung điểm của BC)

$\angle BMP = \angle CMQ$ (hai góc đối đỉnh)

$\angle MBP = \angle MCQ$ (gt)

$\Rightarrow \triangle BMP = \triangle CMQ$ (c - g - c)

$\Rightarrow \angle MBP = \angle MCQ$ mà chúng ở vị trí so le trong $\Rightarrow BP \parallel CQ$

Mà $CD \parallel BF$ theo tiên đề Ơclit $\Rightarrow C, Q, D$ thẳng hàng

c. CM được $\triangle BFC = \triangle DCF$ (c.g.c)

$\Rightarrow BC = DF$

Mà $DF = 2FM$ (Vì M là trung điểm FD) $\Rightarrow FM = \frac{1}{2} BC$ (1)

Chứng minh tương tự: $ME = \frac{1}{2} BC$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow MF = ME \Rightarrow \triangle MFE$ cân tại M

$\Rightarrow \angle MFE = \angle MEF$ do đó $\angle MFI = \angle MEK$

Xét $\triangle MFI$ và $\triangle MEK$

Có: $MF = ME$ (chứng minh trên)

1
0.5
0.5

1
0.5
0.5

0.5

0.25

0.25

0.5

0.5

	$MFI = MEK$ (chứng minh trên) $FI = EK(gt)$ $\Rightarrow \Delta MFI = \Delta MEK (c - g - c) \Rightarrow MI = MK \Rightarrow \Delta MIK$ cân tại M	
5	a. Đặt $K = P - Q = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{4034}$ Ta có : $Q = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{4033} > 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{4034} = \frac{1}{2} + K$ (1)	0.25
	Lại có: $\frac{2017}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2} > \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{4034} = K$ $\Rightarrow \frac{1}{2} > \frac{K}{2017}$ (2)	0.25
	Từ (1) và (2) suy ra $Q > \frac{K}{2017} + K = \frac{2018}{2017} K$	0.25
	Do đó $\frac{K}{Q} < \frac{2017}{2018} \Rightarrow \frac{K+Q}{Q} < \frac{2017+2018}{2018} \Leftrightarrow \frac{P}{Q} < 1 \frac{2017}{2018}$	0.25
	B Theo bài ra x, y, z là ba số chính phương, mà một số chính phương khi chia cho 3, 4 chỉ có thể dư 0 hoặc 1. Do đó trong 3 số chính phương x, y, z khi chia cho 3 phải có hai số có cùng số dư, nên trong 3 số $x - y; y - z; z - x$ phải có ít nhất một số chia hết cho 3	0.25
	Do vậy $(x - y)(y - z)(z - x) \vdots 3$	0.25
	Chứng minh tương tự ta có $(x - y)(y - z)(z - x) \vdots 4$	0.25
	Mà $(3,4) = 1$ nên $A = (x - y)(y - z)(z - x) \vdots 3.4$ Hay $A = (x - y)(y - z)(z - x) \vdots 12$	0.25

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ THANH HÓA**

ĐỀ CHÍNH THỨC

**KÌ GIAO LƯU HỌC SINH THCS (LỚP 6, 7)
CẤP THÀNH PHỐ NĂM HỌC 2023-2024**

Môn giao lưu: Toán 7

Thời gian: **120 phút**, không kể thời gian phát đề.

Ngày giao lưu: **11/5/2024.**

(Đề gồm 13 câu, 02 trang)

I. TRẮC NGHIỆM (4,0 điểm).

Em hãy chọn chữ cái đứng trước đáp án đúng rồi viết vào bài làm.

Câu 1. Giá trị của biểu thức $\sqrt{11^2 - 72} - \left| \frac{1}{2} : \sqrt{\frac{25}{4}} - \left(\frac{2023}{2024} \right)^0 \right|$ là:

A. $\frac{37}{5}$

B. $\frac{33}{5}$

C. $\frac{17}{4}$

D. $\frac{39}{4}$

Câu 2. Bốn đường thẳng phân biệt a, b, c, d cắt nhau tại O. Một đường thẳng xy không đi qua O cắt cả 4 đường thẳng lần lượt tại A, B, C, D. Tổng số cặp góc đối đỉnh (không kể góc bẹt) được tạo thành là:

A. 8

B. 9

C. 16.

D. 20.

Câu 3. Cho $\triangle ABC = \triangle MNP$ có $\hat{A} = 65^\circ$ và $\hat{B} : \hat{C} = 2 : 3$. Số đo góc N bằng:

A. 81°

B. 69°

C. 58°

D. 46°

Câu 4. Cho hai đại lượng tỉ lệ nghịch x và y; x_1, x_2 là hai giá trị của x; y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y. Biết $x_2 = -3$; $y_1 = 8$ và $4x_1 + 3y_2 = 24$. Khi đó x_1 và y_2 là:

A. $x_1 = -6$; $y_2 = 16$

B. $x_1 = -6$; $y_2 = -16$

C. $x_1 = 16$; $y_2 = -6$

D. $x_1 = 6$; $y_2 = 16$

Câu 5. Cho đa thức $f(x) = x^2 + ax + b$. Biết $f(x)$ chia hết cho $x+3$ và $f(x)$ chia hết cho $x-4$. Khi đó $2a-3b$ có giá trị là

A. 38.

B. 21.

C. 34.

D. - 27.

Câu 6. Bạn Hạnh tung đồng xu một số lần liên tiếp. Biết xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt sấp là $\frac{4}{9}$ và tích của số lần xuất hiện mặt sấp với số lần xuất hiện mặt ngửa là 500.

Hỏi bạn Hạnh đã tung đồng xu bao nhiêu lần?

A. 5.

B. 9.

C. 14.

D. 45.

Câu 7. Cho $\triangle ABC$ có $\hat{A} = 70^\circ$; $\hat{C} = 50^\circ$. Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ B.

Khẳng định nào sau đây đúng

A. $HB < HC$.

B. $HB > HC$.

C. $HB = HC$.

D. $\hat{B} = 70^\circ$.

Câu 8. Một bể cá dạng hình hộp chữ nhật bằng kính (không nắp) có chiều dài 80 cm, chiều rộng 50 cm. Mực nước trong bể cao 35 cm. Người ra cho vào bể một hòn đá thì thể tích tăng 20 000 cm^3 . Hỏi mực nước trong bể lúc này cao bao nhiêu?

A. 40 cm.

B. 30 cm.

C. 60 cm.

D. 50 cm.

II. TỰ LUẬN (16,0 điểm)

Câu 9 (4,0 điểm). Tính giá trị của các biểu thức sau:

1. $A = 99^{99} - \left\{ 1, (3) - \left[5 \cdot 2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} + 99^9 \cdot (3^{12} - 9^6 - 99^{90}) \right] \right\}$

2. $B = \left(\frac{1}{2^2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{3^2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{4^2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{5^2} - 1 \right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{1}{100^2} - 1 \right)$

3. $Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$ với a, b, c thỏa mãn: $(3a - 2b)^2 + |4b - 3c| \leq 0$

Câu 10 (4,0 điểm).

1. a. Tìm x biết: $7^{x+2} + 7^x = 21^6 - 379 \cdot 7^{x-1}$

b. Tìm $x, y \in \mathbb{N}$ thỏa mãn: $2024^x + 4049 = |y - 2024| + y$

2. Ba lớp 7A, 7B, 7C cùng mua tăm từ thiện. Lúc đầu dự định chia số gói tăm cho 3 lớp nói trên theo tỷ lệ 4,5,6. Nhưng sau đó lại chia theo tỷ lệ 3,4,5 nên có một lớp nhận nhiều hơn dự định 8 gói. Tính tổng số gói tăm mà 3 lớp mua?

Câu 11 (3,0 điểm).

1. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $xy - 3x - 2y + 1 = 0$

2. Số nguyên dương n được gọi là số *thứ vị* nếu tồn tại số nguyên dương x, y, z, t sao cho $n = \frac{x^2 + y^2}{z^2 + t^2}$. Hỏi số 2028 có phải là số *thứ vị* không? Vì Sao?

Câu 12 (4,0 điểm). Cho tam giác ABC cân tại A . Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho $BD < CD$, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt các đường thẳng AB và AC lần lượt ở M và N .

1. Chứng minh rằng: $DM = EN$

2. Đường thẳng BC cắt MN tại điểm I . Chứng minh rằng điểm I là trung điểm của MN .

3. Từ điểm I kẻ đường thẳng d vuông góc MN . Chứng minh rằng đường thẳng d luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên cạnh BC .

Câu 13 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{|x - 2022| - |x - 2023| + |x - 2024| + 2022}{|x - 2022| + |x - 2023| + |x - 2024|}$$

.....**Hết**.....

(Giám thị coi giao lưu không giải thích gì thêm)

Học sinh:Số báo danh:

Giám thị số 1:Giám thị số 2:

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ GIAO LƯU TOÁN 7

- Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.
- Học sinh vẽ hình sai cơ bản thì bài hình không chấm điểm

I. Trắc nghiệm (4,0 điểm).

Mỗi ý đúng được 0,5 điểm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	B	D	D	A	C	D	B	A

II. Tự luận (16,0 điểm)

Câu	NỘI DUNG	Ghi chú
9 (4,0đ)	<p>Câu 9. (4,0 điểm). Tính giá trị của các biểu thức sau:</p> <p>1. $A = 99^{99} - \left\{ 1, (3) - \left[5.2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} + 99^9 \cdot (3^{12} - 9^6 - 99^{90}) \right] \right\}$</p> <p>2. $B = \left(\frac{1}{2^2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{3^2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{4^2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{5^2} - 1 \right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{1}{100^2} - 1 \right)$</p> <p>3. $Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$ với a, b, c thỏa mãn: $(3a - 2b)^2 + 4b - 3c \leq 0$</p>	
	<p>$A = 99^{99} - \left\{ 1, (3) - \left[5.2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} + 99^9 \cdot (3^{12} - 9^6 - 99^{90}) \right] \right\}$</p> <p>$A = 99^{99} - \left\{ 1, (3) - \left[5.2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} + 99^9 \cdot (3^{12} - 3^{12} - 99^{90}) \right] \right\}$</p>	
	<p>$= 99^{99} - \left\{ 1, (3) - \left[5.2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} - 99^{99} \right] \right\}$</p> <p>1. (1,5đ)</p>	
	<p>$= 99^{99} - \left\{ 1, (3) - 5.2^3 + (-7)^2 - \frac{1}{3} + 99^{99} \right\}$</p> <p>$= 99^{99} - \frac{4}{3} + 40 - 49 + \frac{1}{3} - 99^{99} = -10$</p> <p>Vậy A = -10</p>	
	<p>2. (1,5đ)</p> <p>$B = \left(\frac{1}{2^2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{3^2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{4^2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{5^2} - 1 \right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{1}{100^2} - 1 \right)$</p>	

	$B = \left(\frac{1}{2^2} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{3^2} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{4^2} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{5^2} - 1\right) \cdots \left(\frac{1}{100^2} - 1\right)$ $\Rightarrow -B = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{25}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{10000}\right)$ $= \frac{3}{2^2} \cdot \frac{8}{3^2} \cdot \frac{15}{4^2} \cdots \frac{9999}{100^2} \cdot$	
	$= \frac{1.3}{2^2} \cdot \frac{2.4}{3^2} \cdot \frac{3.5}{4^2} \cdots \frac{99.101}{100^2}$ $= \frac{1.2.3 \cdots 98.99}{2.3.4 \cdots 99.100} \cdot \frac{3.4.5 \cdots 100.101}{2.3.4 \cdots 99.100}$ $= \frac{1}{100} \cdot \frac{101}{2} = \frac{101}{200}$ <p>Vậy $B = -\frac{101}{200}$</p>	
	$Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$ với a, b, c thỏa mãn: $(3a - 2b)^2 + 4b - 3c \leq 0$	
	<p>Vì $(3a - 2b)^2 \geq 0; 4b - 3c \geq 0$ nên để $(3a - 2b)^2 + 4b - 3c \leq 0$ thì:</p> $\begin{cases} (3a - 2b)^2 = 0 \\ 4b - 3c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a = 2b \\ 4b = 3c \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$	
	<p>Đặt $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k \Rightarrow a = 2k; b = 3k; c = 4k$ Thay vào Q ta có:</p>	
	$Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} = \frac{(2k)^3 + (3k)^3 + (4k)^3}{2k \cdot 3k \cdot 4k} = \frac{k^3(2^3 + 3^3 + 4^3)}{24k^3} = \frac{33}{8}$	
10 (4,0đ)	<p>Câu 10. (4,0 điểm).</p> <p>1. a. Tìm x biết: $7^{x+2} + 7^x = 21^6 - 379 \cdot 7^{x-1}$ b. Tìm $x, y \in \mathbb{N}$ thỏa mãn: $2024^x + 4049 = y - 2024 + y$</p> <p>2. Ba lớp 7A, 7B, 7C cùng mua tăm từ thiện. Lúc đầu dự định chia số gói tăm cho 3 lớp nói trên theo tỷ lệ 4,5,6; nhưng sau đó lại chia theo tỷ lệ 3,4,5 nên có một lớp nhận nhiều hơn dự định 8 gói. Tính tổng số gói tăm 3 lớp mua?</p>	
	<p>1) (1,0đ)</p> <p>a. Ta có:</p> $7^{x+2} + 7^x = 21^6 - 379 \cdot 7^{x-1}$ $7^{x+2} + 7^x + 379 \cdot 7^{x-1} = 21^6$	

	$7^{x-1}(7^3 + 7 + 379) = 21^6$ $7^{x-1} \cdot 729 = 21^6$ $7^{x-1} \cdot 3^6 = 7^6 \cdot 3^6$	
	$7^{x-1} = 7^6$ $x - 1 = 6$ $x = 7$ <p>Vậy $x = 7$</p>	
1. (1,0đ)	<p>b. $2024^x + 4049 = y - 2024 + y$ (1)</p> <p>TH1: Nếu $0 \leq y < 2024$</p> <p>Từ (1) suy ra $2024^x + 4049 = 2024 - y + y$</p> $2024^x + 4049 = 2024 \text{ (loại)}$ <p>Vì vế trái $2024^x + 4049 > 4049$</p>	
	<p>TH2: Nếu $2024 \leq y$</p> <p>Từ (1) suy ra $2024^x + 4049 = y - 2024 + y$</p> $2024^x + 4049 = 2y - 2024$ <p>Với $x, y \in N$ ta có vế phải là số chẵn.</p> <p>Nên để bài toán xảy ra thì 2024^x phải là số lẻ</p> <p>Do $x \in N$ nên $x = 0$</p> <p>Với $x = 0$ thay vào ta tìm được $y = 3037$ (t/m)</p> <p>Vậy $(x, y) = (0; 3037)$</p>	
2. (2,0đ)	<p>Gọi tổng số tấm ba lớp 7A, 7B, 7C mua là x (gói) (Điều kiện $x \in N^*$)</p> <p>Gọi số tấm ba lớp 7A, 7B, 7C dự định mua lần lượt là a, b, c (gói) ($a, b, c \in N^*$).</p> <p>Theo bài ra ta có $\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{6}$</p>	
	<p>Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có</p> $\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{6} = \frac{a+b+c}{4+5+6} = \frac{x}{15} \text{ suy ra } a = \frac{4x}{15}; b = \frac{5x}{15}; c = \frac{6x}{15} \text{ (1)}$	
	<p>Gọi số tấm ba lớp 7A, 7B, 7C thực tế mua lần lượt là a', b', c' (gói)</p> <p>($a', b', c' \in N^*$)</p> <p>Theo bài ra ta có $\frac{a'}{3} = \frac{b'}{4} = \frac{c'}{5}$</p>	

	<p>Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có</p> $\frac{a'}{3} = \frac{b'}{4} = \frac{c'}{5} = \frac{a'+b'+c'}{3+4+5} = \frac{x}{12} \text{ suy ra } a' = \frac{3x}{12}; b' = \frac{4x}{12}; c' = \frac{5x}{12} \quad (2)$																				
	<p>Từ (1) và (2) suy ra $b = b'$; $a > a'$, $c < c'$ suy ra lớp nhận nhiều hơn dự định 8 gói là lớp 7C.</p> <p>Do đó $\frac{5x}{12} - \frac{6x}{15} = 8$</p> $\frac{25x}{60} - \frac{24x}{60} = \frac{480}{60}$ $25x - 24x = 480$ $x = 480 \text{ (Thỏa mãn điều kiện)}$ <p>Vậy tổng số gói tằm 3 lớp 7A, 7B, 7C mua là 480 gói.</p>																				
11 (3,0đ)	<p>Câu 11. (3,0 điểm)</p> <p>1. Tìm các số nguyên x, y sao cho: $x - 2xy + y - 3 = 0$</p> <p>2. Số nguyên dương n được gọi là số <i>thứ vị</i> nếu tồn tại số nguyên dương x, y, z, t sao cho $n = \frac{x^2 + y^2}{z^2 + t^2}$. Hỏi số 2028 có phải là số <i>thứ vị</i> không? Vì Sao?</p>																				
	<p>Ta có: $xy - 3x - 2y + 1 = 0$</p> $x(y - 3) - 2(y - 3) - 6 + 1 = 0$ $(x - 2)(y - 3) = 5$																				
	<p>Vì x, y là các số nguyên nên $x - 2, y - 3$ là các số nguyên và $x - 2, y - 3 \in U(5) = \{1; -1; 5; -5\}$.</p>																				
	<p>1. (1,5đ)</p> <p>Ta có bảng giá trị sau:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>$x - 2$</td> <td>1</td> <td>-1</td> <td>5</td> <td>-5</td> </tr> <tr> <td>$y - 3$</td> <td>5</td> <td>-5</td> <td>1</td> <td>-1</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>3</td> <td>1</td> <td>7</td> <td>-3</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>8</td> <td>-2</td> <td>4</td> <td>2</td> </tr> </table> <p>Vậy $(x, y) \in \{(3; 8), (1; -2), (7; 4), (-3; 2)\}$.</p>	$x - 2$	1	-1	5	-5	$y - 3$	5	-5	1	-1	x	3	1	7	-3	y	8	-2	4	2
$x - 2$	1	-1	5	-5																	
$y - 3$	5	-5	1	-1																	
x	3	1	7	-3																	
y	8	-2	4	2																	
<p>2. (1,5đ)</p> <p>Giả sử 2028 là số <i>thứ vị</i>, tồn tại số nguyên dương x, y, z, t thỏa mãn</p> $x^2 + y^2 = 2028(z^2 + t^2) \quad (1)$ <p>Trong các bộ số $(x; y; z; t)$ thỏa mãn (1) ta xét bộ số $(x; y; z; t)$ với $x + y + z + t$ nhỏ nhất.</p> <p>Vì $2028:3$ nên $x^2 + y^2:3$, khi đó x và y đều chia hết cho 3</p> <p>Suy ra $x^2 + y^2$ chia hết cho 9</p>																					

	<p>Vì 2028 không chia hết cho 9 nên suy ra $z^2 + t^2$ chia hết cho 3</p> <p>Khi đó z và t đều chia hết cho 3</p> <p>Suy ra $x = 3x_1; y = 3y_1; z = 3z_1; t = 3t_1$ (Với $x_1; y_1; z_1; t_1$ là các số nguyên dương)</p> <p>Ta được: $(3x_1)^2 + (3y_1)^2 = 2028[(3z_1)^2 + (3t_1)^2]$</p> $x_1^2 + y_1^2 = 2028(z_1^2 + t_1^2)$ <p>Do đó bộ số $(x_1; y_1; z_1; t_1)$ thỏa mãn (1).</p> <p>mà $x_1 + y_1 + z_1 + t_1 < x + y + z + t$, điều này mâu thuẫn với cách chọn bộ số $(x; y; z; t)$</p> <p>Vậy điều giả sử là sai, suy ra 2028 không phải là số thú vị.</p>	
12 (4,0đ)	<p>Câu 12 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho $BD < CD$, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt các đường thẳng AB và AC lần lượt ở M và N.</p> <p>1. Chứng minh rằng: $DM = EN$</p> <p>2. Đường thẳng BC cắt MN tại điểm I. Chứng minh rằng điểm I là trung điểm của MN.</p> <p>3. Từ điểm I kẻ đường thẳng d vuông góc MN. Chứng minh rằng đường thẳng d luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên cạnh BC.</p>	
Hình vẽ		
1. (1,5đ)	<p>1. Chứng minh rằng: $DM = EN$</p> <p>Ta có : $\angle ABC = \angle ACB$ (vì $\triangle ABC$ cân tại A)</p> <p>$\angle ACB = \angle ECN$ (Hai góc đối đỉnh) (2)</p>	

	<p>suy ra $ABC = ECN$ hay $MBD = ECN$</p>	
	<p>Xét $\triangle MDB$ và $\triangle NEC$ có: $BDM = CEN = 90^\circ$; $BD = CE(gt)$; $MBD = ECN$ (cmt) $\Rightarrow \triangle MDB = \triangle NEC$ (g.c.g) $\Rightarrow DM = EN$. (hai cạnh tương ứng).</p>	
2. (1,5đ)	<p>2. Đường thẳng BC cắt MN tại điểm I. Chứng minh rằng điểm I là trung điểm của MN.</p>	
	<p>$\triangle MDI$ vuông tại D: $DMI + MID = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông) $\triangle NEI$ vuông tại E: $ENI + NIE = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông)</p>	
	<p>Mà $MID = NIE$ (đối đỉnh) nên $DMI = ENI$ và $DM = EN$ $\Rightarrow \triangle MDI = \triangle NEI$ (g.c.g) $\Rightarrow IM = IN$ (cặp cạnh tương ứng)</p>	
	<p>Vậy BC cắt MN tại điểm I là trung điểm của MN</p>	
3. (1,0đ)	<p>3. Từ I kẻ đường thẳng d vuông góc với MN. Chứng minh rằng đường thẳng d luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên cạnh BC.</p>	
	<p>Kẻ $AH \perp BC$ ($H \in BC$) $\Rightarrow HAB = HAC$ Gọi O là giao điểm của AH với đường thẳng d. Ta có: $\triangle OAB = \triangle OAC$ (c.g.c) $\Rightarrow OBA = OCA$ (cặp góc tương ứng) (1) $\Rightarrow OC = OB$ (cặp cạnh tương ứng).</p>	
	<p>$\triangle OIM = \triangle OIN$ (c.g.c) $\Rightarrow OM = ON$ (cặp cạnh tương ứng) $\triangle OBM = \triangle OCN$ (c.c.c) $\Rightarrow OBM = OCN$ (cặp góc tương ứng) (2)</p>	
	<p>Từ (1) và (2) suy ra $OCA = OCN = 90^\circ$, do đó $OC \perp AC$ Vậy điểm O cố định.</p>	
13 (1,0đ)	<p>Câu 13. (1,0 điểm) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{ x-2022 - x-2023 + x-2024 + 2022}{ x-2022 + x-2023 + x-2024 }$</p>	
	$P = \frac{ x-2022 + x-2023 + x-2024 + 2022 - 2 x-2023 }{ x-2022 + x-2023 + x-2024 }$	

$$P = 1 + \frac{2022 - 2|x - 2023|}{|x - 2022| + |x - 2023| + |x - 2024|}$$

$$|x - 2023| \geq 0 \Rightarrow 2022 - 2|x - 2023| \leq 2022$$

$$|x - 2022| + |x - 2023| + |x - 2024| = |x - 2022| + |2024 - x| + |x - 2023|$$

$$\geq |x - 2022 + 2024 - x| + |x - 2023| = 2 + |x - 2023| \geq 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{|x - 2022| + |x - 2023| + |x - 2024|} \leq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2022 - 2|x - 2023|}{|x - 2022| + |x - 2023| + |x - 2024|} \leq \frac{2022}{2}$$

$$P = 1 + \frac{2022 - 2|x - 2023|}{|x - 2022| + |x - 2023| + |x - 2024|} \leq 1 + \frac{2022}{2} = 1012$$

Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} x - 2023 = 0 \\ (x - 2022)(2024 - x) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2023$

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 1012$ khi và chỉ khi $x = 2023$

Thời gian làm bài: 90 phút không kể thời gian phát đề
(Đề thi gồm 02 trang)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN: (6,0 điểm)

Câu 1. Giá trị của biểu thức: $A = 11^{2024} + 11^{2023} - 11^{2022} \cdot 12$ chia hết cho số nào sau đây

- A. 120. B. 144. C. 150. D. 160.

Câu 2. Cho $a^{2n} = 16$, với n là số tự nhiên chẵn. Kết quả của phép tính $a^{3n} - 16$ là

- A. 48. B. -70. C. -70 hoặc 48. D. -48.

Câu 3. Cho $\frac{a-3}{a} = \frac{b+15}{b}$, khi đó tỉ số $\frac{a}{b}$ bằng

- A. 5. B. $\frac{-1}{5}$. C. -5. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 4. Cho 3 số a, b, c khác 0 thỏa mãn $\frac{b+c}{a} = 1$. Giá trị của biểu thức

$$A = \left(1 - \frac{c}{a}\right) \left(1 - \frac{a}{b}\right) \left(1 + \frac{b}{c}\right)$$
 là

- A. 0. B. -1. C. 3. D. 1.

Câu 5. Cho đa thức $F(x)$ thỏa mãn điều kiện: $x.F(x+2) = (x+4).F(x)$. Giá trị nào sau đây là nghiệm của đa thức $F(x)$?

- A. -2; 0. B. 2; 4. C. -4; -2. D. 0; 2.

Câu 6. Giá trị của biểu thức $M = 20x^2y + 12xy^2$ với x, y thỏa mãn điều kiện $|2x-6| + (3y+1)^{2024} = 0$ là

- A. -64. B. -56. C. 64. D. 56.

Câu 7. Cho 25 đường thẳng cắt nhau tại một điểm. Số cặp góc đối đỉnh (không kể góc bẹt) được tạo thành là

- A. 1225. B. 1200. C. 600. D. 1300.

Câu 8. Tam giác ABC có $A = 60^\circ$; $B = C + 40^\circ$. Kẻ $CK \perp AB$ tại K . Khi đó BCK bằng

- A. 30° . B. 50° . C. 20° . D. 10° .

Câu 9. Cho tam giác ABC cân có $AB = 7cm$, $AC = 1cm$, khi đó chu vi tam giác ABC bằng

- A. 9cm. B. 8cm. C. 15cm. D. 9cm hoặc 15cm.

Câu 10. Cho tam giác ABC có $B + C = 90^\circ$, AM là đường trung tuyến. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Biết $BC = 18cm$, khi đó độ dài đoạn thẳng AG bằng

- A. 9cm. B. 12cm. C. 6cm. D. 27cm.

Câu 11. Cho tam giác ABC có $6A = 4B = 3C$. Kết quả nào sau đây là đúng

A. $AB > BC > AC$. **B.** $AB > AC > BC$. **C.** $AC > AB > BC$. **D.** $BC > AB > AC$.

Câu 12. Bạn Hạnh tung đồng xu một số lần liên tiếp. Biết xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt sấp là $\frac{4}{9}$ và tích của số lần xuất hiện mặt sấp với số lần xuất hiện mặt ngửa

là 500. Hỏi bạn Hạnh đã tung đồng xu bao nhiêu lần?

A. 5.

B. 9.

C. 14.

D. 45.

II. PHẦN TỰ LUẬN: (14,0 điểm)

Câu 1. (3,0 điểm)

1.1. Tìm các số nguyên tố x, y biết $x^2 - 6y^2 = 1$.

1.2. Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $2xy + 6x^2 - y - 3x = 11$.

Câu 2. (4,0 điểm)

2.1. Cho các số x, y, z khác 0 và thỏa mãn điều kiện $\frac{xy}{x+y} = \frac{yz}{y+z} = \frac{zx}{z+x}$. Tính giá trị

của biểu thức $M = \frac{xy}{z^2} + \frac{yz}{x^2} + \frac{zx}{y^2} + \frac{x^2y + y^2z + z^2x}{x^3 + y^3 + z^3}$.

2.2. Biết đa thức $f(x)$ chia cho $x+3$ thì dư 10, chia cho $x-2$ thì dư 5, chia cho $(x+3).(x-2)$ được thương là $2x$ và còn dư. Tìm đa thức $f(x)$ và sắp xếp đa thức $f(x)$ theo lũy thừa giảm dần của biến.

Câu 3. (5,0 điểm)

Cho ΔABC vuông tại A ($AB < AC$). Gọi M là trung điểm của cạnh BC , lấy điểm D thuộc tia đối của tia MA sao cho $MD = MA$. Kẻ BI vuông góc với AD tại I , CK vuông góc với AD tại K .

a) Chứng minh rằng $BI = CK$.

b) Kẻ AH vuông góc với BC tại H , MN vuông góc với BD tại N . Chứng minh rằng các đường thẳng CK, AH, MN đồng quy.

c) Chứng minh rằng N là trung điểm của BD .

d) Chứng minh rằng $BC - AB > AC - AH$.

Câu 4. (2,0 điểm)

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (|x - 26| + 1)^2 + |3 - y| + 2023$.

b) Chứng minh rằng trong 27 số tự nhiên tùy ý luôn tồn tại hai số sao cho tổng hoặc hiệu của chúng chia hết cho 50.

----- **Hết** -----

Họ và tên thí sinh : Số báo danh

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ THANG ĐIỂM

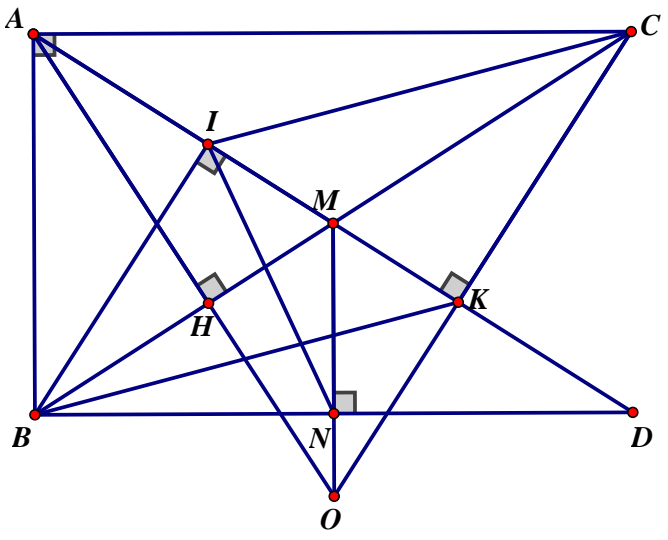
I. Trắc nghiệm khách quan (6,0 điểm): Mỗi câu đúng được 0,5 điểm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	A	A	B	B	A	B	C	D	C	C	B	D

II. Tự luận (14,0 điểm):

Câu	Đáp án	Điểm																			
1	1.1. Tìm các số nguyên tố x, y biết $x^2 - 6y^2 = 1$.	1,5																			
	Ta có: $x^2 - 6y^2 = 1 \Rightarrow x^2 - 1 = 6y^2 \Rightarrow (x-1)(x+1) = 6y^2$ Vì $6y^2 : 2 \Rightarrow (x-1)(x+1) : 2$, mà $x-1+x+1 = 2x : 2$ nên $x-1, x+1$ là số chẵn liên tiếp	0,75																			
	$\Rightarrow (x-1)(x+1) : 8 \Rightarrow 6y^2 : 8 \Rightarrow 3y^2 : 4 \Rightarrow y : 2$, mà y là số nguyên tố nên $y = 2$	0,5																			
	Ta có: $x^2 - 6.2^2 = 1 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5$																				
	Vậy $(x; y) = (5; 2)$	0,25																			
	1.2. Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $2xy + 6x^2 - y - 3x = 11$.	1,5																			
	Ta có: $2xy + 6x^2 - y - 3x = 11 \Rightarrow (2x-1)y = -6x^2 + 3x + 11$ $\Rightarrow y = \frac{-6x^2 + 3x + 11}{2x-1} = \frac{-3x(2x-1) + 11}{2x-1} = -3x + \frac{11}{2x-1}$ (chú ý: học sinh có thể phân tích thành $(2x-1)(3x+y) = 11$) Vì y nguyên $\Rightarrow \frac{11}{2x-1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 11 : 2x-1 \Rightarrow 2x-1$ thuộc các ước của 11	0,75																			
Ta có bảng																					
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>$2x-1$</td> <td>-11</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>11</td> </tr> <tr> <td>$2x$</td> <td>-10</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>-5</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>14</td> <td>-11</td> <td>8</td> <td>-17</td> </tr> </table>	$2x-1$	-11	-1	1	11	$2x$	-10	0	2	12	x	-5	0	1	6	y	14	-11	8	-17	0,5
$2x-1$	-11	-1	1	11																	
$2x$	-10	0	2	12																	
x	-5	0	1	6																	
y	14	-11	8	-17																	

	Vậy $(x; y) \in \{(-5; 14); (0; -11); (1; 8); (6; -17)\}$	0,25
	<p>2.1. Cho các số x, y, z khác 0 và thỏa mãn điều kiện</p> $\frac{xy}{x+y} = \frac{yz}{y+z} = \frac{zx}{z+x}.$ <p>Tính giá trị của biểu thức</p> $A = \frac{xy}{z^2} + \frac{yz}{x^2} + \frac{zx}{y^2} + \frac{x^2y + y^2z + z^2x}{x^3 + y^3 + z^3}.$	2,0
	<p>Ta có:</p> $\frac{xy}{x+y} = \frac{yz}{y+z} = \frac{zx}{z+x} \Rightarrow \frac{x+y}{xy} = \frac{y+z}{yz} = \frac{z+x}{zx}$ $\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{z} + \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{y} = \frac{1}{z} \Rightarrow x = y = z$	1,0
2	$A = \frac{xy}{z^2} + \frac{yz}{x^2} + \frac{zx}{y^2} + \frac{x^2y + y^2z + z^2x}{x^3 + y^3 + z^3}$ $A = \frac{z^2}{z^2} + \frac{x^2}{x^2} + \frac{y^2}{y^2} + \frac{x^3 + y^3 + z^3}{x^3 + y^3 + z^3} = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$	1,0
	<p>2.2. Biết đa thức $f(x)$ chia cho $x+3$ thì dư 10, chia cho $x-2$ thì dư 5, chia cho $(x+3).(x-2)$ được thương là $2x$ và còn dư. Tìm đa thức $f(x)$ và sắp xếp đa thức $f(x)$ theo lũy thừa giảm dần của biến.</p>	2,0
	Vì đa thức $f(x)$ chia cho $(x+3).(x-2)$ được thương là $2x$ và còn dư nên đa thức $f(x)$ có dạng $f(x) = 2x.(x+3).(x-2) + ax + b$	0,75
	<p>Do $f(x)$ chia cho $x+3$ thì dư 10, chia cho $x-2$ thì dư 5 nên</p> $\begin{cases} f(-3) = 10 \\ f(2) = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3a + b = 10 \\ 2a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 7 \end{cases}$	0,75
	$f(x) = 2x.(x+3).(x-2) - x + 7 = 2x^3 + 2x^2 - 13x + 7$	0,5
3	<p>Cho ΔABC vuông tại A ($AB < AC$). Gọi M là trung điểm của cạnh BC, lấy điểm D thuộc tia đối của tia MA sao cho $MD = MA$. Kẻ BI vuông góc với AD tại I, CK vuông góc với AD tại K.</p> <p>a) Chứng minh rằng $BI = CK$.</p> <p>b) Kẻ AH vuông góc với BC tại H, MN vuông góc với BD tại N. Chứng minh rằng các đường thẳng CK, AH, MN đồng quy.</p> <p>c) Chứng minh rằng N là trung điểm của BD.</p> <p>d) Chứng minh rằng $BC - AB > AC - AH$.</p>	5,0

		
	a) Chứng minh rằng $BI = CK$.	1,5
	<p>Xét $\triangle IBM$ và $\triangle KCM$ có :</p> <p>$\angle BIM = \angle CKM (= 90^\circ)$</p> <p>$BM = MC$ (Vì M là trung điểm của BC)</p> <p>$\angle BMI = \angle CMK$ (2 góc đối đỉnh)</p> <p>$\Rightarrow \triangle IBM = \triangle KCM$ (cạnh huyền – góc nhọn)</p> <p>$\Rightarrow BI = CK$ (2 cạnh tương ứng).</p>	
	b) Kẻ AH vuông góc với BC tại H, MN vuông góc với BD tại N. Chứng minh rằng các đường thẳng CK, AH, MN đồng quy.	1,5
	<p>Xét $\triangle AMC$ và $\triangle DMB$ có</p> <p>$MC = MB$ (Vì M là trung điểm của BC)</p> <p>$\angle CMA = \angle BMD$ (2 góc đối đỉnh)</p> <p>$MA = MD$ (gt)</p> <p>$\Rightarrow \triangle AMC = \triangle DMB$ (c-g-c)</p> <p>$\Rightarrow \angle MAC = \angle MDB$ (2 góc tương ứng) $\Rightarrow AC \parallel BD$</p>	0,75
	<p>Gọi giao điểm của AH và CK là O.</p> <p>Xét $\triangle ACO$ có: AK và CH là các đường cao, mà chúng cắt nhau ở M</p> <p>$\Rightarrow M$ là trực tâm của $\triangle ACO \Rightarrow OM \perp AC$ (1).</p> <p>Mặt khác có $MN \perp BD$ (gt), mà $BD \parallel AC$ (cmt) $\Rightarrow MN \perp AC$ (2).</p> <p>Từ (1) và (2) $\Rightarrow O, M, N$ thẳng hàng.</p> <p>Suy ra ba đường CK, AH, MN, đồng quy tại O</p>	0,75
	c) Chứng minh rằng N là trung điểm của BD.	1,0
	<p>Xét $\triangle ABD$ và $\triangle BAC$ có</p> <p>AB là cạnh chung</p>	

	$ABD = BAC (= 90^\circ)$ $BD = AC$ (vì $\triangle AMC = \triangle DMB$) $\Rightarrow \triangle ABD = \triangle BAC$ (c-g-c) $\Rightarrow BC = AD$ (2 cạnh tương ứng) $\Rightarrow \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}AD \Rightarrow BM = MD \Rightarrow \triangle BMD$ cân tại M . \Rightarrow Đường cao MN đồng thời là đường trung tuyến của $\triangle BMD$. $\Rightarrow N$ là trung điểm của BD .	
	d) Chứng minh rằng $BC - AB > AC - AH$.	1,0
	<p>Trên BC lấy điểm F sao cho $BF = AB$.</p> <p>Thì $CF = BC - BF = BC - AB$ (3)</p> <p>Trên AC lấy điểm E sao cho $AE = AH$</p> <p>Thì $CE = AC - AE = AC - AH$ (4)</p> <p>Ta có $BAF + A_2 = 90^\circ$ (tam giác ABC vuông tại A)</p> <p>$AFB + A_1 = 90^\circ$ (tam giác AHF vuông tại H)</p> <p>Mà $BAF = BFA$ (tam giác ABF cân tại B). Nên $A_1 = A_2$</p> <p>Để thấy $\triangle AHF = \triangle AEF$ (c-g-c)</p> <p>$\Rightarrow AHF = AEF = 90^\circ$</p> <p>Suy ra tam giác EFC vuông tại E nên $FC > EC$ (5)</p> <p>Từ (3), (4), (5) $\Rightarrow BC - AB > AC - AH$ (đpcm).</p>	
4	a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = (x - 26 + 1)^2 + 3 - y + 2023$	1,0
a	<p>Ta có:</p> <p>$x - 26 + 1 \geq 1 \Rightarrow (x - 26 + 1)^2 \geq 1$; và $3 - y \geq 0$</p> <p>$\Rightarrow P = (x - 26 + 1)^2 + 3 - y + 2023 \geq 1 + 2023 = 2024$</p> <p>Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x - 26 = 0 \\ 3 - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 26 \\ y = 3 \end{cases}$</p> <p>Vậy $\text{Min}(P) = 2024$ khi $x = 26$; $y = 3$</p>	1,0

	b) Chứng minh rằng trong 27 số tự nhiên tùy ý luôn tồn tại hai số sao cho tổng hoặc hiệu của chúng chia hết cho 50.	1,0
b	<ul style="list-style-type: none"> - Tất cả các số dư trong phép chia cho 50 được chia thành 26 nhóm sau: (0); (1; 49); (2; 48);; (24; 26); (25). - Lấy 27 số tự nhiên chia cho 50 nhận được 27 số dư, 27 số dư này sẽ thuộc vào 26 nhóm trên. - Theo nguyên lý Dirichle tồn tại ít nhất hai số dư thuộc vào 1 nhóm, tức là tồn tại 2 số có tổng số dư trong phép chia cho 50 bằng 50 hoặc hiệu số dư trong phép chia cho 50 bằng 0 => Hai số này có tổng hoặc hiệu chia hết cho 50. 	1,0

GỢI Ý MỘT SỐ CÂU TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Giá trị của biểu thức: $A = 11^{2024} + 11^{2023} - 11^{2022} \cdot 12$ chia hết cho số nào sau đây
A. 120. **B.** 144. **C.** 150. **D.** 160.

Ta có $11^{2024} + 11^{2023} - 11^{2022} \cdot 12 = 11^{2022}(11^2 + 11 - 12) = 11^{2022} \cdot 120 : 120 \Rightarrow \mathbf{A}$

Câu 2. Cho $a^{2n} = 16$, với n là số tự nhiên chẵn. Kết quả của phép tính $a^{3n} - 16$ là
A. 48. **B.** -70. **C.** -70 hoặc 48. **D.** - 48 .

Ta có $a^{2n} = 16 \Rightarrow a^n = \pm 4$, do n là số tự nhiên chẵn nên chọn $a^n = 4$

Khi đó $a^{3n} - 16 = 4^3 - 16 = 48 \Rightarrow \mathbf{A}$

Câu 3. Cho $\frac{a-3}{a} = \frac{b+15}{b}$, khi đó tỉ số $\frac{a}{b}$ bằng

A. 5. **B.** $\frac{-1}{5}$. **C.** - 5. **D.** $\frac{1}{5}$.

Ta có $\frac{a-3}{a} = \frac{b+15}{b} \Rightarrow 1 - \frac{3}{a} = 1 + \frac{15}{b} \Rightarrow -\frac{3}{a} = \frac{15}{b} \Rightarrow \frac{a}{b} = -\frac{1}{5} \Rightarrow \mathbf{B}$

Câu 4. Cho 3 số a, b, c khác 0 thỏa mãn $\frac{b+c}{a} = 1$. Giá trị của biểu thức

$A = \left(1 - \frac{c}{a}\right) \left(1 - \frac{a}{b}\right) \left(1 + \frac{b}{c}\right)$ là

A. 0. **B.** -1. **C.** 3. **D.** 1.

Ta có $\frac{b+c}{a} = 1 \Rightarrow b+c = a, a-c = b, b-a = -c$

Khi đó $A = \left(1 - \frac{c}{a}\right) \left(1 - \frac{a}{b}\right) \left(1 + \frac{b}{c}\right) = \frac{a-c}{a} \cdot \frac{b-a}{b} = \frac{c+b}{c} = \frac{b}{c} \cdot \frac{-c}{a} \cdot \frac{a}{b} = -1 \Rightarrow \mathbf{B}$

Câu 5. Cho đa thức $F(x)$ thỏa mãn điều kiện: $x.F(x+2) = (x+4).F(x)$. Nghiệm của đa thức $F(x)$ là

A. -2; 0. **B.** 2; 4. **C.** -4; -2. **D.** 0; 2.

Cho $x=0$, ta có $0.F(0+2) = (0+4).F(0) \Rightarrow F(0)=0$ suy ra $x=0$ là 1 nghiệm của đa thức $F(x)$

Cho $x=-4$, ta có $-4.F(-4+2) = (-4+4).F(-4) \Rightarrow F(-2)=0$, suy ra $x=-2$ là 1 nghiệm của đa thức $F(x)$

Vậy đa thức $F(x)$ có ít nhất 2 nghiệm là $x=-2, x=0 \Rightarrow$ **A**

Câu 6. Giá trị của biểu thức $M = 20x^2y + 12xy^2$ với x, y thỏa mãn điều kiện $|2x-6| + (3y+1)^{2024} = 0$ là

A. -64. **B.** -56. **C.** 64. **D.** 56.

Ta có $|2x-6| + (3y+1)^{2024} = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x-6=0 \\ 3y+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-\frac{1}{3} \end{cases}$

Khi đó $M = 20x^2y + 12xy^2 = 20.3^2.(-\frac{1}{3}) + 12.3.(-\frac{1}{3})^2 = -60 + 4 = -56 \Rightarrow$ **B**

Câu 7. Cho 25 đường thẳng cắt nhau tại một điểm. Số cặp góc đối đỉnh (không kể góc bẹt) được tạo thành là

A. 1225. **B.** 1200. **C.** 600. **D.** 1300.

Với n đường thẳng cắt nhau tại 1 điểm, thì số góc tạo thành không kể góc bẹt là $n(n-1)$ góc

Khi $n = 25$, số góc tạo thành là $25.(25-1) = 600$ (góc) \Rightarrow **C**

Câu 8. Tam giác ABC có $A = 60^\circ$; $B = C + 40^\circ$. Kẻ $CK \perp AB$ tại K . Khi đó BCK bằng

A. 30° . **B.** 50° . **C.** 20° . **D.** 10° .

Ta có $B + C = 120^\circ, B = C + 40^\circ \Rightarrow B = 80^\circ, C = 40^\circ$

Tam giác BCK vuông tại K , do đó $B + BCK = 90^\circ \Rightarrow BCK = 90^\circ - B = 10^\circ \Rightarrow$ **D**

Câu 9. Cho tam giác ABC cân có $AB = 7cm, AC = 1cm$, khi đó chu vi tam giác ABC bằng

A. $9cm$. **B.** $8cm$. **C.** $15cm$. **D.** $9cm$ hoặc $15cm$.

Theo bất đẳng thức tam giác suy ra ABC cân tại B . Khi đó $AB = BC = 7cm$

Vậy chu vi tam giác ABC là: $AB + BC + CA = 7cm + 7cm + 1cm = 15cm \Rightarrow$ **C**

Câu 10. Cho tam giác ABC có $B + C = 90^\circ$, AM là đường trung tuyến. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Biết $BC = 18cm$, khi đó độ dài đoạn thẳng AG bằng

A. $9cm$. **B.** $12cm$. **C.** $6cm$. **D.** $27cm$.

Ta có $B + C = 90^\circ \Rightarrow A = 90^\circ$, trong tam giác vuông ABC có AM là trung tuyến, do

đó $AM = \frac{1}{2}BC$

Mà G là trọng tâm nên $AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot BC = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 18 = 6 \text{ cm} \Rightarrow \mathbf{C}$

Câu 11. Cho tam giác ABC có $6A = 4B = 3C$. Kết quả nào sau đây là đúng

A. $AB > BC > AC$. **B.** $AB > AC > BC$. **C.** $AC > AB > BC$. **D.** $BC > AB > AC$.

Ta có $6A = 4B = 3C \Rightarrow \frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{4}$ và $A + B + C = 180^\circ$

Áp dụng tính chất DTS bằng nhau ta có $A = 40^\circ, B = 60^\circ, C = 80^\circ$

Suy ra $C > B > A \Rightarrow AB > AC > BC \Rightarrow \mathbf{B}$

Câu 12. Bạn Hạnh tung đồng xu một số lần liên tiếp. Biết xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt sấp là $\frac{4}{9}$ và tích của số lần xuất hiện mặt sấp với số lần xuất hiện mặt ngửa là 500. Hỏi bạn Hạnh đã tung đồng xu bao nhiêu lần?

A. 5. **B.** 9. **C.** 14. **D.** 45.

Vì xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt S là $\frac{4}{9} = \frac{4k}{9k}$ ($k \in \mathbb{N}^*$)

Do đó tổng số lần tung đồng xu là: $9.k$ (lần)

Nên số lần xuất hiện mặt S là $4k$ (lần)

thì số lần xuất hiện mặt N là: $9k - 4k = 5k$

Vì tích của số lần xuất hiện mặt S và số lần xuất hiện mặt ngửa là 500 nên: $4k.5k = 500 \Rightarrow k^2 = 25 \Rightarrow k = 5$ vì $k \in \mathbb{N}^*$

Vậy bạn An đã tung : $9.5 = 45$ lần $\Rightarrow \mathbf{D}$

----- **Hết** -----

I. PHẦN CHUNG (dành cho tất cả các thí sinh)

Bài 1. (1,5 điểm) Tính giá trị của các biểu thức sau:

1) $A = 16\frac{3}{5} \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)^2 - 13\frac{3}{5} \cdot \sqrt{\frac{1}{81}}$

2) $B = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}}$

3) $M = \frac{2}{3} \left(1 + \frac{1}{2 \cdot 4}\right) \left(1 + \frac{1}{3 \cdot 5}\right) \left(1 + \frac{1}{4 \cdot 6}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2022 \cdot 2024}\right)$.

Bài 2. (2,5 điểm)

1) Tìm x, y biết: a) $(2x - 1)^{10} = 49^5$;

b) $\frac{1+3y}{12} = \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x}$.

2) Ba lớp 7A, 7B, 7C có tất cả 104 học sinh. Nếu có 8 em học sinh lớp 7B chuyển sang lớp 7A và 2 em học sinh lớp 7C chuyển sang lớp 7A thì số học sinh còn lại của lớp 7A, 7B, 7C tỉ lệ nghịch với 2; 4; 3. Tính số học sinh lúc đầu của mỗi lớp.

Bài 3. (1,0 điểm)

1) Tìm tất cả các số nguyên x, y thỏa mãn $3xy - 5x - 6y + 7 = 0$.

2) Tìm các số nguyên tố p thỏa mãn $2^p + p^2$ là số nguyên tố.

Bài 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A ($BAC > 90^\circ$). Kẻ AM vuông góc với BC tại M. Kẻ tia Bx vuông góc với AB (tia Bx và điểm C nằm khác phía so với đường thẳng AB). Trên tia Bx lấy điểm E sao cho $AB = BE$. Trên tia đối của tia AM lấy điểm D sao cho $AD = BC$.

1) Chứng minh $BAD = ABM + 90^\circ$ và $BD = CE$.

2) Qua B kẻ đường thẳng song song với CE, cắt đường thẳng AM tại H. Chứng minh $BH \perp BD$.

3) Tia phân giác của góc ABC cắt AC tại K, tia phân giác của góc BKC cắt BC tại P, qua K kẻ đường thẳng vuông góc với KP, cắt đường thẳng BC tại Q. Trên đường thẳng CQ lấy điểm I sao cho $IK = IQ$. Chứng minh $KBC = IKC$.

II. PHẦN RIÊNG

1. Dành cho thí sinh bảng A

Bài 5. (2,0 điểm)

1) Một phố nhỏ có 44 người trong độ tuổi từ 1 đến 85 (tuổi mỗi người là một số nguyên dương). Chứng minh rằng trong số những người trên có hai người cùng tuổi hoặc có ba người mà tuổi của một người bằng tổng số tuổi của hai người kia.

2) Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Giả sử D là điểm nằm bên trong tam giác sao cho tam giác ABD cân và $ADB = 150^\circ$. Trên nửa mặt phẳng không chứa D có bờ là đường thẳng AC lấy điểm E sao cho tam giác ACE là tam giác đều. Chứng minh ba điểm B, D, E thẳng hàng.

2. Dành cho thí sinh bảng B

Bài 5. (2,0 điểm)

1) Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với số tiền là 200 triệu đồng, gửi theo lãi suất 6% kì hạn một năm lĩnh lãi mỗi quý (3 tháng). Theo qui định nếu đến hạn mà không đến lĩnh lãi thì số đó sẽ được nhập vào vốn gửi ban đầu. Do công việc người đó không đến lĩnh lãi quý thứ nhất, các quý còn lại vẫn đến lĩnh lãi bình thường. Vậy tổng số tiền gửi và lãi sau một năm người đó sẽ nhận được là bao nhiêu?

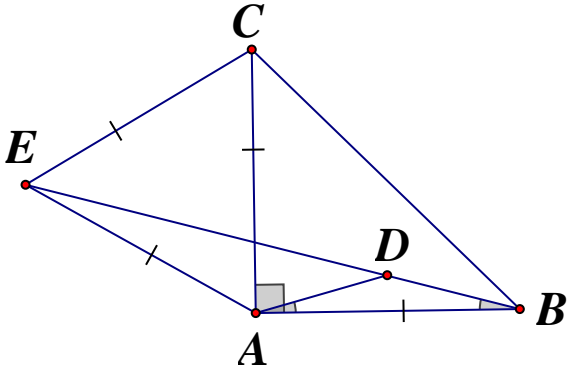
2) Cho $A = \frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^4} + \frac{1}{7^6} - \frac{1}{7^8} + \dots + \frac{1}{7^{98}} - \frac{1}{7^{100}}$. Chứng minh rằng $A < \frac{1}{50}$.

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh: ; Số báo danh:

Bài	Lời giải sơ lược	Điểm
1.1.a (0,5 điểm)		
	$A = 16\frac{3}{5} \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)^2 - 13\frac{3}{5} \cdot \sqrt{\frac{1}{81}} = 16\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{9} - 13\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{9}$	0,25
	$= \frac{1}{9} \left(16\frac{3}{5} - 13\frac{3}{5}\right) = \frac{1}{9} \cdot 3 = \frac{1}{3}$ Vậy $A = \frac{1}{3}$	0,25
1.1.b (0,5 điểm)		
	$B = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}} = \frac{(2^2)^6 \cdot (3^2)^5 + 2^9 \cdot 3^9 \cdot 2^3 \cdot 3 \cdot 5}{(2^3)^4 \cdot 3^{12} - 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} - 2^{11} \cdot 3^{11}}$	0,25
	$= \frac{2^{12} \cdot 3^{10} \cdot (1+5)}{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot (2 \cdot 3 - 1)} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 5} = \frac{4}{5}$	0,25
1.2. (0,5 điểm)		
	$M = \frac{2}{3} \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \left(1 + \frac{1}{4.6}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2022 \cdot 2024}\right)$	0,25
	$M = \frac{2}{3} \cdot \frac{3^2}{2.4} \cdot \frac{4^2}{3.5} \cdot \frac{5^2}{4.6} \dots \frac{2023^2}{2022 \cdot 2024}$	
	$M = \frac{2.3.4.5 \dots 2023}{2.3.4.5 \dots 2022} \cdot \frac{3.4.5 \dots 2023}{3.4.5 \dots 2024}$	0,25
	$M = \frac{2023}{1} \cdot \frac{1}{2024} = \frac{2023}{2024}$	
	Vậy $M = \frac{2023}{2024}$	
2.1.a)0,75		
	a) $(2x-1)^{10} = 49^5$	0,25
	$(2x-1)^{10} = 49^5$ $(2x-1)^{10} = 7^{10}$	
	$2x-1 = 7$ hoặc $2x-1 = -7$	0,25
	* $2x-1 = 7$ $x = 4$ * $2x-1 = -7$ $x = -3$ Vậy $x \in \{4; -3\}$	0,25
2.1.b)0,75		
	b) $\frac{1+3y}{12} = \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x}$ (1)	0,25
	Điều kiện: $x \neq 0$	

	$(1) \Rightarrow \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x} \Rightarrow \frac{1+5y}{5} = \frac{1+7y}{4}$	
	$4(1+5y) = 5(1+7y)$ $4 + 20y = 5 + 35y$ $15y = 1$ $y = \frac{-1}{15}$	0,25
	Thay $y = \frac{-1}{15}$ vào (1) ta được $x = 2$ (thỏa mãn) Vậy $x = 2, y = \frac{-1}{15}$	0,25
2.2) 1,0		
	Nếu chuyển 8 em học sinh lớp 7B sang lớp 7A và 2 em học sinh lớp 7C sang lớp 7A thì tổng số học sinh của cả ba lớp không đổi vẫn là 104 học sinh. Gọi số học sinh của lớp 7A, 7B, 7C sau khi chuyển lần lượt là: a, b, c (học sinh) ($a, b, c \in \mathbb{N}^*$; $a, b, c < 104$)	0,25
	Theo bài ra ta có: $2a = 4b = 3c$ và $a + b + c = 104$ Vì $2a = 4b = 3c \Rightarrow \frac{2a}{12} = \frac{4b}{12} = \frac{3c}{12} \Rightarrow \frac{a}{6} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$	0,25
	Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{a}{6} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{a+b+c}{6+3+4} = \frac{104}{13} = 8$ (do $a + b + c = 104$) Do đó: $a = 6.8 = 48$ (thỏa mãn) $b = 3.8 = 24$ (thỏa mãn) $c = 4.8 = 32$ (thỏa mãn)	0,25
	Vậy: Số học sinh lúc đầu của lớp 7A là: $48 - 8 - 2 = 38$ (học sinh) Số học sinh lúc đầu của lớp 7B là: $24 + 8 = 32$ (học sinh) Số học sinh lúc đầu của lớp 7C là: $32 + 2 = 34$ (học sinh)	0,25
3.1) 0,5		
	Ta có $3xy - 5x - 6y + 7 = 0.$ $3y(x-2) - 5(x-2) = 3$ $(x-2)(3y-5) = 3$ $x \in \mathbb{Z}; y \in \mathbb{Z} \Rightarrow x-2 \in \mathbb{Z}; 3y-5 \in \mathbb{Z}$ $3 = 1.3 = 3.1 = (-1).(-3) = (-3).(-1)$	0,25
	Từ đó xét các trường hợp và tìm được $(x, y) \in \left\{ \left(3; \frac{8}{3}\right); (5; 2); \left(1; \frac{2}{3}\right); \left(-1; \frac{4}{3}\right) \right\}$ Đối chiếu điều kiện tìm được $x = 5; y = 2$ Vậy $x = 5; y = 2$	0,25
3.2) 0,5		
	Với $p = 2$ ta có $2^p + p^2 = 12$ không là số nguyên tố. Với $p = 3$ ta có $2^p + p^2 = 17$ là số nguyên tố (thỏa mãn).	0,25
	Với $p > 3$ ta có $p^2 + 2^p = (p^2 - 1)(2^p + 1)$	0,25

	<p>Chỉ ra $IKP = IPK$</p> <p>Ta có $IKP = IKC + CKP; IPK = KBC + BKP(3)$</p> <p>mà $IKP = IPK; CKP = BKP(4)$</p> <p>Từ (3) và (4) suy ra $KBC = IKC$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
5.1 A) 0,5		
	<p>Gọi số tuổi của 44 người $a_1; a_2; \dots; a_{44}$.</p> <p>Không mất tính tổng quát ta giả sử $1 \leq a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_{44} \leq 85$.</p> <p>Xét bộ 87 số $a_1; a_2; \dots; a_{44}$ và $a_2 - a_1; a_3 - a_1; \dots; a_{44} - a_1$.</p> <p>Ta có $0 \leq a_2 - a_1 \leq a_3 - a_1 \leq \dots \leq a_{44} - a_1 < 85$</p> <p>Vậy 87 số trên có giá trị từ 0 đến 85.</p>	0,25
	<p>Theo nguyên lí Dirichlet thì tồn tại hai số có giá trị bằng nhau.</p> <p>TH1. Hai số đó thuộc bộ $a_1; a_2; \dots; a_{44}$ hoặc thuộc bộ $a_2 - a_1; a_3 - a_1; \dots; a_{44} - a_1$ thì tồn tại hai người có số tuổi bằng nhau.</p> <p>TH2. Hai số đó có một số thuộc bộ $a_1; a_2; \dots; a_{44}$ và một số thuộc bộ $a_2 - a_1; a_3 - a_1; \dots; a_{44} - a_1$.</p> <p>Giải sử hai số đó là a_i và $a_j - a_1$ với $1 \leq i \leq 44, 2 \leq j \leq 44 \Rightarrow a_i = a_j - a_1$ $\Rightarrow a_i + a_1 = a_j$ hay có ba người mà tuổi của một người bằng tổng số tuổi của hai người kia.</p> <p>Vậy trong số những người trên có hai người cùng tuổi hoặc có ba người mà tuổi của một người bằng tổng số tuổi của hai người kia.</p>	0,25
5.2 A) 1,5		
		0,25
	<p>Do tam giác ABD cân tại D và $ADB = 150^\circ$ nên $DAB = DBA = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ$</p> <p>Mặt khác tam giác AEC đều và tam giác ABC vuông cân tại A nên</p> <p>$AE = AC = AB$ và $EAC = 60^\circ$</p>	0,5
	<p>Xét tam giác ABE ta có: $EAB = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$ và $AB = AE$ nên tam giác ABE cân tại A do đó $ABE = 15^\circ$. Suy ra $ABD = ABE = 15^\circ$. (1)</p>	0,5
	<p>Vì $CA \perp AB$, $CAE = 60^\circ < 90^\circ$ nên E và C cùng nằm trên nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AB suy ra E và D cùng nằm trên nửa mặt phẳng đó. (2)</p> <p>Từ (1) & (2) suy ra hai tia BD và BE trùng nhau, tức là ba điểm B, D, E thẳng hàng</p>	0,25

5.1B) 1,0	
Lãi suất mỗi quý là $6\% : 4 = 1,5\%$	0,25
Tiền lãi quý thứ nhất $200.1,5\% = 3$ (triệu)	0,25
Tổng số tiền cả lãi và gốc sau quý thứ nhất là $200 + 3 = 203$ (triệu)	
Tiền lãi quý thứ hai $203.1,5\% = 3,045$ (triệu)	0,25
Tiền lãi quý thứ ba và quý thứ tư bằng tiền lãi quý thứ hai.	
Vậy tổng số tiền cả gốc và lãi sau 1 năm là : $200 + 3 + 3.3,045 = 212,135$ (triệu)	0,25
5.2.B) 1,0	
$A = \frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^4} + \frac{1}{7^6} - \frac{1}{7^8} + \dots + \frac{1}{7^{98}} - \frac{1}{7^{100}}$ Ta có:	0,25
$7^2.A = 7^2 \cdot \left(\frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^4} + \frac{1}{7^6} - \frac{1}{7^8} + \dots + \frac{1}{7^{98}} - \frac{1}{7^{100}} \right)$	
$49A = 1 - \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^4} - \frac{1}{7^6} + \dots + \frac{1}{7^{96}} - \frac{1}{7^{98}}$	0,25
$\Rightarrow 49A + A = \left(1 - \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^4} - \frac{1}{7^6} + \dots + \frac{1}{7^{96}} - \frac{1}{7^{98}} \right) + \left(\frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^4} + \frac{1}{7^6} - \frac{1}{7^8} + \dots + \frac{1}{7^{98}} - \frac{1}{7^{100}} \right)$	0,25
$\Rightarrow 50A = 1 - \frac{1}{7^{100}} < 1$	0,25

Chú ý:

- Học sinh làm đúng đến đâu giám khảo cho điểm đến đó, tương ứng với thang điểm.
- HS trình bày theo cách khác mà đúng thì giám khảo cho điểm tương ứng với thang điểm. Trong trường hợp mà hướng làm của HS ra kết quả nhưng đến cuối còn sai sót thì giám khảo trao đổi với tổ chấm để giải quyết.
- Tổng điểm của bài thi không làm tròn.

-----Hết-----

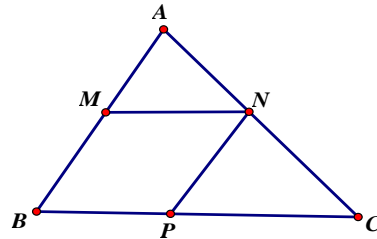
I. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (16 Câu - 8,0 điểm)

Câu 1: Giá trị của biểu thức $A = 2025 - 2023 + 2021 - 2019 + 2017 - 2015 + \dots + 9 - 7 + 5 - 3$
A. 506. B. 1012. C. -506. D. -1012.

Câu 2: Giá trị của biểu thức $B = \frac{\frac{1}{2022} + \frac{1}{2023}}{\frac{1}{1011} + \frac{1}{2023}} - \frac{\frac{1}{2023} + \frac{1}{2024} + \frac{1}{2025}}{\frac{1}{2023} + \frac{1}{2024} + \frac{1}{675}}$ là
A. $\frac{5}{6}$. B. $-\frac{5}{6}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $-\frac{1}{6}$.

Câu 3: Giá trị của biểu thức $P = x^{24} - 2024x^{23} - 2024x^{22} - \dots - 2024x^2 - 2024x + 1$ tại $x = 2025$ là
A. 2026. B. 2025. C. 2024. D. -2024.

Câu 4: Cho tam giác ABC có $B = 60^\circ$, $A = 70^\circ$, $MN \parallel BC$, $NP \parallel AB$, ($M \in AB$, $N \in AC$, $P \in BC$).
Số đo MNP bằng
A. 70° . B. 60° .
C. 50° . D. 90° .



Câu 5: Cho tam giác ABC cân tại A . Tia phân giác của góc A cắt BC tại H . Kết quả nào sau đây **sai**?
A. $AH = BC$. B. $HB = HC$. C. $AH \perp BC$. D. $\triangle AHB = \triangle AHC$.

Câu 6: Cho tam giác ABC cân tại A , trọng tâm G , biết $AB = 10\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$. Khi đó AG bằng
A. $\frac{8}{3}\text{cm}$. B. $5,5\text{cm}$. C. $\frac{4}{3}\text{cm}$. D. $\frac{16}{3}\text{cm}$.

Câu 7: Cho $a : b : c = 1 : 2 : 3$ và $abc \neq 0$. Giá trị của biểu thức $Q = \frac{a^{22} \cdot b^4 \cdot c^{2024}}{9^{1012} \cdot a^{2050}}$ bằng
A. 16. B. 12. C. 24. D. 8.

Câu 8: Cho $\triangle ABC$ có độ dài các cạnh là a, b, c tỉ lệ thuận với ba số 3, 6, 8 và $b^2 - a^2 = 108$. Chu vi của tam giác ABC là
A. 17 cm. B. 51 cm. C. 30 cm. D. 34 cm.

Câu 9: Trong một hộp kín, chứa 3 viên bi xanh; 4 viên bi đỏ; 5 viên bi vàng. Xác suất để bạn Tú lấy ra 1 viên bi xanh là
A. $\frac{1}{12}$. B. 3. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 10: Gieo một con xúc xắc 6 mặt cân đối. Gọi M là biến cố: “Gieo được mặt có số chấm là ước của 6”. Xác suất của biến cố M là
A. $P(M) = \frac{1}{3}$. B. $P(M) = \frac{1}{2}$. C. $P(M) = \frac{2}{3}$. D. $P(M) = 1$.

Câu 11: Cho đa thức $P(x) = ax^2 + bx + c$ và $5a + b + 2c = 0$. Khi đó
A. $P(2) \cdot P(-1) > 0$ B. $P(2) \cdot P(-1) \leq 0$
C. $P(2) \cdot P(-1) < 0$ D. $P(2) \cdot P(-1) \geq 0$

- Câu 12:** Cho $x + y = 1$ thì giá trị của biểu thức $M = 2x^2 - y^2 + xy + 3y$ là
A.1. **B. -1.** **C. 2.** **D. -2.**
- Câu 13:** Tam giác ABC có $A = 40^\circ$, $B - C = 20^\circ$. Trên tia đối của tia AC lấy điểm E sao cho $AE = AB$. Số đo CBE là
A. 60° . **B. 90° .** **C. 120° .** **D. 100° .**
- Câu 14:** Cho ΔABC cân tại A có $C = 60^\circ$. Các đường cao AN và BM cắt nhau tại H . Khẳng định nào sau đây đúng
A. $BHC = 120^\circ$ **B. $AH = HN$.** **C. $NHB = 120^\circ$.** **D. $NHB = 90^\circ$.**
- Câu 15:** Số các giá trị nguyên của x để biểu thức $T = \frac{2x+1}{x-2}$ nhận giá trị nguyên là
A.1. **B.4.** **C. 2.** **D. 6.**
- Câu 16:** Có sáu túi lần lượt chứa 9, 10, 12, 13, 17, 19 bóng trong đó có năm túi chứa bóng xanh và một túi chứa bóng đỏ. Bạn Hòa lấy ba túi bóng xanh, bạn Bình lấy hai túi bóng xanh, túi còn lại là bóng đỏ. Biết số bóng của bạn Hòa gấp đôi số bóng của bạn Bình. Số bóng đỏ là
A.12. **B. 13.** **C.17.** **D.19.**

II. PHẦN TỰ LUẬN (4 Câu- 12,0 điểm)

Câu 1 (4,0 điểm)

a) Tính giá trị biểu thức

$$A = \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{2024}(1+2+3+\dots+2024).$$

b) Tìm các số nguyên x, y biết $2xy - 2 - x + y = 0$.

Câu 2 (3,0 điểm)

a) Cho $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$, $5y = 4z$ và $x + y - z \neq 0$. Tính $M = \frac{2x - y + z}{x + y - z}$.

b) Ba chiều cao của một tam giác tỷ lệ với 2, 3, 4 và chu vi tam giác đó là 39 cm . Tính độ dài ba cạnh của tam giác đó.

Câu 3 (4,0 điểm) Cho ΔABC vuông cân tại A , M là trung điểm của BC . Lấy điểm D nằm giữa hai điểm B và M . Gọi H và I thứ tự là hình chiếu của B và C xuống đường thẳng AD . Đường thẳng AM cắt CI tại N . Chứng minh:

a) $BH = AI$, $DN // AB$.

b) $\Delta AIM = \Delta BHM$.

c) IM là phân giác của HIC .

Câu 4 (1,0 điểm) Cho x, y, z thỏa mãn $0 < x < y < z < 1$ và $z \leq x + y$. Chứng minh rằng:

$$\frac{x}{yz+1} + \frac{y}{zx+1} + \frac{z}{xy+1} < 2..$$

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

HƯỚNG DẪN CHẤM THI CHỌN HỌC SINH NĂNG KHIẾU CẤP HUYỆN

NĂM HỌC 2023 - 2024

MÔN: TOÁN 7

Hướng dẫn chấm có: 03 trang

I. Một số chú ý khi chấm bài

- Đáp án chấm thi dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách. Khi chấm thi giám khảo cần bám sát yêu cầu trình bày lời giải đầy đủ, chi tiết, hợp logic và có thể chia nhỏ đến 0,25 điểm.
- Thí sinh làm bài theo cách khác với đáp mà đúng thì tổ chấm cần thống nhất cho điểm tương ứng với thang điểm của đáp án.
- Điểm bài thi là tổng điểm các câu không làm tròn số.

II. Đáp án – thang điểm

1. Phần trắc nghiệm khách quan

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Đáp án đúng	B	C	A	B	A	D	A	D	D	C	B	C	D	A	B	C
Điểm	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5

2. Phần tự luận

Câu 1. (4,0 điểm)

a) Tính giá trị biểu thức:

$$A = \frac{1}{2} \cdot (1+2) + \frac{1}{3} \cdot (1+2+3) + \frac{1}{4} \cdot (1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{2024} \cdot (1+2+3+\dots+2024).$$

b) Tìm các số nguyên $x; y$ biết : $2xy - 2 - x + y = 0$.

Nội dung	Điểm
a)(2 điểm).Ta có: $A = \frac{1}{2} \cdot (1+2) + \frac{1}{3} \cdot (1+2+3) + \frac{1}{4} \cdot (1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{2024} \cdot (1+2+3+\dots+2024).$ $A = \frac{1}{2} \cdot \frac{3 \cdot 2}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} + \dots + \frac{1}{2024} \cdot \frac{2025 \cdot 2024}{2}.$	0,75
$A = \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{2025}{2} = \frac{3+4+5+\dots+2025}{2} = \frac{2028 \cdot 2023}{2 \cdot 2} = 1025661$	1,0
Vậy $A = 1025661$.	0,25
b) (2 điểm).Ta có: $2xy - 2 - x + y = 0$. $\Leftrightarrow 4xy - 4 - 2x + 2y = 0$.	0,5
$\Leftrightarrow 2x(2y-1) + 2y-1 = 3 \Leftrightarrow (2y-1)(2x+1) = 3$	0,5
Vì $x; y \in \mathbb{Z}$ nên $2x+1$ và $2y-1$ là ước của 3 $\Rightarrow 2x+1; 2y-1 \in \{\pm 1; \pm 3\}$	0,25
$\Rightarrow (x; y) \in \{(0; 2); (-1; -1); (1; 1); (-2; 0)\}$	0,5
Vậy $(x; y) \in \{(0; 2); (-1; -1); (1; 1); (-2; 0)\}$	0,25

Câu 2. (3,0 điểm)

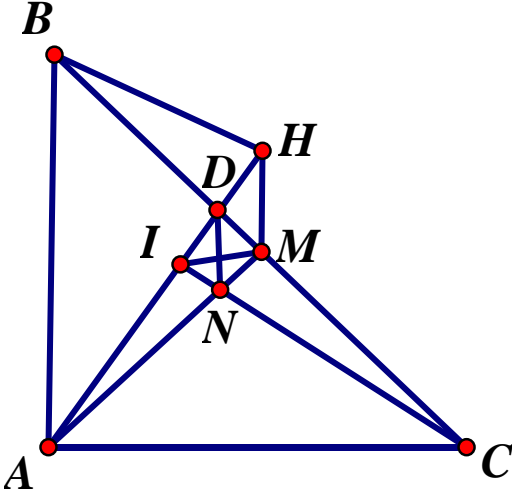
a) Cho $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}; 5y = 4z$ và $x + y - z \neq 0$. Tính $M = \frac{2x - y + z}{x + y - z}$.

b) Ba chiều cao của một tam giác tỷ lệ với 2;3;4 và chu vi tam giác đó là 39 cm. Tính ba cạnh của tam giác đó.

Nội dung	Điểm
a) (1,5 điểm). Ta có: $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ và $5y = 4z \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3}; \frac{y}{4} = \frac{z}{5} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{15}$	0,5
$\exists k \in \mathbb{R} \text{ t } \frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{15} = k \Rightarrow x = 8k; y = 12k; z = 15k$	0,25
Mà $M = \frac{2x - y + z}{x + y - z} = \frac{2.8k - 12k + 15k}{8k + 12k - 15k} = \frac{19k}{5k} = \frac{19}{5}$.	0,5
Vậy $M = \frac{19}{5}$.	0,25
b) (1,5 điểm). Gọi ba cạnh của tam giác là $a; b; c$, ba đường cao tương ứng là $x; y; z$ và diện tích tam giác đó là S ($a; b; c; x; y; z; S > 0$)	0,25
Vì ba đường cao tỷ lệ với 2;3;4 nên ta có: $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ và $2S = ax = by = cz$	0,25
$\Rightarrow \frac{x}{2.2S} = \frac{y}{3.2S} = \frac{z}{4.2S} \Rightarrow \frac{x}{2.ax} = \frac{y}{3.by} = \frac{z}{4.cz} \Rightarrow \frac{1}{2.a} = \frac{1}{3.b} = \frac{1}{4.c} \Rightarrow 2a = 3b = 4c$	0,5
$\Rightarrow 2a = 3b = 4c \Rightarrow \frac{2a}{12} = \frac{3b}{12} = \frac{4c}{12} \Rightarrow \frac{a}{6} = \frac{b}{4} = \frac{c}{3}$	0,25
Mặt khác : $a + b + c = 39$ $\Rightarrow \frac{a}{6} = \frac{b}{4} = \frac{c}{3} = \frac{a + b + c}{13} = \frac{39}{13} = 3$	0,25
Vậy ba cạnh của tam giác là 9;12;18 cm.	

Câu 3. (4,0 điểm): Cho tam giác ABC vuông cân tại A, M là trung điểm của BC. Lấy điểm D nằm giữa hai điểm B và M. Gọi H và I thứ tự là hình chiếu của B và C xuống đường thẳng AD. Đường thẳng AM cắt CI tại N. Chứng minh rằng:

- $BH = AI; DN // AB$.
- $\triangle AIM = \triangle BHM$.
- IM là phân giác của góc HIC .

Nội dung	Điểm
	0,25
a) (1,75 đ) * Xét $\triangle ABH$ và $\triangle CAI$ có:	0,75

$H = \hat{I} = 90^\circ$ $AB = AC$ (gt) $BAH = ACI$ (Cùng phôi IAC) Do đó : $\Delta ABH = \Delta CAI$ (cạnh huyền - góc nhọn) $\Rightarrow BH = AI$	
Vậy $BH = AI$	0,25
*Ta thấy: AM và CI là hai đường cao của ΔACD Nên M là trực tâm của $\Delta ACD \Rightarrow DN \perp AC \Rightarrow DN // AB$	0,5
Vậy $DN // AB$	0,25
b) (1,0đ) Ta có: $HBM + BDH = IAM + ADM = 90^\circ$ $\sphericalangle BDH = \sphericalangle ADM$ (®®) $\Rightarrow HBM = IAM$	0,25
* Xét ΔAIM và ΔBHM có: $AI = BH$ (cmt) $IAM = HBM$ (cmt) $AM = BM$ (ΔAMB vuông cân tại M) Do đó : $\Delta AIM = \Delta BHM$ (C-G-C)	0,5
Vậy : $\Delta AIM = \Delta BHM$	0,25
c) (1,0đ) Vì $\Delta AIM = \Delta BHM$ (cmt) $\Rightarrow MI = MH$ và $AMI = BMH$ $\Rightarrow \Delta HIM$ cân tại M	0,25
Mặt khác: $AMI + IMB = 90^\circ \Rightarrow HMB + IMB = 90^\circ \Rightarrow IMH = 90^\circ$	0,25
Do đó : ΔIMH vuông cân tại $M \Rightarrow MIH = 45^\circ \Rightarrow MIC = 45^\circ$	0,25
Vậy IM là tia phân giác của góc HIC	0,25

Câu 4. (1,0 điểm)

Cho $x; y; z$ thỏa mãn $0 < x < y < z < 1$ và $z \leq x + y$ Chứng minh rằng: $\frac{x}{yz+1} + \frac{y}{zx+1} + \frac{z}{xy+1} < 2$

Nội dung	Điểm
Ta có: $0 < x < y < z < 1 \Rightarrow (x-1)(y-1) > 0 \Rightarrow xy+1 > x+y \Rightarrow \frac{1}{xy+1} < \frac{1}{x+y} \Rightarrow \frac{z}{xy+1} < \frac{z}{x+y}$	0,25
CMTT: $\frac{y}{xz+1} < \frac{y}{x+z}; \frac{x}{yz+1} < \frac{x}{y+z} \Rightarrow \frac{x}{yz+1} + \frac{y}{xz+1} + \frac{z}{xy+1} < \frac{x}{y+z} + \frac{y}{x+z} + \frac{z}{x+y}$	0,25
Mặt khác: $\frac{x}{y+z} < \frac{2x}{x+y+z}; \frac{y}{x+z} < \frac{2y}{x+y+z}; \frac{z}{x+y} \leq \frac{2z}{x+y+z};$	0,25
Do đó: $\frac{x}{yz+1} + \frac{y}{zx+1} + \frac{z}{xy+1} < 2$	0,25

Câu 1: (5,0 điểm)

a) Tính giá trị biểu thức: $A = 0,2 : \sqrt{\frac{1}{121} + \frac{7}{3}} \cdot |-15 + 9| - \left(\frac{2022}{2023}\right)^0$.

b) Rút gọn biểu thức: $B = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2021.2023}\right)$.

c) Tính giá trị của biểu thức $A = 2022x + y^{2023} + z^{2023}$

Với x, y, z là các số thực thỏa mãn $\frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z}$

Câu 2: (4,0 điểm)

1) Tìm ba số x, y, z thỏa mãn: $4x = 3y$; $\frac{x}{3} = \frac{z}{5}$ và $2x^2 + 2y^2 - 3z^2 = -100$.

2) Nhà trường dự định chia vở viết cho 3 lớp 7A, 7B, 7C tỉ lệ theo số học sinh là 7 : 6 : 5. Nhưng sau đó vì có học sinh chuyển chuyên giữa ba lớp nên phải chia lại theo tỉ lệ 6 : 5 : 4. Do đó có lớp đã nhận được ít hơn dự định là 12 quyển. Tính số vở mà mỗi lớp thực tế đã nhận được.

3) Cho hai đa thức: $f(x) = (x-1)(x+3)$ và $g(x) = x^3 - ax^2 + bx - 3$
Xác định hệ số a, b của đa thức $g(x)$ biết nghiệm của đa thức $f(x)$ cũng là nghiệm của đa thức $g(x)$

Câu 3: (4,0 điểm)

1) Tìm x , biết:

a) $7x^2 - 35x + 42 = 0$

b) $|x+2| + |x+3| = 4(x-1) - |x-1|$

2) Cho a, b là các số nguyên thỏa mãn $7a + 5 - 21b = a + 1 - 3b : 7$

Chứng minh rằng: $11b + 15 + 43a : 7$.

3) Cho biểu thức $P = \frac{3-2x}{2-x}$ với x là số nguyên. Tìm giá trị lớn nhất của P

Câu 4: (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A . Vẽ về phía ngoài tam giác ABC các tam giác đều ABD và ACE . Gọi I là giao điểm BE và CD . Chứng minh rằng:

1) $\triangle ABE = \triangle ADC$

2) $DE = BE$

3) $\angle EIC = 60^\circ$ và IA là tia phân giác của $\angle EID$.

Câu 5: (1,0 điểm)

1) Một hộp chứa bốn cái thẻ được đánh số 1; 2; 3; 4, hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên hai thẻ cùng một lúc. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) A : “Tổng các số trên hai thẻ là số chẵn”.

b) B : “Tích các số trên hai thẻ là số chẵn”.

2) Tìm các số nguyên m để $(m+1)(m^2+2m)$ là một số chính phương.

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
Câu 1 (5,0 điểm)	1	$\text{a) } A = 0,2 : \sqrt{\frac{1}{121} + \frac{7}{3}} \cdot -15+9 - \left(\frac{2022}{2023}\right)^0 = \frac{1}{5} : \frac{1}{11} + \frac{7}{3} \cdot 6 - 1$ $= \frac{11}{5} + 14 - 1 = \frac{76}{5}$	1,0 0,5
	2	$B = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2021.2023}\right)$ $B = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3}\right) \left(\frac{3}{1} \cdot \frac{3}{4}\right) \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5}\right) \dots \left(\frac{2022}{2021} \cdot \frac{2022}{2023}\right)$	0,5
		$B = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \dots \frac{2022}{2021} \cdot \frac{2022}{2023}$	0,5
		$B = \frac{2022}{2023}$	0,5
3	<p>Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:</p> $\frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z}$ $= \frac{(y+z+1) + (x+z+2) + (x+y-3)}{x+y+z} = \frac{2(x+y+z)}{x+y+z} = 2$	0,5	
	<p>Khi đó:</p> $\frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z} = 2$	0,5	
	$\Rightarrow \begin{cases} x+y+z = \frac{1}{2} \\ y+z+1 = 2x \\ x+z+2 = 2y \\ x+y-3 = 2z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z = \frac{1}{2} \\ x+y+z+1 = 3x \\ x+z+y+2 = 3y \\ x+y+z-3 = 3z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} + 1 = 3x \\ \frac{1}{2} + 2 = 3y \\ \frac{1}{2} - 3 = 3z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{5}{6} \\ z = -\frac{5}{6} \end{cases}$	0,5	
	<p>Thay $x = \frac{1}{2}; y = \frac{5}{6}; z = -\frac{5}{6}$ vào biểu thức $A = 2022x + y^{2023} + z^{2023}$ ta được:</p> $A = 2022 \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{5}{6}\right)^{2023} + \left(-\frac{5}{6}\right)^{2023} = 1011$	0,5	

Câu 2: (4,0 điểm)	1.	Từ $4x = 3y; \frac{x}{3} = \frac{z}{5} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ ta có :	0,5
		$\frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{16} = \frac{z^2}{25} = \frac{2x^2}{18} = \frac{2y^2}{32} = \frac{3z^2}{75} = \frac{2x^2 + 2y^2 - 3z^2}{-25} = \frac{-100}{-25} = 4$	0,5
		$\begin{cases} x^2 = 36 \\ y^2 = 64 \\ z^2 = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 8 \\ z = 10 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -6 \\ y = -8 \\ z = -10 \end{cases}$ (vì x, y, z cùng dấu)	0,5
	2.	Gọi tổng số vở 3 lớp đã nhận được là x (quyển) (x là số tự nhiên khác 0). Gọi số vở dự định chia cho 3 lớp 7A, 7B, 7C lúc đầu lần lượt là: a, b, c (quyển); a, b, c là các số tự nhiên khác 0.	0,25
		Ta có: $\frac{a}{7} = \frac{b}{6} = \frac{c}{5} = \frac{a+b+c}{18} = \frac{x}{18} \Rightarrow a = \frac{7x}{18}; b = \frac{x}{3}; c = \frac{5x}{18}$ (1)	0,25
		Gọi số vở sau đó chia cho 3 lớp lần lượt là a', b', c' (quyển); a', b', c' là các số tự nhiên khác 0, ta có:	0,25
		$\frac{a'}{6} = \frac{b'}{5} = \frac{c'}{4} = \frac{a'+b'+c'}{15} = \frac{x}{15} \Rightarrow a' = \frac{2x}{5}; b' = \frac{x}{3}; c' = \frac{4x}{15}$ (2)	0,25
So sánh (1) và (2) ta có: $a < a'; b' = b; c > c'$ nên lớp 7C nhận ít hơn dự định		0,25	
Do đó: $c - c' = 12$ hay $\frac{5x}{18} - \frac{4x}{15} = 12 \Leftrightarrow \frac{x}{90} = 12 \Rightarrow x = 1080$.		0,25	
Vậy số vở 3 lớp 7A, 7B, 7C nhận được lần lượt là: $\Rightarrow a' = \frac{2}{5} \cdot 1080 = 432; b' = \frac{1080}{3} = 360; c' = \frac{4}{15} \cdot 1080 = 288$ quyển	0,25		
3.	Ta có: $f(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+3) = 0 \Leftrightarrow x \in \{1; -3\}$	0,25	
	Do nghiệm của đa thức $f(x)$ cũng là nghiệm của đa thức $g(x)$ nên	0,25	
	$\begin{cases} g(1) = 0 \\ g(-3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - a + b - 3 = 0 \\ -27 - 9a - 3b - 3 = 0 \end{cases}$	0,25	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} -a + b = 2 \\ 4a = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -1 \end{cases}$	0,25	
Câu 3 (4,0 điểm)	1	a) $7x^2 - 35x + 42 = 0$ $7(x^2 - 5x + 6) = 0$ $x^2 - 5x + 6 = 0$ $(x^2 - 3x) - (2x - 6) = 0$	0,25
		$(x-3)(x-2) = 0$ * TH1: $x-3=0$ $x=3$	0,25

		<p>* TH2: $x-2=0$ $x=2$ Vậy $x \in \{2;3\}$</p>	0,25
		<p>b) $x+2 + x+3 =4(x-1)- x-1$ $x+2 + x+3 + x-1 =4(x-1)$ Do vế trái luôn lớn hơn hoặc bằng 0 nên vế phải cũng phải lớn hơn hoặc bằng 0 nên $x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$</p>	0,25
		<p>Với $x \geq 1 \Rightarrow x+2 > 0; x+3 > 0; x-1 \geq 0$ nên ta có: $x+2+x+3+x-1=4(x-1)$</p>	0,25
		<p>$\Rightarrow x=8$ (t/m) Vậy $x=8$</p>	0,25
2		<p>Ta có với mọi số nguyên a; b thì: $7a:7; 21b:7 \Rightarrow 7a-21b+5$ không chia hết cho 7 (vì 5 không chia hết cho 7).</p>	0,25
		<p>Mà $7a+5-21b = a+1-3b : 7$, và 7 là số nguyên tố. $\Rightarrow a-3b+1 : 7$</p>	0,25
		<p>Lại có $42a+14b+14 : 7$ do $42a:7; 14b:7$ $\Rightarrow 42a+14b+14 + a-3b+1 : 7$</p>	0,25
		<p>Hay $11b+15+43a:7$ đpcm</p>	0,25
3		<p>Ta có: $P = \frac{3-2x}{2-x} = \frac{2x-3}{x-2} = \frac{2x-4+1}{x-2} = \frac{2(x-2)}{x-2} + \frac{1}{x-2} = 2 + \frac{1}{x-2}$</p>	0,25
		<p>P đạt GTLN khi và chỉ khi $\frac{1}{x-2}$ có giá trị lớn nhất. + Với $x < 2 \Rightarrow x-2 < 0 \Rightarrow \frac{1}{x-2} < 0$ (1)</p>	0,25
		<p>+ Với $x = 2 \Rightarrow x-2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{x-2}$ không có nghĩa (2)</p>	0,25
		<p>+ Với $x > 2 \Rightarrow x-2 > 0 \Rightarrow \frac{1}{x-2} > 0$</p>	
		<p>Phân số $\frac{1}{x-2}$ có tử và mẫu đều dương và tử không đổi nên đạt GTLN khi mẫu đạt GTNN</p>	0,25
		<p>Vì $x \in Z$ nên $x-2 \in Z$ và $x-2 > 0$ nên $x-2$ có GTNN khi $x-2=1 \Rightarrow x=3$ khi đó $\frac{1}{x-2}=1$ (3)</p>	0,25
		<p>Từ (1), (2), (3) $P = \frac{3-2x}{2-x}$ đạt GTLN là 3 khi $x=3$.</p>	0,25

<p>Câu 4: (6,0 điểm)</p>		0,5
1	<p>Ta có: $\begin{cases} DAC = A_1 + 90^\circ = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ \\ BAE = A_2 + 90^\circ = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ \end{cases} \Rightarrow DAC = BAE$</p> <p>Xét $\triangle ADC$ và $\triangle ABE$ có: $DA = BA$ gt</p> <p>$DAC = BAE$ (Chứng minh trên) $AC = AE$ gt</p> <p>$\Rightarrow \triangle ADC = \triangle ABE$ c - g - c</p>	0,25
	<p>Xét $\triangle DAE$ và $\triangle BAE$ có: $DA = BA$ gt</p> <p>$A_3 = BAE$ (Chứng minh trên) AE: Cạnh chung</p> <p>$\Rightarrow \triangle DAE = \triangle BAE$ c - g - c</p> <p>$\Rightarrow DE = BE$ (hai cạnh tương ứng)</p>	0,25
	<p>Ta có: $A_3 + A_1 + BAC + A_2 = 360^\circ \Leftrightarrow A_3 + 60^\circ + 90^\circ + 60^\circ = 360^\circ$ $\Leftrightarrow A_3 = 150^\circ \Leftrightarrow A_3 = BAE = 150^\circ$</p>	0,25
	<p>Ta có: $\triangle DAC = \triangle BAE$ (CM câu a) $\Rightarrow E_1 = C_1$ (hai góc tương ứng)</p>	0,25

		Lại có: $\hat{I}_1 + E_2 + ICE = 180^\circ$ (Tổng 3 góc trong $\triangle ICE$)	0,25
		$\Leftrightarrow \hat{I}_1 + (AEC - E_1) + (C_1 + C_2) = 180^\circ$	0,25
		$\Leftrightarrow \hat{I}_1 + 60^\circ - E_1 + C_1 + 60^\circ = 180^\circ$	0,25
		$\Leftrightarrow \hat{I}_1 + 120^\circ = 180^\circ (E_1 = C_1)$	0,25
		$\Leftrightarrow I_1 = 60^\circ$, hay $EIC = 60^\circ$	0,25
		* Vì $\triangle DAE = \triangle BAE$ (chứng minh câu b) $\Rightarrow E_1 = DEA$ (hai góc tương ứng)	0,25
		$\Rightarrow EA$ là tia phân giác của DEI $\Rightarrow EA$ là đường phân giác trong của $\triangle EID$ (1)	0,25
		Vì $\begin{cases} \triangle DAC = \triangle BAE \\ \triangle DAE = \triangle BAE \end{cases} \Rightarrow \triangle DAC = \triangle DAE$	0,25
		$\Rightarrow D_1 = D_2$ (Hai góc tương ứng) $\Rightarrow DA$ là tia phân giác của EDC $\Rightarrow DA$ là đường phân giác trong của $\triangle EID$ (2)	0,25
		Từ (1) và (2) $\Rightarrow IA$ là đường phân giác thứ ba trong $\triangle EID$.	0,25
		Hay IA là tia phân giác của EID	0,25
Câu 5 (1,0 điểm)	1	Khi lấy ngẫu nhiên hai thẻ cùng một lúc, tập hợp các kết quả có thể xảy ra đối với số ghi trên hai thẻ là: $\{(1;2), (1;3), (1;4), (2;3), (2;4), (3;4)\}$.	0,25
		a) Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $(1;3), (2;4)$. Do đó, xác suất của biến cố A là $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. b) Có 5 kết quả thuận lợi cho biến cố B là: $(1;2), (1;4), (2;3), (2;4), (3;4)$. Do đó, xác suất của biến cố B là $\frac{5}{6}$.	0,25
	2	Ta có $(m+1)(m^2+2m)$ là một số chính phương với m là số nguyên. Suy ra $(m+1)(m^2+2m) = k^2$ ($k \in \mathbb{Z}$) Vì $k^2 \geq 0 \Rightarrow (m+1)(m^2+2m) \geq 0$ Với $m < -2 \Rightarrow (m+1)(m^2+2m) < 0$ (loại)	0,25

	<p>Với $m \in \{-2; -1; 0\}$ ta đều có $k^2 = 0$ (thỏa mãn).</p>	
	<p>Với $m > 0$ ta có $k^2 = (m+1)(m^2 + 2m)$</p> <p>Gọi d là một ước chung nguyên tố của $m+1$ và $m^2 + 2m$</p> <p>Suy ra $\begin{cases} (m+1):d \\ (m^2 + 2m):d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m^2 + m:d \\ m^2 + 2m:d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+1:d \\ m:d \end{cases} \Rightarrow 1:d \Rightarrow d = \pm 1$</p> <p>Nên $(m+1)(m^2 + 2m)$ là một số chính phương khi $m+1$ và $m^2 + 2m$ đều là số chính phương.</p> <p>Để $m^2 + 2m$ là số chính phương thì $m^2 + 2m = a^2$ ($a \in \mathbb{Z}$).</p> <p>Suy ra $(m+1)^2 - 1 = a^2 \Rightarrow (m+1+a)(m+1-a) = 1 \Rightarrow m+1+a = m+1-a$ $\Rightarrow a = 0$</p> <p style="text-align: center;">$\Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -2 \end{cases}$ (không thỏa mãn)</p> <p>Vậy $m \in \{-2; -1; 0\}$ thì $(m+1)(m^2 + 2m)$ là một số chính phương.</p>	0,25

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN 7

Ngày thi: 27/3/2024

Thời gian làm bài: 120 phút

(Đề thi gồm có 01 trang, gồm 07 câu)

SỐ BÁO DANH:.....

Câu 1 (2,5 điểm). Tìm x, y, z trong mỗi câu sau (nếu có) biết

a) $\frac{3}{2}x - 5 = -7$?

b) $3(x - 1)^2 - \frac{16}{27} = 0$?

c) Cho $\frac{x}{5} = \frac{y}{3} \neq 0$. Tính giá trị của biểu thức $M = \frac{3x^2 - 10y^2}{3x^2 + 5y^2}$?

Câu 2 (1,0 điểm)

Xác định đa thức $Q(x) = ax^2 + bx + c$ biết rằng $Q(2) = 3$; $Q(-1) = 6$ và $x = 1$ là một nghiệm của $Q(x)$?

Câu 3 (1,0 điểm)

Ba đội máy cày trên ba cánh đồng có diện tích như nhau. Đội I hoàn thành công việc trong 6 ngày, đội II hoàn thành công việc trong 5 ngày, đội III hoàn thành công việc trong 3 ngày. Biết rằng đội I ít hơn đội II đúng 1 máy cày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy cày?

Câu 4 (2,5 điểm)

Cho ΔABC vuông tại A, có $AB < AC$. Tia phân giác của góc ABC cắt AC tại D. Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $BE = BA$. Vẽ AH vuông góc với BC tại H.

a) Chứng minh $AH // DE$

b) Trên tia DE lấy điểm I sao cho $DI = AH$. Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng DH. Chứng tỏ rằng ba điểm A, O, I thẳng hàng.

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho góc bẹt AOB và tia OM sao cho $\widehat{AOM} = 60^\circ$. Vẽ tia ON nằm trong góc BOM sao cho ON vuông góc với OM. Chứng tỏ rằng $\widehat{BON} = \frac{1}{2} \widehat{AOM}$.

Câu 6 (1,0 điểm). Trong giờ học Toán, giáo viên đã yêu cầu học sinh tìm một số có 3 chữ số. Biết rằng nếu tăng chữ số đầu tiên lên n đơn vị và giảm chữ số thứ hai và thứ 3 đi n đơn vị thì ta được số mới gấp n lần số cần tìm. Em hãy giúp các bạn học sinh trả lời yêu cầu của giáo viên.

Câu 7 (1,0 điểm). Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập thành từ các chữ số 3;4;5;7;8;9. Tính xác suất để số được lấy ra từ tập S là số chẵn?

----- Hết -----

HƯỚNG DẪN CHẤM HSG MÔN TOÁN 7

NĂM HỌC 2023 - 2024

Hướng dẫn chung:

- Đáp án chỉ trình bày một lời giải, nếu học sinh có cách giải khác và hướng đi đúng thì tổ giám khảo thống nhất xây dựng biểu điểm tương ứng phù hợp và chấm điểm cho học sinh.

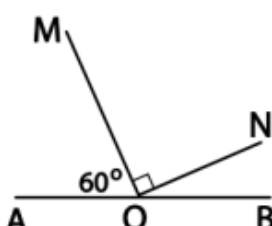
- Đối với mỗi câu, nếu học sinh giải sai bước trước thì cho điểm 0 đối với các bước sau có liên quan.

- Đối với những câu hình học, nếu học sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình sai thì không chấm điểm phần bài làm có liên quan.

- Điểm toàn bài làm tròn đến 0,25 điểm.

Câu	ý	Đáp án	Điểm
Câu 1 (2,5đ)	1a (0,75đ)	$\frac{3}{2}x - 5 = -7$	0,25
		$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x = -2$	
		$\Leftrightarrow x = -2 : \frac{3}{2}$	
	1b (1,0 đ)	$\Leftrightarrow x = \frac{-4}{3}$	0,25
		$3(x-1)^2 - \frac{16}{27} = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow 3(x-1)^2 = \frac{16}{27}$	0,25
		$\Leftrightarrow (x-1)^2 = \frac{16}{81}$	0,25
		$\Leftrightarrow x-1 = \frac{4}{9}$ hoặc $x-1 = -\frac{4}{9}$	0,25
		$\Leftrightarrow x = \frac{13}{9}$ hoặc $x = \frac{5}{9}$	0,25
1c (0,75đ)	Đặt $\frac{x}{5} = \frac{y}{3} = k, (k \neq 0) \Rightarrow x = 5k, y = 3k.$	0,25	
	Ta có $M = \frac{3x^2 - 10y^2}{3x^2 + 5y^2} = \frac{3(5k)^2 - 10(3k)^2}{3(5k)^2 + 5(3k)^2}$	0,25	
	$M = \frac{75k^2 - 90k^2}{75k^2 + 45k^2} = \frac{-15k^2}{120k^2} = \frac{-1}{8}$ (vì $k \neq 0$).	0,25	

<p>Câu 2 (1,0đ)</p>	<p>Vì $Q(2)=3$ nên ta có $4a + 2b + c = 3$ (1) Vì $Q(-1)=6$ nên ta có $a - b + c = 6$ (2) Vì $x = 1$ là nghiệm của $Q(x)$ nên ta có $Q(1) = 0$ Suy ra $a + b + c = 0$ (3) Trừ vế theo vế của (2) và (3) ta có: $-2b = 6 \Rightarrow b = -3$ Từ (1) ta có: $3a + b + a + b + c = 3$ $\Rightarrow 3a = 6$ hay $a = 2$ Suy ra $c = 1$ Vậy $Q(x) = 2x^2 - 3x + 1$</p>	<p>0,25 0,25 0,25 0,25</p>
<p>Câu 3 (1,0đ)</p>	<p>Gọi số máy cày của đội I, đội II, đội III lần lượt là x, y, z ĐK: $x, y, z \in \mathbb{N}^*, x < y$. Vì cùng một diện tích, các máy cùng công suất nên số máy và thời gian hoàn thành công việc là hai đại lượng tỷ lệ nghịch nên ta có $6x = 5y = 3z$ Vì đội I ít hơn đội II đúng 1 máy cày nên ta có $y - x = 1$ Từ $6x = 5y = 3z$ suy ra $\frac{x}{5} = \frac{y}{6} = \frac{z}{10}$ Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{x}{5} = \frac{y}{6} = \frac{z}{10} = \frac{y-x}{6-5} = \frac{1}{1}$ Suy ra $x = 5, y = 6, z = 10$ Vậy, số máy cày của đội I, đội II, đội III lần lượt là 5 máy, 6 máy và 10 máy.</p>	<p>0,25 0,25 0,25 0,25</p>
<p>Câu 4 (2,5đ)</p>	<div data-bbox="526 1209 1117 1556" data-label="Diagram"> </div> <p>Vẽ hình đúng được 0,25 điểm</p> <p>Xét $\triangle ABD$ và $\triangle EBD$ có $BE = BA$ (gt); $\widehat{ABD} = \widehat{EBD}$ (gt), BD là cạnh chung nên $\triangle ABD = \triangle EBD$ (c-g-c) suy ra $\widehat{BAD} = \widehat{BED}$ (hai cạnh tương ứng) mà $\widehat{BAD} = 90^\circ$ nên $\widehat{BED} = 90^\circ$ $\Rightarrow DE \perp BC$ Suy ra $DE \parallel AH$ (cùng vuông góc với BC)</p>	<p>0,25 0,25 0,25 0,25</p>

	b	<p>Vì $AH // DE$ nên $\widehat{AHO} = \widehat{IDO}$ (hai góc so le trong)</p> <p>Lại có $OH = OD, AH = ID$</p> <p>Nên $\Delta AHO = \Delta IDO$ (c-g-c)</p> <p>Suy ra $\widehat{AOH} = \widehat{IOD}$ (2 góc tương ứng)</p> <p>Ta có: $\widehat{AOH} + \widehat{AOD} = 180^\circ$ (2 góc kề bù)</p> <p>Hay $\widehat{IOD} + \widehat{AOD} = 180^\circ$</p> <p>Do đó A, O, I thẳng hàng</p>	0,25
Câu 5 (1,0 đ)			
		<p>Ta có $\widehat{AOM} + \widehat{BOM} = 180^\circ$</p> <p>$\Rightarrow \widehat{BOM} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$</p> <p>Vì $OM \perp ON$ nên $\widehat{MON} = 90^\circ$</p> <p>Tia ON nằm trong góc BOM nên</p> <p>$\widehat{BON} + \widehat{NOM} = \widehat{BOM}$</p> <p>$\Rightarrow \widehat{BON} = \widehat{BOM} - \widehat{NOM} = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$</p> <p>Suy ra $\widehat{BON} = \frac{1}{2} \widehat{AOM}$</p>	0,25
Câu 6 (1,0 đ)		<p>Số tự nhiên cần tìm có dạng \overline{abc},</p> <p>$(a, b, c, n \in \mathbb{N}; a, b, c, n \leq 9, a \neq 0)$</p> <p>Ta có $\overline{abc} = 100a + 10b + c$</p> <p>Sau khi tăng chữ số đầu lên n đơn vị, giảm chữ số thứ hai và thứ 3 đi n đơn vị ta được số mới bằng</p> <p>$100(a+n) + 10(b-n) + c - n$</p>	0,25
		<p>Theo bài ra ta có:</p> <p>$100(a+n) + 10(b-n) + c - n = n(100a + 10b + c)$ hay</p> <p>$\Leftrightarrow 100a + 10b + c + 89n = n(100a + 10b + c)$</p> <p>$\Leftrightarrow 89n = (n-1)(100a + 10b + c)$</p> <p>$\Leftrightarrow \frac{89n}{n-1} = 100a + 10b + c$ suy ra $\frac{89n}{n-1} \in \mathbb{N}^*$</p> <p>Vì 89 là số nguyên tố nên $n : (n-1)$, suy ra $n=2$</p>	0,25

		Vậy số cần tìm bằng 178.	
Câu 7 (1,0đ)		Số tự nhiên có 4 chữ số có dạng \overline{abcd} , ($a \neq 0$)	
		- Có 6 cách chọn d trong các số 3;4;5;7;8;9	
		Vì a,b,c, d là 4 chữ số khác nhau nên:	
		- Với mỗi cách chọn d có 5 cách chọn c	0,25
	- Sau khi chọn d và c có 4 cách chọn b		
	- Sau khi chọn d, c và b, có 3 cách chọn a	0,25	
	Do đó tập hợp S có $6.5.4.3 = 360$ phần tử		
	- Có 2 cách chọn d để số được lấy ra từ S là số chẵn		
	Do đó, tập hợp S có $2.5.4.3=120$ phần tử là số chẵn		
	Vậy, xác suất để số được lấy ra từ tập hợp S là số chẵn	0,25	
	bằng $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$	0,25	

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 01 trang)

Môn: Toán 7
Thời gian làm bài: 150 phút,
không kể thời gian giao đề

Câu 1. (4,5 điểm) Tính giá trị các biểu thức sau.

a) $A = \frac{2^{12} \cdot 13 + 2^{12} \cdot 65}{2^{10} \cdot 104} + \frac{3^{10} \cdot 11 + 3^{10} \cdot 5}{3^9 \cdot 16}$

b) $B = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{49}} + \frac{1}{49} - \frac{1}{(7\sqrt{7})^2} \right) : \left(\frac{\sqrt{64}}{2} - \frac{4}{7} + \left(\frac{2}{7} \right)^2 - \frac{4}{343} \right)$

c) $C = \frac{1}{3} + \frac{3}{7} + \frac{1}{2.7} + \frac{5}{2.13} + \frac{3}{13.4} + \frac{5}{4.21} + \frac{3}{21.6}$

Câu 2. (3,5 điểm)

a) Tìm x biết: $\frac{x+4}{2020} + \frac{x+3}{2021} = \frac{x+2}{2022} + \frac{x+1}{2023}$.

b) Tìm x, y biết: $\left(2x - \frac{1}{6} \right)^2 + \sqrt{3y+12} \leq 0$.

c) Tìm số nguyên x để $P = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-3}}$ là một số nguyên.

Câu 3. (4,0 điểm)

a) Ông Ba gửi ngân hàng 100 triệu, lãi suất 8% trên 1 năm. Hỏi sau 36 tháng số tiền cả gốc và lãi ông Ba thu được là bao nhiêu? (Biết nếu tiền lãi không rút ra thì tiền lãi đó sẽ nhập vào vốn để tính lãi cho các kì hạn tiếp theo).

b) Biết $x+1$ và $2x+1$ đồng thời là các số chính phương. Chứng minh $x:12$.

c) Cho hai đa thức: $f(x) = (x-1)(x+3)$ và $g(x) = x^3 - ax^2 + b - 3$. Xác định hệ số a, b của đa thức $g(x)$ biết nghiệm của đa thức $f(x)$ cũng là nghiệm của đa thức $g(x)$.

Câu 4. (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại B có $C = 60^\circ$, kẻ đường cao BK ($K \in AC$). Vẽ đường thẳng d là trung trực của AB cắt cạnh AB tại N , cắt cạnh AC tại M , cắt tia BK của tam giác ABC tại E .

a) Chứng minh $\triangle ANM = \triangle BNM$ và M là trung điểm của AC .

b) Chứng minh điểm E cách đều MB và BC .

c) Vẽ điểm D thuộc đoạn BE sao cho $ED = \frac{1}{3}EB$, gọi I là trung điểm của ME

. Chứng minh ba điểm C, D, I thẳng hàng.

Câu 5. (2,0 điểm)

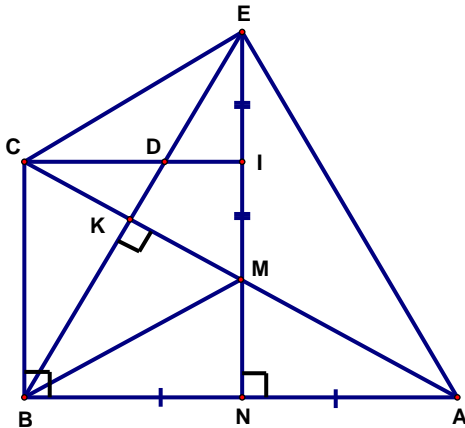
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = |7x - 5y| + |2z - 3x| + |xy + yz + zx - 2000|$.

--- Hết ---

(Thí sinh không dùng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (4,5 điểm)		
a	$A = \frac{2^{12} \cdot 78}{2^{10} \cdot 104} + \frac{3^{10} \cdot 16}{3^9 \cdot 16}$ $= 3 + 3 = 6$	1.0 0,5
b	$B = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{49}} + \frac{1}{49} - \frac{1}{(7\sqrt{7})^2}}{\frac{\sqrt{64}}{2} - \frac{4}{7} + \left(\frac{2}{7}\right)^2 - \frac{4}{343}} = \frac{1 - \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^3}}{\frac{8}{2} - \frac{4}{7} + \frac{4}{7^2} - \frac{4}{7^3}}$ $= \frac{1 - \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^3}}{4 \cdot \left(1 - \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^3}\right)} = \frac{1}{4}$	0.5 1.0
c	$P = \frac{1}{3} + \frac{3}{7} + \frac{1}{2.7} + \frac{5}{2.13} + \frac{3}{13.4} + \frac{5}{4.21} + \frac{3}{21.6}$ $= 4 \left(\frac{1}{3.4} + \frac{3}{4.7} + \frac{1}{7.8} + \frac{5}{8.13} + \frac{3}{13.16} + \frac{5}{16.21} + \frac{3}{21.24} \right)$ $= 4 \left(\frac{4-3}{3.4} + \frac{7-4}{4.7} + \frac{8-7}{7.8} + \frac{13-8}{8.13} + \frac{16-13}{13.16} + \frac{21-16}{16.21} + \frac{24-21}{21.24} \right)$ $= 4 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{21} + \frac{1}{21} - \frac{1}{24} \right)$ $= 4 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{24} \right) = 4 \cdot \frac{21}{3 \cdot 24} = \frac{7}{6}$	0.5 0.5 0.5
Câu 2 (3,5 điểm)		
a	$\frac{x+4}{2020} + \frac{x+3}{2021} = \frac{x+2}{2022} + \frac{x+1}{2023}$ $\Leftrightarrow \frac{x+4}{2020} + 1 + \frac{x+3}{2021} + 1 = \frac{x+2}{2022} + 1 + \frac{x+1}{2023} + 1$ $\Leftrightarrow \frac{x+2024}{2020} + \frac{x+2024}{2021} = \frac{x+2024}{2022} + \frac{x+2024}{2023} = 0$ $\Leftrightarrow (x+2024) \left(\frac{1}{2020} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} - \frac{1}{2023} \right) = 0$ $\Leftrightarrow x+2024 = 0 \quad \text{vì} \quad \left(\frac{1}{2020} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} - \frac{1}{2023} \neq 0 \right)$ $\Leftrightarrow x = -2024$	0.5 0.5 0.5

Câu 4 (6,0 điểm)		
a	$c/m \triangle ANM = \triangle BNM \text{ (c-g-c)} \Rightarrow \begin{cases} MA = MB \\ MAB = MBA \end{cases}$ $c/m \angle CMB = MAB + MBA \text{ (góc ngoài tại đỉnh M của } \triangle ABM)$ $\Rightarrow CMB = MAB + MBA = 2MAB = MCB.$ Do đó $\triangle BMC$ cân tại M nên $MB = MC.$ Mặt khác $MB = MA$ (do $\triangle ANM = \triangle BNM$) Suy ra $MA = MC$ hay M là trung điểm của $AC.$	1.0 0.5 0.5 0.5
b	$c/m:$ Tam giác BMC cân tại M , lại có $BCM = 60^\circ$ nên là tam giác đều. $\triangle BCM$ là tam giác đều nên đường cao BK đồng thời là đường trung tuyến, đường phân giác. Do E nằm trên đường phân giác BK của CBM nên E cách đều $MB, BC.$	0.5 1.0 0.5
c	$c/m \triangle EAB$ cân tại $E.$ và $ABE = ABM + MBK = MAB + \frac{1}{2}MBC = 30^\circ + \frac{1}{2}60^\circ = 60^\circ$ nên $\triangle EAB$ đều Do đó chân đường vuông góc K của A xuống BE cũng là trung điểm của cạnh BE hay $BK = KE.$ Trong tam giác CME , điểm D thuộc trung tuyến EK và $ED = \frac{1}{3}EB = \frac{1}{3} \cdot 2EK = \frac{2}{3}EK.$ Do đó D là trọng tâm của tam giác $ECM.$ Do CI là đường trung tuyến của tam giác ECM nên CI đi qua $D.$ Do đó C, D, I thẳng hàng.	0.5 0.5 0.5
Câu 5 (2,0 điểm)		
	Ta có $ 7x - 5y \geq 0; 2z - 3x \geq 0$ và $ xy + yz + zx - 2000 \geq 0$ Nên $M = 7x - 5y + 2z - 3x + xy + yz + zx - 2000 \geq 0$ Mà $M = 0$ khi và chỉ khi $ 7x - 5y + 2z - 3x + xy + yz + zx - 2000 = 0$	0.5

	$\Leftrightarrow \begin{cases} 7x - 5y = 0 \Leftrightarrow 7x = 5y \Leftrightarrow \frac{x}{5} = \frac{y}{7} \\ 2z - 3x = 0 \Leftrightarrow 2z = 3x \Leftrightarrow \frac{z}{3} = \frac{x}{2} \\ xy + yz + zx - 2000 = 0 \Leftrightarrow xy + yz + zx = 2000 \end{cases}$ <p>Từ đó tìm được $\begin{cases} x = 20, y = 28, z = 30 \\ x = -20, y = -28, z = -30 \end{cases}$</p> <p>Vậy GTNN của $M = 0 \Leftrightarrow x, y, z = 20; 28; 30$</p> <p style="text-align: center;">hoặc $x, y, z = -20; -28; -30$</p>	<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p>
--	---	----------------------------------

Lưu ý: HS làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa cho câu đó.

---Hết---

ĐỀ CHÍNH THỨC

Năm học 2023 - 2024

(Đề gồm có 02 trang)

*Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)***Họ và tên:** **SBD:**.....**Câu 1** (5 điểm)

1/ Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$A = \sqrt{1 + \frac{7}{9}} + \sqrt{1 - \frac{16}{25}} \qquad B = \frac{5^{3x+1} + 125^x}{(5^x)^3}$$

$$2/ \text{ Tìm } x, \text{ biết: } \left(3 - \left|x - \frac{1}{2}\right|\right) \cdot \left(\frac{8}{15} - \frac{1}{5}\right) + \frac{2}{3} = 1$$

$$3/ \text{ Cho } f(x) = x^2 + 3x - 4 \text{ và } g(x) = \frac{3}{4}x + 6$$

Tính $g(-8) - f(-2)$ **Câu 2** (3 điểm)

$$1/ \text{ Tìm chữ số } a \text{ và số } x \text{ biết: } (6x - 15)^2 = \overline{20a5}$$

$$2/ \text{ Tìm 2 số tự nhiên } a, b \text{ thoả mãn: } 3^a + 9b = 183$$

$$3/ \text{ Tìm các số } x, y \text{ biết: } \frac{2x}{3} = \frac{3y}{2} \text{ và } xy^2 = 18.$$

Câu 3 (2 điểm)

Nhà trường thành lập 3 đội thi tuyên truyền Văn hoá ứng xử. Trong đó, $\frac{2}{3}$ số học sinh đội I bằng $\frac{8}{11}$ số học sinh đội II và bằng $\frac{4}{5}$ số học sinh đội III. Biết rằng số học sinh đội I ít hơn tổng số học sinh của đội II và đội III là 18 học sinh.

Tính số học sinh của mỗi đội.

Câu 4 (3 điểm)

1/ Một chiếc hộp có 12 quả bóng có kích thước và khối lượng như nhau. Mỗi quả bóng được ghi một trong các số khác nhau từ 1 đến 12. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong hộp. Xét biến cố “số xuất hiện trên quả bóng là số nguyên tố”.

Tính xác suất của biến cố trên.

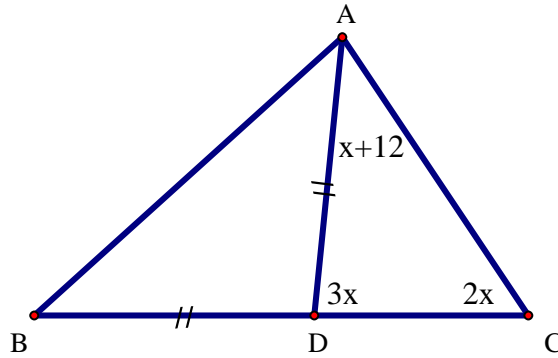
2/ Có 6 túi lần lượt chứa 18, 19, 21, 23, 25, 34 quả bóng. Có 5 túi chứa bóng màu đỏ, túi còn lại chứa bóng màu xanh. Bạn Quốc lấy 3 túi, bạn Oai lấy 2 túi, còn lại túi chứa bóng xanh. Khi đó, tổng số bóng của Quốc gấp đôi tổng số bóng của Oai. Hỏi:

a/ Số bóng màu xanh?

b/ Bạn Quốc lấy 3 túi chứa những số bóng nào?

Câu 5 (7 điểm)

1/ Biết $DA = DB$ và số đo (độ) các góc của $\triangle ADC$ được cho như hình vẽ.
Tính $\angle ABC$



2/ Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Kẻ NH vuông góc với CM tại H. Kẻ AK vuông góc với CM tại K. Kẻ AQ vuông góc với HN tại Q.

a/ Chứng minh: $AK = HC = AQ$.

b/ Chứng minh: $\angle ABK = \angle CAH$

c/ Tính số đo $\angle AKB$

d/ Chứng minh: $\triangle ABH$ cân

Thí sinh không được dùng máy tính cầm tay.

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
1 5 đ	1/ 2đ	Tính giá trị của các biểu thức sau: $A = \sqrt{1 + \frac{7}{9}} + \sqrt{1 - \frac{16}{25}} \qquad B = \frac{5^{3x+1} + 125^x}{(5^x)^3}$ $A = \sqrt{\frac{16}{9}} + \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{4}{3} + \frac{3}{5} = \frac{29}{15}$	1 1
	2/ 2đ	Tìm x, biết: $\left(3 - \left x - \frac{1}{2}\right \right) \cdot \left(\frac{8}{15} - \frac{1}{5}\right) + \frac{2}{3} = 1$ $\left(3 - \left x - \frac{1}{2}\right \right) \cdot \left(\frac{8}{15} - \frac{1}{5}\right) + \frac{2}{3} = 1$ $\Rightarrow \left(3 - \left x - \frac{1}{2}\right \right) \cdot \left(\frac{8}{15} - \frac{3}{15}\right) = 1 - \frac{2}{3}$ $\Rightarrow \left(3 - \left x - \frac{1}{2}\right \right) \cdot \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3 - \left x - \frac{1}{2}\right = \frac{1}{3} : \frac{1}{3} = 1$ $\Rightarrow \left x - \frac{1}{2}\right = 3 - 1 = 2$ $\Rightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{2} = 2 \\ x - \frac{1}{2} = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \\ x = -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2} \end{cases}$	1 1
	3/ 1đ	Cho $f(x) = x^2 + 3x - 4$ và $g(x) = \frac{3}{4}x + 6$ Tính $g(-8) - f(-2)$ $g(-8) - f(-2) = \frac{3}{4} \cdot (-8) + 6 - (-2)^2 - 3 \cdot (-2) + 4 = -6 + 6 - 4 + 6 + 4 = 6$	1
2 6đ	1/ 2đ	Tìm chữ số a và số x biết: $(6x - 15)^2 = \overline{20a5}$ $(6x - 15)^2 = 9(2x - 5)^2 = \overline{20a5} \Rightarrow \overline{20a5} : 9$	0,5

		Tìm được $a = 2$ $\Rightarrow (6x - 15)^2 = 2025 = 45^2$ Tính ra $x = 10$ hoặc $x = -5$	0.5 0.5 0.5
	2/ 2đ	Tìm 2 số tự nhiên a, b thỏa mãn: $3^a + 9b = 183$ Chỉ ra với $a \geq 2$ thì vế trái chia hết cho 9 còn vế phải không chia hết cho 9 nên $a < 2$ Nếu $a = 0$ thì b không là STN Nếu $a = 1$ tính được $b = 20$ và KL	0.5 0.5 1
	3 2đ	Tìm các số x, y biết: $\frac{2x}{3} = \frac{3y}{2}$ và $xy^2 = 18$. Chỉ ra $\frac{x}{9} = \frac{y}{4} = k \Rightarrow x = 9k, y = 4k$ $\Rightarrow xy^2 = 9k \cdot (4k)^2 = 144k^3 = 18$ Tính được $k = \frac{1}{2}$ và $x = \frac{9}{2}; y = 2$	0.5 0.5 0.5 0.5
	3 2đ	Nhà trường thành lập 3 đội thi tuyên truyền Văn hoá ứng xử. Trong đó, $\frac{2}{3}$ số học sinh đội I bằng $\frac{8}{11}$ số học sinh đội II và bằng $\frac{4}{5}$ số học sinh đội III. Biết rằng số học sinh đội I ít hơn tổng số học sinh của đội II và đội III là 18 học sinh. Tính số học sinh của mỗi đội. Gọi số hs của 3 đội I, II, III lần lượt là x, y, z Ta có $\frac{2}{3}x = \frac{8}{11}y = \frac{4}{5}z \Rightarrow \frac{2}{3 \cdot 8}x = \frac{8}{11 \cdot 8}y = \frac{4}{5 \cdot 8}z$ Hay $\frac{x}{12} = \frac{y}{11} = \frac{z}{10}$ Áp dụng tính chất của dãy tỷ số bằng nhau Và tính được $x = 24, y = 22, z = 20$ và kết luận	0,25 0.5 0.25 0.5 0.5
4 3đ	1 1,25đ	Một chiếc hộp có 12 quả bóng có kích thước và khối lượng như nhau. Mỗi quả bóng được ghi một trong các số khác nhau từ 1 đến 12. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong hộp. Xét biến cố “số xuất hiện trên quả bóng là số nguyên tố”. Tính xác suất của biến cố trên.	

		<p>Tập hợp các kết quả có thể xảy ra là $S = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$ gồm 12 phần tử (trường hợp)</p> <p>Các biến cố là số nguyên tố gồm: 2, 3, 5, 7, 11 có 5 trường hợp.</p> <p>Vậy: Xác suất của số xuất hiện trên quả bóng là số nguyên tố bằng $\frac{5}{12}$</p>	<p>0.5</p> <p>0.25</p> <p>0.5</p>
	<p>2 1,75đ</p>	<p>Có 6 túi lần lượt chứa 18, 19, 21, 23, 25, 34 quả bóng. Có 5 túi chứa bóng màu đỏ, túi còn lại chứa bóng màu xanh. Bạn Quốc lấy 3 túi, bạn Oai lấy 2 túi, còn lại túi chứa bóng xanh. Khi đó, tổng số bóng của Quốc gấp đôi tổng số bóng của Oai. Hỏi:</p> <p>a/ Số bóng màu xanh?</p> <p>b/ Bạn Quốc lấy 3 túi chứa những số bóng nào?</p> <p>Lập luận: Tổng số bóng trong 5 túi của Quốc và Oai chia hết cho 3</p> <p>Mà tổng: $18 + 19 + 21 + 23 + 25 + 34 = 140$ chia cho 3 dư 2</p> <p>Nên túi bóng xanh chứa số bóng cũng chia cho 3 dư 2</p> <p>Trong các số 18, 19, 21, 23, 25, 34 chỉ có 23 là số chia cho 3 dư 2 nên số bóng xanh là 23.</p> <p>Gọi a, b, c là số bóng trong 3 túi của bạn Quốc</p> <p>Còn x, y là số bóng trong 2 túi của bạn Oai</p> <p>Ta có: $a + b + c + x + y = 140 - 23 = 117$</p> <p>Mà $a + b + c = 2(x + y)$ nên $a + b + c + x + y = 3(x + y)$</p> <p>$\Rightarrow x + y = 117 : 3 = 39 \Rightarrow a + b + c = 117 - 39 = 78$</p> <p>Và $19 + 25 + 34 = 78$</p> <p>Nên bạn Quốc lấy 3 túi chứa các số bóng lần lượt là 19, 25 và 34</p>	<p>0.5</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
<p>5 7đ</p>	<p>1 1.5đ</p>	<p>Biết $DA = DB$ và số đo (độ) các góc của $\triangle ADC$ được cho như hình vẽ.</p> <p>Tính ABC</p> <p>Áp dụng tính chất tổng 3 góc trong 1 tam giác tính được $x = 28^\circ$</p> <p>Chỉ ra: $3x = 2B$</p> <p>Tính được $B = 52^\circ$</p>	<p>0.75</p> <p>0.25</p> <p>0.5</p>

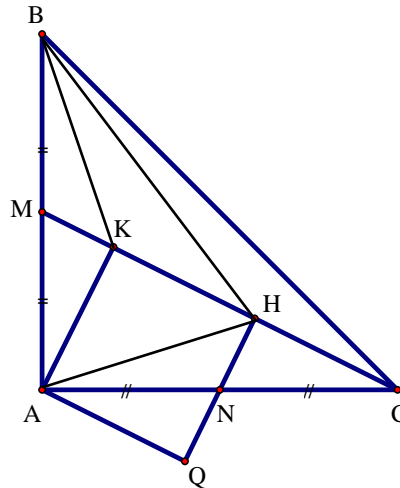
Cho ΔABC vuông cân tại A. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Kẻ NH vuông góc với CM tại H. Kẻ AK vuông góc với CM tại K. Kẻ AQ vuông góc với HN tại Q.

a/ Chứng minh: $AK = HC = AQ$.

b/ Chứng minh: $\angle ABK = \angle CAH$

c/ Tính số đo $\angle AKB$

d/ Chứng minh: ΔABH cân



2
5.5đ

0.25

a/ Chỉ ra $\Delta AKM = \Delta CHN$ (ch-gn) $\Rightarrow AK = CH$ (1)

Chỉ ra $\Delta AQN = \Delta CHN$ (ch-gn) $\Rightarrow AQ = CH$ (2)

Từ (1) & (2) $\Rightarrow AK = CH = AQ$

b/ Chỉ ra $\Delta AKB = \Delta ACH$ (ch-gn) $\Rightarrow \angle ABK = \angle CAH$

c/ Chỉ ra $\Delta AKH = \Delta AQH$ (cgv-ch) $\Rightarrow \angle AHK = \angle AHQ = 45^\circ$

$\Rightarrow \angle AHC = 180^\circ - \angle AHK = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$

Mà theo b/ $\angle ABK = \angle CAH$ nên $\angle AKB = 135^\circ$

d/ Chỉ ra ΔAKH vuông cân tại H nên $AK = KH$

có $\angle AKB = 135^\circ$ nên tính được $\angle HKB = 135^\circ$

$\Rightarrow \Delta AKB = \Delta HKB$ (c-g-c) $\Rightarrow BA = BH$

$\Rightarrow \Delta ABH$ cân tại B

0.5

0.5

0.5

1

0.5

0.5

0.5

0.25

0.25

0.5

0.25

Bài 1. (4,0 điểm)

1) Thực hiện phép tính:

a) $A = \left(\frac{-5}{9} + \frac{9}{15} \right) : \left(\frac{-3}{2} \right) + \left(\frac{-4}{9} + \frac{8}{20} \right) : \left(\frac{-3}{2} \right)$

b) $B = \frac{6^8 \cdot 2^4 - 4^5 \cdot 18^4}{27^3 \cdot 8^4 - 3^9 \cdot 2^{13}}$

2) Tính giá trị biểu thức $Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$ với a, b, c thỏa mãn: $(3a - 2b)^2 + |4b - 3c| \leq 0$

Bài 2. (4,0 điểm)

1) Tìm x biết: $\left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| (-3, 2) + \frac{2}{5} \right|$

2) Tìm x, y, z biết $(2x - 3)^{2020} + \left(y - \frac{2}{5} \right)^{2022} + |x + y - z| \leq 0$

3) Tìm x; y; z biết $\frac{x}{4} = \frac{y}{7}; \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$ và $x + y - z = 39$

4) Ba thửa ruộng hình chữ nhật A, B, C có cùng diện tích. Chiều rộng các thửa ruộng A; B; C lần lượt tỉ lệ thuận với 4; 5; 6. Chiều dài của thửa ruộng A nhỏ hơn tổng chiều dài của thửa ruộng B và C là 42 m. Tính chiều dài mỗi thửa ruộng?

Bài 3 (4,0 điểm)

1) Chứng minh rằng : $3a + 2b : 17 \Leftrightarrow 10a + b : 17$ (a, b ∈ Z)

2) Tìm cặp số (x, y) nguyên thỏa mãn: $x^2 - x(y + 5) = -4y - 9$

Bài 4 (6,0 điểm)

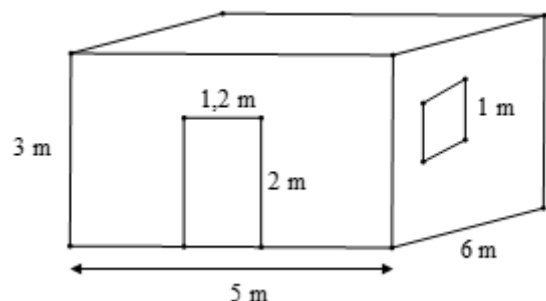
1) Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh BC lấy điểm D (D khác B, C). Trên tia đối của tia CB, lấy điểm E sao cho CE = BD. Đường vuông góc với BC kẻ từ D cắt AB tại M. Đường vuông góc với BC kẻ từ E cắt đường thẳng AC tại N, MN cắt BC tại I.

1. Chứng minh DM = EN.

2. Chứng minh IM = IN, BC < MN.

3. Gọi O là giao của đường phân giác góc A và đường thẳng vuông góc với MN tại I. Chứng minh rằng ΔBMO = ΔCNO. Từ đó suy ra điểm O cố định.

2) Bác Long có một căn phòng hình hộp chữ nhật có một cửa ra vào và một cửa sổ hình vuông với các kích thước như hình bên. Hỏi bác Long cần trả bao nhiêu chi phí để sơn bốn bức tường xung quanh của căn phòng này (không sơn cửa)? Biết rằng để sơn mỗi mét vuông tốn 30 nghìn đồng.



Bài 5. (1,0 điểm)

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác. Chứng minh rằng:

$$ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$$

.....**Hết**.....

Họ và tên thí sinh..... Số báo danh.....

HƯỚNG DẪN CHẤM		Điểm
Bài 1.(4.0điểm)		
1) Thực hiện phép tính:		
a) $A = \left(\frac{-5}{9} + \frac{9}{15}\right) : \left(\frac{-3}{2}\right) + \left(\frac{-4}{9} + \frac{8}{20}\right) : \left(\frac{-3}{2}\right)$		
b) $B = \frac{6^8 \cdot 2^4 - 4^5 \cdot 18^4}{27^3 \cdot 8^4 - 3^9 \cdot 2^{13}}$		
2) Tính giá trị $Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$ với a, b, c thỏa mãn: $(3a - 2b)^2 + 4b - 3c \leq 0$		
1(a) 1,0đ	$A = \left(\frac{-5}{9} + \frac{3}{5}\right) \cdot \left(\frac{-2}{3}\right) + \left(\frac{-4}{9} + \frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)$	0,25
	$A = \left(\frac{-2}{3}\right) \left(\frac{-5}{9} + \frac{3}{5} + \frac{-4}{9} + \frac{2}{5}\right)$	0,25
	$A = \left(\frac{-2}{3}\right) \cdot \left[\left(\frac{-5}{9} + \frac{-4}{9}\right) + \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{5}\right)\right]$	0,25
	$A = \left(\frac{-2}{3}\right) \cdot [(-1) + 1] = \frac{-2}{3} \cdot 0 = 0$	0,25
1(b) 1,0đ	$B = \frac{6^8 \cdot 2^4 - 4^5 \cdot 18^4}{27^3 \cdot 8^4 - 3^9 \cdot 2^{13}} = \frac{(2 \cdot 3)^8 \cdot 2^4 - (2^2)^5 (2 \cdot 3^2)^4}{(3^3)^3 \cdot (2^3)^4 - 3^9 \cdot 2^{13}} = \frac{2^8 \cdot 3^8 \cdot 2^4 - 2^{10} \cdot 2^4 \cdot 3^8}{3^9 \cdot 2^{12} - 3^9 \cdot 2^{13}}$	0,25
	$B = \frac{2^{12} \cdot 3^8 - 2^{14} \cdot 3^8}{3^9 \cdot 2^{12} - 3^9 \cdot 2^{13}}$	0,25
	$B = \frac{2^{12} \cdot 3^8 (1 - 2^2)}{3^9 \cdot 2^{12} (1 - 2)} = \frac{2^{12} \cdot 3^8 \cdot (-3)}{3^9 \cdot 2^{12} \cdot (-1)}$	0,25
	Rút gọn đúng được kết quả $B = 1$	0,25
2 2,0đ	Vì $(3a - 2b)^2 \geq 0; 4b - 3c \geq 0$ nên để $(3a - 2b)^2 + 4b - 3c \leq 0$ thì: $\begin{cases} (3a - 2b)^2 = 0 \\ 4b - 3c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a = 2b \\ 4b = 3c \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$	1,0
	Đặt $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k \Rightarrow a = 2k; b = 3k; c = 4k$ Thay vào Q ta có: $Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} = \frac{(2k)^3 + (3k)^3 + (4k)^3}{2k \cdot 3k \cdot 4k} = \frac{k^3 (2^3 + 3^3 + 4^3)}{24k^3} = \frac{33}{8}$	1,0

Bài 2. (4,0điểm)

1) Tìm x biết: $\left|x - \frac{1}{3}\right| + \frac{4}{5} = \left|(-3, 2) + \frac{2}{5}\right|$

2) Tìm x, y, z biết $(2x-3)^{2020} + \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2022} + |x+y-z| \leq 0$

3) Tìm $x; y; z$ biết $\frac{x}{4} = \frac{y}{7}; \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$ và $x+y-z=39$

4) Ba thửa ruộng hình chữ nhật A, B, C có cùng diện tích. Chiều rộng các thửa ruộng A; B; C lần lượt tỉ lệ thuận với 4; 5; 6. Chiều dài của thửa ruộng A nhỏ hơn tổng chiều dài của thửa ruộng B và C là 42 m. Tính chiều dài mỗi thửa ruộng?

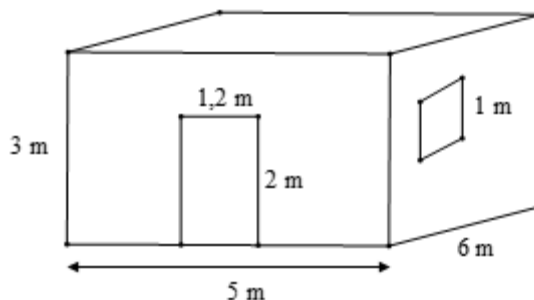
1(a) 1,0đ	$\left x - \frac{1}{3}\right + \frac{4}{5} = \left (-3, 2) + \frac{2}{5}\right \Leftrightarrow \left x - \frac{1}{3}\right + \frac{4}{5} = \left \frac{-16}{5} + \frac{2}{5}\right $	0,25
	$\Leftrightarrow \left x - \frac{1}{3}\right + \frac{4}{5} = \frac{14}{5}$	0,25
	$\Leftrightarrow \left x - \frac{1}{3}\right = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{3} = 2 \\ x - \frac{1}{3} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ x = -\frac{5}{3} \end{cases}$	0,5
1(b) 1,0đ	Vì $(2x-3)^{2020} \geq 0; \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2022} \geq 0; x+y-z \geq 0$ với mọi x, y, z	0,25
	Nên: $(2x-3)^{2020} + \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2022} + x+y-z \geq 0$ với mọi x, y, z	0,75
2) 1,0đ	Vì $\frac{x}{4} = \frac{y}{7}; \frac{y}{5} = \frac{z}{6} \Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{y}{35}; \frac{y}{35} = \frac{z}{42}$	0,25
	$\Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{y}{35} = \frac{z}{42}$	0,25
	Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{x}{20} = \frac{y}{35} = \frac{z}{42} = \frac{x+y-z}{20+35-42} = \frac{39}{13} = 3$	0,25
	Suy ra được: $x = 60; y = 105; z = 126$	0,25
3) 1,0đ	Gọi chiều rộng các thửa ruộng hình chữ nhật A; B; C lần lượt là: $a; b; c$ (m) chiều dài các thửa ruộng hình chữ nhật A; B; C lần lượt là: $x; y; z$ (m) (Điều kiện: $0 < a < x; 0 < b < y; 0 < c < z$) Chiều rộng các thửa ruộng A; B; C lần lượt tỉ lệ thuận với 4; 5; 6 nên	0,25

	$\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{6}$ <p>Vì chiều dài thửa ruộng A nhỏ hơn tổng chiều dài thửa ruộng B và C là 42m nên ta có: $y + z - x = 42$</p>	
	<p>Vì ba thửa ruộng cùng diện tích nên: $ax = by = cz$</p> $4x \cdot \frac{a}{4} = 5y \cdot \frac{b}{5} = 6z \cdot \frac{c}{6} \Rightarrow 4x = 5y = 6z$	0,25
	<p>Suy ra: $4x = 5y = 6z \Rightarrow \frac{4x}{60} = \frac{5y}{60} = \frac{6z}{60} \Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{12} = \frac{z}{10}$</p>	0,25
	<p>Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau suy ra $x = 90; y = 72; z = 60$ Vậy chiều dài của các thửa ruộng A; B; C lần lượt là: 90 m; 72m; 60m</p>	0,25
<p>1) Chứng minh rằng : $3a + 2b : 17 \Leftrightarrow 10a + b : 17$ ($a, b \in \mathbb{Z}$)</p> <p>2) Tìm cặp số (x, y) nguyên thỏa mãn: $x^2 - x(y+5) = -4y - 9$</p>		
1 2,0đ	<p>* $3a + 2b : 17 \Rightarrow 10a + b : 17$ Ta có : $3a + 2b : 17$ $\Rightarrow 9(3a + 2b) : 17$ $\Rightarrow 27a + 18b : 17$ $\Rightarrow (17a + 17b) + (10a + b) : 17$ $\Rightarrow 10a + b : 17$</p>	1,0
	<p>* $10a + b : 17 \Rightarrow 3a + 2b : 17$ Ta có : $10a + b : 17$ $\Rightarrow 2(10a + b) : 17$ $\Rightarrow 20a + 2b : 17$ $\Rightarrow 17a + 3a + 2b : 17$ $\Rightarrow 3a + 2b : 17$</p>	1,0
2 2,0đ	<p>Ta có: $x^2 - x(y+5) = -4y - 9$ $x^2 - 5x + 9 = xy - 4y$ $\Rightarrow x^2 - 5x + 9 = y(x-4)$</p>	0,25
	<p>$\Rightarrow x^2 - 5x + 9 : x - 4$ $\Rightarrow x(x-4) - (x-4) + 5 : x - 4 \Rightarrow 5 : x - 4$</p>	0,25
	<p>$\Rightarrow x - 4 \in \{\pm 1; \pm 5\} \Rightarrow x \in \{-1; 3; 5; 9\}$</p>	0,5
	<p>Với $x = -1$ thì $y = -3$ Với $x = 3$ thì $y = -3$ Với $x = 5$ thì $y = 9$ Với $x = 9$ thì $y = 9$ Vậy $(x, y) \in \{(-1; -3), (3; -3), (5; 9), (9; 9)\}$</p>	1,0

Bài 4 (6,0 điểm)

- 1) Cho tam giác ABC cân tại A . Trên cạnh BC lấy điểm D (D khác B, C). Trên tia đối của tia CB , lấy điểm E sao cho $CE = BD$. Đường vuông góc với BC kẻ từ D cắt AB tại M . Đường vuông góc với BC kẻ từ E cắt đường thẳng AC tại N , MN cắt BC tại I .
1. Chứng minh $DM = EN$.
 2. Chứng minh $IM = IN, BC < MN$.
 3. Gọi O là giao của đường phân giác góc A và đường thẳng vuông góc với MN tại I . Chứng minh rằng $\triangle BMO = \triangle CNO$. Từ đó suy ra điểm O cố định.

2) Bác Long có một căn phòng hình hộp chữ nhật có một cửa ra vào và một cửa sổ hình vuông với các kích thước như hình bên. Hỏi bác Long cần trả bao nhiêu chi phí để sơn bốn bức tường xung quanh của căn phòng này (không sơn cửa)? Biết rằng để sơn mỗi mét vuông tốn 30 nghìn đồng.



<p>1</p> <p>5,0đ</p>		
	<p>1.</p> <p>Tam giác ABC cân tại A nên $\angle ABC = \angle ACB$; $\angle NCE = \angle ACB$; (đối đỉnh) Do đó: $\triangle MDB = \triangle NEC$ (g.c.g) $\Rightarrow DM = EN$.</p>	<p>0,75</p> <p>0,75</p>
	<p>2. Ta có $\triangle MDI = \triangle NEI$ (g.c.g) $\Rightarrow MI = NI$ Vì $BD = CE$ nên $BC = DE$. Lại có $DI < MI, IE < IN$ nên $DE = DI + IE < MI + IN = MN$ Suy ra $BC < MN$.</p>	<p>0,5</p> <p>0,75</p> <p>0,25</p>
	<p>3) Ta chứng minh được: $\triangle ABO = \triangle ACO$ (c.g.c) $\Rightarrow OC = OB, \angle ABO = \angle ACO$. $\triangle MIO = \triangle NIO$ (c.g.c) $\Rightarrow OM = ON$. Ta lại có: $BM = CN$. Do đó $\triangle BMO = \triangle CNO$ (c.c.c) $\Rightarrow \angle MBO = \angle NCO$, Mà: $\angle MBO = \angle ACO$ suy ra $\angle NCO = \angle ACO$, mà đây là hai góc kề bù nên $CO \perp AN$. Vì tam giác ABC cho trước, O là giao của phân giác góc A và đường vuông góc với AC tại C nên O cố định.</p>	<p>0,75</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p>
<p>2</p>	<p>Diện tích xung quanh của căn phòng là: $S_{xq} = 2 \cdot (5 + 6) \cdot 3 = 66$ (m²).</p>	<p>0,25</p>

1,0đ	Diện tích phần cửa lớn và cửa sổ là: $1,2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 3,4 \text{ (m}^2\text{)}$	0,25
	Diện tích phần cần sơn là: $66 - 3,4 = 62,6 \text{ (m}^2\text{)}$.	0,25
	Tổng chi phí cần để sơn là: $62,6 \cdot 30\,000 = 1\,878\,000 \text{ (đồng)}$. Vậy bác Long cần 1 878 000 đồng để sơn bốn bức tường xung quanh của căn phòng này.	0,25
Bài 5 (2,0 điểm) Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác. Chứng minh rằng: $ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$		
2,0đ	Ta có: $(a - b)^2 \geq 0 \Rightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab$ Tương tự ta cũng có: $b^2 + c^2 \geq 2bc$; $c^2 + a^2 \geq 2ac$ $\Rightarrow 2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2(ab + ac + bc)$ $\Rightarrow ab + ac + bc \leq a^2 + b^2 + c^2 \quad (1)$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c \Leftrightarrow \Delta ABC$ đều	0,5 0,25 0,25
	Áp dụng bất đẳng thức tam giác, ta có: $\left. \begin{array}{l} a + b > c \Rightarrow ac + bc > c^2 \\ a + c > b \Rightarrow ab + bc > b^2 \\ b + c > a \Rightarrow ab + ac > a^2 \end{array} \right\} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + ac + bc) \quad (2)$ Từ (1) và (2) ta có: $ab + ac + bc \leq a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + ac + bc)$	0,5 0,5

Câu 1. (4,0 điểm):

1. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\sqrt{11^2 - 72} - 1\frac{1}{2} : \sqrt{\frac{25}{4} - \left(\frac{2023}{2024}\right)^0}$ b) $\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) : \frac{7}{11}$

c) $\frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

2. Cho biểu thức: $A = \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{1000^2}$. Chứng minh rằng $A < \frac{25}{36}$.

Câu 2. (4,0 điểm):

1. Tính giá trị biểu thức $A = (x - 2y + z + 25)^{2024}$ biết $3x = 4y = 5z - 3x - 4y$
và $2x + y = z - 19$

2. Cho x, y là các số nguyên dương thỏa mãn $\frac{x+2y}{x+y} = \frac{2023}{2022}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của x .

Câu 3. (4,0 điểm):

1. Cho $\frac{x}{5} = \frac{y}{3} \neq 0$. Tính giá trị của biểu thức $M = \frac{3x^2 - 10y^2}{3x^2 + 5y^2}$

2. Tìm tất cả các cặp số nguyên x, y sao cho: $x + y - 2xy = 4$

3. Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc 1 lần, tìm xác suất của mỗi biến cố sau:

a) “Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là số nguyên tố”.

b) “Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là hợp số”.

Câu 4. (6,0 điểm):

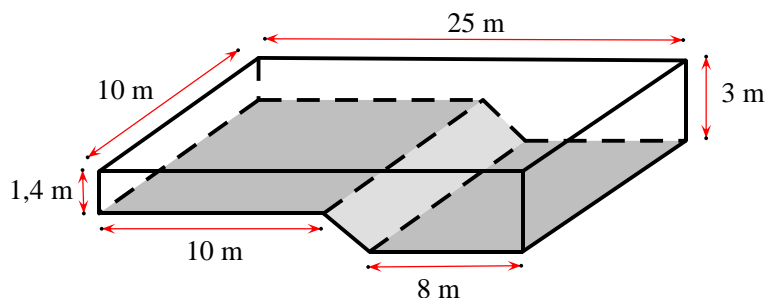
1. Cho tam giác ABC vuông tại A. Vẽ về phía ngoài tam giác ABC các tam giác đều ABD và ACE. Gọi I là giao điểm BE và CD. Chứng minh rằng:

a) $\triangle ABE = \triangle ADC$.

b) $DE = BE$

c) $\widehat{EIC} = 60^\circ$ và IA là tia phân giác của \widehat{DIE}

2. Một bể bơi được xây dựng thành hai khu vực với độ sâu khác nhau cho trẻ em và người lớn và các kích thước của lòng bể được cho như hình vẽ.



Hỏi sau bao lâu bể bơi được bơm đầy nước, biết cứ mỗi phút máy bơm được vào bể 500 lít nước.

Câu 5. (2,0 điểm):

1. Mỗi ô vuông đơn vị của bảng kích thước 10×10 (10 dòng, 10 cột) được ghi một số nguyên dương không vượt quá 10 sao cho bất kỳ hai số nào ghi trong hai ô chung cạnh hoặc hai ô chung đỉnh của bảng là hai số nguyên tố cùng nhau. Chứng minh rằng tồn tại một số được ghi ít nhất 17 lần.

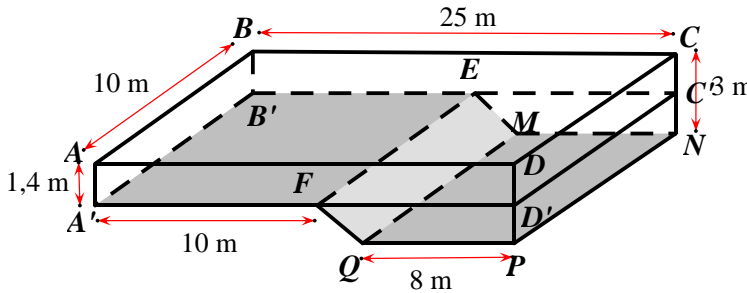
2. Chứng tỏ rằng $S = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2}$ không là số tự nhiên với mọi $n \in \mathbb{N}, n > 2$.

-----**Hết**-----

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (4,0 điểm)	1. (3,0 điểm)	
	a) $\sqrt{11^2 - 72} - 1 \frac{1}{2} : \sqrt{\frac{25}{4}} - \left(\frac{2023}{2024}\right)^0$ $= \sqrt{121 - 72} - \frac{3}{2} : \frac{5}{2} - 1 = \sqrt{49} - \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{5} - 1$	0,5
	$= 7 - \frac{3}{5} - 1 = 6 - \frac{3}{5} = \frac{27}{5}$	0,5
	b) $A = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) : \frac{7}{11}$ $= \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) \cdot \frac{11}{7} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) \cdot \frac{11}{7}$ $= \frac{11}{7} \left[\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) \right]$	0,5
	$= \frac{11}{7} \left[\left(\frac{-3}{7} + \frac{-4}{7}\right) + \left(\frac{4}{11} + \frac{7}{11}\right) \right]$ $= \frac{11}{7} [(-1) + 1] = \frac{11}{7} \cdot 0 = 0$	0,5
	c) $\frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$ $= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 7^3 \cdot 2^3}$ $= \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 (1 - 7)}{5^9 \cdot 7^3 (1 + 2^3)}$	0,5
	$= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9}$ $= \frac{2}{3^2} - \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{2}{9} - \frac{-30}{9} = \frac{32}{9}$	0,5
	2. (1,0 điểm)	
	$A < \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{999 \cdot 1000}$	0,25
	$A < \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} - \frac{1}{1000}$	0,25
$A < \frac{25}{36} - \frac{1}{1000} < \frac{25}{36}$	0,25	
Vậy $A < \frac{25}{36}$	0,25	
Câu 2	1. (2,0 điểm)	

(4,0 điểm)	Ta có: $3x = 4y = 5z - 3x - 4y$ $\Rightarrow \frac{3x}{1} = \frac{4y}{1} = \frac{5z - 3x - 4y}{1} = \frac{3x + 4y + 5z - 3x - 4y}{1+1+1} = \frac{5z}{3}$	0,5														
	$\Rightarrow \frac{3x}{1} = \frac{4y}{1} = \frac{5z}{3}$	0,25														
	$\Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{y}{15} = \frac{z}{36}$	0,25														
	Lại có: $2x + y = z - 19 \Rightarrow 2x + y - z = -19$	0,25														
	Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{x}{20} = \frac{y}{15} = \frac{z}{36} = \frac{2x + y - z}{2 \cdot 20 + 15 - 36} = \frac{-19}{19} = -1$	0,25														
	Suy ra: $x = -20; y = -15; z = -36$ Vậy $A = (-20 + 30 - 36 + 25)^{2024} = 1$	0,5														
	2. (2,0 điểm)															
	Từ $\frac{x+2y}{x+y} = \frac{2023}{2022}$ suy ra $\frac{x+2y}{2023} = \frac{x+y}{2022}$	0,25														
	Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x+2y}{2023} = \frac{x+y}{2022} = \frac{(x+2y) - (x+y)}{2023 - 2022} = y$	0,25														
	Khi đó: $x + y = 2022y$ Hay $x = 2021y$	0,5														
	Để x đạt GTNN khi $2021y$ đạt GTNN.	0,5														
	Mặt khác x, y là các số nguyên dương nên GTNN của y là 1.	0,25														
Khi đó GTNN của x là 2021.	0,25															
Câu 3 (4,0 điểm)	1. (1,5 điểm)															
	Đặt $\frac{x}{5} = \frac{y}{3} = k, (k \neq 0) \Rightarrow x = 5k, y = 3k$.	0,5														
	Ta có $M = \frac{3x^2 - 10y^2}{3x^2 + 5y^2} = \frac{3(5k)^2 - 10(3k)^2}{3(5k)^2 + 5(3k)^2}$	0,25														
	$= \frac{75k^2 - 90k^2}{75k^2 + 45k^2} = \frac{-15k^2}{120k^2} = \frac{-1}{8}$ (vì $k \neq 0$).	0,75														
	2. (1,5 điểm)															
	Ta có: $x + y - 2xy = 4$ suy ra $x - 2xy + y - 4 = 0$	0,25														
	$\Leftrightarrow 2x - 4xy + 2y - 8 = 0 \Leftrightarrow 2x - 4xy + 2y - 1 = 7$	0,25														
	$\Leftrightarrow 2x(1 - 2y) - (1 - 2y) = 7 \Leftrightarrow (2x - 1)(1 - 2y) = 7$	0,25														
	Lập bảng															
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tbody> <tr> <td>$2x - 1$</td> <td>1</td> <td>7</td> <td>-1</td> <td>-7</td> </tr> <tr> <td>$1 - 2y$</td> <td>7</td> <td>1</td> <td>-7</td> <td>-1</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>0</td> <td>-3</td> </tr> </tbody> </table>	$2x - 1$	1	7	-1	-7	$1 - 2y$	7	1	-7	-1	x	1	4	0	-3
$2x - 1$	1	7	-1	-7												
$1 - 2y$	7	1	-7	-1												
x	1	4	0	-3												

	y	-3	0	4	1	
		Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	
	Vậy $(x;y) \in \{(1;-3);(4; 0);(0;4);(-3; 1)\}$					0,25
	3. (1,0 điểm)					
	a) Tập hợp gồm các kết quả có thể xảy ra đối với số chấm xuất hiện khi gieo xúc xắc là: $B = \{1;2;3;4;5;6\}$ Số phần tử của tập hợp B là 6. Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố “Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là số nguyên tố” là 2, 3, 5. Vì thế xác suất của biến cố đó là $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$					0,5
	b) Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố “Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là hợp số” là 4, 6. Vì thế xác suất của biến cố đó là $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$					0,5
Câu 4 (6,0 điểm)	1. (4,0 điểm)					
						0,5
	a. (1,5 điểm)					
	Ta có: $\begin{cases} DAC = A_1 + 90^\circ = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ \\ BAE = A_2 + 90^\circ = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ \end{cases} \Rightarrow DAC = BAE$					0,75
	Xét $\triangle ADC$ và $\triangle ABE$ có: $DA = BA$ (gt) $DAC = BAE$ (Chứng minh trên) $AC = AE$ (gt) $\Rightarrow \triangle ADC = \triangle ABE$ (c – g – c)					0,75
b. (1,0 điểm)						
Ta có: $A_3 + A_1 + BAC + A_2 = 360^\circ$ $\Leftrightarrow A_3 + 60^\circ + 90^\circ + 60^\circ = 360^\circ$ $\Leftrightarrow A_3 = 150^\circ$					0,5	

	$\Rightarrow A_3 = \angle BAE = 150^\circ$	
	<p>Xét $\triangle DAE$ và $\triangle BAE$ có:</p> <p>$DA = BA$ (gt)</p> <p>$A_3 = \angle BAE$ (Chứng minh trên)</p> <p>AE: Cạnh chung</p> <p>$\Rightarrow \triangle DAE = \triangle BAE$ (c - g - c)</p> <p>$\Rightarrow DE = BE$ (hai cạnh tương ứng)</p>	0,5
	c. (1,5 điểm)	
	<p>* Ta có: $\triangle DAC = \triangle BAE$ (CM câu a) $\Rightarrow E_1 = C_1$ (hai góc tương ứng)</p> <p>Lại có: $\hat{I}_1 + E_2 + ICE = 180^\circ$ (Tổng 3 góc trong $\triangle ICE$)</p> <p>$\Leftrightarrow \hat{I}_1 + (AEC - E_1) + (C_1 + C_2) = 180^\circ$</p> <p>$\Leftrightarrow \hat{I}_1 + 60^\circ - E_1 + C_1 + 60^\circ = 180^\circ$</p> <p>$\Leftrightarrow \hat{I}_1 + 120^\circ = 180^\circ$ (Vì $E_1 = C_1$)</p> <p>$\Leftrightarrow \hat{I}_1 = 60^\circ$</p>	0,5
	<p>* Vì $\triangle DAE = \triangle BAE$ (chứng minh câu b) $\Rightarrow E_1 = E_2$ (hai góc tương ứng) $\Rightarrow EA$ là tia phân giác của DEI (1)</p> <p>Vì $\begin{cases} \triangle DAC = \triangle BAE \\ \triangle DAE = \triangle BAE \end{cases} \Rightarrow \triangle DAC = \triangle DAE \Rightarrow D_1 = D_2$ (Hai góc tương ứng) $\Rightarrow DA$ là tia phân giác của EDC (2)</p>	0,5
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow IA$ là đường phân giác thứ ba trong $\triangle DIE$ hay IA là tia phân giác của DIE	0,5
	2. (2,0 điểm)	
	 <p>Để tính thể tích bể bơi, ta tính thể tích hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ và hình lăng trụ đứng $EC'NM.FD'PQ$ có đáy là hình thang vuông.</p> <p>Thể tích hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là: $10.25.1,4 = 350$ (m^3)</p>	0,5
	<p>Thể tích hình lăng trụ đứng $EC'NM.FD'PQ$ là:</p> $\frac{1}{2} \cdot [(25 - 10) + 8] \cdot (3 - 1,4) \cdot 10 = 184$ (m^3)	0,5
	<p>Thể tích bể bơi là: $350 + 184 = 534$ (m^3)</p>	0,25
	<p>Đổi $534 m^3 = 534 000$ lít</p>	0,25
	<p>Thời gian bể bơi được bơm đầy nước là:</p>	0,25

	534 000 : 500 = 1 068 (phút)	
	Vậy sau 17 giờ 48 phút thì bể được bơm đầy nước.	0,25
Câu 5 (2,0 điểm)	1. (1,0 điểm)	
	Chia bảng lớn thành 25 hình vuông kích thước 2×2 . Do bất kỳ hai số nào ghi trong 2 ô chung cạnh hoặc hai ô chung đỉnh của bảng là hai số nguyên tố cùng nhau nên mỗi hình vuông nhỏ kích thước 2×2 chỉ có không quá một số chia hết cho 2 và có không quá một số chia hết cho 3	0,5
	Vì vậy 100 số ghi trong bảng, sẽ có không quá 25 số chia hết cho 2 và có không quá 25 số chia hết cho 3, nên còn ít nhất $100 - 25 \cdot 2 = 50$ số nguyên tố cùng nhau với 2 và 3 mà không vượt quá 10.	0,25
	Suy ra 50 số này phải thuộc tập hợp $\{1; 5; 7\}$. Do $50 = 16 \cdot 3 + 2$ nên theo nguyên lý Dirichlet tồn tại ít nhất $16 + 1 = 17$ số bằng nhau, tức là có ít nhất 1 số xuất hiện 17 lần trong bảng	0,25
	2. (1,0 điểm)	
	$S = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2} = \frac{2^2 - 1}{2^2} + \frac{3^2 - 1}{3^2} + \frac{4^2 - 1}{4^2} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2}$ $= 1 - \frac{1}{2^2} + 1 - \frac{1}{3^2} + 1 - \frac{1}{4^2} + \dots + 1 - \frac{1}{n^2}$ $= (1 + 1 + 1 + \dots + 1) - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right)$ $= (n - 1) - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow S < n - 1 \quad (1)$	0,25
	Nhận xét: $\frac{1}{2^2} < \frac{1}{1 \cdot 2}$; $\frac{1}{3^2} < \frac{1}{2 \cdot 3}$; $\frac{1}{4^2} < \frac{1}{3 \cdot 4}$; ...; $\frac{1}{n^2} < \frac{1}{(n-1) \cdot n}$ $\Rightarrow \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{(n-1) \cdot n} = 1 - \frac{1}{n} < 1$.	0,25
	$\Rightarrow - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right) > -1 \Rightarrow (n - 1) - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right) > (n - 1) - 1 = n - 2 \Rightarrow S > n - 2 \quad (2)$	0,25
Từ (1) và (2) suy ra $n - 2 < S < n - 1$ hay S không là số tự nhiên.	0,25	

..... Hết

Câu I (4,0 điểm) Tính giá trị các biểu thức sau:

1) $A = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}}$

2) $B = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{6}\right) \left(1 - \frac{1}{10}\right) \left(1 - \frac{1}{15}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{210}\right)$

3) $C = 28a^2b - 9ab^2$ với a, b thỏa mãn $(a - 3)^2 + (3b + 1)^{100} \leq 0$

Câu II (4,0 điểm)

1) Tìm x, y, z biết $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-2}{3}$ và $x - 3y + 4z = 4$.

2) Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$. Biết $21a - 3b + 5c = 0$.

Chứng minh: $f(1) \cdot f(-3) \leq 0$

Câu III (4,0 điểm)

1) Tìm tất cả các cặp số nguyên $x; y$ thỏa mãn: $3x - y + xy - 10 = 0$.

2) Cho n là số tự nhiên có hai chữ số. Tìm n biết $n+4$ và $2n$ là các số chính phương.

Câu IV (6,0 điểm)

1) Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Gọi M là trung điểm BC , D là điểm thuộc đoạn thẳng BM (D khác B và M). Kẻ các đường thẳng BH, CI lần lượt vuông góc với đường thẳng AD tại H và I .

a) Chứng minh rằng: $BH = AI$.

b) Tính góc AIM .

2) Cho tam giác ABC có $A = 90^\circ$. Kẻ AH vuông góc với BC (H thuộc BC). Chứng minh rằng: $AB + AC < BC + AH$.

Câu V (2,0 điểm)

1) Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác. Chứng minh rằng:

$$ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$$

2) Giả sử $p; q$ là 2 số nguyên tố thỏa mãn đồng thời các điều kiện $p > q > 3; p - q = 2$. Chứng minh rằng $p^3 + q^3$ chia hết cho 36.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh.....SBD.....

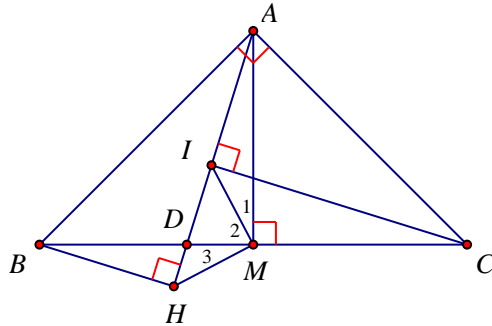
HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ THANG ĐIỂM
(Gồm có 04 trang)

Câu	NỘI DUNG	Điểm
	Tính giá trị các biểu thức sau:	4,0
	1) $A = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} - 2^{11} \cdot 3^{11}}$ $= \frac{2^{12} \cdot 3^{10} \cdot (1+5)}{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot (2 \cdot 3 - 1)} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 5} = \frac{4}{5}$	1,0
	2) $B = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{6}\right) \left(1 - \frac{1}{10}\right) \left(1 - \frac{1}{15}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{210}\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{14}{15} \dots \frac{209}{210}$ $= \frac{4}{6} \cdot \frac{10}{12} \cdot \frac{18}{20} \cdot \frac{28}{30} \dots \frac{418}{420} = \frac{(1 \cdot 4)(2 \cdot 5)(3 \cdot 6)(4 \cdot 7) \dots (19 \cdot 22)}{(2 \cdot 3)(3 \cdot 4)(4 \cdot 5)(5 \cdot 6) \dots (20 \cdot 21)}$ $= \frac{(1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 19) \cdot (4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \dots 22)}{(2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 20) \cdot (3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \dots 21)} = \frac{11}{30}$	1,5
I 4,0 điểm	3) Ta có : $(a - 3)^2 \geq 0$ với mọi a , $(3b + 1)^{100} \geq 0$ với mọi b suy ra $(a - 3)^2 + (3b + 1)^{100} \geq 0$ với mọi a, b Do đó từ $(a - 3)^2 + (3b + 1)^{100} \leq 0$ suy ra $(a - 3)^2 = 0$ và $(3b + 1)^{100} = 0$ suy ra $a = 3, b = \frac{-1}{3}$ Thay $a = 3, b = \frac{-1}{3}$ vào biểu thức ta có: $C = 28a^2b - 9ab^2 = 28 \cdot 3^2 \cdot \frac{-1}{3} + 9 \cdot 3 \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)^2 = -84 + 3 = -81$	1,5
	1) Tìm x, y, z biết $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-2}{3}$ và $x - 3y + 4z = 4$.	2,0
	Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-2}{3} = \frac{x-1}{2} = \frac{3y-9}{12} = \frac{4z-8}{12} = \frac{x-1-3y+9+4z-8}{2-12+12} = 2$	1,0
II	$\frac{x-1}{2} = 2 \Rightarrow x = 5; \frac{y-3}{4} = 2 \Rightarrow y = 11; \frac{z-2}{3} = 2 \Rightarrow z = 8$ Vậy $x = 5; y = 11; z = 8$	1,0

4,0 điểm	2) Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$. Biết $21a - 3b + 5c = 0$. Chứng minh $f(1) \cdot f(-3) \leq 0$.	2,0																				
	Ta có: $f(1) = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = a + b + c \Rightarrow 3f(1) = 3a + 3b + 3c$ $f(-3) = a \cdot (-3)^2 + b \cdot (-3) + c = 9a - 3b + c \Rightarrow 2f(-3) = 18a - 6b + 2c$	0,5																				
	Suy ra: $3f(1) + 2f(-3) = 3a + 3b + 3c + 18a - 6b + 2c$ $3f(1) + 2f(-3) = 21a - 3b + 5c$	0,5																				
	Mà $21a - 3b + 5c = 0$ nên $3f(1) + 2f(-3) = 0 \Rightarrow 3f(1) = -2f(-3)$ hay $3f(1)$ và $2f(-3)$ đối nhau.	0,5																				
	Do đó: $3f(1) \cdot 2f(-3) = 3f(1) \cdot [-3f(1)] = -9[f(1)]^2 \leq 0 \Rightarrow f(1) \cdot f(-3) \leq 0$	0,5																				
	III 4,0 điểm	1) Tìm tất cả các cặp số nguyên $x; y$ thỏa mãn: $3x - y + xy - 10 = 0$.	2,0																			
	$\Leftrightarrow 3x + xy - y - 3 - 7 = 0$ $\Leftrightarrow x(3 + y) - y + 3 = 7$ $\Leftrightarrow x - 1(3 + y) = 7$	0,75																				
	Vì x, y là các số nguyên nên ta có bảng sau:	0,25																				
	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td>$x-1$</td> <td>-7</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>$y+3$</td> <td>-1</td> <td>-7</td> <td>7</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>-6</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-4</td> <td>-10</td> <td>4</td> <td>-2</td> </tr> </tbody> </table>	$x-1$	-7	-1	1	7	$y+3$	-1	-7	7	1	x	-6	0	2	8	y	-4	-10	4	-2	0,75
$x-1$	-7	-1	1	7																		
$y+3$	-1	-7	7	1																		
x	-6	0	2	8																		
y	-4	-10	4	-2																		
	Vậy $\begin{cases} x = -6 \\ y = -4 \end{cases}; \begin{cases} x = 0 \\ y = -10 \end{cases}; \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}; \begin{cases} x = 8 \\ y = -2 \end{cases}$	0,25																				
	2) Cho n là số tự nhiên có hai chữ số. Tìm n biết $n+4$ và $2n$ là các số chính phương.	2,0																				
	Theo đề, số tự nhiên n có hai chữ số $\Rightarrow 10 \leq n \leq 99$ $\Rightarrow 2 \cdot 10 \leq 2n \leq 2 \cdot 99$ $\Rightarrow 20 \leq 2n \leq 198$,	0,5																				
	mà $2n$ là số chẵn và $2n$ là số chính phương $\Rightarrow 2n \in \{36; 64; 100; 144; 196\}$ $\Rightarrow n \in \{18; 32; 50; 72; 98\}$	0,5																				
	$\Rightarrow n+4 \in \{22; 36; 54; 76; 102\}$	0,5																				
	Mà $n+4$ là số chính phương nên chọn $n+4 = 36 \Rightarrow n = 32$																					
	Vậy $n = 32$.	0,5																				
IV 6,0 điểm	1) Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Gọi M là trung điểm BC , D là điểm thuộc đoạn thẳng BM (D khác B và M). Kẻ các đường thẳng BH , CI lần lượt vuông góc với đường thẳng AD tại H và I .	6,0																				

- a) Chứng minh rằng : $BH = AI$.
 b) Tính góc AIM .
 2) Cho tam giác ABC có $A = 90^\circ$. Kẻ AH vuông góc với BC (H thuộc BC) .
 Chứng minh rằng: $AB + AC < BC + AH$.

1)



a) Xét $\triangle ABH$ và $\triangle CAI$ có:

$$BHA = AIC = 90^\circ$$

$$AB = AC$$

$$BAH = ACI \text{ (cùng phụ với góc } CAI \text{)}$$

Vậy $\triangle ABH = \triangle CAI$ (cạnh huyền, góc nhọn) $\Rightarrow BH = AI$ (hai cạnh tương ứng).

b) Xét $\triangle ABM$ và $\triangle ACM$ có:

AM chung

$$AB = AC$$

$$BM = CM \text{ (giả thiết)}$$

Vậy $\triangle ABM = \triangle ACM$ (c.c.c) $\Rightarrow \angle AMB = \angle AMC$ (hai góc tương ứng)

Mà $\angle AMB + \angle AMC = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

Do đó: $\angle AMB = 90^\circ \Rightarrow AM \perp BC$.

Kết hợp với $\angle ABM = 45^\circ$ (do $\triangle ABC$ vuông cân tại A)

Suy ra: $\triangle ABM$ vuông cân tại M nên $AM = BM$.

Lại có: $\angle CAI = \angle ABH$ (hai góc tương ứng) hay $45^\circ + \angle IAH = 45^\circ + \angle MBH \Rightarrow$

$$\angle IAH = \angle MBH$$

Xét $\triangle AIM$ và $\triangle BHM$ có:

$$AM = BM$$

$$\angle IAH = \angle MBH$$

$$AI = BH$$

Vậy $\triangle AIM = \triangle BHM$ (c.c.c) $\Rightarrow \angle M_1 = \angle M_3$ (hai góc tương ứng)

Mặt khác: $\angle M_1 + \angle M_2 = 90^\circ$

Cho nên: $\angle M_3 + \angle M_2 = 90^\circ \Rightarrow \angle IMH = 90^\circ$

Kết hợp với $IM = HM$ (hai cạnh tương ứng)

Suy ra: $\triangle IMH$ vuông cân tại $M \Rightarrow \angle HIM = 45^\circ$

Lại có: $\angle AIM = \angle AIC + \angle MIH$ hay $\angle AIM = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$.

2)

0,75

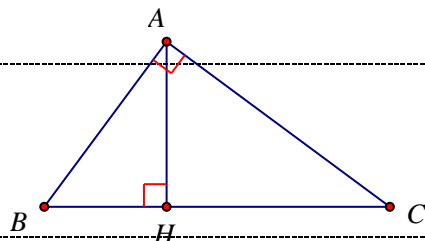
0,75

0,5

0,75

0,75

0,5



	<p>Ta có: $AB < AC$, $AB < BC$, $AH < AB$ và $AH \cdot BC = AB \cdot AC$ (cùng bằng $2S_{ABC}$)</p> <p>Suy ra: $1 < \frac{AB}{AH} = \frac{BC}{AC} = \frac{BC - AB}{AC - AH}$</p> <p>Do đó: $AC - AH < BC - AB \Rightarrow AB + AC < AH + BC$.</p>	0,75 0,75 0,5
V 2,0 điểm	<p>1) Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác. Chứng minh rằng:</p> $ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$	1,0
	<p>Ta có: $(a - b)^2 \geq 0 \Rightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab$</p> <p>Tương tự ta cũng có: $b^2 + c^2 \geq 2bc$; $c^2 + a^2 \geq 2ac$</p> $\Rightarrow 2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2(ab + bc + ca)$ $\Rightarrow ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2 \quad (1)$ <p>Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c \Leftrightarrow \Delta ABC$ đều</p>	0,5
	<p>Áp dụng bất đẳng thức tam giác, ta có:</p> $\left. \begin{array}{l} a + b > c \Rightarrow ac + bc > c^2 \\ a + c > b \Rightarrow ab + bc > b^2 \\ b + c > a \Rightarrow ab + ac > a^2 \end{array} \right\} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca) \quad (2)$	0,5
	<p>Từ (1) và (2) ta có: $ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$</p>	
	<p>2) Giả sử p, q là 2 số nguyên tố thỏa mãn đồng thời các điều kiện $p > q > 3$, $p - q = 2$. Chứng minh rằng $p^3 + q^3$ chia hết cho 36.</p>	1,0
	<p>Xét các số p, q có dạng $6k + r$ ($r = 0, 1, 2, 3, 4, 5$), k là số tự nhiên</p> <p>Để thấy, khi p, q là các số nguyên tố lớn hơn 5 thì các số $6k, 6k+2, 6k+3, 6k+4$ đều là hợp số nên các số p, q có dạng $6k + 1$ hoặc $6k + 5$.</p>	0,25
	<p>Vì $p - q = 2$ nên:</p> <p>Nếu $p = 6k + 5$ thì $q = 6k + 3$, lúc này q lại là hợp số, trái giả thiết q là số nguyên tố.</p>	0,25
	<p>Nếu $p = 6k + 1$ thì $q = 6k - 1$. Khi đó</p> $p^3 + q^3 = (p + q) \left[(p - q)^2 + pq \right] = (p + q)(4 + pq)$ $= 12k(36k^2 + 3) = 36k(12k^2 + 1) : 36.$ <p>Vậy $p^3 + q^3$ chia hết cho 36</p>	0,25 0,25

Số báo danh

Môn thi: Toán - Lớp 7

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi 13/3/2024

(Đề thi có 01 trang, gồm 5 câu)

Câu 1: (4.0 điểm). Tính giá trị các biểu thức sau:

$$1. A = \left(3\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3}\right)\left(3\frac{4}{15} - 2\frac{3}{5}\right)$$

$$2. B = 15\frac{1}{4} : \left(-\frac{5}{7}\right) - 25\frac{1}{4} : \left(-\frac{5}{7}\right)$$

$$3. C = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$$

$$4. D = \frac{\frac{2018}{2} + \frac{2018}{3} + \frac{2018}{4} + \dots + \frac{2018}{2019}}{\frac{2018}{1} + \frac{2017}{2} + \frac{2016}{3} + \dots + \frac{1}{2018}}$$

Câu 2: (4.0 điểm).

1. Tìm x, biết:

$$a. (19x + 2.5^2) : 14 = (13 - 8)^2 - 4^2$$

$$b. |2x + 1| + |x + 8| = 4x$$

2. Tìm x, y, z biết $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$; $\frac{y}{5} = \frac{z}{4}$ và $x - 2y + z = -48$

Câu 3: (4.0 điểm).

1. Tìm số tự nhiên x, y biết: $5 \cdot (x - 2019)^2 = 24 - y^2$

2. Cho 3 số x, y, z khác 0 thỏa mãn điều kiện: $\frac{y+z-x}{x} = \frac{z+x-y}{y} = \frac{x+y-z}{z}$

Hãy tính giá trị của biểu thức: $B = \left(1 + \frac{x}{y}\right)\left(1 + \frac{y}{z}\right)\left(1 + \frac{z}{x}\right)$

Câu 4: (6.0 điểm). Cho tam giác ABC ($AB > AC$), M là trung điểm của BC. Đường thẳng qua M vuông góc với tia phân giác của góc A tại H cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt tại E và F. Chứng minh:

1. $EH = HF$

2. $2BME = ACB - B$.

3. $BE = CF$.

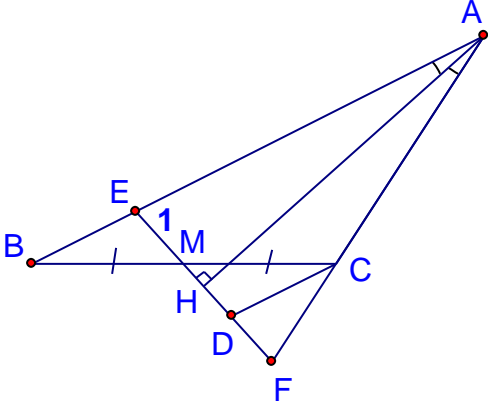
Câu 5: (2.0 điểm). Tìm các chữ số a, b, c biết rằng: $\frac{1}{ab \cdot bc} + \frac{1}{bc \cdot ca} + \frac{1}{ca \cdot ab} = \frac{11}{3321}$

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 7 LẦN 5

Câu	Nội dung cần đạt	Điểm
<p>Câu 1.1 (1,0 điểm)</p>	$A = \left(3\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3}\right)\left(3\frac{4}{15} - 2\frac{3}{5}\right)$ $= \left(3 + \frac{5}{6} - 1 - \frac{1}{3}\right)\left(3 + \frac{4}{15} - 2 - \frac{3}{5}\right)$ $= \left(2 + \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ <p>Nếu hs đổi ra phân số rồi quy đồng vẫn cho điểm tối đa</p>	<p>0,5 điểm 0,5 điểm</p>
<p>Câu 1.2 (1,0 điểm)</p>	$B = 15\frac{1}{4} : \left(-\frac{5}{7}\right) - 25\frac{1}{4} : \left(-\frac{5}{7}\right)$ $= \left(15\frac{1}{4} - 25\frac{1}{4}\right) : \left(-\frac{5}{7}\right)$ $= \left(15 + \frac{1}{4} - 25 - \frac{1}{4}\right) : \left(-\frac{5}{7}\right)$ $= -10 \cdot \left(-\frac{7}{5}\right) = 14$	<p>0,5 điểm 0,5 điểm</p>
<p>Câu 1.3 (1,0 điểm)</p>	$C = \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2^{10} \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5}$ $= \frac{2^{10} \cdot 3^8 (1 - 3)}{2^{10} \cdot 3^8 (1 + 5)} = \frac{-1}{3}$	<p>0,5 điểm 0,5 điểm</p>
<p>Câu 1.4 (1,0 điểm)</p>	$D = \frac{\frac{2018}{2} + \frac{2018}{3} + \frac{2018}{4} + \dots + \frac{2018}{2019}}{\frac{2018}{1} + \frac{2017}{2} + \frac{2016}{3} + \dots + \frac{1}{2018}}$ $= \frac{2018 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2019}\right)}{\left(\frac{2017}{2} + 1\right) + \left(\frac{2016}{3} + 1\right) + \dots + \left(\frac{1}{2018} + 1\right) + 1}$ $= \frac{2018 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2019}\right)}{\frac{2019}{2} + \frac{2019}{3} + \frac{2019}{4} + \dots + \frac{2019}{2019}}$ $= \frac{2018 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2019}\right)}{2019 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2019}\right)} = \frac{2018}{2019}$	<p>0,25 điểm 0,25 điểm 0,5 điểm</p>
<p>Câu 2.1a (1,0 điểm)</p>	$(19x + 2.5^2) : 14 = (13 - 8)^2 - 4^2$ $(19x + 50) : 14 = 9$ $19x + 50 = 126$ $19x = 76$ $x = 4$	<p>0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm</p>

<p>Câu 2.1b (1,0 điểm)</p>	$ 2x+1 + x+8 =4x$ (1) Nếu $x < 0$ thì $ 2x+1 + x+8 > 0$ và $4x < 0$ nên không có giá trị của x thỏa mãn (1) Nếu $x \geq 0$ thì $2x+1 > 0, x+8 > 0$ nên từ (1) suy ra: $2x+1+x+8=4x$ $x=9$ (t/m khoảng đang xét)	<p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p>
<p>Câu 2.2 (2,0 điểm)</p>	$\frac{x}{2} = \frac{y}{3}; \frac{y}{5} = \frac{z}{4}$ suy ra được $\frac{x}{10} = \frac{y}{15} = \frac{z}{12}$ $\Rightarrow \frac{x}{10} = \frac{2y}{30} = \frac{z}{12} = \frac{x-2y+z}{10-30+12}$ mà $x-2y+z = -48$ nên $\Rightarrow \frac{x}{10} = \frac{2y}{30} = \frac{z}{12} = \frac{-48}{-8} = 6$ Suy ra: $x = 60; y = 90; z = 72$	<p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p>
<p>Câu 3.1 (2,0 điểm)</p>	$5.(x-2019)^2 = 24 - y^2$ (1) Do $5.(x-2019)^2 \geq 0$ và $5.(x-2019)^2 : 5$ nên $24 - y^2 \geq 0$ và $24 - y^2 : 5$ suy ra $y = 2$ hoặc $y = 3$ (Do $y \in N$) Với $y = 2$ thay vào (1) ta được: $(x-2019)^2 = 4$ Tìm được $x = 2021; x = 2017$ Với $y = 3$, thay vào (1) ta được $(x-2019)^2 = 3$ không có giá trị của x . Vậy	<p>0,5 điểm</p> <p>1,0 điểm</p> <p>0,5 điểm</p>
<p>Câu 3.2 (2,0 điểm)</p>	Nếu $x + y + z = 0$ thì $x + y = -z, x + z = -y, y + z = -x$ Khi đó: $B = \frac{x+y}{y} \frac{y+z}{z} \frac{x+z}{x} = -1$ Nếu $x + y + z \neq 0$ thì $\frac{y+z-x}{x} = \frac{z+x-y}{y} = \frac{x+y-z}{z} = \frac{x+y+z}{x+y+z} = 1$ suy ra: $x + y = 2z, x + z = 2y, y + z = 2x$ Khi đó: $B = \frac{x+y}{y} \frac{y+z}{z} \frac{x+z}{x} = 8$ Vậy:	<p>1,0 điểm</p> <p>1,0 điểm</p>
<p>Câu 4 (6,0 điểm)</p>		
<p>Câu 4.1</p>	<p>C/m được $\triangle AEH = \triangle AFH$ (g-c-g) Suy ra $EH = HF$</p>	

(2,0 điểm)		2,0 điểm
Câu 4.2 (2,0 điểm)	<p>Từ $\triangle AEH = \triangle AFH$ Suy ra $E_1 = F$</p> <p>Xét $\triangle CMF$ có ACB là góc ngoài suy ra $CMF = ACB - F$</p> <p>$\triangle BME$ có E_1 là góc ngoài suy ra $BME = E_1 - B$</p> <p>vậy $CMF + BME = (ACB - F) + (E_1 - B)$</p> <p>hay $2BME = ACB - B$</p>	<p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p>
Câu 4.3 (2,0 điểm)	<p>C/m $\triangle AHE = \triangle AHF(g - c - g)$ Suy ra $AE = AF$ và $E_1 = F$</p> <p>Từ C vẽ $CD \parallel AB (D \in EF)$</p> <p>C/m được $\triangle BME = \triangle CMD(g - c - g) \Rightarrow BE = CD$ (1)</p> <p>và có $E_1 = CDF$ (cặp góc đồng vị)</p> <p>do đó $CDF = F$</p> <p>Vẽ đường cao CK của tam giác CDF.</p> <p>C/m được $\triangle CHD = \triangle CHF(cgv - gn) \Rightarrow CF = CD$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra $BE = CF$</p>	<p>0,25 điểm</p> <p>0,25 điểm</p> <p>0,25 điểm</p> <p>0,25 điểm</p>
Câu 5 (2,0 điểm)	<p>Quy đồng ta được: $81.41(\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca}) = 11.\overline{ab}.\overline{bc}.\overline{ca}$ (1)</p> <p>Do 41 là số nguyên tố và $\overline{ab}.\overline{bc}.\overline{ca}:41$ nên có một số trong tích chia hết cho 41.</p> <p>Giả sử: $\overline{ab}:41$ (do vai trò các số như nhau)</p> <p>suy ra: $\overline{ab} = 41$ hoặc $\overline{ab} = 82$</p> <p>+ Với $\overline{ab} = 41$ suy ra $a = 4, b = 1$, thay vào (1) ta được:</p> <p>$81(41 + \overline{1c} + \overline{c4}) = 11.\overline{1c}.\overline{c4}$</p> <p>Do $(81,11) = 1$ nên $\overline{1c}.\overline{c4}:81$. Mà $\overline{1c}$ không chia hết cho 27 nên $\overline{c4}$ chia hết cho 9 suy ra $c = 5$</p> <p>Thay vào ta thấy thỏa mãn.</p> <p>+ Với $\overline{ab} = 82$ suy ra $a = 8, b = 2$, thay vào (1) ta được:</p> <p>$81(82 + \overline{2c} + \overline{c8}) = 22.\overline{2c}.\overline{c8}$ (2)</p> <p>Từ (2) ta thấy c chẵn, do $(81,22) = 1$ nên $\overline{2c}.\overline{c8}:81$. Mà $\overline{2c}$ không chia hết cho 81 nên $\overline{c8}$ chia hết cho 3 suy ra $c = 4$. Khi đó 24.48 không chia hết cho 81 (loại).</p> <p>Lập luận tương tự với $\overline{ca}:41, \overline{bc}:41$</p> <p>Vậy bộ số (a,b,c) cần tìm là: $(4,1,5); (4,5,1); (1,4,5); (1,5,4); (5,1,4); (5,4,1)$</p>	<p>0,5 điểm</p> <p>0,75 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> <p>0,25 điểm</p>

1. Học sinh làm cách khác đúng thì chấm điểm tối đa tương ứng.
2. Bài hình học sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình sai cơ bản thì không cho điểm.

PHÒNG GD&ĐT ĐỒNG HỚI KỶ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 6,7,8 NĂM HỌC 2023 - 2024
ĐỀ CHÍNH THỨC

SBD:

Khóa ngày 25 tháng 4 năm 2024

ĐỀ THI MÔN: TOÁN 7

Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể giao đề)

Đề có 1 trang, gồm 5 câu

Câu 1 (3,0 điểm).

a) Rút gọn biểu thức sau: $A = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$

b) Tìm x biết: $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{49}{99}$

c) Cho đa thức $A(x) = ax^2 + bx + c$. Biết $b = 5a + c$

Chứng minh rằng: $A(1) \cdot A(-3) \leq 0$

Câu 2 (1,5 điểm).

a) Tìm x, y biết: $\frac{3x-1}{4} = \frac{7y-4}{5} = \frac{3x+7y-5}{3x}$

b) Ba thửa ruộng hình chữ nhật A, B, C có cùng diện tích. Chiều rộng của các thửa ruộng A; B; C lần lượt tỉ lệ thuận với 4; 5; 6. Chiều dài của thửa ruộng A nhỏ hơn tổng chiều dài của thửa ruộng B và C là 42 m. Tính chiều dài mỗi thửa ruộng?

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Tìm n để $n^2 + 2018$ là một số chính phương

b) Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3. Hỏi $p^2 + 2018$ là số nguyên tố hay hợp số.

Câu 4 (1.0 điểm).

Lấy ngẫu nhiên một số trong bảy số: 81, 45, 63, 108, 147, 1155, 42336. Tìm xác suất để:

a) Lấy được số có 3 chữ số.

b) Lấy được số chia hết cho 3.

c) Lấy được số có 6 ước nguyên dương.

Câu 5 (3,5 điểm).

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$). Vẽ về phía ngoài tam giác ABC các tam giác đều ABD và ACE. Gọi I là giao của CD và BE, K là giao của AB và DC.

a) Chứng minh rằng: $\triangle ADC = \triangle ABE$ và $\widehat{DIB} = 60^\circ$

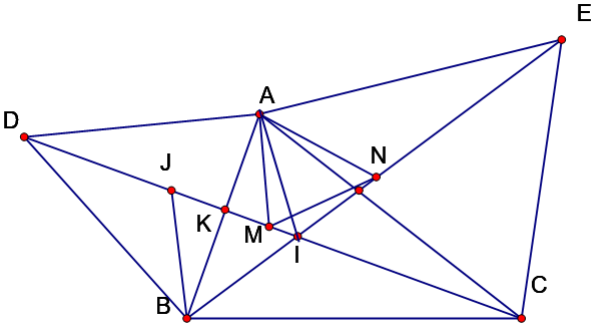
b) Gọi M và N lần lượt là trung điểm của CD và BE. Chứng minh: $\triangle AMN$ đều.

c) Chứng minh rằng: IA là phân giác của góc DIE.

..... HẾT

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (3,0 đ)	$a) A = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2 \cdot 2^9 \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^8 \cdot 3^8 \cdot 2^2 \cdot 5}$	0,25
	$= \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2^{10} \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5}$	0,25
	$= \frac{2^{10} \cdot 3^8 (1 - 3)}{2^{10} \cdot 3^8 (1 + 5)}$	0,25
	$= -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$	0,25
	$b) \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{49}{99}$	0,25
	$\Rightarrow \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \dots + \frac{1}{2x-1} - \frac{1}{2x+1} \right) = \frac{49}{99}$	
	$\Rightarrow \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2x+1} \right) = \frac{49}{99} \Rightarrow 1 - \frac{1}{2x+1} = \frac{98}{99} \Rightarrow \frac{1}{2x+1} = \frac{1}{99}$	0,5
$\Rightarrow 2x + 1 = 99 \Rightarrow 2x = 98 \Rightarrow x = 49. \text{ Vậy } x = 49$	0,25	
<p>c) Cho đa thức $A(x) = ax^2 + bx + c$. Biết $b = 5a + c$. Chứng minh rằng: $A(1) \cdot A(-3) \leq 0$.</p>		
<p>Ta có : $A(1) = a + b + c = a + 5a + c + c = 6a + 2c = 2(3a + c)$ $A(-3) = 9a - 3b + c = 9a - 3(5a + c) + c = -6a - 2c = -2(3a + c)$ $A(1) \cdot A(-3) = 2(3a + c)[-2(3a + c)] = -4(3a + c)^2$ vì $(3a + c)^2 \geq 0$ với mọi a, c nên $A(1) \cdot A(-3) = -4(3a + c)^2 \leq 0$</p>	0,25 0,25 0,25 0,25	
Câu 2 (1,5 điểm đ)	<p>a) Nếu $3x + 7y - 5 = 0$ thì $\begin{cases} 3x - 1 = 0 \\ 7y - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{4}{7} \end{cases}$</p>	0,25
	<p>Nếu $3x + 7y - 5 \neq 0$ thì áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{3x-1}{4} = \frac{7y-4}{5} = \frac{3x+7y-5}{9} = \frac{3x+7y-5}{3x}$</p>	0,25
	$\Rightarrow x = 3$	
	$\Rightarrow \frac{3 \cdot 3 - 1}{4} = \frac{7y - 4}{5} \Rightarrow y = 2$	0,25
<p>Vậy $(x, y) \in \left\{ \left(\frac{1}{3}; \frac{4}{7} \right), (3; 2) \right\}$</p>		

	<p>b) Gọi chiều rộng của các thửa ruộng A; B; C lần lượt là $a; b; c$ (m) Chiều dài của các thửa ruộng A; B; C lần lượt là $x; y; z$ (m) (Điều kiện: $0 < a < x; 0 < b < y; 0 < c < z$)</p> <p>Chiều rộng các thửa ruộng A; B; C lần lượt tỉ lệ thuận với 4; 5; 6 nên $\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{6}$</p> <p>Vì chiều dài của thửa ruộng A nhỏ hơn tổng chiều dài của thửa ruộng B và C là 42 m nên ta có: $y + z - x = 42$</p> <p>Vì ba thửa ruộng cùng diện tích nên $ax = by = cz$</p> <p>$\Rightarrow 4.x.\frac{a}{4} = 5.y.\frac{b}{5} = 6.z.\frac{c}{6} \Rightarrow 4x = 5y = 6z$</p> <p>Suy ra: $4x = 5y = 6z \Rightarrow \frac{4x}{60} = \frac{5y}{60} = \frac{6z}{60} \Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{12} = \frac{z}{10}$</p> <p>Vì $y + z - x = 42$ nên áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau suy ra $x = 90; y = 72; z = 60$. Vậy chiều dài thửa ruộng A; B; C lần lượt là 90m; 72m; 60m</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
Câu 3 1,0 điểm	<p>a) Giả sử $n^2 + 2018$ là số chính phương khi đó ta đặt $n^2 + 2018 = a^2$ ($a \in \mathbb{Z}$) $\Leftrightarrow a^2 - n^2 = 2018 \Leftrightarrow (a-n)(a+n) = 2018$ (*) + Nếu a, n khác tính chất chẵn lẻ thì vế trái của (*) là số lẻ nên không thỏa mãn (*) + Nếu a, n cùng tính chẵn hoặc lẻ thì $(a-n):2$ và $(a+n):2$ nên vế trái chia hết cho 4 và vế phải không chia hết cho 4 nên không thỏa mãn (*) Vậy không tồn tại n để $n^2 + 2018$ là số chính phương</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>b) Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p có dạng $p = 3k \pm 1$ ($k \in \mathbb{N}, k \geq 1$) Với $p = 3k + 1$, suy ra $p^2 + 2018 = (3k + 1)^2 + 2018 = 9k^2 + 6k + 2019 \Rightarrow (p^2 + 2018):3$ + Với $p = 3k - 1$, suy ra $p^2 + 2018 = (3k - 1)^2 + 2018 = 9k^2 - 6k + 2019 \Rightarrow (p^2 + 2018):3$ Vậy $p^2 + 2018$ là hợp số.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>a) Trong bảy số đã cho có hai số có ba chữ số. Do đó xác suất lấy được số có ba chữ số là $\frac{2}{7}$.</p> <p>b) Bảy số đã cho đều chia hết cho 3. Do đó biến cố “Lấy được số chia hết cho 3” là biến số chắc chắn. Vậy xác suất “Lấy được số chia hết cho 3” bằng 1.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
Câu 4 (1,0 điểm)	<p>c) $81 = 3^4$ có $4 + 1 = 5$ (ước nguyên dương) $45 = 3^2 \cdot 5$ có $(2 + 1)(1 + 1) = 6$ (ước nguyên dương) $108 = 2^2 \cdot 3^3$ có $(2 + 1)(3 + 1) = 12$ (ước nguyên dương) $63 = 3^2 \cdot 7$ có $(2 + 1)(1 + 1) = 6$ (ước nguyên dương)</p>	

	<p>$147=3 \cdot 7^2$ có $(1+1)(2+1) = 6$ (ước nguyên dương)</p> <p>$1155 = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$ có $(1+1)(1+1)(1+1)(1+1) = 16$ (ước nguyên dương)</p> <p>$42336 = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 7^2$ có $(5+1)(3+1)(2+1) = 72$ (ước nguyên dương)</p> <p>Trong 7 số đã cho có 3 số có 6 ước nguyên dương. Do vậy xác suất để “Lấy được số có 6 ước nguyên dương” bằng $\frac{3}{7}$.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
Câu 5 (3,5đ		H. vẽ 0,25
	<p>a) Ta có: $\angle DAC = \angle BAE = \angle BAC + 60^\circ$</p> <p>Xét $\triangle ADC$ và $\triangle ABE$ có: $AD = AB$; $\angle DAC = \angle BAE$ và $AC = AE$</p>	0,25
	Suy ra $\triangle ADC = \triangle ABE$ (c.g.c)	0,25
	Xét $\triangle AKD$ và $\triangle IKB$ có $\angle ADK = \angle IBK$ (suy từ $\triangle ADC = \triangle ABE$)	0,25
	$\angle BKI = \angle AKD$ (đối đỉnh).	
	Suy ra $\angle DIB = \angle DAB = 60^\circ$ (đpcm)	0,25
	b) Từ $\triangle ADC = \triangle ABE$ (câu a) $\Rightarrow DC = BE \Rightarrow CM = EN$.	0,25
	Mà $AC = AE$, $\angle ACM = \angle AEN$ (suy từ $\triangle ADC = \triangle ABE$)	
	$\Rightarrow \triangle ACM = \triangle AEN$ (c.g.c) $\Rightarrow AM = AN$ và $\angle CAM = \angle EAN$	0,25
	Mà $\angle MAN = \angle MAC + \angle CAN = \angle EAN + \angle CAN = \angle CAE = 60^\circ$	0,25
Nên tam giác AMN đều		
c) Trên tia ID lấy điểm J sao cho $IJ = JB$; $\angle DIB = 60^\circ \Rightarrow \triangle BIJ$ đều	0,25	
$\Rightarrow BJ = BI$ và $\angle JBI = \angle DBA = 60^\circ$, suy ra $\angle IBA = \angle JBD$,		
kết hợp $BA = BD \Rightarrow \triangle IBA = \triangle JBD$ (c.g.c) $\Rightarrow \angle AIB = \angle DJB = 120^\circ$ (vì $\angle IJB = 60^\circ$)	0,25	
Mà $\angle BID = 60^\circ \Rightarrow \angle DIB = \angle DIA = \angle EIA = 60^\circ$. Từ đó suy ra IA là phân giác của $\angle DIE$.	0,25	

Lưu ý: Nếu học sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình sai thì không chấm điểm bài hình
Thí sinh diễn đạt cách khác nhưng đúng nội dung vẫn cho điểm tối đa.

..... **HẾT**

**UBND HUYỆN NHO QUAN
PHÒNG GD&ĐT**

**CẤU TRÚC ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI
Môn: TOÁN - Lớp 7 – Thời gian làm bài: 150 phút**

Câu	Nội dung	Điểm
1	<p>Tính toán trên tập R. Lũy thừa với số mũ nguyên. Giá trị tuyệt đối của một số thực.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Tính giá trị của biểu thức. - Tính tổng dãy số theo quy luật. - So sánh các số. 	4 điểm
2	<p>1. Tỷ lệ thức, dãy tỉ số bằng nhau.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Dạng toán về tỉ lệ thức (tìm các thành phần chưa biết trong tỉ lệ thức, chứng minh tỉ lệ thức...). - Dạng toán về đại lượng tỉ lệ thuận, tỉ lệ nghịch. - Dạng toán có lời văn, bài toán có liên quan đến thực tế... 	2 điểm
	<p>2. Toán Tìm x</p> <ul style="list-style-type: none"> - Các dạng bài toán tìm x (có chứa dấu giá trị tuyệt đối, lũy thừa, tìm số nguyên x, y...). 	2 điểm
3	<p>1. Biểu thức đại số, nghiệm của đa thức, giá trị biểu thức đại số</p> <ul style="list-style-type: none"> - Tính giá trị của biểu thức đại số. - Thu gọn đơn thức, đa thức; tìm bậc, hệ số của đa thức. - Tìm nghiệm/nghiệm nguyên của đa thức... <p>2. Số học</p> <ul style="list-style-type: none"> - Phép chia hết và phép chia có dư, ước và bội, chữ số tận cùng của một số - Số nguyên tố, hợp số, số chính phương - Phương trình nghiệm nguyên... <p>3. Tổ hợp, xác suất</p> <ul style="list-style-type: none"> - Bài toán tổ hợp (công thức cộng, công thức nhân, hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp) ở mức độ đơn giản. - Xác suất của biến cố ngẫu nhiên (mức độ đơn giản)... 	4 điểm
4	<p>1. Đường thẳng vuông góc, đường thẳng song song. Tam giác, quan hệ giữa các yếu tố trong tam giác, các đường đồng quy trong tam giác.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Tính số đo góc, tính độ dài đoạn thẳng, chứng minh hai đường thẳng vuông góc, song song, trùng nhau. - Các bài tập về các góc ở vị trí đặc biệt và tia phân giác một góc. - Chứng minh hai tam giác bằng nhau, hai đoạn thẳng bằng nhau, hai góc bằng nhau. - Chứng minh một tam giác là tam giác đặc biệt: cân, vuông, đều. - Vẽ thêm đường phụ, hình phụ. - So sánh độ dài các đoạn thẳng. - Chứng minh đẳng thức, bất đẳng thức hình học. - Chứng minh một đường là đường đặc biệt của tam giác, chứng minh các quan hệ hình học khác. - Chứng minh điểm thuộc đường thẳng, các điểm thẳng hàng, các đường thẳng đồng quy. - Bài toán giải quyết vấn đề thực tiễn liên quan đến ứng dụng của hình học... 	4 điểm
	<p>2. Hình học trực quan</p>	2 điểm

	<ul style="list-style-type: none"> - Tính thể tích, diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật, hình lập phương. Các bài toán về tỉ số diện tích xung quanh, thể tích... - Tính diện tích đáy, chiều cao... - Các bài toán thực tế về hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình lăng trụ đứng tam giác, lăng trụ đứng tứ giác (chú trọng bài toán về thể tích, diện tích xung quanh, diện tích toàn phần....)... 	
5	<ul style="list-style-type: none"> - Chứng minh bất đẳng thức. - Tìm giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất của biểu thức. - Chia tỉ lệ - Nguyên lí Dirichlet - Các bài toán suy luận... 	2 điểm

Ghi chú:

1. Trong một câu **không nhất thiết** phải ra hết các nội dung quy định.
2. Đề thi và hướng dẫn chấm được gõ trên phông chữ Times New Roman cỡ chữ 12 (hoặc 13), Công thức toán học và các chữ kí hiệu hình học được gõ trong Mathtype.
3. Hình vẽ được vẽ trên các phần mềm vẽ hình như Geogebra, GSP...
4. Hướng dẫn chấm được trình bày chi tiết và chia nhỏ đến 0,25.
5. Đây là cấu trúc đề thi để nộp cho ngân hàng đề thi HSG lớp 7 cấp huyện, còn đề chính thức khi thi HSG huyện thì HĐ ra đề có thể ra số lượng câu hỏi phù hợp– thang điểm 20/20.

UBND HUYỆN NHO QUAN
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI LỚP 7
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút

ĐỀ THAM KHẢO

Đề thi gồm 05 câu, trong 02 trang

Câu 1. (4,0 điểm):

1. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\sqrt{1+\frac{7}{9}} + \sqrt{1-\frac{24}{25}}$ b) $23\frac{1}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{3} - \frac{13}{5} + \left(\frac{22}{23}\right)^0$ c) $\frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$

2. Cho biểu thức: $A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{8^2} + \frac{1}{9^2} + \frac{1}{10^2}$.

Chứng tỏ rằng $A < 1$.

Câu 2. (4,0 điểm):

1. Tìm các số x, y thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau: $4x = 5y$ và $x^2 - y^2 = 1$.

2. Tìm x biết: $2024x - |1011x + 2| = |1012x + 3|$

Câu 3. (4,0 điểm):

1. Cho đa thức $A(x) = x + x^2 + x^3 + \dots + x^{99} + x^{100}$.

a) Chứng minh rằng $x = -1$ là nghiệm của đa thức $A(x)$.

b) Tính giá trị của đa thức $A(x)$ tại $x = \frac{1}{2}$

2. Tìm tất cả các cặp số nguyên x, y sao cho: $2xy + x - 2y = 4$.

3. Có hai hộp, mỗi hộp chứa 3 con chip được đánh số 1, 2, 3. Lấy ngẫu nhiên một con chip ở mỗi hộp, sau đó lấy tích hai số được đánh ở những con chip đó. Xác suất để tích đó chẵn là bao nhiêu?

Câu 4. (6,0 điểm):

1. Cho tam giác ABC vuông tại A . Tia phân giác của \widehat{ABC} cắt AC tại D , tia phân giác của \widehat{ACB} cắt AB tại E . Kẻ DH vuông góc với BC tại H , EK vuông góc với BC tại K .

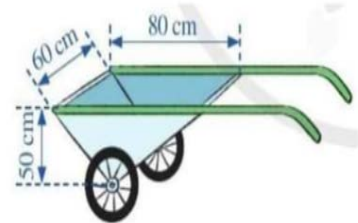
a) Chứng minh rằng $BA = BH$ và $BD \perp AH$.

b) Chứng minh $AB + AC = BC + HK$.

c) Tính số đo góc HAK .

2. Hình bên mô tả một xe chở cát hai bánh mà thùng chứa của nó có dạng lăng trụ đứng tam giác với các kích thước đã cho trên hình.

Hỏi thùng chứa của xe chở cát hai bánh đó có thể tích bằng bao nhiêu?



Câu 5. (2,0 điểm):

1. Trên bảng có viết các số từ 1 đến 2021. Nam chọn xóa đi hai số bất kỳ và ghi lên bảng một số đúng bằng hiệu của hai số đó. Bạn ấy thì ấy cho tới khi chỉ còn đúng một số trên bảng.

a) Nam đã thực hiện bao nhiêu lần hành động đó?

b) Hỏi Nam có thể nhận được số cuối cùng là số 2 hay không? Vì sao?

2. Cho biểu thức $M = \frac{x}{x+y+z} + \frac{y}{x+y+t} + \frac{z}{y+z+t} + \frac{t}{x+z+t}$ với x, y, z, t là các số tự

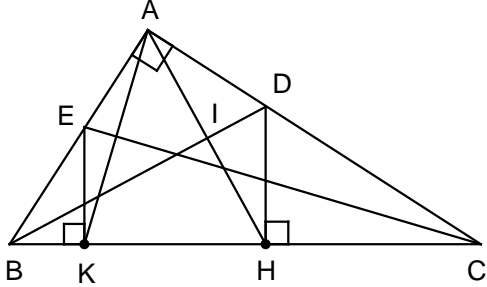
nhiên khác 0. Chứng minh $M^{10} < 1025$.

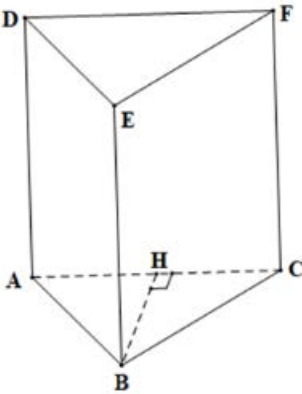
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (4,0 điểm)	1. (3,0 điểm)	
	$\sqrt{1+\frac{7}{9}} + \sqrt{1-\frac{24}{25}} = \sqrt{\frac{16}{9}} + \sqrt{\frac{1}{25}}$	0,5
	$= \frac{4}{3} + \frac{1}{5} = \frac{20}{5} + \frac{3}{5} = \frac{23}{5}$	0,5
	b) $23\frac{1}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{3} - \frac{13}{5} + \left(\frac{22}{23}\right)^0$	0,5
	$= \frac{70}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{3} - \frac{13}{5} + 1$	
	$= \left(\frac{70}{3} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{13}{5} - \frac{3}{5}\right) + 1 = 23 - 2 + 1 = 22$	0,5
	c) $\frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20} = \frac{(2^2)^5 \cdot (3^2)^4 - 2 \cdot (2 \cdot 3)^9}{2^{10} \cdot 3^8 + (2 \cdot 3)^8 \cdot (2^2 \cdot 5)}$	0,5
	$= \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2^{10} \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 (1-3)}{2^{10} \cdot 3^8 (1+5)} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$	0,5
	2. (1,0 điểm)	
	$A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{8^2} + \frac{1}{9^2} + \frac{1}{10^2}$ $\Rightarrow A < \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 10}$	0,25
$\Rightarrow A < \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10}$	0,25	
$\Rightarrow A < 1 - \frac{1}{10}$	0,25	
$\Rightarrow A < \frac{9}{10} < 1$ Vậy $A < 1$	0,25	
Câu 2 (4,0 điểm)	1. (2,0 điểm)	
	Từ $4x = 5y \Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{y}{4} \Rightarrow \left(\frac{x}{5}\right)^2 = \left(\frac{y}{4}\right)^2 \Rightarrow \frac{x^2}{25} = \frac{y^2}{16}$	0,5
	Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{x^2}{25} = \frac{y^2}{16} = \frac{x^2 - y^2}{25 - 16} = \frac{1}{9}$	0,5
	$\Rightarrow \frac{x^2}{25} = \frac{1}{9} \Rightarrow x^2 = \frac{25}{9} \Rightarrow x = \frac{5}{3}$ hoặc $x = -\frac{5}{3}$	0,25
	*) Với $x = \frac{5}{3} \Rightarrow 4 \cdot \frac{5}{3} = 5y \Rightarrow y = \frac{4}{3}$	0,25
*) Với $x = -\frac{5}{3} \Rightarrow 4 \cdot \frac{-5}{3} = 5y \Rightarrow y = -\frac{4}{3}$	0,25	

	Vậy các cặp số (x, y) cần tìm là: $\left(\frac{5}{3}; \frac{4}{3}\right); \left(-\frac{5}{3}; -\frac{4}{3}\right)$	0,25																			
	2. (2,0 điểm)																				
	$2024x - 1011x + 2 = 1012x + 3 $																				
	$\Rightarrow 1011x + 2 + 1012x + 3 = 2024x$	0,25																			
	Do $ 1011 + x \geq 0 \forall x, 1012 + x \geq 0 \forall x \Rightarrow x \geq 0$	0,5																			
	$\Rightarrow 1011x + 2 + 1012x + 3 = 2024x$	0,5																			
	$\Rightarrow 2023x + 5 = 2024x$	0,5																			
	$\Rightarrow x = 5$. Vậy $x = 5$	0,25																			
Câu 3 (4,0 điểm)	1. (1,5 điểm)																				
	a) Ta có: $A(-1) = (-1) + (-1)^2 + (-1)^3 + \dots + (-1)^{99} + (-1)^{100}$ $= -1 + 1 + (-1) + 1 + (-1) + \dots + (-1) + 1 = 0$ (vì có 50 số -1 và 50 số 1)	0,5																			
	Suy ra $x = -1$ là nghiệm của đa thức $A(x)$	0,25																			
	b) + Với $x = \frac{1}{2}$ ta có $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}} + \frac{1}{2^{100}}$ $\Rightarrow 2.A = 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}} + \frac{1}{2^{100}} \right)$	0,25																			
	$= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}}$	0,25																			
	$\Rightarrow 2A = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}} + \frac{1}{2^{100}} \right) + 1 - \frac{1}{2^{100}}$																				
	$\Rightarrow 2A = A + 1 - \frac{1}{2^{100}} \Rightarrow A = 1 - \frac{1}{2^{100}}$	0,25																			
	2. (1,5 điểm)																				
	$2xy + x - 2y = 4$ $\Rightarrow 2xy + x - 2y - 1 = 3$	0,25																			
	$\Rightarrow x(2y + 1) - (2y + 1) = 3$ $\Rightarrow (x - 1)(2y + 1) = 3$	0,25																			
	Do $x; y \in \mathbb{Z} \Rightarrow (x - 1); (2y + 1) \in \mathbb{Z} \Rightarrow (x - 1); (2y + 1) \in U(3) = \{-3; -1; 1; 3\}$	0,25																			
	Ta có bảng giá trị	0,5																			
	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>$x - 1$</td> <td>1</td> <td>-1</td> <td>3</td> <td>-3</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>4</td> <td>-2</td> </tr> <tr> <td>$2y + 1$</td> <td>3</td> <td>-3</td> <td>1</td> <td>-1</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>1</td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>-1</td> </tr> </table>	$x - 1$	1	-1	3	-3	x	2	0	4	-2	$2y + 1$	3	-3	1	-1	y	1	-2	0	-1
$x - 1$	1	-1	3	-3																	
x	2	0	4	-2																	
$2y + 1$	3	-3	1	-1																	
y	1	-2	0	-1																	
Đổi chiếu các điều kiện ta tìm được $(x; y) \in \{(2; 1); (0; -2); (4; 0); (-2; -1)\}$.	0,25																				
3. (1,0 điểm)																					
Cách 1. Có 9 cách bốc được 2 số là: $(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)$.	0,5																				
Ta thấy có 5 trường hợp có tích là số chẵn nên khả năng có thể xảy ra là $\frac{5}{9}$	0,5																				
Cách 2. Cách để có được tích 2 số là lẻ thì ở cả 2 hộp đều phải lấy ra số lẻ.	0,5																				

	Khả năng lấy ra số lẻ là $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$.	
	Vậy khả năng để tích 2 số lấy ra là một số chẵn là $1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$	0,5
Câu 4 (6,0 điểm)	1. (4,0 điểm)	
		0,5
	a. (1,5 điểm)	
	Chứng minh $\triangle BDA = \triangle BDH$ (ch- gn) $\Rightarrow BA = BH$ (đpcm)	0,5
	Gọi I là giao điểm của BD và AH, chứng minh $\triangle BIA = \triangle BIH$ (cgc)	0,5
	$\Rightarrow \widehat{BIA} = \widehat{BIH}$ (Tương ứng) Mà $\widehat{BIA} + \widehat{BIH} = 180^\circ$ (Kề bù) $\Rightarrow \widehat{BIA} = \widehat{BIH} = 90^\circ \Rightarrow BI \perp AH$ hay $BD \perp AH$ (đpcm)	0,5
	b. (1,0 điểm)	
	Theo chứng minh trên ta có: $AB = BH$ Chứng minh tương tự ta có: $AC = CK$ $\Rightarrow AB + AC = BH + CK = BK + KH + CK$	0,5 0,25
	Vậy $AB + AC = BC + HK$ (đpcm)	0,25
	c. (1,5 điểm)	
	$\triangle BAH$ cân tại B $\Rightarrow \widehat{BAH} = \frac{180^\circ - \widehat{ABC}}{2}$	0,25
	$\triangle CAK$ cân tại C $\Rightarrow \widehat{CAK} = \frac{180^\circ - \widehat{ACB}}{2}$	0,25
	Mà $\widehat{BAH} + \widehat{CAK} = \widehat{BAC} + \widehat{HAK}$	0,25
	$\Rightarrow \frac{180^\circ - \widehat{ABC}}{2} + \frac{180^\circ - \widehat{ACB}}{2} = 90^\circ + \widehat{HAK}$ $\Rightarrow 180^\circ - \widehat{ABC} + 180^\circ - \widehat{ACB} = 180^\circ + 2\widehat{HAK}$	0,25
	$\Rightarrow 360^\circ - (\widehat{ABC} + \widehat{ACB}) = 180^\circ + 2\widehat{HAK}$	0,25
	$\Rightarrow 360^\circ - 90^\circ = 180^\circ + 2\widehat{HAK} \Rightarrow 2\widehat{HAK} = 90^\circ$ Vậy $\widehat{HAK} = 45^\circ$	0,25
	2. (2,0 điểm)	

	 <p>Ta biểu diễn thùng xe thành hình lăng trụ đứng tam giác như hình vẽ trên với hai đáy là ABC và DEF, chiều cao đáy là BH=50cm, độ dài cạnh bên là BE=60cm và đáy AC=80cm</p>	0,5
	Diện tích đáy thùng xe là: $S = \frac{1}{2} BH.AC = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 80 = 2000 \text{ (cm}^2\text{)}$	0,75
	Thể tích thùng xe là: $V = S.h = 2000.60 = 120\,000 \text{ (cm}^3\text{)}$	0,75
Câu 5 (2,0 điểm)	1. (1,0 điểm)	
	a, (0,5 điểm) Mỗi lần Nam xóa đi 2 số bất kỳ, bạn ấy đều ghi lại lên bảng 1 số đúng bằng hiệu của 2 số đã xóa. Nên mỗi lượt, số số trên bảng giảm đi đúng 1 số. Ban đầu có 2021 số, do đó cần 2020 lần thực hiện hành động để chỉ còn đúng 1 số trên bảng.	0,5
	b, (0,5 điểm)	
	Xét tổng $A = 1 = 2 = 3 + \dots + 2021$. Mỗi lần Nam thực hiện một hành động thì tổng A thay đổi một dấu trong biểu thức dấu cộng thành dấu trừ, từ dấu trừ thành dấu cộng. Do đó sau khi thực hiện một số lần bất kì, tổng A sẽ là một phép tính cộng, trừ của tất cả các số từ 1 đến 2019. Mà tổng này luôn bằng $S - 2B$ trong đó S là tổng các số từ 1 đến 2021, B là tổng các số xuất hiện dấu trừ đằng trước. Do tổng S lẻ nên tổng các chữ số trên bảng ở bất kì thời điểm nào luôn là số lẻ. Mà 2 là số chẵn nên không có cách nào thực hiện hành động để số cuối cùng là 2.	0,5
	2. (1,0 điểm)	
	với x, y, z, t là các số tự nhiên khác 0, ta có: $\frac{x}{x+y+z} < \frac{x}{x+y}$ $\frac{y}{x+y+t} < \frac{y}{x+y}$; $\frac{z}{y+z+t} < \frac{z}{z+t}$; $\frac{t}{x+z+t} < \frac{t}{z+t}$	0,25
	$\Rightarrow M < \left(\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x+y}\right) + \left(\frac{z}{z+t} + \frac{t}{z+t}\right) \Rightarrow M < 2$	0,25
	+ Có $M^{10} < 2^{10}$ (Vì $M > 0$)	0,25
	mà $2^{10} = 1024 < 1025$. Vậy $M^{10} < 1025$	0,25

..... Hết

**PHÒNG GD&ĐT
HUYỆN HẬU LỘC**

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI

Môn: Toán 7

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày khảo sát: 25/02/2023

(Đề gồm: 01 trang).

Bài 1: (4 điểm)

1) Tính giá trị biểu thức

$$A = 99^{99} - \left\{ 1, (3) - \left[5 \cdot 2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} + 99^9 \cdot (27^4 - 81^3 - 99^{90}) \right] \right\}$$

2) Tính tích $P = \left(1 + \frac{7}{9}\right) \left(1 + \frac{7}{20}\right) \left(1 + \frac{7}{33}\right) \dots \left(1 + \frac{7}{2900}\right)$

3) Tính giá trị biểu thức $Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$ với a, b, c thỏa mãn: $(3a - 2b)^2 + |4b - 3c| \leq 0$

Bài 2: (4 điểm)

1) Tìm x, biết: $\frac{1}{5^{x-1}} + 3 \cdot 5^{2-x} = \frac{16}{125}$

2) Tìm x, biết: $\left(3 - \left|x - \frac{1}{2}\right|\right) \cdot \left(\frac{8}{15} - \frac{1}{5}\right) + \frac{2}{3} = 1$

3) Tìm x, y biết: $\frac{3x-1}{4} = \frac{7y-4}{5} = \frac{3x+7y-5}{3x}$

Bài 3: (4 điểm)

1) Số A được chia thành ba phần tỉ lệ theo $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{6}$. Biết rằng tổng các bình phương của ba số đó bằng 24309. Tìm số A.

2) Tìm cặp số (x, y) nguyên thỏa mãn: $x^2 - x(y+5) = -4y - 9$

3) Cho a, b, c, d là các số nguyên thỏa mãn $a^2 = b^2 + c^2 + d^2$.

Chứng minh rằng: $abcd + 2023$ viết được dưới dạng hiệu của hai số chính phương

Bài 4: (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$). Vẽ về phía ngoài tam giác ABC các tam giác đều ABD và ACE. Gọi I là giao của CD và BE, K là giao của AB và DC.

a) Chứng minh rằng: $\triangle ADC = \triangle ABE$ và $\widehat{DIB} = 60^\circ$.

b) Gọi M và N lần lượt là trung điểm của CD và BE. Chứng minh: $\triangle AMN$ đều.

c) Chứng minh rằng: IA là phân giác của góc DIE.

Bài 5: (2 điểm) Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác.

$$\text{Chứng minh rằng: } \sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} > 1$$

-----**Hết**-----

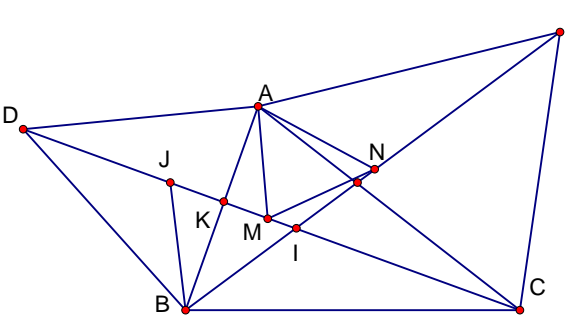
Họ tên học sinh:.....; Số báo danh:.....

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN 7

Bài	Đáp án	Điểm
Bài 1 4 điểm	1) Tính $A = 99^{99} - \left\{ 1, (3) - \left[5.2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} + 99^9 \cdot (27^4 - 81^3 - 99^{90}) \right] \right\}$	
	$A = 99^{99} - \left\{ 1, (3) - \left[5.2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} + 99^9 \cdot (3^{12} - 3^{12} - 99^{90}) \right] \right\}$	0,5
	$= 99^{99} - \left\{ 1, (3) - \left[5.2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} - 99^{99} \right] \right\}$	0,25
	$= 99^{99} - \left\{ 1, (3) - 5.2^3 + (-7)^2 - \frac{1}{3} + 99^{99} \right\}$	0,25
	$= 99^{99} - \frac{4}{3} + 40 - 49 + \frac{1}{3} - 99^{99} = -10$	0,25
	Vậy A = -10	0,25
	2) $P = \left(1 + \frac{7}{9}\right) \left(1 + \frac{7}{20}\right) \left(1 + \frac{7}{33}\right) \dots \left(1 + \frac{7}{2900}\right) = \frac{16}{9} \cdot \frac{27}{20} \cdot \frac{40}{33} \dots \frac{2907}{2900}$	0,25
	$= \frac{2.8.3.9.4.10 \dots 51.57}{1.9.2.10.3.11 \dots 50.58}$	0,5
	$= \frac{2.3.4 \dots 51}{1.2.3 \dots 50} \cdot \frac{8.9.10 \dots 57}{9.10.11 \dots 58}$	0,25
	$= \frac{51.8}{58} = \frac{204}{29}$	0,5
Vậy P = $\frac{204}{29}$		
3) Tính giá trị $Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$ với a, b, c thỏa mãn: $(3a - 2b)^2 + 4b - 3c \leq 0$		
Vì $(3a - 2b)^2 \geq 0; 4b - 3c \geq 0$ nên để $(3a - 2b)^2 + 4b - 3c \leq 0$ thì:		
$\begin{cases} (3a - 2b)^2 = 0 \\ 4b - 3c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a = 2b \\ 4b = 3c \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$	0,5	
Đặt $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k \Rightarrow a = 2k; b = 3k; c = 4k$ Thay vào Q ta có:		
$Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} = \frac{(2k)^3 + (3k)^3 + (4k)^3}{2k.3k.4k} = \frac{k^3(2^3 + 3^3 + 4^3)}{24k^3} = \frac{33}{8}$	0,5	
Bài 2 4 điểm	1) Tìm x, biết: $\frac{1}{5^{x-1}} + 3.5^{2-x} = \frac{16}{125}$	
	$\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} + 3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{x-2} = \frac{16}{125}$	
	$\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} + 3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} \cdot 5 = \frac{16}{125}$	0,25

	$\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} (1+15) = \frac{16}{125}$ $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} = \frac{1}{125}$	0,5
	$x-1=3$ $x=4$ <p>Vậy $x=4$</p>	0,25
	<p>2) Tìm x, biết: $\left(3-\left x-\frac{1}{2}\right \right) \cdot \left(\frac{8}{15}-\frac{1}{5}\right) + \frac{2}{3} = 1$</p>	
	$\left(3-\left x-\frac{1}{2}\right \right) \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$	0,5
	$3-\left x-\frac{1}{2}\right =1 \Rightarrow \left x-\frac{1}{2}\right =2$	0,5
	$1) x-\frac{1}{2}=2 \Rightarrow x=\frac{5}{2} \qquad 2) x-\frac{1}{2}=-2 \Rightarrow x=-\frac{3}{2}$ <p>Vậy $x \in \left\{\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right\}$</p>	0,5
	<p>3) Tìm x, y biết : $\frac{3x-1}{4} = \frac{7y-4}{5} = \frac{3x+7y-5}{3x}$</p>	
	<p>Nếu $3x+7y-5=0$ thì $\begin{cases} 3x-1=0 \\ 7y-4=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{3} \\ y=\frac{4}{7} \end{cases}$</p>	0,5
	<p>Nếu $3x+7y-5 \neq 0$ thì áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:</p> $\frac{3x-1}{4} = \frac{7y-4}{5} = \frac{3x+7y-5}{9} = \frac{3x+7y-5}{3x}$ <p>$\Rightarrow x=3$</p> <p>$\Rightarrow \frac{3 \cdot 3 - 1}{4} = \frac{7y - 4}{5} \Rightarrow y=2$</p> <p>Vậy $(x, y) \in \left\{\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{7}\right), (3; 2)\right\}$</p>	0,5
Bài 3 4 điểm	<p>1) Số A được chia thành ba phần, tỉ lệ theo $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{6}$. Biết rằng tổng các bình phương của ba số đó bằng 24309. Tìm số A.</p> <p>Gọi ba phần được chia lần lượt là: a, b, c</p> <p>Theo bài ra ta có: $a:b:c = \frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{6}$ và $a^2 + b^2 + c^2 = 24309$</p> <p>Ta có: $a:b:c = \frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{6} = 24:45:10 \Rightarrow \frac{a}{24} = \frac{b}{45} = \frac{c}{10}$</p> <p>Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:</p> $\frac{a}{24} = \frac{b}{45} = \frac{c}{10} \Rightarrow \frac{a^2}{576} = \frac{b^2}{2025} = \frac{c^2}{100} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{576 + 2025 + 100} = \frac{24309}{2701} = 9$	0,25
		0,25
		0,5

	$\Rightarrow a^2 = 576.9 = 5184 \Rightarrow a = \pm 72$ $b = \pm 135; c = \pm 30$	0,25
	Vậy $(a, b, c) \in \{(72; 135; 30), (-72; -135; -30)\}$	0,25
	2) Tìm cặp số (x, y) nguyên thỏa mãn: $x^2 - x(y+5) = -4y - 9$	
	Ta có: $x^2 - x(y+5) = -4y - 9$ $x^2 - 5x + 9 = xy - 4y$ $\Rightarrow x^2 - 5x + 9 = y(x-4)$	0,25
	$\Rightarrow x^2 - 5x + 9 : x - 4$ $\Rightarrow x(x-4) - (x-4) + 5 : x - 4 \Rightarrow 5 : x - 4$ $\Rightarrow x - 4 \in \{\pm 1; \pm 5\} \Rightarrow x \in \{-1; 3; 5; 9\}$	0,25 0,5
	Với $x = -1$ thì $y = -3$ Với $x = 3$ thì $y = -3$ Với $x = 5$ thì $y = 9$ Với $x = 9$ thì $y = 9$	0,25 0,25
	Vậy $(x, y) \in \{(-1; -3), (3; -3), (5; 9), (9; 9)\}$ <i>Học sinh có thể viết đẳng thức đã cho về dạng:</i> $(x-4)(x-y-1) = -5$ <i>Từ đó tìm ra các cặp số (x,y)</i>	
	3) Cho a, b, c, d là các số nguyên thỏa mãn $a^2 = b^2 + c^2 + d^2$. Chứng minh rằng: $abcd + 2023$ viết được dưới dạng hiệu của hai số chính phương	
	Ta có: $(2m+1)^2 = 4m^2 + 4m + 1 = 4m(m+1) + 1$. Do đó ta có số chính phương lẻ chia 8 luôn dư 1	0,25
	Nếu a, b, c, d đều lẻ thì a^2, b^2, c^2, d^2 chia 8 đều dư 1 dẫn đến không xảy ra $a^2 = b^2 + c^2 + d^2$ (vì vế trái chia 8 dư 1, vế phải chia 8 dư 3)	0,25
	Vậy trong các số a, b, c, d phải có ít nhất một số chẵn nên $abcd + 2023$ lẻ	0,25
	$abcd + 2023 = 2k + 1 (k \in \mathbb{Z})$ Đặt $= (k+1-k)(k+1+k) = (k+1)^2 - k^2$ (dpcm)	0,25
Bài 4 6 điểm		
	a) Ta có: $\widehat{DAC} = \widehat{BAE} = \widehat{BAC} + 60^\circ$ Từ $AD = AB$; $\widehat{DAC} = \widehat{BAE}$ và $AC = AE$ Suy ra $\triangle ADC = \triangle ABE$ (c.g.c)	1,0
	Từ $\triangle ADC = \triangle ABE$ (câu a) $\Rightarrow \widehat{ABE} = \widehat{ADC}$,	

	<p>mà $\widehat{BKI} = \widehat{AKD}$ (đối đỉnh). Khi đó xét $\triangle BIK$ và $\triangle DAK$ suy ra $\widehat{BIK} = \widehat{DAK} = 60^0$ (đpcm)</p> 	1,0 0,5 0,5 1,0
	<p>b) Từ $\triangle ADC = \triangle ABE$ (câu a) $\Rightarrow CM = EN$ và $\widehat{ACM} = \widehat{AEN}$ $\Rightarrow \triangle ACM = \triangle AEN$ (c.g.c) $\Rightarrow AM = AN$ và $\widehat{CAM} = \widehat{EAN}$ $\widehat{MAN} = \widehat{CAE} = 60^0$. Do đó $\triangle AMN$ đều.</p> <p>c) Trên tia ID lấy điểm J sao cho $IJ = IB \Rightarrow \triangle BIJ$ đều $\Rightarrow BJ = BI$ và $\widehat{JBI} = \widehat{DBA} = 60^0$ suy ra $\widehat{IBA} = \widehat{JBD}$, kết hợp $BA = BD$ $\Rightarrow \triangle IBA = \triangle JBD$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AIB} = \widehat{DJB} = 120^0$ mà $\widehat{BID} = 60^0$ $\Rightarrow \widehat{DIA} = 60^0$. Từ đó suy ra IA là phân giác của góc DIE</p>	0,5 0,5 0,5 0,5
Bài 5	<p>Vì a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác nên ta có</p> $0 < \frac{a}{b+c} < 1 \Rightarrow \sqrt{\frac{a}{b+c}} > \frac{a}{b+c}$ <p>Vì a là số dương nên theo tính chất của tỉ số ta được $\frac{a}{b+c} > \frac{a}{a+b+c}$</p> <p>Do đó ta có $\sqrt{\frac{a}{b+c}} > \frac{a}{a+b+c}$</p> <p>Chứng minh tương tự ta được $\sqrt{\frac{b}{c+a}} > \frac{b}{a+b+c}$; $\sqrt{\frac{c}{a+b}} > \frac{c}{a+b+c}$</p> <p>Cộng theo vế ba bất đẳng thức trên ta được $\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} > 1$</p> <p>Vậy bài toán được chứng</p>	1,0 1,0

UBND HUYỆN LƯƠNG TÀI
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2022- 2023

Môn thi: Toán- Lớp 7

Thời gian: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 07 tháng 3 năm 2023

I. PHẦN CHUNG (dành cho tất cả các thí sinh)

Bài 1. (1,5 điểm)

Thực hiện phép tính (hợp lí nếu có thể):

$$1) \frac{3}{5} : \left(\frac{-1}{15} - \frac{1}{6} \right) + \frac{3}{5} : \left(\frac{-1}{3} - 1 \frac{1}{15} \right);$$

$$2) \sqrt{\frac{4}{25}} \cdot \left(\frac{-1}{25} \right)^0 + \left| \frac{9}{10} \right| \cdot 0, (6) - \left(\frac{1}{-2^2} \right) : \frac{8^2}{4^4};$$

$$3) \frac{1}{3} + \frac{3}{7} + \frac{1}{7.2} + \frac{5}{2.13} + \frac{3}{13.4} + \frac{5}{4.21}.$$

Bài 2. (2,5 điểm)

1) Tìm x, y biết:

$$a) \left| \frac{39}{2} - 3x^2 \right| = \frac{15}{2};$$

$$a) 5^{x+2} + 5^{x+3} = 750.$$

2) Nhà trường thành lập 3 nhóm học sinh khối 7 tham gia chăm sóc di tích lịch sử. Trong đó, $\frac{2}{3}$ số học sinh của nhóm I bằng $\frac{8}{11}$ số học sinh của nhóm II và bằng $\frac{4}{5}$ số học sinh nhóm III. Biết rằng số học sinh của nhóm I ít hơn tổng số học sinh của nhóm II và nhóm III là 18 học sinh. Tính số học sinh của mỗi nhóm.

Bài 3. (1,0 điểm)

1) Biết $a + 1$ và $2a + 1$ đồng thời là các số chính phương. Chứng minh rằng $a : 12$.

2) Tìm các số tự nhiên a, b thỏa mãn: $(20a + 7b + 3) \cdot (20^a + 20a + b) = 803$.

Bài 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Vẽ các tia Bx, Cy vuông góc với BC nằm trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa điểm A. Gọi D là một điểm nằm giữa B và C. Đường thẳng vuông góc với AD tại A cắt Bx và Cy theo thứ tự tại E và F.

1) Chứng minh $\triangle AEB = \triangle ADC$;

2) Chứng minh tam giác EDF vuông cân;

3) Xác định vị trí điểm D trên BC để EF có độ dài nhỏ nhất.

II. PHẦN RIÊNG

1. Dành cho thí sinh bảng A

Bài 5. (2,0 điểm)

1) Cho x thỏa mãn: $|x - 2| + |x - 3| + |x - 4| + |x - 5| = 4$, gọi m là giá trị nhỏ nhất của x, M là giá trị lớn nhất của x. Tính giá trị của $A = m + M$.

2) Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AM, $\widehat{MAB} = 30^\circ$, $\widehat{C} = 30^\circ$. Tính số đo góc \widehat{ABC} biết góc \widehat{ABC} là góc tù.

2. Dành cho thí sinh bảng B

Bài 5. (2,0 điểm)

1) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = |x - 1| + |x - 2| + |x - 3| + \dots + |x - 23|$

2) Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 45^\circ$, $\widehat{C} = 120^\circ$. Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho $CD = 2CB$. Tính \widehat{ADB} .

----- Hết -----

(Đề thi có 01 trang)

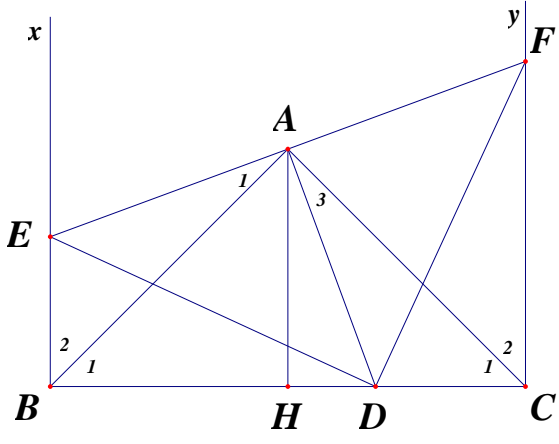
Họ và tên thí sinh:..... ; Số báo danh:.....

UBND HUYỆN LƯƠNG TÀI
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
Năm học 2022-2023
Môn thi: Toán - Lớp 7

Bài	Lời giải sơ lược	Điểm
1 (1,5 điểm)		
1.1 (0,5)	$\frac{3}{5}:\left(\frac{-1}{15}-\frac{1}{6}\right)+\frac{3}{5}:\left(\frac{-1}{3}-1\frac{1}{15}\right)$ $=\frac{3}{5}:\left(\frac{-2}{30}-\frac{5}{30}\right)+\frac{3}{5}:\left(\frac{-5}{15}-\frac{16}{15}\right)$ $=\frac{3}{5}:\frac{-7}{30}+\frac{3}{5}:\frac{-21}{15}$	0,25
	$=\frac{3}{5}\cdot\frac{-30}{7}+\frac{3}{5}\cdot\frac{-5}{7}=\frac{3}{5}\cdot\left(\frac{-30}{7}+\frac{-5}{7}\right)=\frac{3}{5}\cdot\frac{-35}{7}=-3$	0,25
1.2 (0,5)	$\sqrt{\frac{4}{25}}\cdot\left(\frac{-1}{25}\right)^0+\left \frac{9}{10}\right \cdot 0, (6)-\left(\frac{1}{-2^2}\right):\frac{8^2}{4^4}$ $=\frac{2}{5}\cdot 1+\frac{9}{10}\cdot\frac{2}{3}-\left(\frac{1}{-2^2}\right):\frac{2^6}{2^8}$	0,25
	$=\frac{2}{5}+\frac{3}{5}-\left(\frac{1}{-2^2}\right)\cdot 2^2=\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+1=2$	0,25
1.3 (0,5)	$\frac{1}{3}+\frac{3}{7}+\frac{1}{7.2}+\frac{5}{2.13}+\frac{3}{13.4}+\frac{5}{4.21}=4\cdot\left(\frac{1}{3.4}+\frac{3}{4.7}+\frac{1}{7.8}+\frac{5}{8.13}+\frac{3}{13.16}+\frac{5}{16.21}\right)$ $=4\cdot\left(\frac{4-3}{3.4}+\frac{7-4}{4.7}+\frac{8-7}{7.8}+\frac{13-8}{8.13}+\frac{16-13}{13.16}+\frac{21-16}{16.21}\right)$	0,25
	$=4\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\frac{1}{8}-\frac{1}{13}+\frac{1}{13}-\frac{1}{16}+\frac{1}{16}-\frac{1}{21}\right)$ $=4\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{21}\right)=4\cdot\frac{2}{7}=\frac{8}{7}$	0,25
Bài 2 (2,5 điểm)		
2.1.a (0,75)	$\left \frac{39}{2}-3x^2\right =\frac{15}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} \frac{39}{2}-3x^2=\frac{15}{2} \\ \frac{39}{2}-3x^2=-\frac{15}{2} \end{cases}$	0,25
	<p>+ Nếu $\frac{39}{2}-3x^2=\frac{15}{2}\Rightarrow 3x^2=\frac{39}{2}-\frac{15}{2}\Rightarrow 3x^2=12$</p> $\Rightarrow x^2=4\Rightarrow x=\pm 2$	0,25
	<p>+ Nếu $\frac{39}{2}-3x^2=-\frac{15}{2}\Rightarrow 3x^2=\frac{39}{2}+\frac{15}{2}\Rightarrow 3x^2=27$</p> $\Rightarrow x^2=9\Rightarrow x=\pm 3$	0,25
	<p>Vậy $x\in\{\pm 2;\pm 3\}$</p>	

2.1.b 0,75	$5^{x+2} + 5^{x+3} = 750$	0,25
	$25 \cdot 5^x + 125 \cdot 5^x = 750$	0,25
	$150 \cdot 5^x = 750$	
	$5^x = 5$ $x = 1$ Vậy $x = 1$	0,25
2.2.		
(1,0)	Gọi số học sinh của nhóm I, II, III lần lượt là x, y, z (x, y, z nguyên dương) Theo bài ra ta có: $\frac{2}{3}x = \frac{8}{11}y = \frac{4}{5}z$ và $y + z - x = 18$	0,25
	Từ $\frac{2}{3}x = \frac{8}{11}y = \frac{4}{5}z \Rightarrow \frac{2 \cdot x}{3 \cdot 8} = \frac{8 \cdot y}{11 \cdot 8} = \frac{4 \cdot z}{5 \cdot 8} \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{y}{11} = \frac{z}{10}$	0,25
	Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta được: $\frac{x}{12} = \frac{y}{11} = \frac{z}{10} = \frac{y+z-x}{11+10-12} = \frac{18}{9} = 2$	0,25
	$\Rightarrow \begin{cases} x = 12 \cdot 2 = 24 & (\text{t/m}) \\ y = 11 \cdot 2 = 22 & (\text{t/m}) \\ z = 10 \cdot 2 = 20 & (\text{t/m}) \end{cases}$ Vậy: Nhóm I có 24 học sinh; nhóm II có 22 học sinh, nhóm III có 20 học sinh.	0,25
Bài 3 (1,0 điểm)		
3.1. (0,5)	Vì $2a + 1$ là số chính phương lẻ nên $2a + 1$ chia cho 8 dư 1 Suy ra $2a$ chia hết cho 8 Nên a chia hết cho 4 (1)	0,25
	Ta có $(a + 1) + (2a + 1) = 3a + 2$ chia cho 3 dư 2 mà số chính phương chia cho 3 dư 0 hoặc 1 nên $a + 1$ và $2a + 1$ chia cho 3 cùng dư 1 nên a chia hết cho 3 (2) Từ (1); (2); $3 \cdot 4 = 12$; $(3,4) = 1$ nên $a = 12$.	0,25
3.2 (0,5)	$(20a + 7b + 3) \cdot (20^a + 20a + b) = 803$ $\Rightarrow 20a + 7b + 3$ và $20^a + 20a + b$ lẻ (vì 803 lẻ) Nếu $a \neq 0 \Rightarrow 20^a + 20a$ chẵn. mà $20^a + 20a + b$ lẻ $\Rightarrow b$ lẻ $\Rightarrow 7b + 3$ chẵn $\Rightarrow 20a + 7b + 3$ chẵn (không thỏa mãn) Do đó $a = 0 \Rightarrow (7b + 3) \cdot (b + 1) = 803 = 1 \cdot 803 = 11 \cdot 73$	0,25
	Vì $b \in \mathbb{N} \Rightarrow 7b + 3 > b + 1$. Do đó: $\begin{cases} 7b + 3 = 803 \\ b + 1 = 1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} 7b + 3 = 73 \\ b + 1 = 11 \end{cases}$ * Trường hợp $\begin{cases} 7b + 3 = 803 \\ b + 1 = 1 \end{cases}$ không tìm được b thỏa mãn đề bài. * Trường hợp $\begin{cases} 7b + 3 = 73 \\ b + 1 = 11 \end{cases} \Rightarrow b = 10$. Vậy $a = 0, b = 10$ thỏa mãn đề bài	0,25
Bài 4 (3,0 điểm)		

<p>4.1 (1,25)</p>		<p>Vẽ hình 0,25</p>
	<p>Do ΔABC vuông cân tại A nên $AB = AC; \widehat{B}_1 = \widehat{C}_1 = 45^\circ$ Do $Bx \perp BC$ nên $\widehat{B}_1 + \widehat{B}_2 = 90^\circ$ mà $\widehat{B}_1 = 45^\circ$ suy ra $\widehat{B}_2 = 90^\circ - \widehat{B}_1 = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$</p>	<p>0,5</p>
	<p>Chúng minh tương tự ta được $\widehat{C}_2 = 45^\circ$ Ta có: $\widehat{A}_1 + \widehat{BAD} = 90^\circ = \widehat{A}_3 + \widehat{BAD} \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{A}_3$</p>	<p>0,25</p>
	<p>Xét ΔAEB và ΔADC có: $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_3; AB = AC; \widehat{B}_1 = \widehat{C}_1 = 45^\circ$ $\Rightarrow \Delta AEB = \Delta ADC$ (g - c - g)</p>	<p>0,25</p>
<p>4.2 (1,0)</p>	<p>Do $\Delta AEB = \Delta ADC \Rightarrow AE = AD$ mà ΔAED vuông tại A Suy ra ΔAED vuông cân tại A $\Rightarrow \widehat{AED} = 45^\circ$</p>	<p>0,5</p>
	<p>Chúng minh tương tự phần a) suy ra $\Delta ADB = \Delta AFC$ (g - c - g) $\Rightarrow AD = AF \Rightarrow \Delta DAF$ vuông cân tại A $\Rightarrow \widehat{DFA} = 45^\circ$</p>	<p>0,25</p>
	<p>ΔEDF có $\widehat{AED} = 45^\circ = \widehat{DFA} \Rightarrow \Delta EDF$ vuông cân tại D.</p>	<p>0,25</p>
<p>4.3 (0,75)</p>	<p>Kẻ $AH \perp BC \Rightarrow \Delta ABH$ vuông tại H có $\widehat{B}_1 = 45^\circ$ $\Rightarrow \Delta ABH$ vuông cân tại H $\Rightarrow HB = HA$</p>	<p>0,25</p>
	<p>ΔABC vuông cân tại A có đường cao AH đồng thời là trung tuyến suy ra $BH = HC$ mà $HB = HA$ suy ra $BC = 2AH$</p>	<p>0,25</p>
	<p>$EF = AE + AF = AD + AD = 2AD \geq 2AH = BC$ đẳng thức xảy ra khi $D \equiv H$.</p>	<p>0,25</p>
<p>Bài 5 (2,0 điểm) Dành cho thí sinh bảng A</p>		
<p>5.1 (1,0 điểm)</p>	<p>$x - 2 + x - 3 + x - 4 + x - 5 = 4$ $x - 2 + 5 - x + x - 3 + 4 - x = 4$</p>	<p>0,25</p>
	<p>Áp dụng tính chất $a \geq a$ Ta có $x - 2 + 5 - x \geq x - 2 + 5 - x = 3$ Lại có $x - 3 + 4 - x \geq x - 3 + 4 - x = 1$ Do đó $x - 2 + 5 - x + x - 3 + 4 - x \geq 4$</p>	<p>0,25</p>

	$\text{Dấu “ = ” xảy ra } \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \\ x-3 \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 4 \\ x \geq 3 \\ x \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow 3 \leq x \leq 4$	0,25
--	--	------

	Vì m là giá trị nhỏ nhất của x, M là giá trị lớn nhất của x nên m = 3, M = 4 $\Rightarrow A = 3 + 4 = 7$	0,25
--	---	------

5.2 (1,0 điểm)		
---------------------------------	--	--

Kẻ BH vuông góc với AC tại H suy ra $\Rightarrow \Delta BHC$ là tam giác nửa đều $BH = \frac{BC}{2}$. ΔBHC vuông tại H có trung tuyến HM $\Rightarrow HM = \frac{BC}{2} = BM$ Suy ra MB = BH = MH (1) và ΔBMH đều.	0,25
--	------

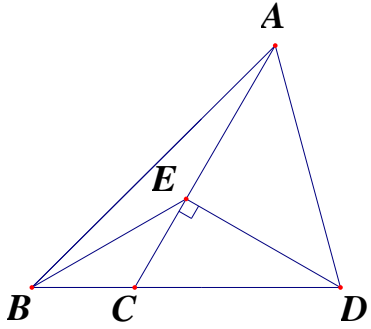
Vẽ tam giác đều MAE (E và M khác phía đối với AB). Do $\widehat{MAB} = 30^\circ$ suy ra AB vừa là phân giác vừa là trung trực của EM $\Rightarrow MB = EB$ (2)	0,25
--	------

Chứng minh được $\Delta AMH = \Delta EMB$ (c.g.c) nên AH = EB (3) Từ (1), (2), (3) suy ra AH = BH.	0,25
---	------

Tam giác AHB vuông cân tại H nên $\widehat{ABH} = 45^\circ$. Từ đó $\widehat{ABC} = \widehat{ABH} + \widehat{HBC} = 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ$.	0,25
--	------

Bài 5 (2,0 điểm) Dành cho thí sinh bảng B

5.1 (1,0 điểm)	$A = x-1 + x-2 + x-3 + \dots + x-23 $	0,25
	$A = x-1 + x-2 + \dots + 11-x + x-12 + 13-x + \dots + 23-x $	
	Áp dụng tính chất $ a \geq a$ $ x-1 \geq x-1; x-2 \geq x-2; \dots; x-11 \geq x-11; x-12 \geq 0; 13-x \geq 13-x; \dots; 23-x \geq 23-x$	0,25
	Suy ra $A \geq x-1 + x-2 + \dots + x-11 + 0 + 13-x + \dots + 23-x$	0,25
	$A \geq 23-1 + 22-2 + \dots + 13-11 + 0 = 22 + 20 + 18 + 16 + 14 + \dots + 2 = \frac{(22+2) \cdot 11}{2} = 132$ Vậy Min A = 132 khi x = 12	0,25

<p>5.2 (1,0 điểm)</p>		
	<p>Kẻ $DE \perp AC$ chứng minh được $\triangle CED$ là tam giác nửa đều Suy ra $CD = 2CE$; $\widehat{CDE} = 30^\circ$</p>	<p>0,25</p>
	<p>Do $CD = 2CE$; $CD = 2CB$(gt) $\Rightarrow CB = CE \Rightarrow \triangle BCE$ cân tại C \Rightarrow $\widehat{ECD} = 2\widehat{EBC} \Rightarrow \widehat{EBC} = 60^\circ : 2 = 30^\circ$ $\triangle BED$ có $\widehat{EBD} = \widehat{EDB} = 30^\circ \Rightarrow \triangle BED$ cân tại E $\Rightarrow BE = ED$ (1)</p>	<p>0,25</p>
	<p>$\widehat{ABE} = \widehat{ABC} - \widehat{EBC} = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$ $\triangle ABC$ có $\widehat{BAC} = 180^\circ - (\widehat{ABC} + \widehat{ACB}) = 180^\circ - 45^\circ - 120^\circ = 15^\circ$ $\triangle BEA$ có $\widehat{EBA} = \widehat{EAB} = 15^\circ \Rightarrow \triangle BEA$ cân tại E $\Rightarrow BE = EA$ (2)</p>	<p>0,25</p>
	<p>Từ (1) và (2) suy ra $\triangle DEA$ cân tại E mà $\widehat{AED} = 90^\circ$ suy ra $\triangle DEA$ vuông cân tại E $\Rightarrow \widehat{ADE} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{ADE} + \widehat{EDB} = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$</p>	<p>0,25</p>

Chú ý:

1. Học sinh làm đúng đến đâu giám khảo cho điểm đến đó, tương ứng với thang điểm.

2. HS trình bày theo cách khác mà đúng thì giám khảo cho điểm tương ứng với thang điểm.

Trong trường hợp mà hướng làm của HS ra kết quả nhưng đến cuối còn sai sót thì giám khảo trao đổi với tổ chấm để giải quyết.

3. Tổng điểm của bài thi không làm tròn.

-----Hết-----

UBND HUYỆN THỌ XUÂN
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỶ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 7, LỚP 8 CẤP
HUYỆN NĂM HỌC 2022 -2023
MÔN THI: TOÁN - LỚP 7

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 12/3/2023

Đề gồm có 01 trang

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu I. (4,0 điểm)

1. Tính giá trị của các biểu thức:

$$a) A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{2} - \frac{5}{3} + \frac{5}{4}};$$

$$b) B = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2022}\right) \left(1 - \frac{1}{2023}\right).$$

2. Cho đa thức $R(x) = x^2 - 2x$. Tính giá trị của biểu thức

$$S = \frac{1}{R(3)} + \frac{1}{R(4)} + \frac{1}{R(5)} + \dots + \frac{1}{R(2023)} + \frac{1}{2.2023}.$$

Câu II. (4,0 điểm)

1. Tìm x, y, z biết $\frac{y+z-2}{x+1} = \frac{z+x+1}{y-1} = \frac{x+y-3}{z-2} = \frac{1}{x+y+z-2}$ (với giả thiết các tỉ số

đều có nghĩa).

2. Một đơn vị công nhân sửa đường dự định phân chia số mét đường phải sửa cho 3 tổ: Tổ 1, Tổ 2, Tổ 3 tương ứng theo tỷ lệ 4 : 5 : 6. Nhưng sau đó, vì số người thay đổi nên đơn vị đã chia lại số mét đường phải sửa cho Tổ 1, Tổ 2, Tổ 3 tương ứng theo tỷ lệ 3 : 4 : 5. Do đó, có một tổ làm ít hơn dự định là 20m đường. Tính số mét đường đơn vị đã chia lại cho mỗi tổ.

Câu III. (4,0 điểm)

1. Chứng minh rằng nếu p là số nguyên tố lớn hơn 3 thì $(p+1)(p-1)$ chia hết cho 24.

2. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn đẳng thức:

$$|(x-y)^2 + 2(xy + y^2 - 4y)| = xy + y^2 - 4y.$$

Câu IV. (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân có đáy là BC. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Kẻ NH vuông góc với CM tại H. Kẻ HE vuông góc với AB tại E. Kẻ AK vuông góc với CM tại K. Kẻ AQ vuông góc với HN tại Q.

1. Chứng minh rằng $AK = HC = AQ$. Tính số đo góc BKA.

2. Chứng minh tam giác ABH cân và HM là tia phân giác của góc BHE.

3. Gọi I là điểm di động trên tia CA, J là điểm di động trên tia CB. Xác định vị trí các điểm I, J sao cho tam giác HJI có chu vi bé nhất.

Câu V. (2,0 điểm) Chứng minh rằng: $\frac{1}{65} < \frac{1}{5^3} + \frac{1}{6^3} + \frac{1}{7^3} + \dots + \frac{1}{2023^3} < \frac{1}{40}$.

----- **Hết** -----

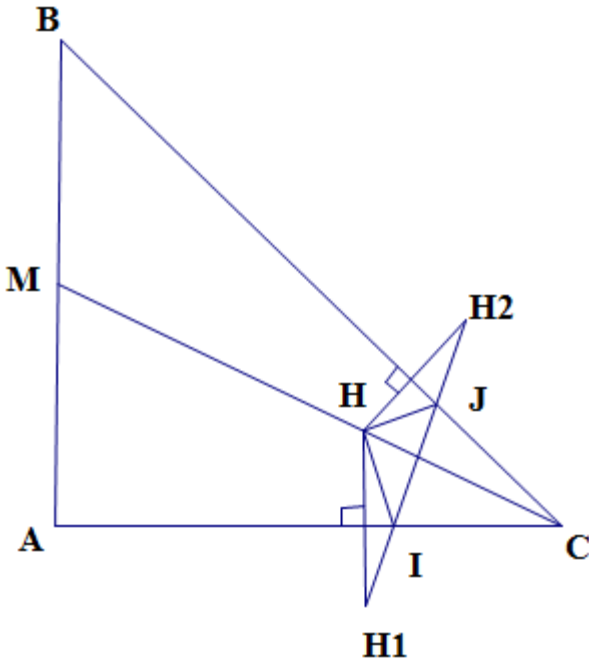
Họ và tên thi sinh..... Số báo danh

Câu	Nội dung	Điểm
I	<p>1. Tính giá trị của các biểu thức:</p> <p>a) $A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{2} - \frac{5}{3} + \frac{5}{4}}; \quad B = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2022}\right)\left(1 - \frac{1}{2023}\right).$</p>	2,0
	<p>a) $A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{2} - \frac{5}{3} + \frac{5}{4}} = \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)}{5 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{5 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)}$</p>	0,5
	<p>$= \frac{3}{5} + \frac{1}{5}$</p>	0,25
	<p>$= \frac{4}{5}$</p>	0,25
	<p>b) $B = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2022}\right)\left(1 - \frac{1}{2023}\right)$ $= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{2021}{2022} \cdot \frac{2022}{2023}$</p>	0,5
	<p>$= \frac{1}{2023}$. Vậy $B = \frac{1}{2023}$</p>	0,5
	<p>2. Cho đa thức $R(x) = x^2 - 2x$. Tính giá trị của biểu thức</p> <p>$S = \frac{1}{R(3)} + \frac{1}{R(4)} + \frac{1}{R(5)} + \dots + \frac{1}{R(2023)} + \frac{1}{2 \cdot 2023}$</p>	2,0
	<p>Ta có $R(x) = x^2 - 2x = x(x - 2)$. Do đó:</p> <p>$S = \frac{1}{R(3)} + \frac{1}{R(4)} + \frac{1}{R(5)} + \dots + \frac{1}{R(2023)} + \frac{1}{2 \cdot 2023}$ $= \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{2021 \cdot 2023} + \frac{1}{2 \cdot 2023}$</p>	0,5
	<p>$= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{2 \cdot 4} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{2}{2021 \cdot 2023} \right) + \frac{1}{2 \cdot 2023}$ $= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2019} - \frac{1}{2021} + \frac{1}{2020} - \frac{1}{2022} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2023} \right) + \frac{1}{2 \cdot 2023}$</p>	0,5
	<p>$= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2022} - \frac{1}{2023} \right) + \frac{1}{2 \cdot 2023}$ $= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2022} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1516}{1011} = \frac{758}{1011}$</p>	0,5

	<p>1. Tìm x, y, z, biết : $\frac{y+z-2}{x+1} = \frac{z+x+1}{y-1} = \frac{x+y-3}{z-2} = \frac{1}{x+y+z-2}$.</p> <p>(Với giả thiết các tỉ số đều có nghĩa)</p>	2,0
	<p>Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có :</p> $\frac{y+z-2}{x+1} = \frac{z+x+1}{y-1} = \frac{x+y-3}{z-2} = \frac{2(x+y+z-2)}{x+y+z-2} = 2$	0,5
	<p>Mà: $\frac{y+z-2}{x+1} = \frac{z+x+1}{y-1} = \frac{x+y-3}{z-2} = \frac{1}{x+y+z-2}$</p> <p>Nên $\frac{1}{x+y+z-2} = 2 \Leftrightarrow x+y+z = 2,5$ (1)</p>	0,25
	<p>Ta có: $\frac{y+z-2}{x+1} = 2 \Leftrightarrow \frac{y+z-2}{x+1} + 1 = 3 \Leftrightarrow \frac{x+y+z-1}{x+1} = 3$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) ta suy ra $\frac{1,5}{x+1} = 3 \Leftrightarrow x = -0,5$</p>	0,25
	<p>$\frac{z+x+1}{y-1} = 2 \Leftrightarrow \frac{z+x+1}{y-1} + 1 = 3 \Leftrightarrow \frac{x+y+z}{y-1} = 3$ (3)</p> <p>Từ (1) và (3) ta suy ra $\frac{2,5}{y-1} = 3 \Leftrightarrow y = \frac{11}{6}$</p>	0,25
	<p>$\frac{x+y-3}{z-2} = 2 \Leftrightarrow \frac{x+y-3}{z-2} + 1 = 3 \Leftrightarrow \frac{x+y+z-5}{z-2} = 3$ (4)</p> <p>Từ (1) và (4) ta suy ra $\frac{-2,5}{z-2} = 3 \Leftrightarrow z = \frac{7}{6}$</p>	0,25
II	<p>Vậy $x = -0,5; y = \frac{11}{6}; z = \frac{7}{6}$.</p>	0,5
	<p>2. Một đơn vị công nhân sửa đường dự định phân chia số mét đường phải sửa cho 3 tổ: Tổ 1, Tổ 2, Tổ 3 tương ứng theo tỷ lệ 4 : 5 : 6. Nhưng sau đó, vì số người thay đổi nên đơn vị đã chia lại số mét đường phải sửa cho Tổ 1, Tổ 2, Tổ 3 tương ứng theo tỷ lệ 3 : 4 : 5. Do đó, có một tổ làm ít hơn dự định ban đầu là 20m đường. Tính số mét đường đơn vị đã chia lại cho mỗi tổ.</p>	2,0
	<p>Gọi tổng số mét đường đơn vị công nhân phải sửa là M (M > 0).</p> <p>Gọi x_1, y_1, z_1 lần lượt là số mét đường phải sửa của Tổ 1, Tổ 2, Tổ 3 theo dự định ban đầu.</p> <p>Gọi x_2, y_2, z_2 lần lượt là số mét đường phải sửa của Tổ 1, Tổ 2, Tổ 3 khi phân chia lại.</p> <p>Theo bài ra ta có: $x_1 + y_1 + z_1 = x_2 + y_2 + z_2 = M$ (1).</p> <p>$\frac{x_1}{4} = \frac{y_1}{5} = \frac{z_1}{6}$ (2); $\frac{x_2}{3} = \frac{y_2}{4} = \frac{z_2}{5}$ (3)</p>	0,5
	<p>Từ (1), (2), (3), áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:</p> $\frac{x_1}{4} = \frac{y_1}{5} = \frac{z_1}{6} = \frac{x_1 + y_1 + z_1}{15} = \frac{M}{15}$ $\frac{x_2}{3} = \frac{y_2}{4} = \frac{z_2}{5} = \frac{x_2 + y_2 + z_2}{12} = \frac{M}{12}$	0,25

	Suy ra: $x_1 = \frac{4M}{15}, y_1 = \frac{M}{3}, z_1 = \frac{2M}{5}; x_2 = \frac{M}{4}, y_2 = \frac{M}{3}, z_2 = \frac{5M}{12}$	0,25
	So sánh các giá trị này với nhau ta có: $x_2 < x_1, y_2 = y_1, z_2 > z_1$	0,25
	Theo bài ra ta có: $x_1 - x_2 = 20$. Suy ra $\frac{4M}{15} - \frac{M}{4} = 20 \Leftrightarrow M = 1200$.	0,25
	Do đó: $x_2 = 300, y_2 = 400, x_2 = 500$	0,25
	Vậy số mét đường đơn vị đã chia lại cho Tổ 1, Tổ 2, Tổ 3 lần lượt là 300m, 400m, 500m.	0,25
	1. Chứng minh rằng nếu p là số nguyên tố lớn hơn 3 thì $(p + 1)(p - 1)$ chia hết cho 24.	2,0
	* Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên ta được $p = 3k + 1$ hoặc $p = 3k + 2$ với k là số tự nhiên khác 0.	0,25
	+ Nếu $p = 3k + 1$ thì $(p + 1)(p - 1) = (3k + 2).3k$ chia hết cho 3	0,25
	+ Nếu $p = 3k + 2$ thì $(p + 1)(p - 1) = (3k + 3)(3k + 1)$ chia hết cho 3	0,25
	Vậy p là số nguyên tố lớn hơn 3 thì $(p + 1)(p - 1)$ chia hết cho 3 (1)	0,25
	Mặt khác vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p là số lẻ. Suy ra $p + 1$ và $p - 1$ là hai số chẵn liên tiếp	0,25
	Đặt $p - 1 = 2n$ thì $p + 1 = 2n + 2$, ta có $(p + 1)(p - 1) = 2n(2n + 2) = 4n(n + 1)$	0,25
	Do $n(n + 1)$ chia hết cho 2 nên $4n(n + 1)$ chia hết cho 8. Do đó $(p + 1)(p - 1)$ chia hết cho 8 (2)	0,25
	Vì 3 và 8 là hai số nguyên tố cùng nhau, $3.8 = 24$ nên từ (1) và (2) ta suy ra $(p + 1)(p - 1)$ chia hết cho 24.	0,25
	2. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn đẳng thức: $ (x - y)^2 + 2(xy + y^2 - 4y) = xy + y^2 - 4y$	2,0
	$ (x - y)^2 + 2(xy + y^2 - 4y) = xy + y^2 - 4y \quad (1)$	
	Với mọi x, y , ta có $ (x - y)^2 + 2(xy + y^2 - 4y) \geq 0$, do đó, từ (1) ta suy ra $xy + y^2 - 4y \geq 0$	0,25
III	Suy ra: $(x - y)^2 + 2(y^2 + xy - 4y) \geq 0$	0,25
	Do đó (1) $\Leftrightarrow (x - y)^2 + 2(xy + y^2 - 4y) = xy + y^2 - 4y$	0,25
	$\Leftrightarrow (x - y)^2 + xy + y^2 - 4y = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} (x - y)^2 = 0 \\ y^2 + xy - 4y = 0 \end{cases} \quad (\text{Vì } (x - y)^2 \geq 0, y^2 + xy - 4y \geq 0)$	0,25
	$\Leftrightarrow x = y = 0$ hoặc $x = y = 2$.	0,5
	Vậy các cặp số nguyên $(x; y)$ cần tìm là $(0; 0), (2; 2)$.	0,25
IV	Cho tam giác ABC vuông cân có đáy là BC. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC, Kẻ NH vuông góc với CM tại H. Kẻ HE vuông góc với AB tại E. Kẻ	6,0

<p>AK vuông góc với CM tại K. Kẻ AQ vuông góc với HN tại Q.</p> <p>1. Chứng minh rằng $AK = HC = AQ$. Tính số đo góc BKA.</p> <p>2. Chứng minh tam giác ABH cân và HM là tia phân giác của góc BHE.</p> <p>3. Gọi I là điểm di động trên tia CA, J là điểm di động trên tia CB. Xác định vị trí các điểm I, J sao cho tam giác HJI có chu vi bé nhất.</p>	
<p>1. Xét hai tam giác vuông MKA và NHC, có:</p> $AM = CN \left(= \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} AC \right)$ $\angle MAK = \angle NHC \text{ (cùng phụ với } \angle AMC)$ <p>Suy ra $\triangle MKA = \triangle NHC$ (cạnh huyền, góc nhọn)</p>	0,5
<p>$\Rightarrow KA = HC$ (hai cạnh tương ứng) (1)</p>	0,25
<p>- Chứng minh được $\triangle AQN = \triangle CHN$ (cạnh huyền, góc nhọn)</p>	0,25
<p>$\Rightarrow AQ = CH$ (hai cạnh tương ứng) (2)</p>	0,25
<p>Từ (1) và (2) ta suy ra $KA = HC = AQ$.</p>	0,25
<p>- Chứng minh được $\triangle AKH = \triangle AQH$ (cạnh huyền, cạnh góc vuông)</p>	0,25
<p>Suy ra $\angle AHQ = \angle AHK = 45^\circ$ Do đó $\angle AHC = \angle AHQ + \angle QHC = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$.</p>	0,25
<p>Xét $\triangle AHC$ và $\triangle BKA$ có: $AC = AB$; $HC = AK$ $\angle BAK = \angle HCA$ (cùng phụ với $\angle AMC$). Suy ra: $\triangle AHC = \triangle BKA$ (c.g.c)</p>	0,25
<p>$\Rightarrow \angle BKA = \angle AHC = 135^\circ$.</p>	0,25
<p>2. Xét $\triangle BKA$ và $\triangle BKH$ có $AK = KH$ (vì tứ giác AKHQ là hình vuông). $\angle BKH = 360^\circ - \angle AKH - \angle AKB = 135^\circ = \angle AKB$. BK là cạnh chung. Suy ra $\triangle BKA = \triangle BKH$ (c.g.c).</p>	0,75
<p>$\Rightarrow AB = BH$ (hai cạnh tương ứng) $\Rightarrow \triangle ABH$ cân tại B.</p>	0,25

	<p>Ta có: $\angle MHE = \angle HCA$ (2 góc đồng vị, $EH // AC$ vì cùng vuông góc với AB). $\angle HCA = \angle KAB$ ($\triangle AHC = \triangle BKA$) $\angle KAB = \angle KHB$ ($\triangle BKA = \triangle BKH$) Suy ra $\angle MHE = \angle KHB$</p>	0,75
	<p>$\Rightarrow HM$ là tia phân giác của góc BHE.</p>	0,25
	 <p>Gọi H_1 là điểm sao cho AC là đường trung trực của HH_1, H_2 là điểm sao cho CB là đường trung trực của HH_2 Ta có H_1, H_2 cố định, độ dài đoạn thẳng H_1H_2 không đổi.</p>	0,25
	<p>Với mọi điểm I trên tia AC, mọi điểm J trên tia CB ta luôn có $IH = IH_1, JH = JH_2$ (AC là đường trung trực của HH_1, CB là đường trung trực của HH_2)</p>	0,25
	<p>Do đó chu vi tam giác HJI là: $C = IH + JH + IJ = H_1I + IJ + JH_2 \geq H_1H_2 \Rightarrow C \geq H_1H_2$</p>	0,5
	<p>Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi I là giao điểm của H_1H_2 với AC, J là giao điểm của H_1H_2 với CB (các điểm H_1, I, J, H_2 thẳng hàng).</p>	0,25
	<p>Vậy khi I là giao điểm của H_1H_2 với AC, J là giao điểm của H_1H_2 với CB thì tam giác HJI có chu vi bé nhất.</p>	0,25
	<p>Chứng minh rằng: $\frac{1}{65} < \frac{1}{5^3} + \frac{1}{6^3} + \frac{1}{7^3} + \dots + \frac{1}{2023^3} < \frac{1}{40}$</p>	2,0
V	<p>$A = \frac{1}{5^3} + \frac{1}{6^3} + \frac{1}{7^3} + \dots + \frac{1}{2023^3}$ *) Với $n > 1$, ta có $0 < (n - 1)n(n + 1) = n^3 - n < n^3$ $\Rightarrow \frac{1}{n^3} < \frac{1}{(n - 1)n(n + 1)}$ Do đó: $A = \frac{1}{5^3} + \frac{1}{6^3} + \frac{1}{7^3} + \dots + \frac{1}{2023^3} < \frac{1}{4.5.6} + \frac{1}{5.6.7} + \dots + \frac{1}{2022.2023.2024} = B$</p>	0,25

	<p>Ta có $\frac{1}{(n-1)n(n+1)} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(n-1)n} - \frac{1}{n(n+1)} \right]$ nên</p>	0,25
	$B = \frac{1}{4.5.6} + \frac{1}{5.6.7} + \dots + \frac{1}{2022.2023.2024}$ $= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4.5} - \frac{1}{5.6} + \frac{1}{5.6} - \frac{1}{6.7} + \dots + \frac{1}{2022.2023} - \frac{1}{2023.2024} \right)$ $= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4.5} - \frac{1}{2023.2024} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4.5} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2023.2024}$ $= \frac{1}{40} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2023.2024} < \frac{1}{40}$ <p>Vậy $A < B < \frac{1}{40}$ (1)</p>	0,5
	<p>*) Với $n > 1$, ta có $\frac{1}{n^3} > \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$</p> <p>Do đó: $A > \frac{1}{5.6.7} + \frac{1}{6.7.8} + \frac{1}{2023.2024.2025}$</p> $= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5.6} - \frac{1}{6.7} + \frac{1}{6.7} - \frac{1}{7.8} + \dots + \frac{1}{2022.2023} - \frac{1}{2023.2024} + \frac{1}{2023.2024} - \frac{1}{2024.2025} \right)$ $= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5.6} - \frac{1}{2024.2025} \right)$	0,5
	$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5.6} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2024.2025}$ $= \frac{1}{60} - \frac{1}{2.2024.2025} > \frac{1}{60} - \frac{1}{780} = \frac{13-1}{780} = \frac{1}{65}$	0,25
	<p>Vậy $A > \frac{1}{65}$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) ta có điều phải chứng minh.</p>	0,25

Lưu ý:

- Câu IV: Nếu thí sinh không vẽ hình hoặc vẽ sai hình thì không chấm điểm.
- Điểm bài thi làm tròn đến 0,25.
- Nếu thí sinh làm cách khác mà đúng thì vẫn cho điểm tối đa.

UBND THỊ XÃ BÌNH LONG
PHÒNG GD&ĐT

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỶ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP THỊ XÃ

NĂM HỌC: 2022 - 2023

Môn thi: TOÁN – Lớp 7

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1 (5,0 điểm).

1. Thực hiện phép tính:

a) $5\frac{4}{23} \cdot 27\frac{3}{47} + 4\frac{3}{47} \cdot \left(-5\frac{4}{23}\right)$

b) $\frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

2. Tính giá trị biểu thức $6x^2 + 5x - 2$ tại x thỏa mãn $|x - 2| = 1$

Câu 2 (5,0 điểm).

1. Tìm x, y thuộc Z biết: $25 - y^2 = 8(x - 2015)^2$

2. Tìm 3 số a; b; c biết: $\frac{3a - 2b}{5} = \frac{2c - 5a}{3} = \frac{5b - 3c}{2}$ và $a + b + c = -50$

Câu 3 (5,0 điểm)

Cho tam giác ABC có góc A nhỏ hơn 90° . Trên nửa mặt phẳng bờ AB không chứa điểm C vẽ đoạn thẳng AM sao cho AM vuông góc với AB và $AM = AB$, trên nửa mặt phẳng bờ AC không chứa điểm B vẽ đoạn thẳng AN sao cho AN vuông góc với AC và $AN = AC$.

- Chứng minh rằng: Tam giác AMC và tam giác ABN bằng nhau.
- Chứng minh: $BN \perp CM$.
- Kẻ $AH \perp BC$ ($H \in BC$). Chứng minh AH đi qua trung điểm của MN.

Câu 4 (3,0 điểm).

1/ Tìm một số chính phương có 4 chữ số biết rằng 2 chữ số đầu giống nhau, 2 chữ số cuối giống nhau.

2/. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = |2x - 2| + |2x - 2023|$ với x là số nguyên.

Câu 5 (2,0 điểm)

Trong đợt thi đua chào mừng ngày Quốc khánh 2-9, ba đội xe được giao vận chuyển ít nhất là 3030 tấn hàng. Cuối đợt, đội I vượt mức 26%, đội II vượt mức 5% và đội III vượt mức 8% định mức của mỗi đội nên khối lượng mà ba đội đã vận chuyển được bằng nhau. Tính định mức vận chuyển của mỗi đội xe.

..... **HẾT**

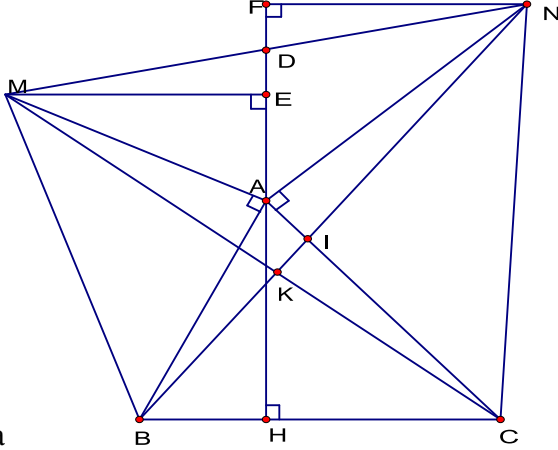
(Giám thị không giải thích gì thêm)

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THỊ XÃ BÌNH LONG**

**HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI MÔN TOÁN
KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 7 NĂM HỌC 2022 - 2023**

(Hướng dẫn chấm gồm 04 trang)

Câu	Nội dung	Điểm	
1(5đ)	1. Thực hiện phép tính: a)		
		$5\frac{4}{23} \cdot 27\frac{3}{47} + 4\frac{3}{47} \cdot \left(-5\frac{4}{23}\right) = 5\frac{4}{23} \cdot 27\frac{3}{47} + 5\frac{4}{23} \cdot \left(-4\frac{3}{47}\right)$ $= 5\frac{4}{23} \cdot 27\frac{3}{47} + 5\frac{4}{23} \cdot \left(-4\frac{3}{47}\right)$ $= 5\frac{4}{23} \cdot \left(27\frac{3}{47} - 4\frac{3}{47}\right)$ $= 5\frac{4}{23} \cdot 23 = \frac{119}{23} \cdot 23 = 119$	0,75 0,75
	b)	$\frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$ $= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3}$ $= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)}$ $= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9} = \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2}$	0,5 0,5 0,5
		2. (2,0 điểm). Ta có $ x-2 =1$ Ta có $x-2=-1$ hoặc $x-2=1$ Suy ra $x=1$ hoặc $x=3$ Thay $x=1$ vào biểu thức, ta được: $6 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 - 2 = 9$ Thay $x=3$ vào biểu thức ta được $6 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3 - 2 = 67$	1,0 0,5 0,5
2(5đ)	1. (2,5 điểm). Ta có $25 - y^2 \leq 25$	0,25	
	$\Rightarrow 8(x-2015)^2 \leq 25$	0,25	
	$\Rightarrow (x-2015)^2 < 4$	0,25	
	Do x nguyên nên $(x-2015)^2$ là số chính phương. Có 2 trường hợp xảy ra:	0,25	
	TH 1: $(x-2015)^2=0$ nên $x=2015$, $y=5$ hoặc $y=-5$	0,5	
TH 2: $(x-2015)^2=1$ Thì $x-2015=1$ hoặc $x-2015=-1$ nên $x=2016$ hoặc $x=2014$	0,5		
Với $x=2016$ thì $y^2=17$ (Loại)	0,5		
Với $x=2014$ thì $y^2=17$ (Loại)	0,5		
Vậy $x=2015$; $y=5$ và $x=2015$; $y=-5$	0,5		

	<p>2. (2,5 điểm). Ta có: $\frac{3a-2b}{5} = \frac{2c-5a}{3} = \frac{5b-3c}{2} \Rightarrow \frac{15a-10b}{25} = \frac{6c-15a}{9} = \frac{10b-6c}{4}$</p> <p>Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau có:</p> $\frac{15a-10b}{25} = \frac{6c-15a}{9} = \frac{10b-6c}{4} = \frac{15a-10b+6c-15a+10b-6c}{38} = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} 15a-10b=0 \\ 6c-15a=0 \\ 10b-6c=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a=2b \\ 2c=5a \\ 5b=3c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{2} = \frac{b}{3} \\ \frac{a}{2} = \frac{c}{5} \\ \frac{c}{5} = \frac{b}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5}$ <p>Vì $a+b+c=-50$ nên $a=-10$; $b=-15$; $c=-25$</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,75</p> <p>0,75</p>
	 <p>Vẽ hình đến câu a</p>	<p>0,25</p>
<p>3(5d)</p>	<p>a) (1đ) Xét $\triangle AMC$ và $\triangle ABN$, có: $AM=AB(gt)$; $AC = AN(gt)$ $\angle MAC = \angle NAC (= 90^\circ + \angle BAC)$ Suy ra $\triangle AMC = \triangle ABN$ (c - g - c)</p> <p>b) (1,75đ) Gọi I là giao điểm của BN với AC, K là giao điểm của BN với MC. Xét tam giác CKI có $\widehat{KCI} + \widehat{CIK} + \widehat{CKI} = 180^\circ$ (Tổng 3 góc của tam giác)</p> <p>Xét tam giác NAI có $\widehat{ANI} + \widehat{AIN} + \widehat{NAI} = 180^\circ$ (Tổng 3 góc của tam giác)</p> <p>Mà $\widehat{KCI} = \widehat{ANI} (\triangle AMC = \triangle ABN)$ $\widehat{CIK} = \widehat{AIN} (đđ)$</p> <p>Vậy $\widehat{CKI} = \widehat{NAI} = 90^\circ$ Nên $BN \perp CM$</p>	<p>1,0</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>c/ (2đ) Kẻ ME vuông góc AH tại E, NF vuông góc AH tại F. Gọi D là giao điểm của MN và AH. - Ta có: $\angle BAH + \angle MAE = 90^\circ$ (vì $\angle MAB = 90^\circ$) Lại có $\angle MAE + \angle AME = 90^\circ$, nên $\angle AME = \angle BAH$</p> <p style="text-align: right;">Xét $\triangle MAE$</p>	<p>0,5</p>

	<p>và $\triangle ABH$, vuông tại E và H, có: $\angle AME = \angle BAH$ (chứng minh trên) $MA = AB$ Suy ra $\triangle MAE = \triangle ABH$ (cạnh huyền-góc nhọn) $ME = AH$ - Chứng minh tương tự ta có Tam giác $AFN =$ Tam giác CHA $FN = AH$ Xét $\triangle MED$ và $\triangle NFD$, vuông tại E và F, có: $ME = FN (= AH)$ $\angle EMD = \angle FND$ (phụ với $\angle MDE$ và $\angle FDN$, mà $\angle MDE = \angle FDN$ đ đ) Nên \triangle $MED = \triangle NFD$ (cgv-gnh kề) Suy ra $BD = ND$. Vậy AH đi qua trung điểm D của MN.</p>	0,5 0,5 0,5
4(3đ)	<p>1/ Theo bài toán ta có: $N = aabb = 1100a + 11b = 11(100a + b)$ Để N là một số chính phương ta phải có: $100a + b = 99a + (a + b) = 11t^2$ (t là số tự nhiên) Mà 99a chia hết cho 11 nên a + b chia hết cho 11 $\Rightarrow a + b = 11$. Vậy $99a + 11 = 11(9a + 1) = 11t^2 \Rightarrow 9a + 1 = t^2$ (1) Cho a từ 1 đến 9 chỉ có a = 7 thỏa mãn (1); Từ đó suy ra b = 4. Số phải tìm là $7744 = 88^2$</p>	0,25 0,5 0,25 0,25 0,25
	<p>2/. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 2x - 2 + 2x - 2023$ với x là số nguyên. Ta có: $A = 2x - 2 + 2x - 2023 = 2x - 2 + 2023 - 2x$ $\geq 2x - 2 + 2023 - 2x = 2021$ Dấu "=" xảy ra khi $(2x - 2)(2023 - 2x) \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq \frac{2023}{2}$ Vậy gtnn của A là 2021 khi $1 \leq x \leq \frac{2023}{2}$</p>	0,5 0,5 0,5
5(2đ)	<p>Gọi định mức vận chuyển của đội I, đội II, đội III lần lượt là a, b, c (tấn) $(0 < a, b, c < 3030)$</p>	0,25
	Theo đề bài ta có: $a + b + c = 3030$	0,25
	Mặt khác: cuối đợt, đội I chở được là: $a + 26\%.a = 126\%.a$ (tấn)	
	Cuối đợt, đội II chở được là: $105\%.b$ (tấn)	
	Cuối đợt, đội III chở được là: $108\%.c$ (tấn)	0,25
	Mà ba đội chở được bằng nhau nên: $126\%.a = 105\%.b = 108\%.c \Rightarrow 126a = 105b = 108c$	0,25
	$\Rightarrow \frac{a}{30} = \frac{b}{36} = \frac{c}{35}$ (chia cho BCNN(126;105;108) = 3780)	0,25
	Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau: $\frac{a}{30} = \frac{b}{36} = \frac{c}{35} = \frac{a+b+c}{30+36+35} = \frac{3030}{101} = 30$	0,25
	Do đó: $a = 30.30 = 900$, $b = 30.36 = 1080$, $c = 30.35 = 1050$	0,25
	Vậy định mức vận chuyển của đội I, đội II, đội III lần lượt là 900, 1080, 1050 (tấn)	0,25

HS làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa theo phần đó.

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN LỤC NAM**

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề thi có 02 trang

**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VĂN HÓA CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2021-2022
MÔN: TOÁN LỚP 7**

Ngày thi: 04/04/2022

Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề

A- TRẮC NGHIỆM (6 điểm)

Câu 1. Biết (x, y) là cặp số thỏa mãn $\left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 + |3y + 12| \leq 0$. Khi đó $12x - 4y$ bằng:

- A. -10 B. 20 C. 17 D. 16

Câu 2. Cho tam giác ABC, hai đường trung tuyến BM, CN. Biết $AC > AB$. Khi đó độ dài hai đoạn thẳng BM và CN là:

- A. $BM \leq CN$ B. $BM > CN$ C. $BM < CN$ D. $BM = CN$

Câu 3. Kết quả phép tính $A = \left(\frac{-1}{30} + \frac{5}{4}\right) \cdot \frac{1975}{2019} + \left(\frac{1}{30} + \frac{-5}{4}\right) \cdot \frac{1975}{2019}$ là:

- A. $\frac{2}{3}$ B. 0 C. 1 D. $\frac{1975}{2019}$

Câu 4. Tìm x biết: $\frac{4}{3} + \frac{-7}{9}x = -\frac{2}{7}$

- A. $-\frac{102}{49}$ B. $\frac{3}{7}$ C. $\frac{102}{49}$ D. $-\frac{8}{15}$

Câu 5. Cho dãy tỉ số bằng nhau: $\frac{a+b+c-d}{d} = \frac{b+c+d-a}{a} = \frac{c+d+a-b}{b} = \frac{d+a+b-c}{c}$ và

$(a+b+c+d) \neq 0$. Giá trị của biểu thức $A = \left(1 + \frac{b+c}{a}\right) \left(1 + \frac{c+d}{b}\right) \left(1 + \frac{d+a}{c}\right) \left(1 + \frac{a+b}{d}\right)$ bằng:

- A. 81 B. -84 C. 81 hoặc -81 D. 16

Câu 6. Đại lượng y tỉ lệ nghịch với đại lượng x theo hệ số là a, thì đại lượng x tỉ lệ nghịch với đại lượng y theo hệ số là:

- A. a B. -a C. $\frac{1}{a}$ D. $-\frac{1}{a}$

Câu 7. Cho biết 30 công nhân xây xong một ngôi nhà hết 90 ngày. Hỏi 15 công nhân xây ngôi nhà đó hết bao nhiêu ngày? (giả sử năng suất làm việc của mỗi công nhân là như nhau)

- A. 120 B. 170 C. 180 D. 270

Câu 8 Cho đa thức $f(x) = x^{10} - 101x^9 + 101x^8 - 101x^7 + \dots - 101x + 101$. Giá trị của $f(100)$ là:

- A. -1 B. 1 C. 100 D. 101

Câu 9. Cho $2a - b = \frac{2}{3}(a + b)$. Giá trị của biểu thức $M = \frac{a^4 + 5^4}{b^4 + 4^4}$ là:

- A. $\frac{625}{256}$ B. $\frac{256}{625}$ C. $-\frac{256}{625}$ D. $-\frac{625}{256}$

Câu 10. Với $-5 \leq x \leq -2$ thì $A = |x+5| + |-2-x| + 3$ bằng:

- A. 10 B. $2x + 10$ C. 6 D. 5

Câu 11. Cho tam giác ABC vuông tại A, có $\hat{B} = 60^\circ$ và $AB = 5\text{cm}$. Tia phân giác của góc B cắt AC tại D. Kẻ DE vuông góc với BC tại E. Độ dài cạnh BC bằng:

- A. 10cm B. 15cm C. 20cm D. 5cm

Câu 12. Cho số $x \in \mathbb{Z}$ để $B = \frac{2018-x}{2017-x}$ có giá trị lớn nhất. Giá trị lớn nhất của B là:

- A. 1. B. 4 C. 3. D. 2.

Câu 13. Cho tam giác đều ABC độ dài cạnh là 6cm. Kẻ AI vuông góc với BC. Độ dài cạnh AI là:

A. $3\sqrt{3}cm$

B. 3cm

C. $3\sqrt{2}cm$

D. $6\sqrt{3}cm$

Câu 14. Cho đa thức $P(x)$ thỏa mãn: $f\left(\frac{1}{x}\right) + 3f(x) = x^2$. Giá trị của $f(2)$ là:

A. $\frac{13}{24}$

B. $\frac{-13}{24}$

C. $\frac{23}{34}$

D. $\frac{-13}{32}$

Câu 15. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn: $x + y + xy = 2$

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

Câu 16. Cho góc $xOy = 50^\circ$, điểm A nằm trên Oy. Qua A vẽ tia Am. Để Am song song với Ox thì số đo của góc OAm là:

A. 50°

B. 130°

C. 50° và 130°

D. 80°

Câu 17. Cho đơn thức $P = -2x^4 a^2 xy^3 (-3)x^2 y^4$ (a là hằng số). Hệ số của đơn thức P là:

A. 6

B. $6a^2$.

C. -6.

D. $6a$.

Câu 18. Cho $C = 2x - 2y + 13x^3 y^2 (x - y) + 15(y^2 x - x^2 y) + \left(\frac{234}{216}\right)^0$, biết $x - y = 0$. Giá trị của biểu thức C bằng:

A. 1

B. -1

C. 2

D. 0

Câu 19. Nếu $\sqrt{2x+1} = 5$ thì giá trị của $2x^2$ bằng :

A. 12

B. 144

C. 288

D. 25

Câu 20. Một số tự nhiên a, sao cho a chia cho 3 dư 2, chia cho 5 dư 3, chia cho 7 dư 4. Khi a chia cho 105 có số dư là:

A. 100

B. 53

C. 52

D. 10

B. TỰ LUẬN (14 điểm)

Bài 1. (4.0 điểm)

1. Thực hiện phép tính: $A = \left(\frac{1,5+1-0,75}{2,5+\frac{5}{3}-1,25} + \frac{0,375-0,3+\frac{3}{11}+\frac{3}{12}}{-0,625+0,5-\frac{5}{11}-\frac{5}{12}} \right) : \frac{1890}{2005} + 100$.

2. Cho dãy tỉ số: $\frac{ab+ac}{2} = \frac{bc+ba}{3} = \frac{ca+cb}{4}$. Chứng minh: $\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{15}$.

Bài 2. (5.0 điểm)

1. Tìm x biết: $(x-10) \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{200}}{\frac{1}{199} + \frac{1}{198} + \dots + \frac{1}{1}} = \frac{1}{200}$

2. Tìm x, y nguyên thỏa mãn : $2xy - y = 4x + 3$

3. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $P = (2x - 5y)^2 - (15y - 6x)^2 - |xy - 40|$

Bài 3. (4.0 điểm) 1. Cho tam giác ABC vuông tại A, có $\widehat{B} = 60^\circ$. Kẻ $AH \perp BC (H \in BC)$ Trên HC lấy điểm D sao cho $HD = HB$. Từ C kẻ CE vuông góc với AD.

a) Chứng minh tam giác ADB đều.

b) Chứng minh: $DA = DC$ và EH vuông góc với AB.

2. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên đường trung tuyến BD lấy điểm E sao cho $\widehat{DAE} = \widehat{ABD}$ (E nằm giữa B và D). Chứng minh rằng $\widehat{DAE} = \widehat{ECB}$.

Bài 4. (1.0 điểm) Cho a, b, c không âm thỏa mãn $a + 3c = 2018$ và $a + 2b = 2019$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = a + b + c$

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN LỤC NAM**

**ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI VĂN HÓA CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2021-2022
MÔN: TOÁN LỚP 7**

(Bản hướng dẫn chấm có 4 trang)

Phần I. TRẮC NGHIỆM (6,0 điểm)

Mỗi câu đúng cho 0,3 điểm

Câu	Đáp án
1	C
2	C
3	B
4	C
5	A
6	A
7	C
8	B
9	A
10	C

Câu	Đáp án
11	A
12	D
13	A
14	D
15	C
16	C
17	B
18	A
19	C
20	B

Phần I. TỰ LUẬN (14,0 điểm)

Câu	Hướng dẫn, tóm tắt lời giải	Điểm
Câu 1		(4.0 đ)
a (2 điểm)	a. Thực hiện phép tính: $A = \left(\frac{1,5+1-0,75}{2,5+\frac{5}{3}-1,25} + \frac{0,375-0,3+\frac{3}{11}+\frac{3}{12}}{-0,625+0,5-\frac{5}{11}-\frac{5}{12}} \right) : \frac{1890}{2005} + 100.$	
	$A = \left(\frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{3} - \frac{3}{4}}{\frac{5}{2} + \frac{5}{3} - \frac{5}{4}} + \frac{\frac{3}{8} - \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{\frac{-5}{8} + \frac{5}{10} - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} \right) : \frac{378}{401} + 100$	1
	$= \left(\frac{3}{5} + \frac{3}{-5} \right) : \frac{378}{401} + 100 = 0 : \frac{378}{401} + 100 = 100$	1
b (2 điểm)	b. Cho dãy tỉ số: Cho $\frac{ab+ac}{2} = \frac{bc+ba}{3} = \frac{ca+cb}{4}$. Chứng minh: $\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{15}$.	
	$\frac{ab+ac}{2} = \frac{bc+ba}{3} = \frac{ca+cb}{4} = \frac{ab+ac-(bc+ba)+ca+cb}{2-3+4}$	0.5
	$= \frac{ab+ac+bc+ba-(ca+cb)}{2+3-4} = \frac{-(ab+ac)+ba+bc+ca+cb}{-2+3+4}$	0.5
	$= \frac{2ac}{3} = 2ab = \frac{2bc}{5}$	0.5
	$\frac{2ac}{3} = 2ab \Rightarrow \frac{c}{3} = b$ và $\frac{c}{15} = \frac{b}{5} ; \frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{15}$	0.5
Câu 2		(5.0 đ)
a (2 điểm)	a. Tìm x biết: $(x-10) \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{200}}{\frac{1}{199} + \frac{2}{198} + \dots + \frac{1}{1}} = \frac{1}{200}$	

	$\text{Đặt } A = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{200}}{\frac{1}{199} + \frac{1}{198} + \dots + \frac{1}{1}}$ <p>Ta có mẫu của A là $\left(\frac{1}{199} + 1\right) + \left(\frac{2}{198} + 1\right) + \dots + \left(\frac{198}{2} + 1\right) + 1 = \frac{200}{199} + \frac{200}{198} + \dots + \frac{200}{2} + \frac{200}{200}$</p> $\text{Khi đó } A = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{200}}{200\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{200}\right)} = \frac{1}{200}$	0.75																				
	Như vậy ta có: $(x-10) \cdot \frac{1}{200} = \frac{1}{200} \Rightarrow x-10=1 \Rightarrow x=1-10=-9$	0.5																				
	Vậy $x = -9$	0.25																				
b (1.5 điểm)	<p>b. Tìm x, y nguyên thỏa mãn :</p> $2xy - y = 4x + 3 \Leftrightarrow 2xy - 4x - y + 2 = 5$ $\Leftrightarrow 2x(y-2) - (y-2) = 5 \Leftrightarrow (2x-1)(y-2) = 5$ $\Leftrightarrow (2x-1)(y-2) = 5$ <p>$\Rightarrow 2x-1$ và $y-2$ thuộc $U_{(5)} = \{-5; -1; 1; 5\}$</p>	0.5																				
	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>y - 2</td> <td>5</td> <td>1</td> <td>-1</td> <td>-5</td> </tr> <tr> <td>2x - 1</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>-3</td> <td>-1</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>-1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>7</td> <td>3</td> <td>1</td> <td>-3</td> </tr> </tbody> </table>	y - 2	5	1	-1	-5	2x - 1	1	3	-3	-1	x	1	2	-1	0	y	7	3	1	-3	0.5
	y - 2	5	1	-1	-5																	
	2x - 1	1	3	-3	-1																	
x	1	2	-1	0																		
y	7	3	1	-3																		
Vậy :	0.25																					
c (1.5 điểm)	<p>c. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $P = (2x-5y)^2 - (15y-6x)^2 - xy-40$</p> <p>Ta có $P = (2x-5y)^2 - (15y-6x)^2 - xy-40$</p> $= (2x-5y)^2 - (6x-15y)^2 - xy-40 $ $= (2x-5y)^2 - 9 \cdot (2x-5y)^2 - xy-40 $ $= -[8 \cdot (2x-5y)^2 + xy-40]$ <p>Ta thấy $(2x-5y)^2 \geq 0$ với mọi x, y nên $8 \cdot (2x-5y)^2 \geq 0$ với mọi x, y</p> $ xy-90 \geq 0$ với mọi x, y <p>Khi đó $8 \cdot (2x-5y)^2 + xy-40 \geq 0$ với mọi x, y</p> <p>Suy ra $-[8 \cdot (2x-5y)^2 + xy-40] \leq 0$ với mọi x, y</p> <p>Hay $P \leq 0$ với mọi x, y</p> <p>Dấu “=” xảy ra khi $(2x-5y)^2 = 0$ và $xy-40 = 0$</p>	0.5																				
		0.5																				

	<p>+ Với $(2x - 5y)^2 = 0$ thì $2x = 5y \Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{y}{2}$</p> <p>+ Với $xy - 40 = 0$ thì $xy = 40$</p> <p>Đặt $\frac{x}{5} = \frac{y}{2} = k$ ta được $x = 5k$; và $y = 2k$</p> <p>Mà $xy = 90$ nên $5k \cdot 2k = 40$ Tìm được $k = 2$ hoặc $k = -2$</p> <p>+ Nếu $k = 2$ thì $x = 10$; $y = 4$</p> <p>+ Nếu $k = -2$ thì $x = -10$; $y = -4$</p> <p>Kết luận: Vậy giá trị lớn nhất của P là 0 khi và chỉ khi $x = 10$; $y = 4$ hoặc $x = -10$; $y = -4$</p>	0.5
Câu 3		(4.0đ)
1		
	<p>GT _____</p> <p>KL _____</p>	0.25
a (1.5 điểm)	<p>a. Chứng minh tam giác ADB đều</p> <p>C/m được hai tam giác vuông bằng nhau: $\triangle AHB = \triangle AHD$ (hai cạnh góc vuông) $\Rightarrow AB = AD \Rightarrow \triangle ABD$ cân tại A.</p> <p>Mặt khác $\hat{B} = 60^\circ$. Vậy tam giác ADB đều</p>	0.75 0.5
b (1.5 điểm)	<p>b. Chứng minh: $DA = DC$ và EH vuông góc với AB</p> <p>HS chứng minh được tam giác ADC cân ($\widehat{ACD} = \widehat{CAD} = 30^\circ$) $\Rightarrow DA = DC$ (Đpcm)</p> <p>$\triangle CEA = \triangle AHC$ (ch - gn); HS suy ra $AH = CE$</p> <p>$\triangle AHD = \triangle CED$ (ch - gn); suy ra $DH = DE$</p> <p>Hai tam giác cân ADC và EDH có góc ở đỉnh bằng nhau nên ta có: $\widehat{AEH} = \widehat{EAC}$ suy ra: $EH \parallel AC$.(sl)</p> <p>Mà $AC \perp AB(gt) \Rightarrow EH \perp AB$ (Đpcm)</p>	0,5 0,5 0,5
2		

PHÒNG GIÁO DỤC – ĐÀO TẠO ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
HUYỆN TIỀN HẢI

NĂM HỌC 2021 – 2022

MÔN: TOÁN 7

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1 (4,5 điểm)

1) Thực hiện phép tính:

a) $A = \sqrt{1 + \frac{7}{9}} + \sqrt{1 - \frac{24}{25}}$

b) $B = \frac{3^{12} \cdot 5^7 + 9^6 \cdot 25^3}{27^5 \cdot 25^3 + (3^2 \cdot 5)^6}$

2) Cho n là số tự nhiên có 2 chữ số. Tìm n biết $n + 4$ và $2n$ là số chính phương.

Bài 2 (4,0 điểm)

a) $2024x - |1011x + 2| = |1012x + 3|$

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{40 - 3x}{13 - x}$ với x là số nguyên khác 13.

Bài 3 (4,5 điểm)

1) Cho hàm số $y = f(x) = (m + 1)x$ với $m \neq -1$

a) Với $m = 2$. Hãy tính $f(2022)$.

b) Tìm giá trị của m để $f(x_1) \cdot f(x_2) = f(x_1 \cdot x_2)$ với x_1, x_2 là các số thực khác 0.

2) Tìm 3 phân số có tổng bằng $9\frac{9}{70}$, biết các tử số tỉ lệ theo 3:4:5 và các mẫu số

tương ứng tỉ lệ theo 5:1:2.

Bài 4 (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A có ba góc đều nhọn. Về phía ngoài tam giác vẽ tam giác ABE vuông cân tại B. Kẻ đường cao AH (H thuộc BC), trên tia đối của tia AH lấy điểm I sao cho $AI = BC$.

1) Chứng minh: Hai tam giác ABI và BEC bằng nhau.

2) Chứng minh: BI vuông góc với CE.

3) Phân giác của góc ABC cắt cạnh AC tại D, phân giác của góc BDC cắt cạnh BC tại M. Phân giác góc BDA cắt đường thẳng BC tại N. Chứng minh: $BD = \frac{1}{2}MN$.

Bài 5 (1,0 điểm)

Cho 2022 số $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2021}, a_{2022}$ là các số tự nhiên khác 0 thỏa mãn:

$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{2021}} + \frac{1}{a_{2022}} = 1$. Chứng minh rằng: Tồn tại ít nhất một số trong

2022 số đã cho là số chẵn.

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ BIỂU ĐIỂM MÔN TOÁN 7

BÀI	Ý	NỘI DUNG	BIỂU ĐIỂM
1(4,5đ)		1) Thực hiện phép tính : a) $A = \sqrt{1 + \frac{7}{9}} + \sqrt{1 - \frac{24}{25}}$ b) $B = \frac{3^{12} \cdot 5^7 + 9^6 \cdot 25^3}{27^5 \cdot 25^3 + (3^2 \cdot 5)^6}$	
	1a(1,5đ)	$A = \sqrt{1 + \frac{7}{9}} + \sqrt{1 - \frac{24}{25}} = \sqrt{\frac{16}{9}} + \sqrt{\frac{1}{25}}$	0,5
		$A = \frac{4}{3} + \frac{1}{5}$	0,25
		$A = \frac{20}{5} + \frac{3}{5} = \frac{23}{5}$	0,5
		Vậy $A = \frac{23}{5}$	0,25
	1b(1,5đ)	$B = \frac{3^{12} \cdot 5^7 + 9^6 \cdot 25^3}{27^5 \cdot 25^3 + (3^2 \cdot 5)^6} = \frac{3^{12} \cdot 5^7 + 3^{12} \cdot 5^6}{3^{15} \cdot 5^6 + 3^{12} \cdot 5^6}$	0,5
		$B = \frac{3^{12} \cdot 5^6 (5 + 1)}{3^{12} \cdot 5^6 (3^3 + 1)}$	0,5
		$B = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$. Vậy $B = \frac{3}{14}$	0,5
	2(1,5đ)	2) Cho n là số tự nhiên có 2 chữ số . Tìm n biết n + 4 và 2n là số chính phương.	
		Vì n là số tự nhiên có hai chữ số $\Rightarrow 9 < n < 100$ $\Rightarrow 18 < 2n < 200$	0,5
Mà 2n là số chính phương chẵn $\Rightarrow 2n \in \{36; 64; 100; 144; 196\}$ $\Rightarrow n \in \{18; 32; 50; 72; 98\}$		0,5	
Mà n + 4 là số chính phương $\Rightarrow n = 32$. Vậy n = 32		0,5	
2(4,0đ)	2a(2,0đ)	a) $2024x - 1011x + 2 = 1012x + 3 $	
		$\Rightarrow 1011x + 2 + 1012x + 3 = 2024x$	0,25
		Do $ 1011 + x \geq 0 \forall x, 1012 + x \geq 0 \forall x \Rightarrow x \geq 0$	0,25

BÀI	Ý	NỘI DUNG	BIỂU ĐIỂM	
		$\Rightarrow 1011x + 2 + 1012x + 3 = 2024x$	0,5	
		$\Rightarrow 2023x + 5 = 2024x$	0,5	
		$\Rightarrow x = 5$. Vậy $x = 5$	0,5	
	2b(2,0đ)	b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{40 - 3x}{13 - x}$ với x là số nguyên khác 13.		
		Ta có $P = \frac{40 - 3x}{13 - x} = 3 + \frac{1}{13 - x}$ với $x \neq 0$	0,5	
		Suy ra P lớn nhất khi $\frac{1}{13 - x}$ lớn nhất	0,25	
		* Nếu $x > 13$ thì $13 - x < 0 \Rightarrow \frac{1}{13 - x} < 0$.	0,5	
		* Nếu $x < 13$ thì $13 - x > 0 \Rightarrow \frac{1}{13 - x} > 0$.		
		Từ 2 trường hợp trên suy ra $\frac{1}{13 - x}$ lớn nhất khi $13 - x > 0$	0,25	
		Vì phân số $\frac{1}{13 - x}$ có tử và mẫu là các số nguyên dương, tử không đổi nên phân số có giá trị lớn nhất khi mẫu là số nguyên dương nhỏ nhất. Hay $13 - x = 1 \Leftrightarrow x = 12$	0,5	
Suy ra P có giá trị lớn nhất là 4 khi $x = 12$	0,25			
3(4,5đ)		1) Cho hàm số $y = f(x) = (m + 1)x$ với $m \neq -1$ a) Với $m = 2$. Hãy tính $f(2022)$. b) Tìm giá trị của m để $f(x_1).f(x_2) = f(x_1.x_2)$ với x_1, x_2 là các số thực khác 0.		
		Với $m = 2$ thỏa mãn $m \neq -1 \Rightarrow f(x) = 3x$	0,75	
	1a(1,5đ)	Ta có $f(2022) = 3.2022 = 6066$	0,5	
		Vậy với $m = 2$ thì $f(2022) = 6066$	0,25	
	1b(1,5đ)	Ta có $f(x_1) = (m + 1)x_1$, $f(x_2) = (m + 1)x_2$ $\Rightarrow f(x_1).f(x_2) = (m + 1)^2 x_1.x_2$	0,5	
		Mà $f(x_1.x_2) = (m + 1)x_1.x_2$	0,25	
Để $f(x_1).f(x_2) = f(x_1.x_2) \Rightarrow (m + 1)^2 x_1.x_2 = (m + 1)x_1.x_2$		0,25		

BÀI	Ý	NỘI DUNG	BIỂU ĐIỂM
		Do x_1, x_2 là các số thực khác 0, $m \neq -1$ $\Rightarrow m + 1 = 1 \Rightarrow m = 0$ (tm $m \neq -1$) Vậy để $f(x_1).f(x_2) = f(x_1.x_2)$ thì $m = 0$	0,5
	2(1,5đ)	2) Tìm 3 phân số có tổng bằng $9\frac{9}{70}$, biết các tử số tỉ lệ theo 3:4:5 và các mẫu số tương ứng tỉ lệ theo 5:1:2.	
		Gọi 3 phân số cần tìm là $x = \frac{a}{a'}$; $y = \frac{b}{b'}$; $z = \frac{c}{c'}$ với a, a', b, b', c, c' là các số nguyên, a', b', c' khác 0	0,25
		Ta có $a:b:c = 3:4:5 \Rightarrow a = 3k, b = 4k, c = 5k$ ($k \neq 0$) $a':b':c' = 5:1:2 \Rightarrow a' = 5q, b' = q, c' = 2q$ ($q \neq 0$)	0,25
		$\Rightarrow x:y:z = \frac{3k}{5q} : \frac{4k}{q} : \frac{5k}{2q} = \frac{3}{5} : \frac{4}{1} : \frac{5}{2} = 6:40:25$	0,5
		$\Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{y}{40} = \frac{z}{25} = \frac{x+y+z}{6+40+25} = \frac{9\frac{9}{70}}{71} = \frac{9}{70}$	0,25
		Vậy $x = \frac{27}{35}, y = \frac{36}{7}, z = \frac{45}{14}$	0,25
4(6,0đ)			Vẽ hình đúng câu a và ghi GT-KL 0,5đ
	4a(2,0đ)	Do $\triangle ABE$ vuông cân tại B $\Rightarrow \widehat{ABE} = 90^\circ$ và $AB = BE$	0,5
		Vì AH là đường cao của $\triangle ABC \Rightarrow$ $AH \perp BC = H \Rightarrow \widehat{AHB} = 90^\circ$	0,5
		Ta có $\widehat{IAB} = \widehat{ABH} + \widehat{AHB} = \widehat{ABH} + 90^\circ$ (t/c góc ngoài) $\widehat{EBC} = \widehat{ABC} + \widehat{ABE} = \widehat{ABH} + 90^\circ$	0,5

BÀI	Ý	NỘI DUNG	BIỂU ĐIỂM
		$= \Rightarrow \widehat{IAB} = \widehat{EBC}$	
		Xét $\triangle ABI$ và $\triangle BEC$ có $AI = BC(gt)$, $\widehat{IAB} = \widehat{EBC}$, $AB = BE$ $= \Rightarrow \triangle ABI = \triangle BEC(c.g.c)$ (đpcm)	0,5
4b(2,0đ)		Vì $\triangle ABI = \triangle BEC(c.g.c) \Rightarrow \widehat{AIB} = \widehat{BCE}$	0,5
		Mà $\widehat{AIB} + \widehat{IBH} = 90^\circ$	0,5
		$= \Rightarrow \widehat{IBH} + \widehat{BCE} = 90^\circ$	0,5
		Gọi $CE \cap BI = K \Rightarrow \widehat{BKC} = 90^\circ \Rightarrow BI \perp CE$ (đpcm)	0,5
4c(1,5đ)		Do DM là phân giác \widehat{BDC} , DN là đường phân giác \widehat{BDA} Mà \widehat{BDC} và \widehat{BDA} là 2 góc kề bù $\Rightarrow DM \perp DN$ $\Rightarrow \widehat{MDN} = 90^\circ \Rightarrow \triangle MDN$ vuông tại D	0,25
		Trên MN lấy điểm F sao cho $\widehat{FDN} = \widehat{FND} \Rightarrow \triangle FDN$ cân tại $F \Rightarrow FD = FN$	0,25
		Ta có $\widehat{FDN} + \widehat{FDM} = 90^\circ$ và $\widehat{FMD} + \widehat{FND} = 90^\circ$ Mà $\widehat{FDN} = \widehat{FND} \Rightarrow \widehat{FDM} = \widehat{FMD}(1) \Rightarrow \triangle FDM$ cân tại F $\Rightarrow FD = FM$ $\Rightarrow FD = FM = FN = \frac{1}{2}MN$	0,25
		Ta có $\widehat{FMD} = \widehat{MBD} + \widehat{MDB}$ (T/c góc ngoài) Vì DM là phân giác $\widehat{BDC} \Rightarrow \widehat{BDM} = \widehat{CDM}$ $\Rightarrow \widehat{FMD} = \widehat{MBD} + \widehat{MDC}$ (2) Lại có $\widehat{FDM} = \widehat{FDC} + \widehat{CDM}$ (3) Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \widehat{MBD} = \widehat{FDC}$ (4)	0,25
		Mà $\triangle ABC$ cân tại $A \Rightarrow \widehat{DCM} = \widehat{ABC} = 2\widehat{DBM}$ (5) Ta lại có $\widehat{DCM} = \widehat{CDF} + \widehat{CFD}$ (t/c góc ngoài) (6)	0,25
		Từ (4),(5),(6) $\Rightarrow \widehat{MBD} = \widehat{CFD} \Rightarrow \triangle DBF$ cân tại D $\Rightarrow DB = DF = \frac{1}{2}MN$ (đpcm)	0,25
5(1,0đ)	5(1,0đ)	Bài 5(1,0 điểm). Cho 2022 số $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2021}, a_{2022}$ là các số tự nhiên khác 0 thỏa mãn :	

BÀI	Ý	NỘI DUNG	BIỂU ĐIỂM
		$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{2021}} + \frac{1}{a_{2022}} = 1$ Chứng minh rằng : Tồn tại ít nhất một số trong 2022 số đã cho là số chẵn.	
		Từ $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{2021}} + \frac{1}{a_{2022}} = 1$ $\Rightarrow a_2 a_3 \dots a_{2022} + a_1 a_3 \dots a_{2022} + \dots + a_1 a_2 \dots a_{2021} = a_1 a_2 \dots a_{2022} \quad (1)$	0,5
		Giả sử các số $a_1, a_2, \dots, a_{2022}$ đều là số lẻ, khi đó vế trái của (1) là tổng của 2022 số lẻ nên vế trái là số chẵn, mà vế phải là số lẻ \Rightarrow mâu thuẫn \Rightarrow điều giả sử sai. Vậy do đó tồn tại ít nhất một số trong 2022 số đã cho là số chẵn \Rightarrow đpcm	0,5

Lưu ý :

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày các bước cơ bản của 1 cách giải. Nếu thí sinh làm theo cách khác mà đúng thì vẫn cho điểm tối đa.
- Bài làm của thí sinh đúng đến đâu cho điểm đến đó theo đúng biểu điểm.
- Bài hình học, thí sinh vẽ sai hình hoặc không vẽ hình thì cho 0 điểm. Hình vẽ đúng ở ý nào thì chấm điểm ý đó.
- Bài có nhiều ý liên quan tới nhau, nếu thí sinh mà công nhận ý trên (hoặc làm sai ý trên) để làm ý dưới thì không chấm điểm ý đó.
- Điểm của bài thi là tổng điểm các câu làm đúng và tuyệt đối không làm tròn.

PHÒNG GD&ĐT THANH OAI

KỶ THI OLYMPIC LỚP 6,7,8

Năm học 2021 - 2022

Môn: Toán – Lớp: 7

ĐỀ CHÍNH THỨC

Ngày thi: 21 tháng 4 năm 2022

Thời gian làm bài: 120 phút

(Đề thi gồm 01 trang)

Bài I. (5 điểm)

$$1) \text{ Thực hiện phép tính: } A = \frac{120 - \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 5 \cdot \frac{1}{5} \cdot 20 \cdot \frac{1}{4} - 20}{1 + 5 + 9 + \dots + 33 + 37 + 41}$$

$$2) \text{ Tìm } x \text{ biết: } \frac{1}{3} - \left| \frac{5}{4} - 2x \right| = \frac{1}{4}$$

$$3) \text{ Tính giá trị của biểu thức: } B = 2x^5 - 5y^3 + 4, \text{ biết } (x-1)^2 + (y+2)^2 = 0$$

Bài II. (4 điểm)

$$1) \text{ Cho } \frac{x}{4} = \frac{y}{7}; \frac{y}{5} = \frac{z}{6}. \text{ Tính } B = \frac{3x - 4y + 5z}{x - 2y + 5z}$$

$$2) \text{ Tìm số nguyên } x, y \text{ biết } 2xy - x - y = 2.$$

Bài III. (4 điểm)

$$1) \text{ Tìm số tự nhiên } x, y \text{ biết: } 7(x - 2004)^2 = 23 - y^2$$

$$2) \text{ Cho 3 số thực } x, y, z \text{ khác 0 thỏa mãn: } \frac{y+z-x}{x} = \frac{z+x-y}{y} = \frac{x+y-z}{z}.$$

$$\text{Tính } C = \left(1 + \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right) \left(1 + \frac{z}{x}\right)$$

Bài IV. (6 điểm)

Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn, M là trung điểm của BC . Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa điểm C , vẽ đoạn thẳng AE vuông góc và bằng với AB . Trên nửa mặt phẳng bờ AC chứa điểm B , vẽ đoạn thẳng AD vuông góc và bằng với AC . Trên tia đối của tia MA lấy điểm N sao cho $MN = MA$.

$$1) \text{ Chứng minh: } AB = CN$$

$$2) \text{ Chứng minh: } \triangle ADE = \triangle CAN.$$

$$3) \text{ Gọi } I \text{ là giao điểm của } DE \text{ và } AM. \text{ Tính tỉ số } \frac{AD^2 + IE^2}{DI^2 + AE^2}$$

Bài V. (1 điểm)

Cho bốn số tự nhiên phân biệt $a > b > c > d$. Chứng minh rằng :

$$P = (a-b)(a-c)(a-d)(b-c)(b-d)(c-d) : 12$$

- Hết -

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

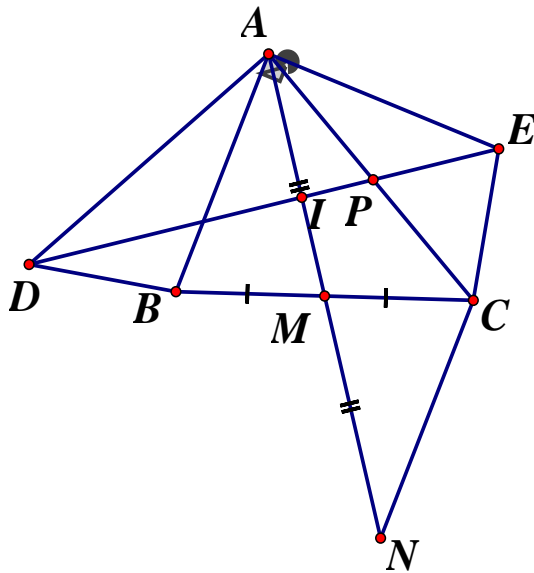
Học sinh không sử dụng tài liệu.

Họ và tên: Số báo danh:

Học sinh Trường THCS:

HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 7

Bài	Phần	Nội dung	Điểm																			
I	1	Tính được tử bằng $120 - 20.5 - 20 = 0$, Khi đó $A = 0$	2																			
	2	$\frac{1}{3} - \left \frac{5}{4} - 2x \right = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left \frac{5}{4} - 2x \right = \frac{1}{12} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{4} - 2x = \frac{1}{12} \\ \frac{5}{4} - 2x = -\frac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{12} \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$	2																			
	3	Vì $\begin{cases} (x-1)^{20} \geq 0 \\ (y+2)^{30} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow (x-1)^{20} + (y+2)^{30} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ y+2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ Thay vào ta được : $A = 2.1^5 - 5.(-2)^3 + 4 = 2 + 40 + 4 = 46$	1																			
II	1	$\frac{x}{20} = \frac{y}{35} = \frac{z}{42} = k \Rightarrow x = 20k; y = 35k; z = 42k$ $\Rightarrow B = \frac{3.20k - 4.35k + 5.42k}{20k - 2.35k + 5.42k} = \frac{130k}{160k} = \frac{13}{16}$	1 1																			
	2	Ta có: $2xy - x - y = 2$ $(2y-1)(2x-1) = 5$ $\Rightarrow (2y-1) \text{ và } (2x-1) \in U(5) = \{\pm 1; \pm 5\}$ x, y là số nguyên nên ta có bảng: <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>$2x-1$</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>-5</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>$2y-1$</td> <td>-5</td> <td>5</td> <td>-1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>-2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> </table> Vậy các cặp số $(x; y)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $(0; -2), (-2; 0), (1; 3), (3; 1)$	$2x-1$	-1	1	-5	5	$2y-1$	-5	5	-1	1	x	0	1	-2	3	y	2	3	0	1
$2x-1$	-1	1	-5	5																		
$2y-1$	-5	5	-1	1																		
x	0	1	-2	3																		
y	2	3	0	1																		
III	1	Từ $7(x-2004)^2 = 23 - y^2$ (1) do $7(x-2004)^2 \geq 0 \Rightarrow 23 - y^2 \geq 0 \Rightarrow y^2 \leq 23 \Rightarrow y \in \{0, 2, 3, 4\}$ Mặt khác $23 - y^2 : 7$ vậy $y = 3$ hoặc $y = 4$ thay vào (1) suy ra : $x = 2005, y = 4$ hoặc $x = 2003, y = 4$	0,5 1 0,5																			
	2 (2 đ)	Từ GT cộng thêm 2 vào mỗi vế của của tỉ số ta được: $\left(\frac{y+z-x}{x} + 2 \right) = \left(\frac{z+x-y}{y} + 2 \right) = \left(\frac{x+y-z}{z} + 2 \right)$ $\Rightarrow \frac{x+y+z}{x} = \frac{x+y+z}{y} = \frac{x+y+z}{z}$ TH1: $x+y+z \neq 0 \Rightarrow x = y = z \Rightarrow B = 8$ TH2: $x+y+z = 0 \Rightarrow x+y = -z; y+z = -x; x+z = -y \Rightarrow B = -1$ Kết luận:	0,5 0,5 0,5 0,5																			



IV	1	<p>Xét $\triangle ABM$ và $\triangle NCM$ có:</p> <p>$AM = MN(gt); BM = CM(gt); \widehat{AMB} = \widehat{NMC}(dd)$</p> <p>$\Rightarrow \triangle ABM = \triangle NCM(c.g.c) \Rightarrow AB = CN$ (hai cạnh tương ứng)</p>	2
	2	<p>Từ câu a suy ra $\widehat{ABM} = \widehat{NCM}$ (hai góc tương ứng)</p> <p>Ta có: $\widehat{ACN} = \widehat{ACB} + \widehat{BCN} = \widehat{ACB} + \widehat{ABC} = 180^\circ - \widehat{BAC}$</p> <p>Lại có:</p> <p>$\widehat{DAE} = \widehat{DAC} + \widehat{BAE} - \widehat{BAC} = 180^\circ - \widehat{BAC} \Rightarrow \widehat{DAE} = \widehat{ACN}$</p> <p>Xét $\triangle ADE$ và $\triangle ACN$ có: $CN = AE$ (cùng bằng AB) ;</p> <p>$AC = AD(gt); \widehat{DAE} = \widehat{ACN}(cmt)$</p> <p>$\Rightarrow \triangle ADE = \triangle CAN(c.g.c)$</p>	1
	3	<p>Vì $\triangle ADE = \triangle CAN(c.g.c) \Rightarrow \widehat{NAC} = \widehat{ADE}$ (hai góc tương ứng)</p> <p>Gọi P là giao điểm của DE và AC</p> <p>Xét $\triangle ADP$ vuông tại A</p> <p>$\Rightarrow \widehat{ADE} + \widehat{APD} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{NAC} + \widehat{APD} = 90^\circ \Rightarrow AI \perp DE$</p> <p>Xét $\triangle ADI$ vuông tại I. theo định lý Pytago ta có:</p> <p>$AD^2 = DI^2 + AI^2 \Rightarrow AI^2 = AD^2 - DI^2$</p> <p>Xét $\triangle AIE$ vuông tại I. theo định lý Pytago ta có:</p> <p>$AE^2 = AI^2 + IE^2 \Rightarrow AI^2 = AE^2 - IE^2$</p> <p>$\Rightarrow AD^2 - DI^2 = AE^2 - IE^2 \Rightarrow AD^2 + IE^2 = DI^2 + AE^2$</p> <p>$\Rightarrow \frac{AD^2 + IE^2}{DI^2 + AE^2} = 1$</p>	1
V	<p>Chia bốn số phân biệt a, b, c, d cho 3 luôn có hai phép chia có cùng số dư \Rightarrow hiệu hai số bị chia đó chia hết cho 3 \Rightarrow tồn tại hiệu hai số trong bốn số a, b, c, d chia hết cho 3.</p> <p>Do vậy P chia hết cho 3. (1)</p> <p>Trong bốn số a, b, c, d nếu có hai số có cùng số dư khi chia cho 4 thì P</p>	0,25	0,25

	<p>chia hết cho 4;trái lại ,khi chia bốn số đó cho 4 có đủ bốn trường hợp về số dư là 0,1,2,3 \Rightarrow trong bốn số a, b, c, d có hai số chẵn , hai số lẻ , giả sử a, c chẵn và b, d lẻ $\Rightarrow (a - c):2$ và $(b - d):2$</p> <p>Do vậy P chia hết cho 4 (2)</p> <p>Từ (1),(2) và (3,4)=1 suy ra $P:3,4$ hay $P:12$ (đpcm)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
--	--	-------------------------

Học sinh làm cách khác nếu đúng vẫn đạt điểm tối đa theo biểu điểm

PHÒNG GD & ĐT DIỄN CHÂU
LIÊN TRƯỜNG THCSKỶ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TRƯỜNG VÒNG 1
NĂM HỌC 2022-2023

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN THI: TOÁN 7

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (4,5 điểm)

1. Tính giá trị biểu thức:

a) $\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{5}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{-3}{11}\right) : \frac{5}{11}$; b) $\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1\right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)$

c) $\left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - 1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7}\right) : \frac{2022}{2023}$

Câu 2. (4,0 điểm)

a) Tìm x biết: $|-2| \cdot 3^x + 3^{x+2} = 99$;

b) Tìm x, y biết: $\frac{1+3y}{12} = \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x}$;

c) Tìm số tự nhiên x, y biết: $7(x - 2023)^2 = 23 - y^2$

Câu 3. (4,5 điểm)

a) Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3, biết p + 2 cũng là số nguyên tố. Chứng tỏ rằng p + 1 chia hết cho 6.

b) Tìm số nguyên x để biểu thức sau đạt giá trị lớn nhất, tìm giá trị lớn nhất đó: $P = \frac{x+1}{2x-2}$.

c) Một trường THCS có ba lớp 7, tổng số học sinh hai lớp 7A, 7B là 85 em, Nếu chuyển 10 học sinh từ lớp 7A sang lớp 7C thì số học sinh ba lớp 7A, 7B, 7C tỉ lệ thuận với 7;8;9. Hỏi lúc đầu mỗi lớp có bao nhiêu học sinh?

Câu 4. (7,0 điểm)

1. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh BC lấy điểm D, trên tia đối của CB lấy điểm E sao cho BD = CE. Các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt AB và AC lần lượt ở M và N. Chứng minh rằng:

a) BM = CN.

b) BC < MN.

c) Đường thẳng vuông góc với MN tại giao điểm của MN và BC luôn luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên cạnh BC

2. Cho tam giác ABC có góc B bằng 45^0 , góc C bằng 120^0 . Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho CD = 2CB. Tính góc ADB

-----HẾT-----

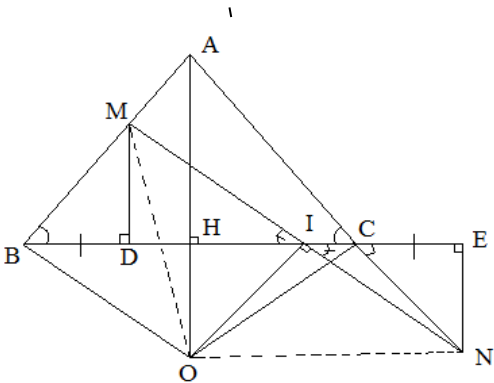
Giám thị không giải thích gì thêm

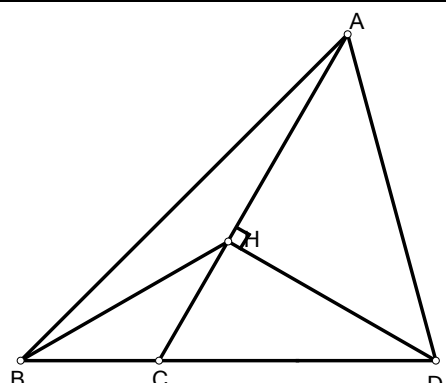
Họ và tên thí sinh.....SBD:.....

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI HỌC SINH TRƯỜNG MÔN TOÁN LỚP 7
NĂM HỌC 2022-2023
 (Hướng dẫn chấm này có 04 trang)

Câu	Ý	Nội dung	Điểm	
1 4,5đ	a 1,5	1. Tính giá trị biểu thức:	1,5	
		a) $\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{5}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{-3}{11}\right) : \frac{5}{11}$;		
		$\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{5}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{-3}{11}\right) : \frac{5}{11} = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} + \frac{-4}{7} + \frac{-3}{11}\right) : \frac{5}{11}$	0,5	
		$= \left(\frac{-3}{7} + \frac{-4}{7} + \frac{4}{11} + \frac{-3}{11}\right) : \frac{5}{11} = \left(-1 + \frac{1}{11}\right) : \frac{5}{11}$	0,5	
			$= \frac{-10}{11} : \frac{5}{11} = -2$	0,5
	b 1,5	b) $\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1\right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)$	1,5	
		$\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1\right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right) = \left[6 \cdot \frac{1}{9} + 1 + 1\right] : \left(-\frac{4}{3}\right)$	0,5	
		$\left[6 \cdot \frac{1}{9} + 1 + 1\right] : \left(-\frac{4}{3}\right) = \left(\frac{2}{3} + 2\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$	0,5	
		$= \frac{8}{3} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = -2$	0,5	
	c 1,5	c) $\left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - 1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7}\right) : \frac{2022}{2023}$	1,5	
		$= \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - \frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}}\right) : \frac{2022}{2023}$	0,5	
		$= \left(\frac{2\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)}{7\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right) - 7\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)}\right) : \frac{2022}{2023}$	0,5	
$= \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7}\right) : \frac{2022}{2023} = 0$		0,5		
2 4,0 đ	a 1,0	2. a) Tìm x biết: $ -2 \cdot 3^x + 3^{x+2} = 99$;	1,0	
		$ -2 \cdot 3^x + 3^{x+2} = 99 \Leftrightarrow 2 \cdot 3^x + 3^{x+2} = 99$	0,25	
		$\Leftrightarrow 3^x(2 + 3^2) = 99$	0,25	
		$\Leftrightarrow 3^x \cdot 11 = 99 \Leftrightarrow 3^x = 9 \Leftrightarrow x = 2$	0,5	
	b 1,5	b) Tìm x, y biết: $\frac{1+3y}{12} = \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x}$;	1,5	

		<p>Áp dụng tính chất dãy tỷ số bằng nhau ta có:</p> $\frac{1+3y}{12} = \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x} = \frac{1+7y-1-5y}{4x-5x} = \frac{2y}{-x} = \frac{1+5y-1-3y}{5x-12} = \frac{2y}{5x-12}$	0,5
		$\Rightarrow \frac{2y}{-x} = \frac{2y}{5x-12}$ <p>TH1: $y = 0$, thay vào \Rightarrow không thỏa mãn</p>	0,5
		<p>TH2: $y \neq 0 \Rightarrow -x = 5x - 12 \Leftrightarrow x = 2$</p> <p>Thay $x = 2$ vào trên ta được: $\frac{1+3y}{12} = \frac{2y}{-2} = -y$</p> $\Rightarrow 1 + 3y = -12y \Rightarrow y = \frac{-1}{15}$ <p>Vậy $x = 2, y = \frac{-1}{15}$ thỏa mãn đề bài.</p>	0,5
	c	c) Tìm số tự nhiên x, y biết: $7(x-2023)^2 = 23 - y^2$	1,5
	1,5	Vì x, y là các số tự nhiên nên $(x-2023)^2, y^2$ là các số chính phương nên không âm nên $23 - y^2 \leq 23 \Rightarrow 0 \leq 7(x-2023)^2 \leq 23$	0,5
		Do đó $\begin{cases} (x-2023)^2 = 0 \\ (x-2023)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2023 \\ x = 2024 \end{cases}$	0,5
		+ Với $x = 2023$ thì không có giá trị của y tự nhiên thỏa mãn.	0,25
		+ Với $x = 2024$ thì $y^2 = 16 \Rightarrow y = 4$.	0,25
		Vậy $(x;y) = (2024;4)$	0,25
3	a	a) Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3. Biết $p + 2$ cũng là số nguyên tố. Chứng tỏ rằng $p + 1$ chia hết cho 6.	1,5
4,5	1,5	Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p lẻ, do đó $p + 1$ chẵn $\Rightarrow (p + 1) : 2 \quad (1)$	0,5
d		Cũng do p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên $p = 3k + 1$ hoặc $p = 3k + 2$ ($k \in \mathbb{N}$)	0,25
		Nếu $p = 3k + 1$ thì $p + 2 = 3k + 3 = 3(k + 1) : 3$ $\Rightarrow p + 2$ không là số nguyên tố nên $p = 3k + 1$ không xảy ra.	0,25
		Do đó $p = 3k + 2 \Rightarrow p + 1 = 3k + 3 = 3(k + 1) : 3 \quad (2)$	0,25
		Vì $(2;3) = 1$ nên từ (1) và (2) ta có $(p + 1) : 6$	0,25
	b	b) Tìm số nguyên x để biểu thức sau đạt giá trị lớn nhất, tìm giá trị lớn nhất đó:	1,5
	1,5	$P = \frac{x+1}{2x-2}$	0,5
		$P = \frac{x+1}{2x-2} = \frac{(x-1)+2}{2(x-1)} = \frac{1}{2} + \frac{2}{x-1}$	0,5
		Để $P_{\max} \Leftrightarrow \frac{2}{x-1} \max \Leftrightarrow x-1 > 0$ và nhỏ nhất (x nguyên) $\Leftrightarrow x = 2$	0,5
		$P_{\max} = \frac{1}{2} + \frac{2}{2-1} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = 2$	0,5
	b	c) Một trường THCS có ba lớp 7, tổng số học sinh hai lớp 7A, 7B là 85 em, Nếu chuyển 10 học sinh từ lớp 7A sang lớp 7C thì số học sinh ba lớp 7A, 7B, 7C tỉ lệ thuận với 7;8;9. Hỏi lúc đầu mỗi lớp có bao nhiêu học sinh?	1,5
	1,5	Gọi số học sinh của lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là x, y, z (học sinh) $(x, y, z \in \mathbb{N}^*, x > 10)$	0,25

	Theo bài ra ta có $x + y = 85$ (1)	0,25
	Nếu chuyển 10 học sinh từ lớp 7A sang lớp 7C thì số học sinh ba lớp 7A, 7B, 7C tỉ lệ thuận với 7;8;9 nên ta có: $\frac{x-10}{7} = \frac{y}{8} = \frac{z+10}{9}$ (2)	0,25
	Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{x-10}{7} = \frac{y}{8} = \frac{z+10}{9} = \frac{(x-10)+y}{7+8} = \frac{85-10}{15} = 5$	0,25
	Suy ra $x = 45, y = 40, z = 35$ (Thỏa mãn điều kiện)	0,25
	Vậy số học sinh của lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là 45, 40, 35 học sinh.	0,25
4 7,0 đ	1. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh BC lấy điểm D, trên tia đối của CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt AB và AC lần lượt ở M và N. Chứng minh rằng: a) $BM = CN$. b) $BC < MN$. c) Đường thẳng vuông góc với MN tại giao điểm của MN và BC luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên cạnh BC	6,0
		
a 2,0	Xét $\triangle MDB$ và $\triangle NEC$ có: $\widehat{MDB} = \widehat{NEC} (= 90^\circ)$ $BD = CE$ (gt) $\widehat{MBD} = \widehat{NCE} (= \widehat{ACB})$ $\Rightarrow \triangle MDB = \triangle NEC$ (g.c.g) $\Rightarrow BM = CN$ (hai cạnh tương ứng)	0,5 0,25 0,75 0,5
b 2,0	Ta có $BC = BD + DC$; $DE = DC + CE$, mà $BD = CE$ (gt) $\Rightarrow BC = DE$ Gọi I là giao điểm của MN và BC ta có $DE = DI + IE < MI + IN = MN$ (quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên) $\Rightarrow BC < MN$ (3)	1,0 1,0
c 2,0	Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A xuống BC. $\Rightarrow AH$ vừa là đường cao vừa là đường phân giác của tam giác cân ABC.	0,25
	Gọi O là giao điểm của AH với đường thẳng vuông góc với MN kẻ từ I. $\triangle OAB = \triangle OAC$ (c.g.c)	0,25
	$\Rightarrow \widehat{OBA} = \widehat{OCA}$ (cặp góc tương ứng) (*) $\Rightarrow OC = OB$ (cặp cạnh tương ứng) (1)	0,25
	$\triangle MDI = \triangle NEI$ (g.c.g) $\Rightarrow IM = IN$ (cặp cạnh tương ứng) (2)	0,25
	$\triangle OIM = \triangle OIN$ (c.g.c) $\Rightarrow OM = ON$ (cặp cạnh tương ứng) (3)	0,25
	Từ (1), (2) và (3) $\Rightarrow \triangle OBM = \triangle OCN$ (c.c.c)	0,25

	$\Rightarrow \widehat{OBM} = \widehat{OCN}$ (cặp góc tương ứng) (**)	
	Từ (*) và (**) suy ra $\widehat{OCA} = \widehat{OCN} = 90^\circ$, do đó $OC \perp AC$.	0,25
	\Rightarrow điểm O cố định. Vậy đường thẳng vuông góc với MN tại giao điểm của MN và BC luôn luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên cạnh BC	0,25
	2. Cho tam giác ABC có góc B bằng 45° , góc C bằng 120° . Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho $CD = 2CB$. Tính góc ADB	1.0
2. 1,0 đ		
	Kí DH vuông góc với AC vì $\widehat{ACD} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{CDH} = 30^\circ$ Từ đó chứng minh được $CH = \frac{CD}{2} \Rightarrow CH = BC$	0,5
	Tam giác BCH cân tại C $\Rightarrow \widehat{CBH} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{ABH} = 15^\circ$ Mà $\widehat{ABH} = 15^\circ$ nên tam giác AHB cân tại H Do vậy tam giác AHD vuông cân tại H Vậy $\widehat{ADB} = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$ ADB = $45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$	0,5

Lưu ý:

- Nếu học sinh không vẽ hình bài 4 hoặc vẽ sai thì không chấm bài 4.
- Nếu học sinh làm cách khác đúng thì vẫn cho điểm tương ứng với từng phần.

UBND HUYỆN NÔNG CỐNG
TRƯỜNG THCS TRƯỜNG SƠN
 (Đề thi có 05 câu, gồm 01 trang)

ĐỀ KHẢO SÁT HSG LỚP 7 LẦN 3
NĂM HỌC 2022-2023
MÔN THI: TOÁN

Thời gian: 150 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (4 điểm):

a) Cho $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$ và $\frac{y}{5} = \frac{z}{6}$. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{2x+3y+4z}{3x+4y+5z}$ (giả thiết A có nghĩa).

b) Tìm tập hợp các số nguyên x, biết rằng:

$$4\frac{5}{9} : 2\frac{5}{18} - 7 < x < \left(3\frac{1}{5} : 3, 2 + 4, 5 \cdot 1\frac{31}{45}\right) : \left(-21\frac{1}{2}\right)$$

Câu 2: (4 điểm)

a) Tìm x, biết: $\left|x - \frac{1}{3}\right| + \left|x - \frac{1}{15}\right| + \left|x - \frac{1}{35}\right| + \left|x - \frac{1}{63}\right| + \dots + \left|x - \frac{1}{399}\right| = -11x$

b) Tính giá trị của biểu thức: $C = 2x^3 + 15y^3 + 2015$ tại x, y thỏa mãn:

$$|x - 2| + \sqrt{(y + 1)^{2015}} = 0$$

Câu 3: (4 điểm)

a) Tìm số tự nhiên có ba chữ số, biết rằng số đó là bội của 18 và các chữ số của nó tỉ lệ theo 1: 2: 3.

b) Tìm tất cả các số tự nhiên a, b sao cho: $2016^a - 1 = -|b - 2015| + b - 2015$.

Câu 4: (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$). Vẽ về phía ngoài tam giác ABC các tam giác đều ABD và ACE. Gọi I là giao của CD và BE, K là giao của AB và DC.

a) Chứng minh rằng: $\triangle ADC = \triangle ABE$.

b) Gọi M và N lần lượt là trung điểm của CD và BE. Chứng minh rằng $\triangle AMN$ đều.

c) Chứng minh rằng IA là phân giác của góc DIE.

Câu 5: (2 điểm)

Cho 2016 số nguyên dương: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2016}$ thỏa mãn

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{2016}} = 300$$

Chứng minh trong 2016 số đã cho tồn tại ít nhất hai số bằng nhau.

..... **Hết**.....

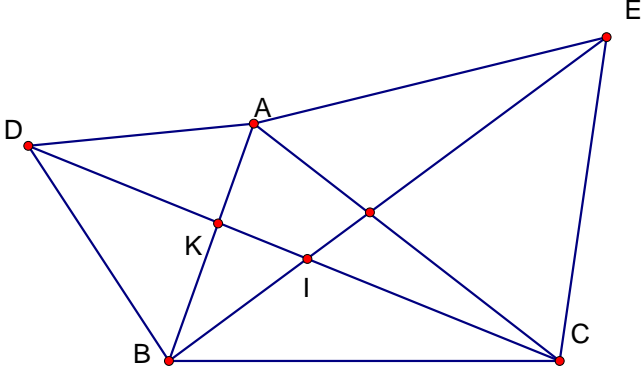
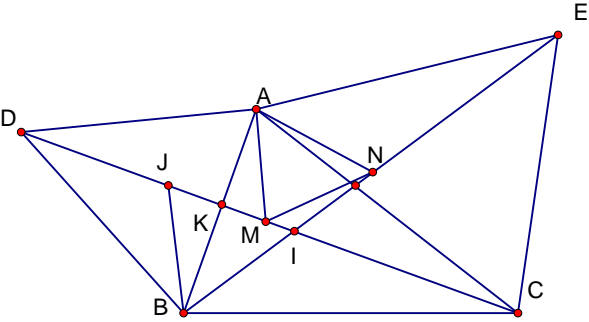
Giám thị trông thi không giải thích gì thêm!

Họ và tên thí sinh:..... SBD.....

Giám thị 1:..... Giám thị 2:.....

HƯỚNG DẪN CHẤM

		Nội dung	Điểm	
CÂU 1 (4,5đ)		Đưa về dãy tỉ số bằng nhau: $\frac{x}{15} = \frac{y}{20} = \frac{z}{24} = k (k \neq 0)$	1đ	
		$A = \frac{30k + 60k + 96k}{45k + 80k + 120k} = \frac{186}{245}$	1đ	
		2) Ta có: $4\frac{5}{9} : 2\frac{5}{18} - 7 = \frac{41}{9} \cdot \frac{18}{41} - 7 = 2 - 7 = -5$ Lại có: $\left(3\frac{1}{5} : 3, 2 + 4, 5 \cdot \frac{31}{45}\right) : \left(-21\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{16}{5} \cdot \frac{5}{16} + \frac{9}{2} \cdot \frac{76}{45}\right) : \left(-\frac{43}{2}\right) = \left(1 + \frac{38}{5}\right) \cdot \frac{-2}{43} = \frac{43}{5}$	0,5	
	Do đó: $-5 < x < \frac{-2}{5}$ mà $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-4; -3; -2; -1\}$	0,5		
CÂU 2 (4,5đ)	b (2,0)	a) Nhận xét: Vế trái của biểu thức luôn > 0 nên vế phải > 0 suy ra $11x < 0$ hay $x < 0$. Với $x < 0$ ta có: $\left x - \frac{1}{3}\right + \left x - \frac{1}{15}\right + \left x - \frac{1}{35}\right + \left x + \frac{1}{63}\right + \dots + \left x - \frac{1}{399}\right = -11x$ $\Leftrightarrow -x + \frac{1}{3} - x + \frac{1}{15} - x + \frac{1}{35} - x + \frac{1}{63} - \dots - x + \frac{1}{399} = -11x$ suy ra $-x = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{21}\right) = \frac{10}{21}$ (TM) Vậy: $x = -\frac{10}{21}$	0,75đ	
				0,75đ
				0,25đ
	c (1,0)	1) Do $ x - 2 \geq 0; \sqrt{(y + 1)^{2015}} \geq 0 \Rightarrow x - 2 + \sqrt{(y + 1)^{2015}} \geq 0$ với mọi x, y . Kết hợp điều kiện đề bài ta có $x = 2$; Từ đó tính được $C = 2016$	1đ 0,5đ 0,5đ	
CÂU 3 (3,5đ)	a (2đ)	Gọi a, b, c là các chữ số của số có ba chữ số cần tìm. Không mất tính tổng quát, giả sử $a \leq b \leq c \leq 9$. Ta có $1 \leq a + b + c \leq 27$. Mặt khác số cần tìm là bội của 18 nên là bội của 9, do đó $a + b + c = 9$ hoặc $a + b + c = 18$ hoặc $a + b + c = 27$. Theo đề bài ta có: $\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{a + b + c}{6}$; Như vậy $a + b + c$ chia hết cho 6, nên $a + b + c = 18$. Từ đó suy ra $a = 3, b = 6, c = 9$. Do số phải tìm là bội của 18 nên chữ số hàng đơn vị chẵn, vì vậy hai số cần tìm là: 396; 936.	0,25 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,25 đ 0,5 đ	
	b (2,0)	Vì $ x \geq x$ dấu bằng xảy ra khi $x \geq 0$ nên $x - x \leq 0$ dấu bằng xảy ra khi x không âm.	0,5 đ 0,5	

		<p>Vậy $(b-2015) - b-2015 \leq 0$ dấu “=” xảy ra khi $b \geq 2015 ; b \in N$ (1) Vì a là số tự nhiên nên $2016^a \geq 1$ do đó $2016^a - 1 \geq 0$ (2) dấu “=” xảy ra khi $a = 0$ (2) Từ (1) ; (2) suy ra $a=1$ và b là số tự nhiên lớn hơn 2014 Vậy $(a; b) = (0; k) \quad k \in N; k \geq 2015$</p>	<p>0,5 đ 0,5đ</p>
	a (1,0)	 <p>Ta có: $AD = AB$; $\widehat{DAC} = \widehat{BAE}$ và $AC = AE$ Suy ra $\triangle ADC = \triangle ABE$ (c.g.c)</p>	<p>1 đ 1đ</p>
CÂU 4 (6,0đ)		<p>Từ $\triangle ADC = \triangle ABE$ (câu a) $\Rightarrow \widehat{ABE} = \widehat{ADC}$, mà $\widehat{BKI} = \widehat{AKD}$ (đối đỉnh). Khi đó xét $\triangle BIK$ và $\triangle DAK$ suy ra $\widehat{BIK} = \widehat{DAK} = 60^\circ$ (đpcm)</p>	<p>0,25 đ 0,25 đ 0,5 đ</p>
	b 2đ	 <p>Từ $\triangle ADC = \triangle ABE$ (câu a) $\Rightarrow CM = EN$ và $\widehat{ACM} = \widehat{AEN}$ $\Rightarrow \triangle ACM = \triangle AEN$ (c.g.c) $\Rightarrow AM = AN$ và $\widehat{CAM} = \widehat{EAN}$ $\widehat{MAN} = \widehat{CAE} = 60^\circ$. Do đó $\triangle AMN$ đều.</p>	<p>0,25 đ 0,5 đ 0,25 đ</p>
	c (2,0)	<p>Trên tia ID lấy điểm J sao cho $IJ = IB \Rightarrow \triangle BIJ$ đều $\Rightarrow BJ = BI$ và $\widehat{JBI} = \widehat{DBA} = 60^\circ$ suy ra $\widehat{IBA} = \widehat{JBD}$, kết hợp $BA = BD$ $\Rightarrow \triangle IBA = \triangle JBD$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AIB} = \widehat{DJB} = 120^\circ$ mà $\widehat{BID} = 60^\circ$ $\Rightarrow \widehat{DIA} = 60^\circ$. Từ đó suy ra IA là phân giác của góc DIE</p>	<p>0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ</p>

CÂU 5 (1,5đ)	(1,5)	Giả sử trong 2016 số nói trên không có 2 số bằng nhau, ta nhóm về trái được	0,5 đ
		$1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2^1+1} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(\frac{1}{2^2+1} + \frac{1}{2^2+2} + \frac{1}{2^2+3} + \frac{1}{2^3}\right) + \dots$	
		$+ \left(\frac{1}{2^9+1} + \frac{1}{2^9+2} + \frac{1}{2^9+3} + \dots + \frac{1}{2^{10}}\right) + \left(\frac{1}{2^{10}+1} + \frac{1}{2^{10}+2} + \dots + \frac{1}{2^{10}+992}\right) <$	0,5 đ
		$1 + \frac{1}{2} + \frac{2^1}{2^1+1} + \frac{2^2}{2^2+1} + \frac{2^3}{2^3+1} + \dots + \frac{2^9}{2^9+1} + \frac{992}{2^{10}+1} < 12 < 300$ vô lí vì về trái có giá trị là 300 Vậy trong 300 số kể trên có ít nhất 2 số bằng nhau.	0,5 đ

Chú ý:

+) Nếu HS làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

UBND HUYỆN HIỆP HÒA
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI THỬ HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN LẦN 2
NĂM HỌC 2022 - 2023
MÔN: TOÁN 7

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (5,0 điểm):

1) Thực hiện phép tính: $\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)$

2) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

3) Tìm x biết: $\left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| (-3, 2) + \frac{2}{5} \right|$

Câu 2 (4,0 điểm):

1) Cho a, b, c là ba số khác 0 thỏa mãn $b^2 = ac$. Chứng minh rằng $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{c}$.

2) Cho $A = \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{1000^2}$. Chứng minh rằng $A < \frac{25}{36}$.

Câu 3 (4,0 điểm):

1) Tìm số nguyên a để $a^2 + a + 3$ chia hết cho $a + 1$.

2) Tìm các số nguyên tố x, y thỏa mãn $x^2 - 2y^2 = 1$.

Câu 4 (6,0 điểm):

1) Cho tam giác ABC có M là trung điểm của cạnh BC . Trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho $ME = MA$.

a) Chứng minh $AC // BE$.

b) Gọi I là một điểm trên đoạn thẳng AC , K là một điểm trên đoạn thẳng EB sao cho $AI = EK$. Chứng minh ba điểm I, M, K thẳng hàng.

2) Cho tam giác ABC cân tại A có $\widehat{BAC} = 20^\circ$. Vẽ tam giác đều BCD sao cho điểm D nằm trong tam giác ABC . Tia phân giác của \widehat{ABD} cắt AC tại M . Chứng minh $AM = BC$.

Câu 5 (1,0 điểm):

Cho $xyz = 1$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x}{xy + x + 1} + \frac{y}{yz + y + 1} + \frac{z}{xz + z + 1}$.

.....Đề gồm 01 trang.....

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (5,0 điểm)	1) $\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)$	
	$= \left[6 \cdot \frac{1}{9} + 1 + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - \frac{3}{3}\right)$	0,5
	$= \left[\frac{2}{3} + 2 \right] : \left(-\frac{4}{3}\right)$	0,5
	$= \left[\frac{2}{3} + \frac{6}{3} \right] : \left(-\frac{4}{3}\right)$	0,5
	$= \frac{8}{3} \cdot \frac{-3}{4} = -2$	0,5
2)	$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$	
	$= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 7^3 \cdot 2^3}$	0,5
	$= \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3-1)}{2^{12} \cdot 3^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 (1+2^3)}$	0,5
	$= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9}$	0,5
	$= \frac{2}{3^2} - \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{2}{9} - \frac{-30}{9} = \frac{32}{9}$	
3)	$\left x - \frac{1}{3} \right + \frac{4}{5} = \left (-3, 2) + \frac{2}{5} \right $	
	$\Rightarrow \left x - \frac{1}{3} \right + \frac{4}{5} = \left -\frac{16}{5} + \frac{2}{5} \right $	0,5
	$\Rightarrow \left x - \frac{1}{3} \right + \frac{4}{5} = \left -\frac{14}{5} \right $	
	$\Rightarrow \left x - \frac{1}{3} \right + \frac{4}{5} = \frac{14}{5}$	
	$\Rightarrow \left x - \frac{1}{3} \right = \frac{14}{5} - \frac{4}{5} \Rightarrow \left x - \frac{1}{3} \right = 2$	
	$\Rightarrow x - \frac{1}{3} = 2$ hoặc $x - \frac{1}{3} = -2$	
	$\Rightarrow x = 2 + \frac{1}{3}$ hoặc $x = -2 + \frac{1}{3}$	
	$\Rightarrow x = \frac{7}{3}$ hoặc $x = -\frac{5}{3}$	0,5

	Vậy $x \in \left\{ \frac{7}{3}; -\frac{5}{3} \right\}$	0,5
Câu 2 (4,0 điểm)	1) Ta có $b^2 = ac \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{c} \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{a}{c}$ (1)	0,5
	Mặt khác, từ $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \left(\frac{b}{c}\right)^2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{b^2}{c^2}$	0,5
	Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:	0,5
	$\frac{a^2}{b^2} = \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$ (2)	0,5
	Từ (1) và (2) suy ra $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{c}$ (đpcm)	0,5
	$A < \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{999.1000}$	0,5
	$A < \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} - \frac{1}{1000}$	0,5
	$A < \frac{25}{36} - \frac{1}{1000} < \frac{25}{36}$	0,75
	Vậy $A < \frac{25}{36}$	0,25
Câu 3 (4,0 điểm)	1) Ta có : $a^2 + a + 3$ chia hết cho $a + 1 \Rightarrow [a(a+1)+3] : (a+1)$ (1)	0,5
	Vì a là số nguyên nên $a(a+1) : (a+1)$ (2)	0,5
	Từ (1) và (2) suy ra $3 : (a+1)$ hay $a+1$ là các ước của 3	0,5
	Do đó $a+1 \in \{-3; -1; 1; 3\} \Rightarrow a \in \{-4; -2; 0; 2\}$	0,5
	Vậy $a \in \{-4; -2; 0; 2\}$ là các giá trị nguyên cần tìm.	0,5
	2) Từ $x^2 - 2y^2 = 1$ suy ra $x^2 - 1 = 2y^2$ (1)	0,5
	+ Nếu x chia hết cho 3 mà x là số nguyên tố nên $x = 3$ Thay $x = 3$ vào (1) ta được: $2y^2 = 8 \Rightarrow y^2 = 4 \Rightarrow y = 2$ (vì y là số nguyên tố)	0,5
+ Nếu x không chia hết cho 3 thì x^2 chia cho 3 dư 1 nên $x^2 - 1$ chia hết cho 3. Do đó từ (1) suy ra $2y^2$ chia hết cho 3	0,5	
Mà $(2; 3) = 1$ nên $y^2 : 3 \Rightarrow y : 3 \Rightarrow y = 3$ (vì y là số nguyên tố)	0,5	
Thay $y = 3$ vào (1) ta được $x^2 - 1 = 18 \Rightarrow x^2 = 19 \Rightarrow x \notin Z$ (loại)	0,5	
Vậy có duy nhất cặp số nguyên tố (x, y) thỏa mãn đề bài là $(3; 2)$.	0,5	

<p>Câu 4 (6,0 điểm)</p>		
	<p>a) Xét $\triangle AMC$ và $\triangle EMB$ có: $MC = MB$ (gt), $\widehat{AMC} = \widehat{EMB}$ (hai góc đối đỉnh), $MA = ME$ (gt) $\Rightarrow \triangle AMC = \triangle EMB$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{CAM} = \widehat{BEM}$ (hai góc tương ứng) Mà \widehat{CAM} và \widehat{BEM} là hai góc so le trong nên $AC // BE$ (đpcm).</p>	<p>1,5 0,5</p>
	<p>b) Xét $\triangle AMI$ và $\triangle EMK$ có: $AI = EK$ (gt), $\widehat{IAM} = \widehat{KEM}$ (theo ý a), $MA = ME$ (gt) $\Rightarrow \triangle AMI = \triangle EMK$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AMI} = \widehat{EMK}$ (hai góc tương ứng) (1) Mà $\widehat{AMK} + \widehat{EMK} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) (2) Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{AMK} + \widehat{IMA} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{IMK} = 180^\circ$ Hay ba điểm I, M, K thẳng hàng (đpcm).</p>	<p>1,0 1,0</p>
	<p>2) Chứng minh $\triangle ADB = \triangle ADC$ (c.c.c) suy ra $\widehat{DAB} = \widehat{DAC}$ Do đó $\widehat{DAB} = 20^\circ : 2 = 10^\circ$ + $\triangle ABC$ cân tại A, mà $\widehat{BAC} = 20^\circ$ (gt) nên $\widehat{ABC} = (180^\circ - 20^\circ) : 2 = 80^\circ$ + $\triangle BCD$ là tam giác đều nên $\widehat{DBC} = 60^\circ$ + Tia BD nằm giữa hai tia BA và BC suy ra $\widehat{ABD} = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$. + Tia BM là phân giác của \widehat{ABD} nên $\widehat{ABM} = 10^\circ$ + Xét tam giác ABM và BAD có: AB cạnh chung ; $\widehat{BAM} = \widehat{BAD} = 20^\circ$; $\widehat{ABM} = \widehat{DAB} = 10^\circ$ Vậy: $\triangle ABM = \triangle BAD$ (g.c.g)</p>	<p>0,5 0,5 0,5 0,5</p>

	suy ra $AM = BD$, mà $BD = BC$ (tam giác ABC đều) nên $AM = BC$	
Câu 5 (1,0 điểm)	$A = \frac{x}{xy + x + 1} + \frac{y}{yz + y + 1} + \frac{z}{xz + z + 1}$ $= \frac{xz}{z(xy + x + 1)} + \frac{yxz}{xz(yz + y + 1)} + \frac{z}{xz + z + 1}$ $= \frac{xz}{xz + z + 1} + \frac{1}{xz + z + 1} + \frac{z}{xz + z + 1}$ $= \frac{xz + z + 1}{xz + z + 1} = 1$	0,5
	Vậy $A=1$	0,5

PHÒNG GD & ĐT NGÃ SƠN
CỤM: LIÊN- TIẾN – TÂN – THANH
 (Đề thi gồm 05 câu, 01 trang)

ĐỀ GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI LẦN 3
MÔN: TOÁN 7

Ngày thi: 23 tháng 02 năm 2023

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu I. (4,0 điểm).

1) Thực hiện phép tính:

$$a) A = \frac{1}{2} - \frac{-2}{5} + \frac{1}{3} + \frac{5}{7} - \frac{-1}{6} + \frac{-4}{35} + \frac{1}{41}$$

$$b) B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

$$c) C = \left(\frac{1}{2^2} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{3^2} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{4^2} - 1\right) \dots \left(\frac{1}{2023^2} - 1\right)$$

2. Cho $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b}$. Tính giá trị biểu thức : $P = \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b}$.

Câu II. (4,0 điểm).

1. Tìm x, y, z thỏa mãn: $4x = 3y; 4y = 3z$ và $2x + y - z = -14$

2. Tìm số nguyên tố p sao cho p+2, p+6, p+8, p+14 cũng là số nguyên tố

3. Tìm tất cả các số nguyên dương x, y thỏa mãn $(x + y)^4 = 40x + 41$.

Câu III. (4,0 điểm).

1. Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng $\frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{2022a^2 + 2023c^2}{2022b^2 + 2023d^2}$

2. Cho $A = x^{100} - 100x^{99} + 100x^{98} - 100x^{97} + \dots - 100x + 2122$. Tính A khi x=99

Câu IV. (6,0 điểm).

Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Gọi M là trung điểm của BC. Lấy điểm D trên đoạn thẳng AB (D khác A và B), đường thẳng vuông góc với MD tại M cắt AC tại E.

a) Chứng minh: MD = ME.

b) Trên tia đối của tia CA lấy điểm K sao cho CK = BD, DK cắt BC tại I, đường vuông góc với DK tại I cắt AM tại S. Chứng minh: I là trung điểm của DK và SC vuông góc với AK.

c) Chứng minh: MD + ME \geq AD + AE.

Câu V. (2,0 điểm).

Cho $A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{2023} - 1}$, chứng minh rằng: $A > \frac{2023}{2}$.

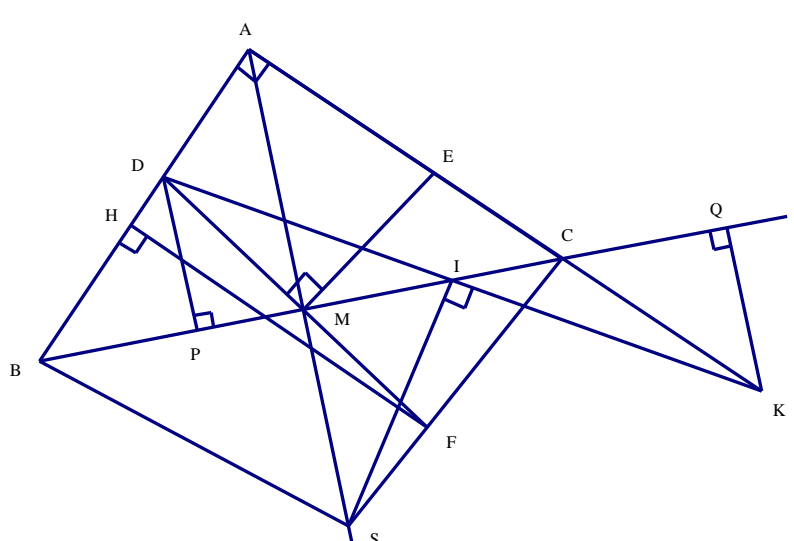
.....**HẾT**.....

PHÒNG GD & ĐT NGA SƠN
CỤM: LIÊN- TIỀN – TÂN – THANH
HƯỚNG DẪN CHẤM

ĐỀ THI GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI
NĂM HỌC 2022 - 2023
MÔN THI: Toán 7
Hướng dẫn chấm gồm có 02 trang

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
I 4đ	a	$A = \frac{1}{2} - \frac{-2}{5} + \frac{1}{3} + \frac{5}{7} - \frac{-1}{6} + \frac{-4}{35} + \frac{1}{41}$	
	1đ	$= \frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{1}{3} + \frac{5}{7} + \frac{1}{6} - \frac{4}{35} + \frac{1}{41}$	
		$= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{2}{5} + \frac{5}{7} - \frac{4}{35}\right) + \frac{1}{41}$	0.25
		$= \left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{14}{35} + \frac{25}{35} - \frac{4}{35}\right) + \frac{1}{41}$	0.25
		$= 1 + 1 + \frac{1}{41} = 2 + \frac{1}{41} = 2\frac{1}{41}$	0.25
		Vậy $A = 2\frac{1}{41}$	0.25
b 1đ	1đ	$b. B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$	
		$= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - (2^2)^6 \cdot (3^2)^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + (2^3)^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - (5^2)^5 \cdot (7^2)^2}{[(5^3) \cdot 7]^3 + 5^9 \cdot (2 \cdot 7)^3}$	0.25
		$= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3}$	0.25
		$= \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 (1+2^3)}$	0.25
		$= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9} = \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{1}{6} + \frac{20}{6} = \frac{7}{2}$	0.25
		Vậy $B = \frac{7}{2}$	
c 1đ	1đ	$C = \left(\frac{1}{2^2} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{3^2} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{4^2} - 1\right) \dots \left(\frac{1}{2023^2} - 1\right)$	
		$= \frac{1-2^2}{2^2} \cdot \frac{1-3^2}{3^2} \cdot \frac{1-4^2}{4^2} \dots \frac{1-2023^2}{2023^2} = \frac{-3}{2^2} \cdot \frac{-9}{3^2} \cdot \frac{-15}{4^2} \dots \frac{-4092528}{2023^2}$	0.25
		$= \frac{3}{2^2} \cdot \frac{9}{3^2} \cdot \frac{15}{4^2} \dots \frac{4092528}{2023^2} = \frac{1 \cdot 3}{2^2} \cdot \frac{2 \cdot 4}{3^2} \cdot \frac{3 \cdot 5}{4^2} \dots \frac{2022 \cdot 2024}{2023^2}$	0.25
		$= \frac{1 \cdot 3}{2^2} \cdot \frac{2 \cdot 4}{3^2} \cdot \frac{3 \cdot 5}{4^2} \dots \frac{2022 \cdot 2024}{2023^2} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 \dots 2022 \cdot 2024}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2 \dots 2023^2}$	0.25
		$= \frac{(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \dots 2022)(3 \cdot 4 \cdot 5 \dots 99 \cdot 2024)}{(2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \dots 99 \cdot 2023)(2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \dots 2023)} = \frac{1 \cdot 2024}{2023 \cdot 2} = \frac{1012}{2023}$	0.25
		Vậy $C = \frac{1012}{2023}$	
d 1đ		+ Nếu $a + b + c = 0 \Rightarrow a + b = -c; b + c = -a; a + c = -b$	0.25

		<p>Khi đó $P = (-1) + (-1) + (-1) = -3$</p> <p>+ Nếu $a + b + c \neq 0$ thì : $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b} = \frac{a+b+c}{2(a+b+c)} = \frac{1}{2}$</p> <p>Suy ra $b + c = 2a; c + a = 2b; a + b = 2c$</p> <p>Khi đó $P = \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} = \frac{2c}{c} + \frac{2a}{a} + \frac{2b}{b} = 6$</p> <p>Vậy : $P = -3$ hoặc $P = 6$.</p>	0.25 0.25 0.25
II 4đ	a 1,5đ	<p>Ta có:</p> $4x = 3y \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{4} \Rightarrow \frac{x}{9} = \frac{y}{12}; 4y = 3z \Rightarrow \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \Rightarrow \frac{y}{12} = \frac{z}{16}$ $\Rightarrow \frac{x}{9} = \frac{y}{12} = \frac{z}{16}$ <p>Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta được:</p> $\frac{x}{9} = \frac{y}{12} = \frac{z}{16} = \frac{2x}{18} = \frac{2x+y-z}{18+12-16} = \frac{-14}{14} = -1$ <p>Suy ra: $x = -9; y = -12; z = -16$</p> <p>Vậy $x = -9; y = -12; z = -16$</p>	0.5 0.5 0.25 0.25
	b 1,5đ	<p>a, Giả sử với $p = 2$ là số nguyên tố $\Rightarrow p + 2 = 4:2$ là hợp số $\Rightarrow p = 2(l)$</p> <p>+ Với $p = 3$ là số nguyên tố $\Rightarrow p + 6 = 9:3$ là hợp số $\Rightarrow p = 3(l)$</p> <p>+ Với $p = 5$ là số nguyên tố $\Rightarrow p + 2 = 7, p + 6 = 11, p + 8 = 13, p + 14 = 19$ đều là số nguyên tố</p> <p>+ Với $p > 5 \Rightarrow p = 5k + 1, p = 5k + 2, p = 5k + 3, p = 5k + 4, (k \in N)$</p> <p>- Nếu $p = 5k + 1 \Rightarrow p + 14 = 5k + 1 + 14 = 5k + 15:5$ và lớn hơn 5 $\Rightarrow p + 14$ là hợp số $\Rightarrow p = 5k + 1(l)$</p> <p>- Nếu $p = 5k + 2 \Rightarrow p + 8 = 5k + 10:5$ và lớn hơn 5 $\Rightarrow p + 8$ là hợp số $\Rightarrow p = 5k + 1(l)$</p> <p>- Nếu $p = 5k + 3 \Rightarrow p + 2 = 5k + 5:5$ và lớn hơn 5 $\Rightarrow p + 2$ là hợp số $\Rightarrow p = 5k + 3(l)$</p> <p>- Nếu $p = 5k + 4 \Rightarrow p + 6 = 5k + 4 + 6 = 5k + 10:5$ và lớn hơn 5 $\Rightarrow p + 6$ là hợp số $\Rightarrow p = 5k + 4(l)$</p> <p>Vậy $p=5$ là số nguyên tố cần tìm</p>	0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25
	c 1đ	<p>Do x, y nguyên dương nên $40x < 41x, 41 \leq 41y$. Khi đó, ta có:</p> $(x + y)^4 = 40x + 41 < 41x + 41y < 41x + 41y = 41(x + y)$ $\Leftrightarrow (x + y)^3 < 41 < 64 = 4^3 \Rightarrow x + y < 4 \quad (1)$ <p>Do x nguyên dương nên $40x + 41 \geq 40.1 + 41 = 81 \Rightarrow (x + y)^4 \geq 81$</p> $\Rightarrow x + y \geq 3 \quad (2)$ <p>Từ (1) và (2) suy ra $x + y = 3$ mà $x, y \in N^*$ nên $(x; y) = (1; 2), (2; 1)$</p> <p>Qua thử lại được $x = 1, y = 2$.</p>	0.25 0.25 0.25 0.25
III 4đ	a 2đ	<p>Ta có $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \left(\frac{c}{d}\right)^2 \Rightarrow \frac{a.c}{b.d} = \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2}$</p> $\Rightarrow \frac{a.c}{b.d} = \frac{2022a^2}{2022b^2} = \frac{2023c^2}{2023d^2} = \frac{2022a^2 + 2023c^2}{2022b^2 + 2023d^2}$	1 0,75

		Vậy $\frac{a.c}{b.d} = \frac{2022a^2 + 2023c^2}{2022b^2 + 2023d^2}$	0,25
b 2đ	Thay $x=99$ vào biểu thức A ta được: $A = 99^{100} - 100.99^{99} + 100.99^{98} - 100.99^{97} + \dots - 100.99 + 2122$ $= 99^{100} - (99 + 1).99^{99} + (99 + 1).99^{98} - (99 + 1).99^{97} + \dots - (99 + 1).99 + 2122$ $= 99^{100} - 99^{100} - 99^{99} + 99^{99} + 99^{98} - 99^{98} - 99^{97} + \dots - 99^2 - 99 + 99 + 2023$ $= 2023$ Vậy Khi $x=99$ thì $A = 2023$	0,25 0,5 0,5 0,5 0,25	
IV 6đ	Vẽ hình ghi GT, KL 	0.5 đ	
a 1,5đ	-Ta có: $\widehat{AMD} + \widehat{AME} = 90^\circ$ ($MD \perp ME$) và $\widehat{AME} + \widehat{CME} = 90^\circ$ ($AM \perp BC$) $\Rightarrow \widehat{AMD} = \widehat{CME}$ -c/m: $\widehat{BAM} = \widehat{ACM} = 45^\circ$; $AM = MC$ -Xét $\triangle AMD$ và $\triangle CME$ có: $AM = CM$; $\widehat{AMD} = \widehat{CME}$; $\widehat{MAD} = \widehat{ACM} = 45^\circ$ $\Rightarrow \triangle AMD = \triangle CME$ (g.c.g) $\Rightarrow MD = ME$	0,5 0,25 0,5 0,25	
b 2đ	Hạ DP, KQ vuông góc với BC tại P và Q Chứng minh: I là trung điểm của DK Chứng minh: $\triangle BDP = \triangle CKQ$ suy ra $DP = KQ$ Chứng minh: $\triangle PID = \triangle QIK$ suy ra $DI = IK$, hay I là trung điểm của DK Chứng minh: $SC \perp AK$ Chứng minh: $\triangle ABS = \triangle ACS$ suy ra $\widehat{ABS} = \widehat{ACS}$ (1) Chứng minh: $\triangle SBD = \triangle SCK$ suy ra $\widehat{SBD} = \widehat{SCK}$ (2) Từ (1) và (2) suy ra: $\widehat{ACS} = \widehat{SCK}$ Mà $\widehat{ACS} + \widehat{SCK} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{ACS} = 90^\circ \Rightarrow SC \perp AK$	0,25 0,25 0,5 0,25 0,25 0,25 0,25	
c	Gọi giao điểm của DM với SC là F. chứng minh $\triangle MDB = \triangle MFC \Rightarrow$		

	2đ	<p>$MD=MS \Rightarrow M$ là trung điểm của DF</p> <p>Từ F kẻ $FH \perp AB$ tại H. Chứng minh $\triangle FAH = \triangle AFC \Rightarrow FH = AC$</p> <p>Do $\triangle AMD = \triangle CME \Rightarrow AD = CE \Rightarrow AD + AE = AC$.</p> <p>Do $MD = ME$ nên $MD + ME = 2MD = DF$</p> <p>Mặt khác $DF \geq HF \Rightarrow DF \geq AC$ hay $MD + ME \geq AD + AE$</p> <p>- Dấu “=” khi $MD \perp AB$.</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>
<p>V</p> <p>2đ</p>		<p>Ta có :</p> $A = 1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2^{2022} + 1} + \dots + \frac{1}{2^{2023}}\right) - \frac{1}{2^{2023}}$ $A > 1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(\frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^3}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2^{2022}} + \dots + \frac{1}{2^{2023}}\right) - \frac{1}{2^{2023}}$ $A > 1 + \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2^2} + 2^2 \cdot \frac{1}{2^3} + \dots + 2^{2022} \cdot \frac{1}{2^{2023}} - \frac{1}{2^{2023}}$ $A > 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2} - \frac{1}{2^{2006}} = 1 + 2016 \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2^{2016}}$ $= \frac{2023}{2} + \left(1 - \frac{1}{2^{2023}}\right) > \frac{2023}{2}$ <p>Vậy $A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{2023} - 1} > \frac{2023}{2}$</p>	<p>0.25</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>

.....**Hết**.....

PHÒNG GD & ĐT
HUYỆN CẨM THỦY

-----***-----

ĐỀ GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG

NĂM HỌC 2022 - 2023

Môn thi : Toán - Lớp 7

Thời gian : 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi :/....../2023

(Đề thi có 01 trang, gồm 05 bài)

Bài 1: (4,0 điểm)

1. Tính giá trị biểu thức:
$$\frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

2. Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ với $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0, a \neq \pm b, c \neq \pm d$. Chứng minh:

$$\left(\frac{a-b}{c-d}\right)^{2013} = \frac{a^{2013} + b^{2013}}{c^{2013} + d^{2013}}$$

3. Tìm đa thức M biết rằng: $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$. Tính giá trị của M khi x, y thỏa mãn: $(2x - 5)^{2018} + (3y + 4)^{2020} \leq 0$.

Bài 2: (4,0 điểm)

1. Tìm x, biết: $\left|x + \frac{1}{101}\right| + \left|x + \frac{2}{101}\right| + \left|x + \frac{3}{101}\right| + \dots + \left|x + \frac{100}{101}\right| = 101x$

2. Số A được chia thành ba phần số tỉ lệ theo $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{6}$. Biết rằng tổng các bình phương của ba số đó bằng 24309. Tìm số A.

3. Biết $f(x)$ chia cho $x - 3$ thì dư 7; chia cho $x - 2$ thì dư 5; chia cho $(x - 3) \cdot (x - 2)$ được thương là $3x$ và còn dư. Tìm $f(x)$.

Bài 3: (4,0 điểm)

1. Tìm các số tự nhiên a; b sao cho: $(2008 \cdot a + 3 \cdot b + 1) \cdot (2008^a + 2008 \cdot a + b) = 225$

2. Cho $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ thỏa mãn $a^3 + b^3 = 2(c^3 - 8d^3)$. Chứng minh $a + b + c + d$ chia hết cho 3

Bài 4: (6,0 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$). Vẽ về phía ngoài tam giác ABC các tam giác đều ABD và ACE. Gọi I là giao của CD và BE, K là giao của AB và DC.

a) Chứng minh rằng: $\triangle ADC = \triangle ABE$.

b) Chứng minh rằng: $\widehat{DIB} = 60^\circ$.

c) Gọi M và N lần lượt là trung điểm của CD và BE. Chứng minh rằng $\triangle AMN$ đều.

d) Chứng minh rằng IA là phân giác của góc DIE.

Bài 5: (2,0 điểm) Cho ba số dương $0 \leq a \leq b \leq c \leq 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{bc+1} + \frac{b}{ac+1} + \frac{c}{ab+1} \leq 2$$

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

**PHÒNG GD & ĐT
HUYỆN CẨM THỦY**

-----***-----

**ĐÁP ÁN ĐỀ GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG
NĂM HỌC 2022- 2023**

Môn thi : Toán - Lớp 7

Thời gian : 150 phút (không kể thời gian giao đề)

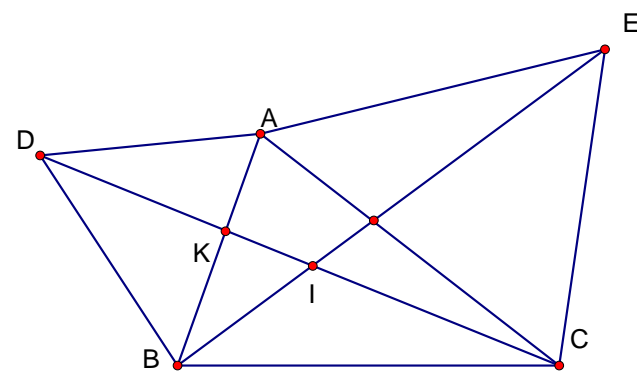
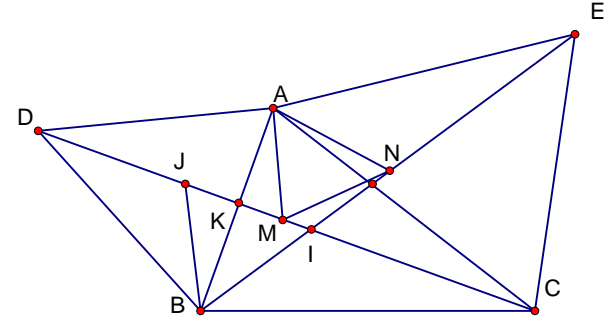
Ngày thi ://..../2023

(Đáp án gồm 05 trang)

Bài	Đáp án	Điểm
Bài 1 (4 điểm)	1. Tính giá trị biểu thức: $A = \frac{2^{12}.3^5 - 4^6.9^2}{(2^2.3)^6 + 8^4.3^5} - \frac{5^{10}.7^3 - 25^5.49^2}{(125.7)^3 + 5^9.14^3}$	
	$\frac{2^{12}.3^5 - 4^6.9^2}{(2^2.3)^6 + 8^4.3^5} - \frac{5^{10}.7^3 - 25^5.49^2}{(125.7)^3 + 5^9.14^3}$	0,5
	$= \frac{2^{12}.3^5 - 2^{12}.3^4}{2^{12}.3^6 + 2^{12}.3^5} - \frac{5^{10}.7^3 - 5^{10}.7^4}{5^9.7^3 + 5^9.2^3.7^3}$	
	$= \frac{2^{12}.3^4(3-1)}{2^{12}.3^5(3+1)} - \frac{5^{10}.7^3(1-7)}{5^9.7^3(1+8)}$	0,5
	$= \frac{2^{12}.3^4.2}{2^{12}.3^5.4} - \frac{5^{10}.7^3.(-6)}{5^9.7^3.9}$	
	$= \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2}$	0,5
	Vậy $A = \frac{7}{2}$	
	2. Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ với $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0, a \neq \pm b, c \neq \pm d$. Chứng minh:	
	$\left(\frac{a-b}{c-d}\right)^{2013} = \frac{a^{2013} + b^{2013}}{c^{2013} + d^{2013}}$	
	Ta có: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^{2013} = \left(\frac{c}{d}\right)^{2013} = \left(\frac{a-c}{b-d}\right)^{2013}$ (1)	0,5
Mà: $\left(\frac{a}{b}\right)^{2013} = \left(\frac{c}{d}\right)^{2013} = \frac{a^{2013}}{b^{2013}} = \frac{c^{2013}}{d^{2013}} = \frac{a^{2013} + c^{2013}}{b^{2013} + d^{2013}}$ (2)	0,5	
Từ (1) và (2) $\Rightarrow \left(\frac{a-b}{c-d}\right)^{2013} = \frac{a^{2013} + b^{2013}}{c^{2013} + d^{2013}}$ (đpcm)	0,5	
3. Tìm đa thức M biết rằng: $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$. Tính giá trị của M khi x, y thỏa mãn: $(2x - 5)^{2018} + (3y + 4)^{2020} \leq 0$		
Ta có: $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2 \Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - (5x^2 - 2xy)$ $\Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - 5x^2 + 2xy = x^2 + 11xy - y^2$	0,5	

	<p>Lại có: $\begin{cases} (2x-5)^{2018} \geq 0 \\ (3y+4)^{2020} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow (2x-5)^{2018} + (3y+4)^{2020} \geq 0$</p>	
	<p>Mà: $(2x-5)^{2018} + (3y+4)^{2020} \leq 0 \Rightarrow (2x-5)^{2018} + (3y+4)^{2020} = 0$</p> <p>$\Rightarrow \begin{cases} (2x-5)^{2018} = 0 \\ (3y+4)^{2020} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = -\frac{4}{3} \end{cases}$. Thay vào ta được</p> <p>$M = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 11 \cdot \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) - \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{25}{4} - \frac{110}{3} - \frac{16}{9} = \frac{-1159}{36}$</p>	0,5
	<p>1. Tìm x, biết: $\left x + \frac{1}{101}\right + \left x + \frac{2}{101}\right + \left x + \frac{3}{101}\right + \dots + \left x + \frac{100}{101}\right = 101x$</p>	
	<p>Vì $\left x + \frac{1}{101}\right + \left x + \frac{2}{101}\right + \left x + \frac{3}{101}\right + \dots + \left x + \frac{100}{101}\right > 0$ nên $101x > 0$</p> <p>Suy ra: $x > 0$</p>	0,5
	<p>Từ đó ta bỏ được dấu giá trị tuyệt đối thu được phương trình sau:</p> <p>$(x + \frac{1}{101}) + (x + \frac{2}{101}) + (x + \frac{3}{101}) + \dots + (x + \frac{100}{101}) = 101x$</p> <p>$\Rightarrow (x + x + \dots + x) + (\frac{1}{101} + \frac{2}{101} + \frac{3}{101} + \dots + \frac{100}{101}) = 101x$</p>	0,5
	<p>$\Rightarrow 100x + \frac{1}{101}(1 + 2 + 3 + \dots + 100) = 101x$</p> <p>$\Rightarrow \frac{1}{101} \frac{(1+100) \cdot [(100-1) : 1 + 1]}{2} = x \Rightarrow x = 50$ (TM)</p>	0,5
Bài 2 (4 điểm)	<p>2. Số A được chia thành ba phần số tỉ lệ theo $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{6}$. Biết rằng tổng các bình phương của ba số đó bằng 24309. Tìm số A.</p>	
	<p>Gọi ba phần được chia lần lượt là: a, b, c</p> <p>Theo bài ra ta có: $a : b : c = \frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{6}$ và $a^2 + b^2 + c^2 = 24309$</p>	0,5
	<p>Ta có: $a : b : c = \frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{a}{24} = \frac{b}{45} = \frac{c}{10}$</p> <p>Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:</p> <p>$\frac{a}{24} = \frac{b}{45} = \frac{c}{10} \Rightarrow \frac{a^2}{576} = \frac{b^2}{2025} = \frac{c^2}{100} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{576 + 2025 + 100} = \frac{24309}{2701} = 9$</p> <p>$\Rightarrow a^2 = 576 \cdot 9 = 5184 \Rightarrow a = \pm 72$</p> <p>$b^2 = 2025 \cdot 9 = 18225 \Rightarrow b = \pm 135$</p> <p>$c^2 = 100 \cdot 9 = 900 \Rightarrow c = \pm 30$</p>	0,5
	<p>Vì: $\frac{a}{24} = \frac{b}{45} = \frac{c}{10} \Rightarrow a, b, c$ cùng dấu.</p> <p>$\Rightarrow A = -72 + (-135) + (-30) = -237$</p>	0,5

	<p>Hoặc: $A = 72 + 135 + 30 = 235$ Vậy: $A = -135$ hoặc $A = 135$</p>	
	<p>3. Biết $f(x)$ chia cho $x - 3$ thì dư 7; chia cho $x - 2$ thì dư 5; chia cho $(x - 3).(x - 2)$ được thương là $3x$ và còn dư. Tìm $f(x)$.</p>	
	<p>Theo bài ra, ta có: $f(x) = (x - 3).A(x) + 7$ (1) $f(x) = (x - 2).B(x) + 5$ (2) $f(x) = 3x(x - 3)(x - 2) + ax + b$ (3)</p> <p>Các đẳng thức trên đúng với mọi x nên: +) Thay $x = 2$ vào (2); (3) được: $2a + b = 5$ (4) +) Thay $x = 3$ vào (1); (3) được: $3a + b = 7$ (5)</p>	0,5
	<p>Từ (4) và (5), suy ra: $a = 2; b = 1$ Do đó dư là $2x + 1$ Vậy $f(x) = 3x(x - 3)(x - 2) + 2x + 1 = 3x^3 - 15x^2 - 20x + 1$</p>	0,5
<p>Bài 3 (4 điểm)</p>	<p>1. Tìm các số tự nhiên $a; b$ sao cho: $(2008.a + 3.b + 1).(2008^a + 2008.a + b) = 225$</p>	
	<p>Theo đề bài $\Rightarrow 2008a + 3b + 1$ và $2008^a + 2008a + b$ là 2 số lẻ. Nếu $a \neq 0 \Rightarrow 2008^a + 2008a$ là số chẵn</p>	0,5
	<p>Để $2008^a + 2008a + b$ lẻ $\Rightarrow b$ lẻ Nếu b lẻ $\Rightarrow 3b + 1$ chẵn do đó $2008a + 3b + 1$ chẵn (không thỏa mãn)</p>	0,5
	<p>Với $a = 0 \Rightarrow (3b + 1)(b + 1) = 225$ Vì $b \in \mathbb{N} \Rightarrow (3b + 1)(b + 1) = 3.75 = 5.45 = 9.25$</p>	0,5
	<p>Mặt khác: $3b + 1$ không chia hết cho 3 và $3b + 1 > b + 1$ $\Rightarrow \begin{cases} 3b + 1 = 25 \\ b + 1 = 9 \end{cases} \Rightarrow b = 8$</p> <p>Vậy $a = 0; b = 8$.</p>	0,5
	<p>2. Cho $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ thỏa mãn $a^3 + b^3 = 2(c^3 - 8d^3)$. Chứng minh $a + b + c + d$ chia hết cho 3</p>	
	<p>Ta có $a^3 + b^3 = 2(c^3 - 8d^3) \Leftrightarrow a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = 3c^3 - 15d^3$</p>	0,5
	<p>Mà $3c^3 - 15d^3 : 3$ nên $a^3 + b^3 + c^3 + d^3 : 3$ (1)</p>	0,5
<p>Dư trong phép chia a cho 3 là $\{0; \pm 1\}$ suy ra dư trong phép chia a^3 cho 3 cũng là $\{0; \pm 1\}$ hay $a \equiv a^3 \pmod{3}$ Tương tự ta có $b \equiv b^3 \pmod{3}; c \equiv c^3 \pmod{3}; d \equiv d^3 \pmod{3}$ $\Rightarrow a + b + c + d \equiv a^3 + b^3 + c^3 + d^3 \pmod{3}$ (2)</p>	0,75	
<p>Từ (1) và (2) suy ra $a + b + c + d$ chia hết cho 3</p>	0,25	

		0,25
	<p>a) Chứng minh rằng: $\triangle ADC = \triangle ABE$.</p>	
	<p>Ta có: $AD = AB$; $\widehat{DAC} = \widehat{BAE}$ và $AC = AE$ Suy ra: $\triangle ADC = \triangle ABE$ (c.g.c)</p>	1,5
	<p>b) Chứng minh rằng: $\widehat{DIB} = 60^\circ$.</p>	
	<p>Từ $\triangle ADC = \triangle ABE$ (câu a) $\Rightarrow \widehat{ABE} = \widehat{ADC}$ Lại có: $\widehat{BKI} = \widehat{AKD}$ (đối đỉnh)</p>	0,75
	<p>Khi đó xét $\triangle BIK$ và $\triangle DAK$, suy ra $\widehat{BIK} = \widehat{DAK} = 60^\circ$ (đpcm)</p>	0,75
<p>Bài 4 (6 điểm)</p>	<p>c) Gọi M và N lần lượt là trung điểm của CD và BE. Chứng minh rằng $\triangle AMN$ đều.</p>	
		0,25
	<p>Từ $\triangle ADC = \triangle ABE$ (câu a) $\Rightarrow CM = EN$ và $\widehat{ACM} = \widehat{AEN}$</p>	0,5
	<p>$\Rightarrow \triangle ACM = \triangle AEN$ (c.g.c) $\Rightarrow AM = AN$ và $\widehat{CAM} = \widehat{EAN}$ $\widehat{MAN} = \widehat{CAE} = 60^\circ$. Do đó $\triangle AMN$ đều.</p>	0,5
	<p>d) Chứng minh rằng IA là phân giác của góc DIE.</p>	
	<p>Trên tia ID lấy điểm J sao cho $IJ = IB \Rightarrow \triangle BIJ$ đều $\Rightarrow BJ = BI$ và $\widehat{JBI} = \widehat{DBA} = 60^\circ$</p>	0,5
	<p>Suy ra: $\widehat{IBA} = \widehat{JBD}$, kết hợp $BA = BD$ $\Rightarrow \triangle IBA = \triangle JBD$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AIB} = \widehat{DJB} = 120^\circ$ mà $\widehat{BID} = 60^\circ$</p>	0,5
	<p>$\Rightarrow \widehat{DIA} = 60^\circ$. Từ đó suy ra IA là phân giác của góc DIE</p>	0,5
	<p>Cho ba số dương $0 \leq a \leq b \leq c \leq 1$. Chứng minh rằng:</p> $\frac{a}{bc+1} + \frac{b}{ac+1} + \frac{c}{ab+1} \leq 2$	

Bài 5 (2 điểm)	Vì $0 \leq a \leq b \leq c \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} a-1 \leq 0 \\ b-1 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow (a-1)(b-1) \geq 0 \Rightarrow ab - a - b + 1 \geq 0$	0,5
	$\Rightarrow ab+1 \geq a+b \Rightarrow \frac{1}{ab+1} \leq \frac{1}{a+b} \Rightarrow \frac{c}{ab+1} \leq \frac{c}{a+b} \quad (c \geq 0)$	0,5
	Mà: $\frac{c}{a+b} \leq \frac{2c}{a+b+c} \Rightarrow \frac{c}{ab+1} \leq \frac{2c}{a+b+c}$ Chứng minh tương tự, ta có: $\frac{b}{ac+1} \leq \frac{2b}{a+b+c}$ và $\frac{a}{bc+1} \leq \frac{2a}{a+b+c}$	0,5
	Cộng theo vế, ta được: $\frac{a}{bc+1} + \frac{b}{ac+1} + \frac{c}{ab+1} \leq \frac{2a+2b+2c}{a+b+c} = 2$ (đpcm) Vậy với ba số dương $0 \leq a \leq b \leq c \leq 1$ thì $\frac{a}{bc+1} + \frac{b}{ac+1} + \frac{c}{ab+1} \leq 2$	0,5

Chú ý:

- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa, điểm thành phần giám khảo tự phân chia trên cơ sở tham khảo điểm thành phần của đáp án.
- Bài hình nếu không vẽ hình hoặc vẽ hình sai cơ bản thì không chấm điểm.

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN SƠN ĐỘNG**

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 03 trang)

**ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI VĂN HÓA CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2021-2022
MÔN: TOÁN LỚP 7**

Ngày thi: 16/04/2022
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (6,0 điểm)

Câu 1. Giá trị của biểu thức: $\frac{4}{9} - 9\left(\frac{-2}{9}\right)^2 + \left(\frac{-5}{3}\right)^0$ là:

- A. 1 B. $\frac{11}{3}$ C. $\frac{8}{3}$ D. $\frac{-2}{3}$

Câu 2. Cho $\Delta ABC = \Delta MNP$ có $\widehat{A} = 65^\circ$ và $\widehat{B} : \widehat{C} = 2 : 3$. Số đo góc N bằng:

- A. 46° B. 69° C. 58° D. 81°

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = (2m + 5)x$ đi qua điểm $B(3; 9)$ thì m bằng:

- A. 1 B. -1 C. 8 D. 4

Câu 4. Cho $A = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2021}$ và $4A + 5 = 5^x$. Giá trị x bằng:

- A. 2021 B. 2020 C. 2022 D. 2023

Câu 5. Cho 2 số âm x, y thỏa mãn $3x = 4y$ và $x.y = 48$. Hai số x, y lần lượt là:

- A. 8 và 6. B. 6 và 8. C. -6 và -8. D. -8 và -6.

Câu 6. Kết quả sau khi thu gọn đa thức

$$\frac{1}{1.2}x^3y^2 + \frac{1}{2.3}x^3y^2 + \frac{1}{3.4}x^3y^2 + \dots + \frac{1}{2020.2021}x^3y^2 + \frac{1}{2021.2022}x^3y^2 \text{ là:}$$

- A. $\frac{2020}{2021}x^3y^2$ B. $\frac{1}{2021}x^3y^2$ C. $\frac{2021}{2022}x^3y^2$ D. $\frac{1}{2021.2022}x^3y^2$

Câu 7. Có bao nhiêu cặp số hữu tỉ (x, y) thỏa mãn hệ thức $\sqrt{2}x^2 - \sqrt{2} - y = 5$?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 8. Một tam giác cân có số đo góc ở đáy bằng 46° thì số đo góc ở đỉnh là

- A. 46° . B. 90° . C. 88° . D. 67° .

Câu 9. Tổng các giá trị của x thỏa mãn $(x + 3)(x^2 + 1)(x^2 - 9) = 0$ bằng:

- A. 13 B. 3 C. 5 D. 0

Câu 10. Cho hai đơn thức $A = (-3x^5y^3)^2$; $B = 2x^2z^4$. Bậc của đơn thức $C = A.B$ là:

- A. 26 B. 22 C. 36 D. 38

Câu 11. Trên mặt phẳng tọa độ, biểu diễn các điểm $A(-7; 2); B(-2; 2); C(-2; -3); D(-7; -3)$.

Biết mỗi đơn vị trên các trục tọa độ biểu thị 1cm. Chu vi tứ giác ABCD là:

- A. 10cm B. 16cm C. 20cm D. 25cm

Câu 12. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $2xy - y = 4x + 3$?

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 1

Câu 13. Cho $x \in \mathbb{Z}$ để $A = \frac{2022-x}{2021-x}$ có giá trị lớn nhất. Giá trị lớn nhất của A là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 14. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường trung tuyến $AM = 3\text{cm}$. Độ dài đoạn thẳng BC bằng:

- A. 12cm B. 9cm C. 3cm D. 6cm

Câu 15. Đại lượng x tỉ lệ thuận với đại lượng y theo hệ số tỉ lệ là $\frac{1}{3}$; thì đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ là :

- A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. -3 D. $-\frac{1}{3}$

Câu 16. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6\text{cm}, BC = 10\text{cm}$ Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\hat{B} > \hat{C} > \hat{A}$ B. $\hat{C} > \hat{A} > \hat{B}$ C. $\hat{A} > \hat{B} > \hat{C}$ D. $\hat{C} > \hat{B} > \hat{A}$

Câu 17. Cho tam giác ABC cân tại A , các đường trung tuyến BM và CN của tam giác cắt nhau tại I . Biết $AC = 13\text{cm}, BC = 10\text{cm}$ khi đó độ dài đoạn thẳng AI là:

- A. 12cm B. 6cm C. 4cm D. 8cm

Câu 18. Người ta dựng một cái thang có chiều dài 5m sao cho đầu thang dựa vào đỉnh cao nhất của một bức tường thẳng đứng. Biết chiều cao bức tường là 4m . Khi đó, khoảng cách từ chân thang đến bức tường theo hướng vuông góc là:

- A. 2m. B. 3m. C. 5m. D. 4m.

Câu 19. Cho cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $(2x - y + 7)^{2022} + |x - 3|^{2023} \leq 0$. Tổng $x + y$ có giá trị là

- A. 16 B. 25 C. 0 D. 10

Câu 20. Cho $x + y - 2 = 0$, giá trị của đa thức $M = x^3 + x^2y - 2x^2 - xy - y^2 + 3y + x - 1$ là:

- A. -1 B. 1 C. 0 D. 3

PHẦN II. TỰ LUẬN (14,0 điểm)

Bài 1. (5,0 điểm)

1) Tính giá trị biểu thức: $A = \frac{24.47 - 23}{24 + 47.23} \cdot \frac{3 + \frac{3}{7} - \frac{3}{11} + \frac{3}{1001} - \frac{3}{13}}{9 + \frac{9}{7} - \frac{9}{11} + \frac{9}{1001} - \frac{9}{13}}$

2) Tính giá trị của biểu thức $B = 2x^2 - 3x + 1$ với $|x| = \frac{1}{2}$.

3) Tìm 3 số $a; b; c$ biết: $\frac{3a - 2b}{5} = \frac{2c - 5a}{3} = \frac{5b - 3c}{2}$ và $a + b + c = -50$

Bài 2. (4,0 điểm)

- 1) Trong kỳ thi học sinh giỏi các môn văn hóa cấp huyện, ba bạn An, Bình, Yên được cô giáo thưởng 480000 đồng. Số tiền thưởng được phân chia tỉ lệ với điểm số mà mỗi bạn đạt được. Biết điểm số của An bằng $\frac{5}{3}$ điểm số của Bình, điểm số của Yên bằng 50% điểm số của An. Tính số tiền thưởng mỗi bạn nhận được?
- 2) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên $n \geq 2$ thì tổng $S = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2}$ không thể là một số nguyên.

Bài 3. (4,0 điểm) Cho ΔABC có 3 góc nhọn ($AB < AC$), các tia phân giác của góc A và góc C cắt nhau tại O . Gọi F là hình chiếu của O lên BC , H là hình chiếu của O trên AC . Lấy điểm I trên đoạn FC sao cho $FI = AH$, gọi K là giao điểm của FH và AI .

- 1) Chứng minh ΔFCH cân
- 2) Qua I vẽ $IG \parallel AC$ (G thuộc FH). Chứng minh $AK = KI$
- 3) Chứng minh: 3 điểm B, O, K thẳng hàng.

Bài 4. (1.0 điểm) Tìm $x; y$ để biểu thức M đạt giá trị lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó.

$$M = \left| \frac{15}{2}y - 3x \right| - |4x - 10y| - 2x^2 + 8x + 2014$$

----- **Hết** -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:.....

Giám thị 1 (Họ tên và ký).....

Giám thị 2 (Họ tên và ký).....

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN SƠN ĐỘNG**

ĐÁP ÁN CHÍNH THỨC

**HƯỚNG DẪN CHẤM THI HỌC SINH GIỎI
VĂN HÓA CẤP HUYỆN
NGÀY THI 16/04/2022
MÔN TOÁN LỚP 7**

Bản hướng dẫn chấm có 05 trang

A- TRẮC NGHIỆM (6 điểm) Mỗi câu học sinh chọn đúng đáp án được 0,3 điểm

CÂU	ĐÁP ÁN	CÂU	ĐÁP ÁN
1	A	11	C
2	A	12	C
3	B	13	B
4	C	14	D
5	D	15	B
6	C	16	C
7	B	17	D
8	C	18	B
9	D	19	A
10	B	20	B

B- TỰ LUẬN (14 điểm)

Bài	Hướng dẫn giải	Điểm
Bài 1		(5.0 điểm)
1 (1,5 điểm)	$A = \frac{24.47 - 23}{24 + 47.23} \cdot \frac{3 + \frac{3}{7} - \frac{3}{11} + \frac{3}{1001} - \frac{3}{13}}{9 + \frac{9}{7} - \frac{9}{11} + \frac{9}{1001} - \frac{9}{13}}$	
	$A = \frac{1128 - 23}{24 + 1081} \cdot \frac{3 \left(1 + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{1001} - \frac{1}{13} \right)}{9 \left(1 + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{1001} - \frac{1}{13} \right)}$	0,5
	$A = \frac{1105}{1105} \cdot \frac{3 \cdot \left(1 + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{1001} - \frac{1}{13} \right)}{9 \cdot \left(1 + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{1001} - \frac{1}{13} \right)}$	0,5
	$A = \frac{1}{3}$	0,25
	Vậy $A = \frac{1}{3}$	0,25
	Tính giá trị của biểu thức $B = 2x^2 - 3x + 1$ với $ x = \frac{1}{2}$.	

2 (1,5 điểm)	Vì $ x = \frac{1}{2}$ nên $x = \frac{1}{2}$ hoặc $x = -\frac{1}{2}$	0,25
	Với $x = \frac{1}{2}$ thì: $A = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{2} + 1 = 2 \cdot \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 1 = 0$	0,5
	Với $x = -\frac{1}{2}$ thì: $A = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = 2 \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{2} + 1 = 3$	0,5
	Vậy $B = 0$ hoặc $B = 3$ khi $ x = \frac{1}{2}$	0,25
3 (2,0 điểm)	Tìm 3 số a; b; c biết: $\frac{3a-2b}{5} = \frac{2c-5a}{3} = \frac{5b-3c}{2}$ và $a + b + c = -50$	
	Ta có $\frac{3a-2b}{5} = \frac{2c-5a}{3} = \frac{5b-3c}{2}$ $\Rightarrow \frac{15a-10b}{25} = \frac{6c-15a}{9} = \frac{10b-6c}{4}$	0,5
	Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau có: $\frac{15a-10b}{25} = \frac{6c-15a}{9} = \frac{10b-6c}{4} = \frac{15a-10b+6c-15a+10b-6c}{38} = 0$	0,5
	$\Rightarrow \begin{cases} 15a-10b=0 \\ 6c-15a=0 \\ 10b-6c=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a=2b \\ 2c=5a \\ 5b=3c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{2} = \frac{b}{3} \\ \frac{a}{2} = \frac{c}{5} \\ \frac{c}{5} = \frac{b}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5}$	0,5
	Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau $\Rightarrow \begin{cases} a = -10 \\ b = -15 \\ c = -25 \end{cases}$	0,5
	Vậy $a = -10; b = -15; c = -25$	
Bài 2		(4,0 điểm)
1 (2,0 điểm)	Gọi số tiền thưởng ba bạn An, Bình, Yên nhận được lần lượt là x, y, z (đồng) ($x, y, z > 0$) Số tiền thưởng ba bạn An, Bình, Yên nhận được tỉ lệ thuận với số điểm các bạn đạt được.	0,25
	Theo bài ta có: $x = \frac{5}{3}y; z = 50\%x$ và $x + y + z = 480000$	0,5

	$\left. \begin{array}{l} \text{Có: } x = \frac{5}{3}y \Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{y}{3} \Rightarrow \frac{x}{10} = \frac{y}{6} \\ z = 50\%x \Rightarrow z = \frac{1}{2}x \Rightarrow \frac{z}{1} = \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{z}{5} = \frac{x}{10} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{x}{10} = \frac{y}{6} = \frac{z}{5}$	0,5
	<p>Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta được:</p> $\frac{x}{10} = \frac{y}{6} = \frac{z}{5} = \frac{x+y+z}{10+6+5} = \frac{480000}{21} = \frac{160000}{7}$ <p>Suy ra $x \approx 228571$; $y \approx 137124$; $z \approx 114285$ (thỏa mãn bài)</p>	0,5
	Vậy số tiền thưởng thực tế ba bạn An, Bình, Yên nhận được lần lượt là: 229000 (đồng); 137000 (đồng); 114000 (đồng)	0,25
2 (2,0 điểm)	<p>Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên $n \geq 2$ thì tổng</p> $S = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2}$ không thể là một số nguyên.	
	<p>S có $(n-1)$ số hạng</p> $S = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2} = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) + \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) + \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) + \dots + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ $S = n - 1 - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2}\right) < n - 1 \quad (1)$	1,0
	<p>Mặt khác $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{(n-1).n} = 1 - \frac{1}{n}$</p> $\Rightarrow S > n - 1 - 1 + \frac{1}{n} = n - 2 + \frac{1}{n} > n - 2 \quad (2)$	0,5
	<p>Từ (1) và (2) ta có: $n - 2 < S < n - 1$. Vậy S không thể là một số nguyên với $n \geq 2$.</p>	0,5
Bài 3		(4.0 điểm)

<p>1 (2,0 điểm)</p>			
	<p>1) Ta có $\widehat{CHO} = \widehat{CFO} = 90^\circ$ (vì $OH \perp AC, OF \perp BC$)</p>		0,25
	<p>Xét $\triangle CHO$ vuông và $\triangle CFO$ vuông có: OC là cạnh chung $\widehat{HCO} = \widehat{FCO}$ (OC là phân giác \widehat{C}) Do đó: $\triangle CHO = \triangle CFO$ (cạnh huyền – góc nhọn)</p>		1,0
	<p>$\Rightarrow CH = CF$ (hai cạnh tương ứng) $\Rightarrow \triangle AFC$ cân tại C</p>		0,75
<p>2 (1,0 điểm)</p>	<p>Ta có $\triangle AFC$ cân tại C (cmt) $\Rightarrow \widehat{CHF} = \widehat{CFH}$ (1)</p>		0,25
	<p>Mà $\widehat{CHF} = \widehat{FGI}$ (đồng vị do $IG \parallel AC$) (2)</p>		0,25
	<p>Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{CFH} = \widehat{FGI}$ hay $\widehat{IFG} = \widehat{IGF}$, vậy $\triangle IFG$ cân tại I $\Rightarrow FI = GI$ mặt khác: $FI = AH$ nên $GI = AH (= FI)$</p>		0,25
	<p>Ta lại có: $\widehat{IGK} = \widehat{AHK}; \widehat{HAK} = \widehat{GIK}$ (so le trong do $IG \parallel AC$)</p>		0,5
	<p>Xét $\triangle AHK$ và $\triangle IGK$ có: $\widehat{IGK} = \widehat{AHK}$ (cmt); $GI = AH$ (cmt); $\widehat{HAK} = \widehat{GIK}$ (cmt) $\Rightarrow \triangle AHK = \triangle IGK$ (g - c - g) $\Rightarrow AK = KI$ (hai cạnh tương ứng) (đpcm)</p>		
<p>3 (1,0 điểm)</p>	<p>Vẽ $OE \perp AB$ tại E, chứng minh được BO là tia phân giác của \widehat{ABC} (*)</p>		0,25
	<p>Chứng minh được $AB = BI$</p>		0,25
	<p>Chứng minh được $\triangle ABK = \triangle IBK$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{ABK} = \widehat{IBK}$</p>		0,25
	<p>Từ đó suy ra BK là tia phân giác của \widehat{ABC} (**)</p>		0,25
	<p>Từ (*) và (**) suy ra tia BK, BO trùng nhau. Hay B, O, K là ba điểm thẳng hàng.</p>		

BÀI 4		
BÀI 4		(1 điểm)
(1,0 điểm)	Ta có $M = \left \frac{15}{2}y - 3x \right - 4x - 10y - 2x^2 + 8x + 2014$ $M = \frac{3}{2} 5y - 2x - 2 5y - 2x - 2(x^2 - 4x + 4) + 2022$	0,25
	$M = \frac{-1}{2} 5y - 2x - 2(x^2 - 2x - 2x + 4) + 2022$ $M = \frac{-1}{2} 5y - 2x - 2(x - 2)^2 + 2022$	0,25
	Ta có $\frac{-1}{2} 5y - 2x \leq 0; -2(x - 2)^2 \leq 0$ Với mọi $x; y$	0,25
	Nên $M \leq 2022$ với mọi $x; y$. Dấu “=” xảy ra khi $x = 2; y = \frac{4}{5}$ Vậy M đạt giá trị lớn nhất là 2022 khi $x = 2; y = \frac{4}{5}$	0,25
Tổng		(14 điểm)

Lưu ý khi chấm bài:

- + Trên đây chỉ là sơ lược các bước giải, lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ, hợp logic. Nếu học sinh trình bày cách làm khác mà đúng thì cho điểm các phần theo thang điểm tương ứng.
- + Với bài 3 nếu học sinh vẽ hình sai hoặc không vẽ hình thì không chấm..

PHÒNG GD -ĐT HÀ TRUNG
ĐỀ CHÍNH THỨC
 (Đề thi này gồm 01 trang)

KỶ THI CHỌN LỚP CHẤT LƯỢNG CAO
NĂM HỌC: 2021-2022
Môn: Toán 7
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (4,0 điểm) Thực hiện phép tính:

a. $A = \frac{7}{35} \cdot \frac{10}{19} + \frac{7}{19} \cdot \frac{9}{35} - \frac{2}{35}$.

b. $B = \frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6}$.

c. $C = \left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \left(1 + \frac{1}{4.6}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{98.100}\right)$.

d. $D = \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23} + \frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23} + \frac{5}{7} + 0,2 - \frac{3}{10}}$.

Bài 2: (3,5 điểm)

a. Tìm x : $3^{x+2} + 4 \cdot 3^{x+1} + 3^{x-1} = 6^6$.

b. Tìm x, y, z biết: $\frac{3x-2y}{5} = \frac{2z-5x}{3} = \frac{5y-3z}{2}$ và $x+y+z = -50$.

Bài 3: (3,0 điểm)

a. Cho đa thức $f(x) = x^8 - 99x^7 - 99x^6 - 99x^5 - \dots - 99x + 25$. Tính $f(100)$.

b. Số A được chia thành 3 số tỉ lệ theo $\frac{2}{5}; \frac{3}{4}; \frac{1}{6}$. Biết rằng tổng các bình phương của 3 số đó bằng 24309. Tìm số A .

Bài 4: (3,0 điểm)

a. Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ biết $xy + 2x - y = 5$.

b. Cho $A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2020^2}$. Chứng minh $A < 1$.

Bài 5: (5,5 điểm)

1. Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Gọi M là trung điểm của BC , từ M kẻ đường thẳng vuông góc với tia phân giác của góc A , cắt tia này tại N , cắt tia AB tại E và cắt tia AC tại F . Chứng minh rằng:

a. $AE = AF$.

b. $BE = CF$.

c. $AE = \frac{AB + AC}{2}$.

2. Cho A nằm trong \widehat{xOy} nhọn. Tìm điểm B, C lần lượt thuộc Ox, Oy sao cho tam giác ABC có chu vi nhỏ nhất.

Bài 6: (1,0 điểm) Tìm các số x, y, z nguyên dương thỏa mãn: $x + y + z = xyz$.

===== **HẾT** =====

HƯỚNG DẪN CHẤM
KỶ THI CHỌN LỚP CHẤT LƯỢNG CAO

NĂM HỌC: 2021-2022

Môn: Toán 7

Bài 1: (4,0 điểm) Thực hiện phép tính:

a. $A = \frac{7}{35} \cdot \frac{10}{19} + \frac{7}{19} \cdot \frac{9}{35} - \frac{2}{35}$.

b. $B = \frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6}$.

c. $C = \left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \left(1 + \frac{1}{4.6}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{98.100}\right)$.

d. $D = \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23}} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{\frac{7}{91} + 0,2 - \frac{3}{10}}$.

Lời giải

a. $A = \frac{7}{35} \cdot \frac{10}{19} + \frac{7}{19} \cdot \frac{9}{35} - \frac{2}{35} = \frac{7}{35} \left(\frac{10}{19} + \frac{9}{19}\right) - \frac{2}{35} = \frac{7}{35} \cdot 1 - \frac{2}{35} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$.

b. $B = \frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6} = \frac{5 \cdot (2^2)^{15} \cdot (3^2)^9 - 2^2 \cdot 3^{20} \cdot (2^3)^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot (2 \cdot 3)^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot (3^3)^6}$

$= \frac{5 \cdot 2^{30} \cdot 3^{18} - 2^{29} \cdot 3^{20}}{5 \cdot 2^{29} \cdot 3^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}} = \frac{2^{29} \cdot 3^{18} (5 \cdot 2 - 3^2)}{2^{29} \cdot 3^{18} (5 \cdot 3 - 7)} = \frac{1}{8}$.

c. $C = \left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \left(1 + \frac{1}{4.6}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{98.100}\right)$.

$= \frac{1.3+1}{1.3} \cdot \frac{2.4+1}{2.4} \cdot \frac{3.5+1}{3.5} \cdot \frac{4.6+1}{4.6} \dots \frac{98.100+1}{98.100} = \frac{2.2}{1.3} \cdot \frac{3.3}{2.4} \cdot \frac{4.4}{3.5} \cdot \frac{5.5}{4.6} \dots \frac{99.99}{98.100} = \frac{2.99}{1.100} = \frac{99}{50}$

d. $D = \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23}} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{\frac{7}{91} + 0,2 - \frac{3}{10}} = \frac{5 \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23}\right)}{13 \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23}\right)} + \frac{3 \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{13} - 0,3\right)}{\frac{1}{13} + \frac{1}{5} - 0,3}$

$= \frac{5}{13} + 3 = \frac{44}{13}$.

Bài 2: (3,5 điểm)

a. Tìm x : $3^{x+2} + 4 \cdot 3^{x+1} + 3^{x-1} = 6^6$.

b. Tìm x, y, z biết: $\frac{3x-2y}{5} = \frac{2z-5x}{3} = \frac{5y-3z}{2}$ và $x+y+z = -50$.

Lời giải

a. Tìm x :

$3^{x+2} + 4 \cdot 3^{x+1} + 3^{x-1} = 6^6 \Leftrightarrow 3^x \cdot 3^2 + 4 \cdot 3^x \cdot 3 + \frac{3^x}{3} = 6^6 \Leftrightarrow 3^x \cdot 3^3 + 4 \cdot 3^x \cdot 3^2 + 3^x = 3 \cdot 6^6$

$$\Leftrightarrow 27.3^x + 36.3^x + 3^x = 3.(2.3)^6 \Leftrightarrow 64.3^x = 64.3^7 \Leftrightarrow 3^x = 3^7 \Leftrightarrow x = 7.$$

Vậy $x = 7$.

b. Tìm x, y, z biết: $\frac{3x-2y}{5} = \frac{2z-5x}{3} = \frac{5y-3z}{2}$ và $x+y+z = -50$.

Ta có $\frac{3x-2y}{5} = \frac{2z-5x}{3} = \frac{5y-3z}{2} = \frac{15x-10y}{25} = \frac{6z-15x}{9} = \frac{10y-6z}{4}$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{3x-2y}{5} = \frac{2z-5x}{3} = \frac{5y-3z}{2} = \frac{15x-10y}{25} = \frac{6z-15x}{9} = \frac{10y-6z}{4} = \frac{15x-10y+6z-15x+10y-6z}{25+9+4} = 0$$

$$\Rightarrow 3x-2y = 2z-5x = 5y-3z = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3}; \frac{y}{3} = \frac{z}{5} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = \frac{x+y+z}{2+3+5} = \frac{-50}{10} = -5$$

Vì $\frac{x}{2} = -5 \Rightarrow x = -5.2 = -10$.

Vì $\frac{y}{3} = -5 \Rightarrow y = -5.3 = -15$.

Vì $\frac{z}{5} = -5 \Rightarrow z = -5.5 = -25$.

Vậy $x = -10; y = -15; z = -25$.

Bài 3: (3,0 điểm)

a. Cho đa thức $f(x) = x^8 - 99x^7 - 99x^6 - 99x^5 - \dots - 99x + 25$. Tính $f(100)$.

b. Số A được chia thành 3 số tỉ lệ theo $\frac{2}{5}; \frac{3}{4}; \frac{1}{6}$. Biết rằng tổng các bình phương của 3 số đó bằng 24309. Tìm số A .

Lời giải

a. Ta có $f(x) = x^8 - 99x^7 + 99x^6 - 99x^5 - \dots - 99x + 25$

$$\Rightarrow f(100) = 100^8 - 99.100^7 - 99.100^6 - 99.100^5 - \dots - 99.100 + 25.$$

$$= 100^8 - (100-1).100^7 - (100-1).100^6 - (100-1).100^5 - \dots - (100-1).100 + 25$$

$$= 100^8 - 100^8 + 100^7 - 100^7 + 100^6 - 100^6 + 100^5 - \dots - 100^2 + 100 + 25 = 125$$

Vậy $f(100) = 125$.

b. Gọi ba số được chia từ số A lần lượt là a, b, c , vì số A được chia thành 3 số tỉ lệ theo

$\frac{2}{5}; \frac{3}{4}; \frac{1}{6}$ nên ta có:

$$\frac{a}{\frac{2}{5}} = \frac{b}{\frac{3}{4}} = \frac{c}{\frac{1}{6}} \Rightarrow \frac{a}{\frac{2}{5} \cdot 60} = \frac{b}{\frac{3}{4} \cdot 60} = \frac{c}{\frac{1}{6} \cdot 60} \Rightarrow \frac{a}{24} = \frac{b}{45} = \frac{c}{10} \Rightarrow \frac{a^2}{24^2} = \frac{b^2}{45^2} = \frac{c^2}{10^2}$$

Vì tổng các bình phương của 3 số đó bằng 24309 nên ta có $a^2 + b^2 + c^2 = 24309$.

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{a^2}{24^2} = \frac{b^2}{45^2} = \frac{c^2}{10^2} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{24^2 + 45^2 + 10^2} = \frac{24309}{2701} = 9 = 3^2.$$

$$\text{Vì } \frac{a^2}{24^2} = 3^2 \Rightarrow a^2 = 72^2 \Rightarrow a = \pm 72.$$

$$\text{Vì } \frac{b^2}{45^2} = 3^2 \Rightarrow b^2 = 135^2 \Rightarrow b = \pm 135.$$

$$\text{Vì } \frac{c^2}{10^2} = 3^2 \Rightarrow c^2 = 30^2 \Rightarrow c = \pm 30.$$

Vì a, b, c cùng dấu nên $a = 72; b = 135; c = 30$ hoặc $a = -72; b = -135; c = -30$

Vậy $A = 237$ hoặc $A = -237$.

Bài 4: (3,0 điểm)

a. Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ biết $xy + 2x - y = 5$.

b. Cho $A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2020^2}$. Chứng minh $A < 1$.

Lời giải

a. Với $x, y \in \mathbb{Z}$, ta có:

$$xy + 2x - y = 5 \Rightarrow x(y + 2) - (y + 2) = 3 \Rightarrow (y + 2)(x - 1) = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y + 2 = 3 \\ x - 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} y + 2 = 1 \\ x - 1 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 4 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} y + 2 = -3 \\ x - 1 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -5 \\ x = 0 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} y + 2 = -1 \\ x - 1 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -3 \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy ta có 4 cặp $(x; y)$ là: $(2; 1); (4; -1); (0; -5); (-2; -3)$.

b. Cho $A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2020^2}$. Chứng minh $A < 1$.

$$\text{Ta có } A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2020^2} < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{2019.2020} \\ = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2019} - \frac{1}{2020} = 1 - \frac{1}{2020} < 1$$

Vậy $A < 1$.

Bài 5: (5,5 điểm)

1. Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Gọi M là trung điểm của BC , từ M kẻ đường thẳng vuông góc với tia phân giác của góc A , cắt tia này tại N , cắt tia AB tại E và cắt tia AC tại F . Chứng minh rằng:

a. $AE = AF$.

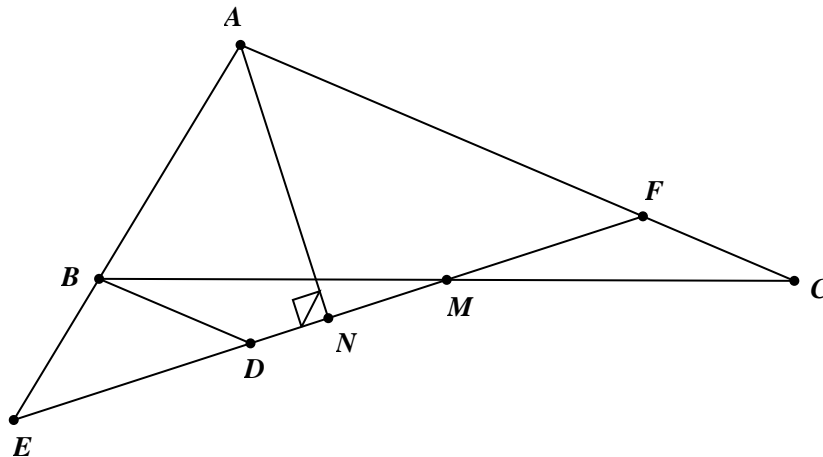
b. $BE = CF$.

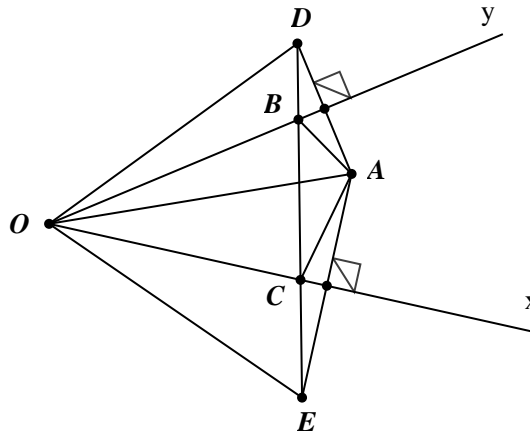
c. $AE = \frac{AB + AC}{2}$.

2. Cho A nằm trong \widehat{xOy} nhọn. Tìm điểm B, C lần lượt thuộc Ox, Oy sao cho tam giác ABC có chu vi nhỏ nhất.

Lời giải

1.

a. $AE = AF$.Xét $\triangle ANE$ và $\triangle ANF$ có: $\widehat{ANE} = \widehat{ANF} = 90^\circ$; AN là cạnh chung; $\widehat{NAE} = \widehat{NAF}$ (GT, AN là phân giác) $\Rightarrow \triangle ANE = \triangle ANF$ (g.c.g) $\Rightarrow AE = AF$ (hai cạnh tương ứng).b. $BE = CF$.Kẻ $BD \parallel AC$; $D \in EF$, ta có $\widehat{BDE} = \widehat{AFN}$ (đồng vị) mà $\widehat{AFN} = \widehat{BED}$ (hai góc tương ứng của $\triangle ANE = \triangle ANF$) $\Rightarrow \widehat{BDE} = \widehat{BED}$ ($= \widehat{AFN}$) $\Rightarrow \triangle BDE$ cân tại $B \Rightarrow BE = BD$.Mặt khác xét $\triangle MBD$ và $\triangle MCF$ có: $MB = MC$ (GT); $\widehat{BMD} = \widehat{CMF}$ (đối đỉnh); $\widehat{MBD} = \widehat{MCF}$ (so le trong) $\Rightarrow \triangle MBD = \triangle MCF$ (g.c.g) $\Rightarrow BD = CF \Rightarrow BE = CF$ ($= BD$).c. $AE = \frac{AB + AC}{2}$.Theo chứng minh trên, ta có $AE = AF$; $BE = CF$; $\Rightarrow AB + AC = AE - BE + AF + CF = AE + AF - BE + CF = 2AE \Rightarrow AE = \frac{AB + AC}{2}$.2. Cho A nằm trong \widehat{xOy} nhọn. Tìm điểm B, C lần lượt thuộc Ox, Oy sao cho tam giác ABC có chu vi nhỏ nhất.



Gọi D và E là các điểm đối xứng với điểm A lần lượt qua các đường thẳng Oy và Ox .

Ta có $BD = BA$ và $CE = CA$ (do các $\triangle BDA; \triangle CAE$ là các tam giác cân).

Gọi P là chu vi của tam giác ABC thì:

$$P = AB + AC + BC = BD + CE + BC \geq DE$$

Dấu bằng xảy ra khi bốn điểm D, B, C, E thẳng hàng.

Suy ra để chu vi tam giác ABC bé nhất thì phải lấy B và C lần lượt là giao điểm của đoạn thẳng DE với hai tia Oy và Ox (các giao điểm đó tồn tại vì góc xOy nhọn).

Bài 6: (1,0 điểm)

Tìm các số x, y, z nguyên dương thỏa mãn: $x + y + z = xyz$.

Lời giải

Không mất tính tổng quát, ta giả sử $0 < x \leq y \leq z \Rightarrow x + y + z \leq z + z + z = 3z$

$$\Rightarrow xyz \leq 3z \Rightarrow xy \leq 3 \Rightarrow xy \in \{1; 2; 3\}.$$

Nếu $xy = 1 \Rightarrow x = y = 1 \Rightarrow z = 2 + z$ (vô lý, loại).

Nếu $xy = 2 \Rightarrow x = 1; y = 2$ (vì $0 < x \leq y$) $\Rightarrow 2z = 3 + z \Rightarrow z = 3$ (thỏa mãn).

Nếu $xy = 3 \Rightarrow x = 1; y = 3$ (vì $0 < x \leq y$) $\Rightarrow 3z = 4 + z \Rightarrow z = 2$ (loại vì $0 < x \leq y \leq z$).

Vậy $x = 1; y = 2; z = 3$.

Do vai trò của x, y, z là như nhau nên ta có các cặp $(x; y; z)$ là:

$$(1; 2; 3), (1; 3; 2), (2; 1; 3), (2; 3; 1), (3; 2; 1), (3; 1; 2).$$

===== **HẾT** =====

PHÒNG GD -ĐT CỬA LÒ
ĐỀ CHÍNH THỨC
 (Đề thi này gồm 01 trang)

KỶ THI CHỌN LỚP CHẤT LƯỢNG CAO
NĂM HỌC: 2021-2022
Môn: Toán 7
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (4,5 điểm) Tính

a. $A = \left(\frac{1}{3} + \frac{12}{67} + \frac{13}{41} \right) - \left(\frac{79}{67} - \frac{28}{41} \right)$

b. $B = \left(1 - \frac{1}{2} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{2020} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{2021} \right)$

c. $C = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{2020}} + \frac{1}{3^{2021}}$

Bài 2: (4,5 điểm)

a. Tìm x biết: $(x-1)^3 = -343$

b. Tìm các số nguyên x,y biết: $\frac{5}{x} + \frac{y}{4} = \frac{1}{8}$

c. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $C = \frac{|x-2017|+2018}{|x-2017|+2019}$

Bài 3: (4,0 điểm)

a. Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng: $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$.

b. Một công trường san lấp mặt bằng dự định chia số đất cho ba đội I, II, III tỉ lệ với 7; 6; 5. Nhưng sau đó vì số người của các đội thay đổi nên đã phân chia lại số đất cho ba đội I, II, III tỉ lệ 6; 5; 4. Như vậy có một đội làm nhiều việc hơn so với ban dự định là $6m^3$ đất. Tính tổng số đất đã phân chia cho các đội.

Bài 4: (6,0 điểm)

Cho tam giác cân ABC , $AB = AC$. Trên cạnh BC lấy điểm D , trên tia đối của CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt cạnh AB và tia AC lần lượt tại M và N .

a. Chứng minh: $\triangle MDB = \triangle NEC$.

b. Gọi I là trung điểm MN . Chứng minh: I là trung điểm DE .

c. Chứng minh rằng: Đường thẳng vuông góc với MN tại I luôn luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên BC .

Bài 5: (1,0 điểm) Cần bao nhiêu số hạng của tổng $S = 1 + 2 + 3 + \dots$ để được tổng là một số có ba chữ số giống nhau.

===== HẾT =====

(Đề thi có 01 trang)

HƯỚNG DẪN CHẤM
KỶ THI CHỌN LỚP CHẤT LƯỢNG CAO

NĂM HỌC: 2021-2022

Môn: Toán 7

Bài 1: (4,5 điểm) Tính

a. $A = \left(\frac{1}{3} + \frac{12}{67} + \frac{13}{41} \right) - \left(\frac{79}{67} - \frac{28}{41} \right)$

b. $B = \left(1 - \frac{1}{2} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{2020} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{2021} \right)$

c. $C = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{2020}} + \frac{1}{3^{2021}}$

Lời giải

a. $A = \left(\frac{1}{3} + \frac{12}{67} + \frac{13}{41} \right) - \left(\frac{79}{67} - \frac{28}{41} \right)$

$$A = \frac{1}{3} + \frac{12}{67} + \frac{13}{41} - \frac{79}{67} + \frac{28}{41}$$

$$A = \frac{1}{3} + \left(\frac{12}{67} - \frac{79}{67} \right) + \left(\frac{13}{41} + \frac{28}{41} \right) = \frac{1}{3} - \frac{67}{67} + \frac{41}{41} = \frac{1}{3} - 1 + 1 = \frac{1}{3}$$

b. $B = \left(1 - \frac{1}{2} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{2020} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{2021} \right)$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{2020}{2021} = \frac{1}{2021}$$

c. $C = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{2020}} + \frac{1}{3^{2021}}$

$$\frac{1}{3}C = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \dots + \frac{1}{3^{2021}} + \frac{1}{3^{2022}}$$

$$\Rightarrow C - \frac{1}{3}C = \frac{1}{3} - \frac{1}{3^{2022}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}C = \frac{3^{2021} - 1}{3^{2022}}$$

$$\Rightarrow C = \frac{3^{2021} - 1}{3^{2022}} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3^{2021} - 1}{2 \cdot 3^{2021}}$$

Bài 2: (4,5 điểm)

a. Tìm x biết: $(x-1)^3 = -343$

b. Tìm các số nguyên x,y biết: $\frac{5}{x} + \frac{y}{4} = \frac{1}{8}$

c. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $C = \frac{|x-2017|+2018}{|x-2017|+2019}$

Lời giải

a. Ta có $(x-1)^3 = -343$

$$\Rightarrow (x-1)^3 = (-7)^3$$

Vậy $x-1 = -7 \Rightarrow x = -6$

b. Ta có $\frac{5}{x} + \frac{y}{4} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{1}{8} - \frac{y}{4} = \frac{1-2y}{8}$
 $\Rightarrow x(1-2y) = 40$

Vì $x, y \in \mathbb{Z}$ và $x(1-2y) = 40$

$\Rightarrow 1-2y$ là ước lẻ của 40 tức là $-5; -1; 1; 5$

Từ đó ta tìm được các giá trị của x, y như bảng sau :

$1-2y$	-5	-1	1	5
y	3	1	0	-2
x	-8	-40	40	8

c. Ta có $C = \frac{|x-2017|+2018}{|x-2017|+2019} = \frac{(|x-2017|+2019)-1}{|x-2017|+2019} = 1 - \frac{1}{|x-2017|+2019}$

Biểu thức C đạt giá trị nhỏ nhất khi $|x-2017|+2019$ có giá trị nhỏ nhất

Mà $|x-2017| \geq 0$ nên $|x-2017|+2019 \geq 2019$

Dấu “=” xảy ra khi $x = 2017 \Rightarrow C = \frac{2018}{2019}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của C là $\frac{2018}{2019}$ khi $x = 2017$

Bài 3: (4,0 điểm)

a. Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng: $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$.

b. Một công trường san lấp mặt bằng dự định chia số đất cho ba đội I, II, III tỉ lệ với 7 ; 6 ; 5 . Nhưng sau đó vì số người của các đội thay đổi nên đã phân chia lại số đất cho ba đội I, II, III tỉ lệ 6 ; 5 ; 4 . Như vậy có một đội làm nhiều việc hơn so với ban dự định là $6m^3$ đất. Tính tổng số đất đã phân chia cho các đội.

Lời giải

a. Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ suy ra $ad = bc$ hay $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta được $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a-b}{c-d}$ hay $\frac{a}{c} = \frac{a-b}{c-d}$

Suy ra $a(c-d) = c(a-b)$ hay $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$ (đpcm).

b. Gọi tổng số đất đã phân cho các đội là $x(m^3)$ điều kiện $x > 0$

Số đất dự định chia cho ba đội I, II, III lần lượt là a, b, c . Điều kiện $a, b, c > 0$

Ta có $\frac{a}{7} = \frac{b}{6} = \frac{c}{5} = \frac{a+b+c}{18} = \frac{x}{18} \Rightarrow a = \frac{7x}{18}; b = \frac{6x}{18}; c = \frac{5x}{18}$ (1)

Số đất sau đó chia đại cho ba đội I, II, III lần lượt là $a'; b'; c'$. Điều kiện $a', b', c' > 0$

Ta có $\frac{a'}{6} = \frac{b'}{5} = \frac{c'}{4} = \frac{a'+b'+c'}{15} = \frac{x}{15} \Rightarrow a' = \frac{6x}{15}; b' = \frac{5x}{15}; c' = \frac{4x}{15}$ (2)

So sánh (1) và (2) ta có $a < a'$; $b = b'$; $c > c'$ nên đội I nhận nhiều hơn lúc đầu.

$$\text{Vì } a - a' = 6 \text{ hay } \frac{7x}{18} - \frac{6x}{15} = 6 \Rightarrow \frac{x}{90} = 4 \Rightarrow x = 360$$

Vậy tổng số đất đã phân chia cho các đội là $360m^3$ đất.

Bài 4: (6,0 điểm) Cho tam giác cân ABC , $AB = AC$. Trên cạnh BC lấy điểm D , trên tia đối của CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt cạnh AB và tia AC lần lượt tại M và N .

a. Chứng minh: $\triangle MDB = \triangle NEC$.

b. Gọi I là trung điểm MN . Chứng minh: I là trung điểm DE .

c. Chứng minh rằng: Đường thẳng vuông góc với MN tại I luôn luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên BC .

Lời giải

a) Chứng minh: $\triangle MDB = \triangle NEC$

Ta có $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ (gt) mà

$$\widehat{ACB} = \widehat{ECN} \text{ (đđ)}$$

$$\text{Nên } \widehat{ABC} = \widehat{ECN} \text{ hay } \widehat{DBM} = \widehat{ECN}$$

Xét $\triangle MDB$ và $\triangle NEC$ có:

$$\widehat{DBM} = \widehat{ECN} \text{ (cmt)}$$

$$BD = CE \text{ (gt)}$$

$$\widehat{D} = \widehat{E} = 90^\circ \text{ (gt)}$$

Suy ra $\triangle MDB = \triangle NEC$ (g-c-g)

$$\Rightarrow DM = EN \text{ (cạnh tương ứng)}$$

$$\Rightarrow MB = NC \text{ (cạnh tương ứng)}$$

b) Chứng minh: I là trung điểm DE .

Gọi I là giao điểm của BC và MN

Ta có $\triangle MDI$ vuông tại D nên $\widehat{DMI} + \widehat{MID} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông)

$\triangle NEI$ vuông tại E nên $\widehat{ENI} + \widehat{NIE} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông)

Mà $\widehat{MID} = \widehat{NIE}$ (đđ) nên $\widehat{DMI} = \widehat{ENI}$

Xét $\triangle MDI$ và $\triangle NEI$ có

$$\widehat{DMI} = \widehat{ENI} \text{ (cmt)}$$

$$DM = EN \text{ (cm câu a)}$$

$$\widehat{D} = \widehat{E} = 90^\circ \text{ (gt)}$$

Suy ra $\triangle MDI = \triangle NEI$ (g-c-g)

$$\Rightarrow IM = IN, ID = IE \text{ (cạnh tương ứng)}$$

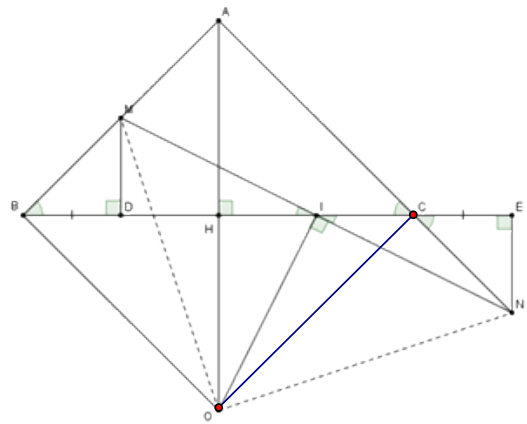
Vậy BC cắt MN tại điểm I là trung điểm của MN đồng thời I là trung điểm của DE .

c) Chứng minh rằng: Đường thẳng vuông góc với MN tại I luôn luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên BC .

Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A xuống BC .

Xét $\triangle AHB$ và $\triangle AHC$ có

$$AB = AC \text{ (gt)}$$



$$\widehat{H}_1 = \widehat{H}_2 = 90^\circ$$

$$HB = HC \text{ (vì } \triangle ABC \text{ cân tại A)}$$

Nên $\triangle AHB = \triangle AHC$ (cạnh huyền- cạnh góc vuông)

$$\Rightarrow \widehat{HAB} = \widehat{HAC} \text{ (góc tương ứng)}$$

Gọi O là giao điểm của AH với đường thẳng vuông góc với MN kẻ từ I .

Xét $\triangle OAB$ và $\triangle OAC$ có

$$AB = AC \text{ (gt)}$$

$$\widehat{OAB} = \widehat{OAC} \text{ (vì } \triangle ABC \text{ cân tại A)}$$

OA cạnh chung

Nên $\triangle OAB = \triangle OAC$ (c-g-c)

$$\Rightarrow \widehat{OBA} = \widehat{OCA} \text{ (góc tương ứng) (1)}$$

$$\Rightarrow OB = OC \text{ (cạnh tương ứng)}$$

Xét $\triangle OIM$ và $\triangle OIN$ có

$$IM = IN \text{ (I là trung điểm MN)}$$

$$\widehat{I}_1 = \widehat{I}_2 = 90^\circ$$

OI cạnh chung

Nên $\triangle OIM = \triangle OIN$ (c-g-c)

$$\Rightarrow OM = ON \text{ (cạnh tương ứng)}$$

Xét $\triangle OMB$ và $\triangle OCN$ có

$$OM = ON \text{ (cmt)}$$

$$OB = OC \text{ (cmt)}$$

$$MB = NC \text{ (cm câu a)}$$

Nên $\triangle OMB = \triangle OCN$ (c-c-c)

$$\Rightarrow \widehat{OBM} = \widehat{OCN} \text{ (góc tương ứng) (2)}$$

Từ (1);(2) suy ra $\widehat{OCA} = \widehat{OCN} = 90^\circ$ do đó $OC \perp AC$

Vậy O là điểm cố định.

Bài 5: (1,0 điểm) Cần bao nhiêu số hạng của tổng $S = 1 + 2 + 3 + \dots$ để được tổng là một số có ba chữ số giống nhau.

Lời giải

Giả sử số có ba chữ số giống nhau là $\overline{aaa} = 111.a$ (a là chữ số khác 0)

Gọi số số hạng của tổng là n , ta có $\frac{n(n+1)}{2} = 111.a$ hay $n(n+1) = 2.3.37.a$

Vì $2.3.37.a \leq 2.3.37.9 = 1998 \Rightarrow n(n+1) \leq 1998 \Rightarrow n+1 \leq 45$

Mặt khác $n(n+1)$ chia hết cho 37, mà 37 là số nguyên tố nên $n = 37$ hoặc $n+1 = 37$

+) Nếu $n = 37$ thì $n+1 = 38$ lúc đó $\frac{n(n+1)}{2} = 703$ (không thỏa mãn)

+) Nếu $n+1 = 37$ thì $n = 36$ lúc đó $\frac{n(n+1)}{2} = 666$ (thỏa mãn)

Vậy số số hạng của tổng là 36.

===== **HẾT** =====

PHÒNG GD -ĐT HUYỆN YÊN ĐỊNH
ĐỀ CHÍNH THỨC
 (Đề thi này gồm 01 trang)

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI
NĂM HỌC: 2021-2022
Môn: Toán 7
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: Tính

a. Thực hiện phép tính: $A = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^7 \cdot 5^7 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512}$.

b. Cho $\frac{x+16}{9} = \frac{y-25}{16} = \frac{z+9}{25}$ và $2x^3 - 5 = 11$. Tính $B = x - y + z + 2021$.

c. Cho biểu thức $M = \frac{x}{x+y+z} + \frac{y}{x+y+t} + \frac{z}{y+z+t} + \frac{t}{x+z+t}$ với x, y, z, t là các số tự nhiên khác 0. Chứng minh $M^{10} < 1025$.

Bài 2:

a. Tìm x , biết: $\frac{2}{2.3} + \frac{2}{3.4} + \frac{2}{4.5} + \dots + \frac{2}{x(x+1)} = \frac{2013}{2015}$.

b. Cho $x, y, z \neq 0$ và $x - y - z = 0$. Tính giá trị biểu thức $P = \left(1 - \frac{z}{x}\right) \left(1 - \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right)$.

c. Tìm số tự nhiên n để phân số $\frac{7n-8}{2n-3}$ có giá trị lớn nhất.

Bài 3:

a. Tìm một số chính phương có 4 chữ số biết rằng 2 chữ số đầu giống nhau, 2 chữ số cuối giống nhau.

b. Tìm các số nguyên dương n và các số nguyên tố p sao cho $p = \frac{n(n+1)}{2} - 1$.

Bài 4:

Cho ΔABC có góc A nhỏ hơn 90° . Trên nửa mặt phẳng bờ AB không chứa điểm C vẽ đoạn thẳng AM sao cho $AM \perp AB$ và $AM = AB$. Trên nửa mặt phẳng bờ AC không chứa điểm B vẽ đoạn thẳng AN sao cho AN vuông góc với AC và $AN = AC$.

a. Chứng minh: $\Delta AMC = \Delta ABN$.

b. Chứng minh: $BN \perp CM$.

c. Kẻ $AH \perp BC$ ($H \in BC$). Chứng minh AH đi qua trung điểm của MN .

Bài 5:

Cho các số thực dương a và b thỏa mãn $a^{100} + b^{100} = a^{101} + b^{101} = a^{102} + b^{102}$. Hãy tính giá trị của biểu thức $P = a^{2014} + b^{2015}$.

===== **HẾT** =====

(Đề thi có 01 trang)

HƯỚNG DẪN CHẤM
KỶ THI CHỌN LỚP CHẤT LƯỢNG CAO

NĂM HỌC: 2021-2022

Môn: Toán 7

Bài 1: Tính

a. Thực hiện phép tính: $A = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^7 \cdot 5^7 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512}$.

b. Cho $\frac{x+16}{9} = \frac{y-25}{16} = \frac{z+9}{25}$ và $2x^3 - 5 = 11$. Tính $B = x - y + z + 2021$.

c. Cho biểu thức $M = \frac{x}{x+y+z} + \frac{y}{x+y+t} + \frac{z}{y+z+t} + \frac{t}{x+z+t}$ với x, y, z, t là các số tự nhiên khác 0. Chứng minh $M^{10} < 1025$.

Lời giải

a. Ta có:

$$A = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^7 \cdot 5^7 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512} = \frac{2^7 \cdot 5^7 + \frac{9^3}{4^3} : \frac{3^3}{16^3}}{2^7 \cdot 5^2 + 2^9}$$

$$A = \frac{2^7 + \frac{3^6 \cdot 2^{12}}{2^6 \cdot 3^3}}{2^7 \cdot (5^2 + 2^2)} = \frac{2^7 + 3^3 \cdot 2^6}{2^7 \cdot (25 + 4)} = \frac{2^6 \cdot (2 + 3^3)}{2^7 \cdot 29} = \frac{2^6 \cdot 29}{2^7 \cdot 29} = \frac{1}{2}$$

b. Ta có: $2x^3 - 5 = 11 \Rightarrow 2x^3 = 16 \Rightarrow x^3 = 8 \Rightarrow x = 2$. Khi đó: $\frac{x+16}{9} = \frac{2+16}{9} = \frac{18}{9} = 2$.

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x+16}{9} = \frac{y-25}{16} = \frac{z+9}{25} = \frac{x+16-y+25+z+9}{9-16+25}$$

$$\Rightarrow \frac{x-y+z+50}{18} = 2 \Rightarrow x-y+z+50 = 36 \Rightarrow x-y+z = -14 \Rightarrow x-y+z+2021 = 2007.$$

Vậy $x-y+z+2021 = 2007$.

c. Với x, y, z, t là các số tự nhiên. Ta có:

• $\frac{x}{x+y+z} < \frac{x}{x+y}$ và $\frac{y}{x+y+t} < \frac{y}{x+y} \Rightarrow \frac{x}{x+y+z} + \frac{y}{x+y+t} < \frac{x}{x+y} + \frac{y}{x+y} = \frac{x+y}{x+y} = 1$
(1).

• $\frac{z}{y+z+t} < \frac{z}{z+t}$ và $\frac{t}{x+z+t} < \frac{t}{z+t} \Rightarrow \frac{z}{y+z+t} + \frac{t}{x+z+t} < \frac{z}{z+t} + \frac{t}{z+t} = \frac{z+t}{z+t} = 1$
(2).

Từ (1) và (2) suy ra $M = \frac{x}{x+y+z} + \frac{y}{x+y+t} + \frac{z}{y+z+t} + \frac{t}{x+z+t} < 1+1 = 2$

$$\Rightarrow M^{10} < 2^{10} \Rightarrow M^{10} < 1024, \text{ mà } 1024 < 1025. \text{ Vậy } M^{10} < 1025.$$

Bài 2:

a. Tìm x , biết: $\frac{2}{2.3} + \frac{2}{3.4} + \frac{2}{4.5} + \dots + \frac{2}{x(x+1)} = \frac{2013}{2015}$.

b. Cho $x, y, z \neq 0$ và $x - y - z = 0$. Tính giá trị biểu thức $P = \left(1 - \frac{z}{x}\right) \left(1 - \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right)$.

c. Tìm số tự nhiên n để phân số $\frac{7n-8}{2n-3}$ có giá trị lớn nhất.

Lời giải

a. Ta có $\frac{2}{2.3} + \frac{2}{3.4} + \frac{2}{4.5} + \dots + \frac{2}{x(x+1)} = \frac{2013}{2015}$

$$\Rightarrow 2 \cdot \left(\frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{x(x+1)} \right) = \frac{2013}{2015}$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) = \frac{2013}{2015}$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{x+1} \right) = \frac{2013}{2015} \Rightarrow 1 - \frac{2}{x+1} = \frac{2013}{2015}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{x+1} = 1 - \frac{2013}{2015} \Rightarrow \frac{2}{x+1} = \frac{2}{2015}$$

$$\Rightarrow x+1 = 2015 \Rightarrow x = 2014.$$

Vậy $x = 2014$.

b. Với $x, y, z \neq 0$. Ta có: $P = \left(1 - \frac{z}{x}\right) \left(1 - \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right) = \frac{x-z}{x} \cdot \frac{y-x}{y} \cdot \frac{z+y}{z}$.

$$\text{Mà } x - y - z = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - z = y \\ y - x = -z \\ z + y = x \end{cases} \Rightarrow P = \frac{y}{x} \cdot \frac{-z}{y} \cdot \frac{x}{z} = \frac{-xyz}{xyz} = -1.$$

Vậy $P = -1$.

c. Gọi $C = \frac{7n-8}{2n-3}$. Ta có: $2C = \frac{14n-16}{2n-3} = \frac{(14n-21)+5}{2n-3} = \frac{7(2n-3)+5}{2n-3} = 7 + \frac{5}{2n-3}$.

Do đó: C lớn nhất $\Leftrightarrow 2C$ lớn nhất $\Leftrightarrow \frac{5}{2n-3}$ lớn nhất $\Leftrightarrow 2n-3$ là số dương nhỏ nhất.

Mà n là số tự nhiên $\Rightarrow 2n-3$ là số tự nhiên nhỏ nhất $\Rightarrow 2n-3=1 \Rightarrow 2n=4 \Rightarrow n=2$.

Vậy với $n=2$ thì phân số $\frac{7n-8}{2n-3}$ có giá trị lớn nhất.

Bài 3:

a. Tìm một số chính phương có 4 chữ số biết rằng 2 chữ số đầu giống nhau, 2 chữ số cuối giống nhau.

b. Tìm các số nguyên dương n và các số nguyên tố p sao cho $p = \frac{n(n+1)}{2} - 1$.

Lời giải

a. Gọi số chính phương phải tìm là $k^2 = \overline{aabb}$ ($k \in \mathbb{N}^*$; $a, b \in \mathbb{N}$; $0 < a \leq 9$; $b \leq 9$).

Ta có: $k^2 = 1000a + 100a + 10b + b = 1100a + 11b = 11 \cdot (100a + b)$.

$\Rightarrow 100a + b$ chia hết cho 11 $\Rightarrow 99a + (a + b)$ chia hết cho 11 $\Rightarrow a + b$ chia hết cho 11.

Mà $1 \leq a + b \leq 18 \Rightarrow a + b = 11 \Rightarrow k^2 = 11(99a + 11) = 11^2 \cdot (9a + 1)$

$\Rightarrow 9a + 1$ là số chính phương $\Rightarrow a = 7 \Rightarrow b = 4$.

Vậy số tự nhiên phải tìm là 7744.

b. Ta có:

$$p = \frac{n(n+1)}{2} - 1 = \frac{n^2 + n - 2}{2} = \frac{(n^2 - n) + (2n - 2)}{2} = \frac{n(n-1) + 2(n-1)}{2} = \frac{(n-1)(n+2)}{2}.$$

Với n là số tự nhiên thì $n-1$ và $n+2$ không cùng tính chẵn, lẻ $\Rightarrow n-1$ hoặc $n+2$ chia hết cho 2.

• Trường hợp 1: $n-1$ chia hết cho 2 $\Rightarrow n-1 = 2x$ ($x \in \mathbb{N}^*$) $\Rightarrow n = 2x + 1$

$\Rightarrow n+2 = 2x+3 \Rightarrow p = x(2x+3)$, mà p là số nguyên tố và $x < 2x+3 \Rightarrow x = 1$

$$\Rightarrow \begin{cases} p = 5 \\ n = 3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

• Trường hợp 2: $n+2$ chia hết cho 2 $\Rightarrow n+2 = 2y$ ($y \in \mathbb{N}^*$) $\Rightarrow n = 2y - 2$

$\Rightarrow n-1 = 2y-3 \Rightarrow p = y(2y-3)$, mà p là số nguyên tố $\Rightarrow y = 1$ hoặc $2y-3 = 1$.

+ Nếu $y = 1 \Rightarrow n = 0$ $n-1 < 0 \Rightarrow p < 0$ (loại).

$$+ \text{ Nếu } 2y-3 = 1 \Rightarrow 2y = 4 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow \begin{cases} p = 2 \\ n = 2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy $(n; p) \in \{(3; 5); (2; 2)\}$.

Bài 4:

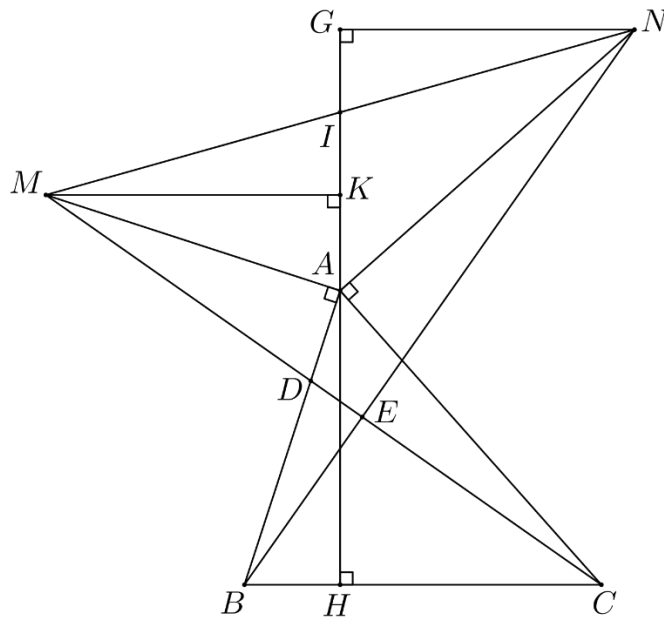
Cho ΔABC có góc A nhỏ hơn 90° . Trên nửa mặt phẳng bờ AB không chứa điểm C vẽ đoạn thẳng AM sao cho $AM \perp AB$ và $AM = AB$. Trên nửa mặt phẳng bờ AC không chứa điểm B vẽ đoạn thẳng AN sao cho AN vuông góc với AC và $AN = AC$.

a. Chứng minh: $\Delta AMC = \Delta ABN$.

b. Chứng minh: $BN \perp CM$.

c. Kẻ $AH \perp BC$ ($H \in BC$). Chứng minh AH đi qua trung điểm của MN .

Lời giải



a. Vì $AM \perp AB$ và $AN \perp AC \Rightarrow \widehat{MAC} = \widehat{BAN}$ (cùng bằng $90^\circ + \widehat{BAC}$).

Xét $\triangle AMC$ và $\triangle ABN$ có: $AM = AB$ (gt); $AN = AC$ (gt); $\widehat{MAC} = \widehat{BAN} \Rightarrow \triangle AMC = \triangle ABN$ (cạnh-góc-cạnh).

b. Gọi D và E lần lượt là giao điểm của MC với AB và BN .

$\triangle AMC = \triangle ABN \Rightarrow \widehat{AMC} = \widehat{ABN}$ hay $\widehat{AMD} = \widehat{EBD}$, mà $\widehat{ADM} = \widehat{EDB}$ (đối đỉnh)
 $\Rightarrow \widehat{AMD} + \widehat{ADM} = \widehat{EBD} + \widehat{EDB}$.

$\triangle ADM$ vuông tại $A \Rightarrow \widehat{AMD} + \widehat{ADM} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{EBD} + \widehat{EDB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{DEB} = 90^\circ$.
 Vậy $BN \perp CM$.

c. Kẻ $MK \perp AH$ tại K ; $NG \perp AH$ tại G . Gọi I là giao điểm của MN và AH .

$\triangle AKM$ vuông tại $K \Rightarrow \widehat{AMK} + \widehat{MAK} = 90^\circ$.

$\widehat{MAB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BAH} + \widehat{MAK} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AMK} = \widehat{BAH}$.

Xét $\triangle AMK$ vuông tại K và $\triangle BAH$ vuông tại H có: $AM = AB$ (gt); $\widehat{AMK} = \widehat{BAH} \Rightarrow \triangle AMK = \triangle BAH$ (cạnh huyền-góc nhọn) $\Rightarrow MK = AH$ (3).

Chứng minh tương tự: $\triangle ANG = \triangle CAH \Rightarrow NG = AH$ (4).

Từ (3) và (4) $\Rightarrow MK = NG$.

Do $MK \perp AH$; $NG \perp AH \Rightarrow MK \parallel NG \Rightarrow \widehat{IMK} = \widehat{ING}$ (so le trong).

Xét $\triangle IMK$ vuông tại K và $\triangle ING$ vuông tại G có: $MK = NG$; $\widehat{IMK} = \widehat{ING} \Rightarrow \triangle IMK = \triangle ING$ (cạnh góc vuông - góc nhọn kề) $\Rightarrow IM = IN$.

Vậy AH đi qua trung điểm của MN .

Bài 5:

Cho các số thực dương a và b thỏa mãn $a^{100} + b^{100} = a^{101} + b^{101} = a^{102} + b^{102}$. Hãy tính giá trị của biểu thức $P = a^{2014} + b^{2015}$.

Lời giải

Ta có: $a^{100} + b^{100} = a^{101} + b^{101} \Rightarrow a^{100} - a^{101} = b^{101} - b^{100} \Rightarrow a^{100}(1-a) = b^{100}(b-1)$ (5).

Lại có: $a^{101} + b^{101} = a^{102} + b^{102} \Rightarrow a^{101} - a^{102} = b^{102} - b^{101} \Rightarrow a^{101}(1-a) = b^{101}(b-1)$ (6).

$$\begin{aligned} \text{Từ (5) và (6)} &\Rightarrow a^{101}(1-a) = a \cdot a^{100}(1-a) = ab^{100}(b-1) \Rightarrow ab^{100}(b-1) = b^{101}(b-1) \\ &\Rightarrow ab^{100}(b-1) - b^{101}(b-1) = 0 \Rightarrow b^{100}(b-1)(a-b) = 0. \end{aligned}$$

$$\text{Mà } b \text{ là các số thực dương} \Rightarrow \begin{cases} b-1=0 \\ a-b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=1 \\ a=b \end{cases}.$$

- Trường hợp 1: Nếu $b=1 \Rightarrow b-1=0 \Rightarrow a^{100}(1-a)=0 \Rightarrow 1-a=0$ (vì $a > 0$) $\Rightarrow a=1$.
 - Trường hợp 2: Nếu $a=b \Rightarrow 2a^{100} = 2a^{101} \Rightarrow a^{100} = a^{101} \Rightarrow a=1$ (vì $a > 0$)
- Do đó: $a=b=1$. Vậy $P=1+1=2$.

===== **HẾT** =====

PHÒNG GD -ĐT KIẾN XƯƠNG
ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi này gồm 01 trang)

KỶ THI CHỌN LỚP CHẤT LƯỢNG CAO
NĂM HỌC: 2021-2022
Môn: Toán 7
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (4,0 điểm)

1. Thực hiện phép tính bằng cách hợp lý

a. $A = \frac{16^3 \cdot 3^{10} + 120 \cdot 6^9}{4^6 \cdot 3^{12} + 6^{12}}$

b. $B = \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5}\right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5}\right) : \frac{2}{3}$

2. Tính giá trị biểu thức $C = x^{14} - 10x^{13} + 10x^{12} - 10x^{11} + \dots + 10x^2 - 10x + 10$ khi $x = 9$

Bài 2: (4,0 điểm)

1. Tìm các số x, y, z thỏa mãn: $|2x - 3y| + (4y - 5z)^2 = 0$ và $x + y + z = 33$

2. Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx - 2$. Xác định hệ số a, b biết đa thức $f(x)$ nhận $x = -$ và $x = 2$ làm nghiệm.

Bài 3: (5,0 điểm)

1. Tìm số nguyên x , để biểu thức $A = \frac{2x-5}{x-1}$ nhận giá trị là số nguyên

2. Tìm x , biết:

a) $1\frac{1}{2} \cdot \left|x - \frac{1}{2}\right| + \frac{3}{4} = \left|-1,6 + \frac{3}{5}\right|$

b) $(x-3)^n - (x-3)^{n+2} = 0$ (với n là số tự nhiên)

Bài 4: (5,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Gọi M là trung điểm của BC , điểm thuộc đoạn BM (D khác B và M). Kẻ các đường thẳng BH, CI lần lượt vuông với đường thẳng AD tại H và I .

Chứng minh rằng:

a. $BH = AI$.

b. $\widehat{BAM} = \widehat{ACM}$

c. Tam giác MHI vuông cân

Bài 5: (1,0 điểm) Cho $S_n = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2-1}{n^2}$ (với $n \in \mathbb{N}$ và $n > 1$)

Chứng minh rằng S_n không là số nguyên.

===== **HẾT** =====

(Đề thi có 01 trang)

HƯỚNG DẪN CHẤM
KỶ THI CHỌN LỚP CHẤT LƯỢNG CAO

NĂM HỌC: 2021-2022

Môn: Toán 7

Bài 1: (4,0 điểm)

1. Thực hiện phép tính bằng cách hợp lý

a. $A = \frac{16^3 \cdot 3^{10} + 120 \cdot 6^9}{4^6 \cdot 3^{12} + 6^{12}}$

b. $B = \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5}\right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5}\right) : \frac{2}{3}$

2. Tính giá trị biểu thức $C = x^{14} - 10x^{13} + 10x^{12} - 10x^{11} + \dots + 10x^2 - 10x + 10$ khi $x = 9$

Lời giải

1.

$$\begin{aligned} A &= \frac{16^3 \cdot 3^{10} + 120 \cdot 6^9}{4^6 \cdot 3^{12} + 6^{12}} \\ &= \frac{(2^4)^3 \cdot 3^{10} + 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (2 \cdot 3)^9}{(2^2)^6 \cdot 3^{12} + (2 \cdot 3)^{12}} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} + 2^{12} \cdot 3^{12}} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^{10} (1+5)}{2^{12} \cdot 3^{12} \cdot 2} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 6}{2^{12} \cdot 3^{12} \cdot 2} = \frac{2^{12} \cdot 3^{11} \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^{12} \cdot 2} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5}\right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5}\right) : \frac{2}{3} \\ &= \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5} + \frac{-3}{7} + \frac{3}{5}\right) : \frac{2}{3} \\ &= \left[\left(\frac{-4}{7} + \frac{-3}{7}\right) + \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5}\right)\right] : \frac{2}{3} = 0 : \frac{2}{3} = 0 \end{aligned}$$

2. $C = x^{14} - 10x^{13} + 10x^{12} - 10x^{11} + \dots + 10x^2 - 10x + 10$ khi $x = 9$

Với $x = 9$ thì $10 = x + 1$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } C &= x^{14} - (x+1)x^{13} + (x+1)x^{12} - (x+1)x^{11} + \dots + (x+1)x^2 - (x+1)x + (x+1) \\ &= x^{14} - x^{14} - x^{13} + x^{13} + x^{12} - x^{12} - x^{11} + \dots + x^3 + x^2 - x^2 - x + x + 1 = 1 \end{aligned}$$

Vậy $C = 1$ khi $x = 9$

Bài 2: (4,0 điểm)

1. Tìm các số x, y, z thỏa mãn: $|2x - 3y| + (4y - 5z)^2 = 0$ và $x + y + z = 33$

2. Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx - 2$. Xác định hệ số a, b biết đa thức $f(x)$ nhận $x = -1$ và $x = 2$ làm nghiệm.

Lời giải

1. Lập luận được từ giả thiết suy ra $2x = 3y$ và $4y = 5z$

$$\text{Do: } 2x = 3y. \text{ Suy ra } \frac{x}{3} = \frac{y}{2} \text{ hay } \frac{x}{15} = \frac{y}{10}$$

$$4y = 5z. \text{ Suy ra } \frac{y}{5} = \frac{z}{4} \text{ hay } \frac{y}{10} = \frac{z}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{10} = \frac{z}{8} = \frac{x+y+z}{15+10+8} = \frac{33}{33} = 1$$

Từ đó học sinh tính được : $x = 15; y = 10; z = 8$

2. Đa thức $f(x) = ax^2 + bx - 2$ nhận $x = -1$ làm nghiệm

$$\Rightarrow f(-1) = 0 \Rightarrow a - b - 2 = 0 \text{ hay } a = b + 2$$

Đa thức $f(x) = ax^2 + bx - 2$ nhận $x = 2$ làm nghiệm.

$$\Rightarrow f(2) = 0 \Rightarrow 4a + 2b - 2 = 0$$

$$\Rightarrow 4(b + 2) + 2b - 2 = 0 \Rightarrow b = -1$$

$$\Rightarrow a = 1. \text{ Vậy } a = 1; b = -1$$

Bài 3: (5,0 điểm)

1. Tìm số nguyên x , để biểu thức $A = \frac{2x-5}{x-1}$ nhận giá trị là số nguyên

2. Tìm x , biết:

$$\text{a) } 1\frac{1}{2} \cdot \left| x - \frac{1}{2} \right| + \frac{3}{4} = \left| -1,6 + \frac{3}{5} \right|$$

$$\text{b) } (x-3)^n - (x-3)^{n+2} = 0 \text{ (với } n \text{ là số tự nhiên)}$$

Lời giải

$$1. \text{ Ta có } A = \frac{2x-5}{x-1} = \frac{2(x-1)}{x-1} = 2 - \frac{3}{x-1} \text{ (với } x \neq 1)$$

Do $2 \in \mathbb{Z}$ nên để A nhận giá trị nguyên thì $\frac{3}{x-1}$ nhận giá trị nguyên

Lại do $x \in \mathbb{Z}$ nên $\frac{3}{x-1}$ nhận giá trị nguyên khi $3:(x-1)$

Hay $(x-1)$ là $U(3) = \{-3; -1; 1; 3\}$

Nếu không lập luận $x \in \mathbb{Z}$ trừ 0,25

Suy ra $x \in \{-2; 0; 2; 4\}$ thỏa mãn $x \in \mathbb{Z}$

Vậy $x \in \{-2; 0; 2; 4\}$

$$2. \text{ a) } 1\frac{1}{2} \cdot \left| x - \frac{1}{2} \right| + \frac{3}{4} = \left| -1,6 + \frac{3}{5} \right| \Rightarrow \frac{3}{2} \cdot \left| x - \frac{1}{2} \right| + \frac{3}{4} = \left| -\frac{8}{5} + \frac{3}{5} \right|$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} \cdot \left| x - \frac{1}{2} \right| + \frac{3}{4} = 1$$

$$\frac{3}{2} \cdot \left| x - \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{4} \Rightarrow \left| x - \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \Rightarrow \left| x - \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{3} \text{ hoặc } x = \frac{1}{3}.$$

Vậy $x = \frac{2}{3}$; $x = \frac{1}{3}$

b) $(x-3)^n - (x-3)^{n+2} = 0 \Leftrightarrow (x-3)^n [1 - (x-3)^2] = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)^n = 0 \\ 1 - (x-3)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 = 0 \\ x-3 = 1 \\ x-3 = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 4 \\ x = 2 \end{cases}$$

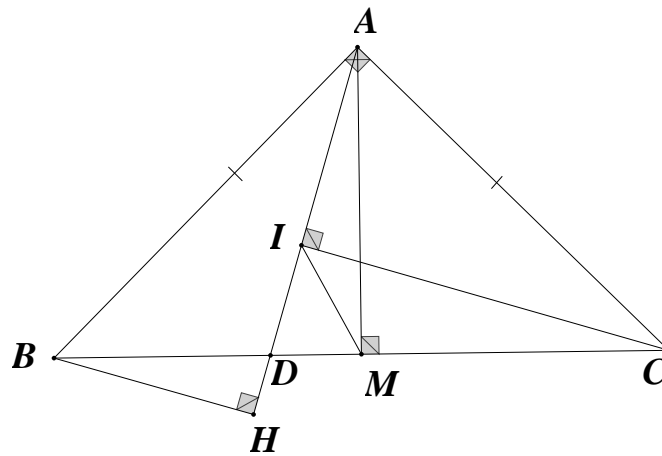
Bài 4: (5,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Gọi M là trung điểm của BC , điểm thuộc đoạn BM (D khác B và M). Kẻ các đường thẳng BH, CI lần lượt vuông với đường thẳng AD tại H và I .

Chứng minh rằng:

- $BH = AI$.
- $\widehat{BAM} = \widehat{ACM}$
- Tam giác MHI vuông cân

Lời giải



- Chứng minh: $BH = AI$
 + Chỉ ra $\widehat{BAH} = \widehat{ACI}$ (cùng phụ \widehat{DAC})
 + Chứng minh được $\triangle ACI = \triangle BHA$ (cạnh huyền – góc nhọn)
 $\Rightarrow BH = AI$ (2 cạnh tương ứng)
- Chứng minh $\widehat{BAM} = \widehat{ACM}$
 Chứng minh được: $\triangle ABM = \triangle ACM$ (c.c.c)
 Lập luận được: $\widehat{BAM} = \widehat{CAM} = 45^\circ$
 Tính ra được $\widehat{ACM} = 45^\circ$
 $\Rightarrow \widehat{BAM} = \widehat{ACM}$
- Tam giác MHI vuông cân
 Chứng minh được $AM \perp BC$

Chứng minh được $AM = MC$

Chứng minh được $\widehat{HAM} = \widehat{ICM}$

Chứng minh được $\triangle HAM = \triangle ICM$ (c.g.c) $\Rightarrow HM = MI$ (*)

Do $\triangle HAM = \triangle ICM \Rightarrow \widehat{HAM} = \widehat{ICM} \Rightarrow \widehat{HMB} = \widehat{IMA}$ (do $\widehat{AMB} = \widehat{AMC} = 90^\circ$)

Lập luận được: $\widehat{HMI} = 90^\circ$ (**)

Từ (*) và (**) $\Rightarrow \triangle MHI$ vuông cân

Bài 5: (1,0 điểm) Cho $S_n = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2}$ (với $n \in \mathbb{N}$ và $n > 1$)

Chứng minh rằng S_n không là số nguyên.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Có } S_n &= 1 - \frac{1}{2^2} + 1 - \frac{1}{3^2} + \dots + 1 - \frac{1}{n^2} \\ &= (n-1) - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right) \end{aligned}$$

$$\text{Đặt } A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$$

Do $A > 0$ nên $S_n < n - 1$

$$\text{Mặt khác } A < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{(n-1).n} = 1 - \frac{1}{n}$$

$$\Rightarrow S_n > (n-1) - \left(1 - \frac{1}{n} \right) = n - 2 + \frac{1}{n} > n - 2 \quad \left(\text{do } \frac{1}{n} > 0 \right)$$

$\Rightarrow n - 2 < S_n < n - 1$ nên S_n không là số nguyên

===== **HẾT** =====

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN YÊN BÌNH**

**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
Năm học 2022 – 2023**

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm: 01 trang)

Môn thi: **Toán 7**

Thời gian: **150 phút** (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: **28/11/2022**

Câu 1: (4,5 điểm) Tính giá trị các biểu thức:

a) $A = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$

b) $B = \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11}}{\frac{4}{9} - \frac{4}{7} - \frac{4}{11}} + \frac{0,6 - \frac{3}{25} - \frac{3}{125} - \frac{3}{625}}{\frac{4}{5} - 0,16 - \frac{4}{125} - \frac{4}{625}}$

c) $C = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{400}\right)$

Câu 2: (6,0 điểm)

Tìm x biết:

a) $(x-1)^3 = 125$

c) $2^{x+2} - 2^x = 96$

b) $(2x-15)^5 = (2x-15)^3$

d) $x + 2x + 3x + \dots + 2022x = 2022 \cdot 2023$

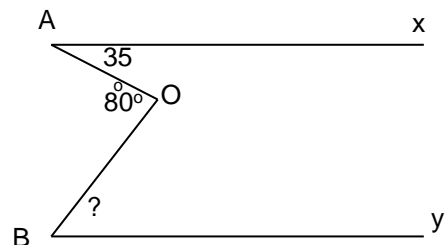
Câu 3: (3,5 điểm)

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = |x-2| + |x-6| + 5$

b) Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3. Biết p + 2 cũng là số nguyên tố. Chứng tỏ rằng p + 1 chia hết cho 6.

Câu 4: (3,0 điểm)

Trong hình bên, cho Ax // By; Biết $\hat{A} = 35^\circ$ và $\hat{O} = 80^\circ$. Tính góc B.



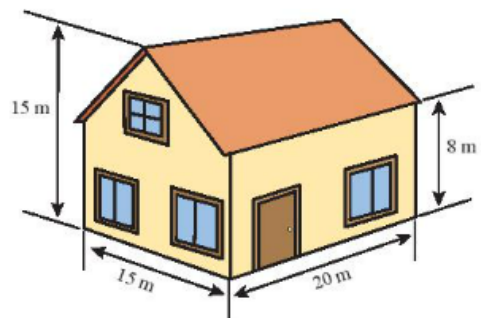
Câu 5: (3,0 điểm)

Một ngôi nhà có các kích thước như hình vẽ.

a) Tính thể tích phần không gian được giới hạn bởi ngôi nhà.

b) Hỏi phải dùng bao nhiêu lít sơn để sơn phủ được mặt ngoài ngôi nhà? Biết rằng 1 lít sơn bao phủ được 8 m^2 tường (không sơn cửa) và tổng diện tích các cửa là 25 m^2 .

-----Hết-----



- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

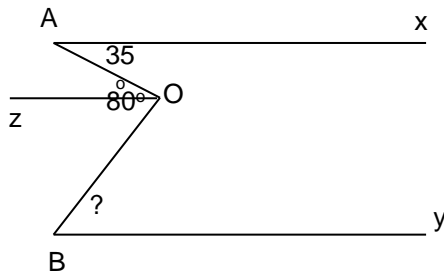
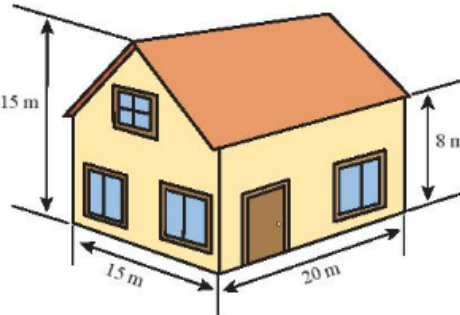
Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ ký giám thị số 1: Chữ ký giám thị số 2:

**PHÒNG GD&ĐT
HUYỆN YÊN BÌNH**

**HƯỚNG DẪN CHẤM THI HỌC SINH GIỎI
Môn: Toán - lớp 7 Năm học 2022-2023**

Câu	Hướng dẫn	Điểm
1 (4,5)	a) Ta có: $A = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2^{10} \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 (1-3)}{2^{10} \cdot 3^8 (1+5)} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$	1,5
	b) Ta có: $B = \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{4} - \frac{1}{11}}{\frac{9}{4} - \frac{7}{4} - \frac{11}{4}} + \frac{0,6 - \frac{3}{25} - \frac{3}{125} - \frac{3}{625}}{\frac{4}{5} - 0,16 - \frac{4}{125} - \frac{4}{625}} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$	1,5
	c) $C = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{400}\right)$ $= \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \dots \frac{399}{400} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 2} \cdot \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 3} \cdot \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 4} \dots \frac{19 \cdot 21}{20 \cdot 20} = \frac{(1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 19)(3 \cdot 4 \cdot 5 \dots 21)}{(2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 20)(2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \dots 20)}$ $= \frac{21}{20 \cdot 2} = \frac{21}{40}$	1,5
2 (6,0)	a) $(x-1)^3 = 125 \Rightarrow (x-1)^3 = 5^3 \Rightarrow x-1 = 5 \Rightarrow x = 6$	1,5
	b) $(2x-15)^5 = (2x-15)^3 \Rightarrow (2x-15)^3 \cdot [(2x-15)^2 - 1] = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} (2x-15)^3 = 0 \\ (2x-15)^2 - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-15 = 0 \\ 2x-15 = \pm 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{15}{2} \\ x = 8 \\ x = 7 \end{cases}$	1,5
	c) $2^{x+2} - 2^x = 96 \Rightarrow 2^x(2^2 - 1) = 96 \Rightarrow 2^x = 32 \Rightarrow 2^x = 2^5 \Rightarrow x = 5$	1,5
	d) $x + 2x + 3x + \dots + 2022x = 2022 \cdot 2023$ $\Rightarrow x \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 2022) = 2022 \cdot 2023$ $\Rightarrow x \cdot \frac{(1 + 2022) \cdot 2022}{2} = 2022 \cdot 2023$ $\Rightarrow x \cdot \frac{2023 \cdot 2022}{2} = 2022 \cdot 2023$ $\Rightarrow x = 2$	1,5
3 (3,5)	a) Ta có: $A = x-2 + x-6 + 5 = x-2 + -x+6 + 5 \geq x-2-x+6 + 5 = 4 + 5 = 9$ Dấu "=" xảy ra khi $(x-2) \cdot (-x+6) \geq 0 \Rightarrow 2 \leq x \leq 6$ Vậy giá trị nhỏ nhất của A là 9 đạt được khi $2 \leq x \leq 6$	0,5
		0,5

Câu	Hướng dẫn	Điểm	
		0,5	
	<p>b) Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p lẻ, do đó $p + 1$ chẵn $\Rightarrow (p + 1) \div 2$ (1)</p> <p>Cũng do p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên $p = 3k + 1$ hoặc $p = 3k + 2$ $(k \in \mathbb{N})$</p> <p>Nếu $p = 3k + 1$ thì $p + 2 = 3k + 3 = 3(k + 1) \div 3$ $\Rightarrow p + 2$ không là số nguyên tố nên $p = 3k + 1$ không xảy ra.</p> <p>Do đó $p = 3k + 2 \Rightarrow p + 1 = 3k + 3 = 3(k + 1) \div 3$ (2)</p> <p>Vì $(2;3) = 1$ nên từ (1) và (2) ta có $(p + 1) \div 6$</p>	0,5 0,5 0,5 0,5	
4 (3,0)	<p>Qua O kẻ $Oz \parallel Ax$</p> <p>Vì $Oz \parallel Ax$ nên $\widehat{A} = \widehat{AOz} = 35^\circ$ (2 góc so le trong).</p> <p>Mà $\widehat{AOz} + \widehat{BOz} = \widehat{AOB}$ $\Rightarrow 35^\circ + \widehat{BOz} = 80^\circ \Rightarrow \widehat{BOz} = 45^\circ$</p> <p>Do $Oz \parallel Ax$ mà $Ax \parallel By$ nên $Oz \parallel By$ $\Rightarrow \widehat{B} = \widehat{BOz} = 45^\circ$ (2 góc so le trong)</p>		1,0 0,5 0,5 1,0
5 (3,0)	 <p>a) $S_d = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 15 + 8 \cdot 15 = 172,5m^2$ $V = 172,5 \cdot 20 = 3450m^3$</p> <p>b) $S_{xq} = 2S_1 + S_2 = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 15 + 2(15 + 20) \cdot 8 = 665m^2$</p> <p>Diện tích tường phải sơn: $665 - 25 = 640 m^2$ Số lít sơn cần mua: $640 : 8 = 80$ lít</p>	1,0 0,5 0,5 0,5 0,5	

Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa của câu hỏi đó.

UBND THỊ XÃ HOÀI NHƠN
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
KỲ THI HỌC SINH GIỎI CẤP THỊ XÃ
NĂM HỌC 2021-2022
MÔN TOÁN 7

Thời gian làm bài 150 phút

Bài 1. (2,0 điểm)

Không dùng máy tính bỏ túi hãy so sánh .

a) $A = \sqrt{225} - \frac{1}{\sqrt{5}} - 1; B = \sqrt{196} - \frac{1}{\sqrt{6}}$

b) $\sqrt{26} + \sqrt{17}$ với 9

Bài 2. (4,0 điểm)

a) Cho $\frac{3x-2y}{4} = \frac{2z-4x}{3} = \frac{4y-3z}{2}$. Chứng minh rằng $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$

b) Chứng minh phân số $A = \frac{m^3 + 3m^2 + 2m + 5}{m(m+1)(m+2) + 6}$ biểu diễn được dưới dạng thập

phân vô hạn tuần hoàn với m là số nguyên.

Bài 3. (4,0 điểm)

a) Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Chứng minh rằng $f(-2)f(3) \leq 0$. Biết $13a + b + 2c = 0$

b) Cho biết $a, b \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{a^2 + b^2}{ab}$ biết A có giá trị nguyên

Bài 4. (4,0 điểm)

a) Cho $x, y, z \neq 0$ và $x - y - z = 0$. Tính giá trị biểu thức $B = \left(1 - \frac{z}{x}\right) \left(1 - \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right)$

b) Tính giá trị của đa thức $M = 4x^4 + 7x^2y^2 + 3y^4 + 5y^2$ với $x^2 + y^2 = 5$

Bài 5. (3,0 điểm)

Tam giác ABC có đường cao AH , trung tuyến AM chia góc A thành ba phần bằng nhau. Chứng minh tam giác ABC vuông tại A và tam giác ABM đều.

Bài 6. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại B có $BE \perp AC$ tại E . Tính các góc nhọn của tam giác ABC biết rằng $EC - EA = AB$.

❧HẾT❧

HƯỚNG DẪN GIẢI
UBND THỊ XÃ HOÀI NHƠN
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
KỶ THI HỌC SINH GIỎI CẤP THỊ XÃ
NĂM HỌC 2021-2022
MÔN TOÁN 7

Thời gian làm bài 150 phút

Bài 1. (2,0 điểm)

Không dùng máy tính bỏ túi hãy so sánh .

a) $A = \sqrt{225} - \frac{1}{\sqrt{5}} - 1; B = \sqrt{196} - \frac{1}{\sqrt{6}}$

b) $\sqrt{26} + \sqrt{17}$ với 9

Lời giải

a) $A = \sqrt{225} - \frac{1}{\sqrt{5}} - 1 = 15 - \frac{1}{\sqrt{5}} - 1 = 14 - \frac{1}{\sqrt{5}}$

và $B = \sqrt{196} - \frac{1}{\sqrt{6}} = 14 - \frac{1}{\sqrt{6}}$

Ta có $5 < 6 \Rightarrow \sqrt{5} < \sqrt{6} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{5}} > \frac{1}{\sqrt{6}} \Rightarrow 14 - \frac{1}{\sqrt{5}} < 14 - \frac{1}{\sqrt{6}} \Rightarrow A < B$

b) Ta có: $\sqrt{26} > \sqrt{25} \Rightarrow \sqrt{26} > 5$

Và $\sqrt{17} > \sqrt{16} \Rightarrow \sqrt{17} > 4$

Khi đó: $\sqrt{26} + \sqrt{17} > 5 + 4 \Rightarrow \sqrt{26} + \sqrt{17} > 9$

Bài 2. (4,0 điểm)

a) Cho $\frac{3x-2y}{4} = \frac{2z-4x}{3} = \frac{4y-3z}{2}$. Chứng minh rằng $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$

b) Chứng minh phân số $A = \frac{m^3 + 3m^2 + 2m + 5}{m(m+1)(m+2) + 6}$ biểu diễn được dưới dạng thập

phân vô hạn tuần hoàn với m là số nguyên

Lời giải

a) Ta có $\frac{3x-2y}{4} = \frac{2z-4x}{3} = \frac{4y-3z}{2} = \frac{4(3x-2y)}{16} = \frac{3(2z-4x)}{9} = \frac{2(4y-3z)}{4}$
 $= \frac{12x-8y}{16} = \frac{6z-12x}{9} = \frac{8y-6z}{4}$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{12x-8y}{16} = \frac{6z-12x}{9} = \frac{8y-6z}{4} = \frac{12x-8y+6z-12x+8y-6z}{16+9+4} = 0$$

Khi đó: $\frac{3x-2y}{4} = 0 \Rightarrow 3x-2y=0 \Rightarrow 3x=2y \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ (1)

và $\frac{2z-4x}{3} = 0 \Rightarrow 2z=4x \Rightarrow \frac{z}{4} = \frac{x}{2}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$

b) Ta có: $A = \frac{m^3 + 3m^2 + 2m + 5}{m(m+1)(m+2)+6} = \frac{m(m^2 + 3m + 2) + 5}{m(m+1)(m+2)+6} = \frac{m(m^2 + 2m + m + 2) + 5}{m(m+1)(m+2)+6}$
 $= \frac{m[(m^2 + 2m) + (m + 2)] + 5}{m(m+1)(m+2)+6} = \frac{m[m(m+2) + (m+2)] + 5}{m(m+1)(m+2)+6} = \frac{m(m+1)(m+2) + 5}{m(m+1)(m+2)+6}$

Gọi d là ước chung của $m(m+1)(m+2)+5$ và $m(m+1)(m+2)+6$ ($d \in \mathbb{N}^*$)

$$\Rightarrow m(m+1)(m+2)+6 : d; m(m+1)(m+2)+5 : d$$

$$\Rightarrow [m(m+1)(m+2)+6] - [m(m+1)(m+2)+5] : d \Rightarrow 1 : d \Rightarrow d = 1$$

Do đó $m(m+1)(m+2)+5$ và $m(m+1)(m+2)+6$ nguyên tố cùng nhau nên

$$A = \frac{m^3 + 3m^2 + 2m + 5}{m(m+1)(m+2)+6} \text{ là phân số tối giản}$$

Ta có với $m \in \mathbb{Z}$ ta có $m; m+1; m+2$ là ba số nguyên liên tiếp nên $m(m+1)(m+2) : 3$ mà $6 : 3$

nên $m(m+1)(m+2)+6 : 3$

Phân số A tối giản mà mẫu có chứa ước nguyên tố là 3 khác 2 và 5 nên phân số A viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn

Bài 3. (4,0 điểm)

a) Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Chứng minh rằng $f(-2)f(3) \leq 0$. Biết $13a + b + 2c = 0$

b) Cho biết $a, b \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{a^2 + b^2}{ab}$ biết A có giá trị nguyên

Lời giải:

a) Với $x = -2$, ta có: $f(-2) = 4a - 2b + c$

và $x = 3$, ta có: $f(3) = 9a + 3b + c$

Khi đó: $f(-2) + f(3) = 4a - 2b + c + 9a + 3b + c = 13a + b + 2c$

Mà $13a + b + 2c = 0 \Rightarrow f(-2) + f(3) = 0 \Rightarrow f(-2) = -f(3)$

$$\Rightarrow f(-2) \cdot f(3) = -f(3) \cdot f(3) = -[f(3)]^2 \leq 0 \text{ (đpcm)}$$

b) Ký hiệu $(a; b)$ là ước chung lớn nhất của hai số nguyên dương a, b

Gọi $d = (a; b) \Rightarrow a = md; b = nd$ với $(m; n) = 1$

Khi đó: $a^2 + b^2 = d^2(m^2 + n^2)$ và $ab = d^2mn$

Để A có giá trị nguyên thì $a^2 + b^2 : ab$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$

Suy ra $m^2 + n^2 : mn$

Vì $(m; n) = 1 \Rightarrow m^2 + n^2 : m$ và $m^2 + n^2 : n \Rightarrow n^2 : m; m^2 : n \Rightarrow n : m; m : n$

$\Rightarrow m = n = 1$

Khi đó, giá trị biểu thức $A = \frac{d^2(m^2 + n^2)}{d^2mn} = \frac{2}{1} = 2$

Bài 4. (4,0 điểm)

a) Cho $x, y, z \neq 0$ và $x - y - z = 0$. Tính giá trị biểu thức $B = \left(1 - \frac{z}{x}\right) \left(1 - \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right)$

b) Tính giá trị của đa thức $M = 4x^4 + 7x^2y^2 + 3y^4 + 5y^2$ với $x^2 + y^2 = 5$

Lời giải

a) Ta có: $B = \left(1 - \frac{z}{x}\right) \left(1 - \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right) = \frac{x-z}{x} \cdot \frac{y-x}{y} \cdot \frac{z+y}{z}$

Vì $x - y - z = 0 \Rightarrow x - z = y; y - x = -z; z + y = x$

Khi đó: $B = \frac{y}{x} \cdot \frac{-z}{y} \cdot \frac{x}{z} = -1$ vì $x, y, z \neq 0$

Vậy $B = -1$ với $x, y, z \neq 0$ và $x - y - z = 0$.

b) Ta có $M = 4x^4 + 4x^2y^2 + 3x^2y^2 + 3y^4 + 5y^2$

$$M = 4x^2(x^2 + y^2) + 3y^2(x^2 + y^2) + 5y^2$$

Vì $x^2 + y^2 = 5 \Rightarrow M = 4x^2 \cdot 5 + 3y^2 \cdot 5 + 5y^2 = 20(x^2 + y^2)$

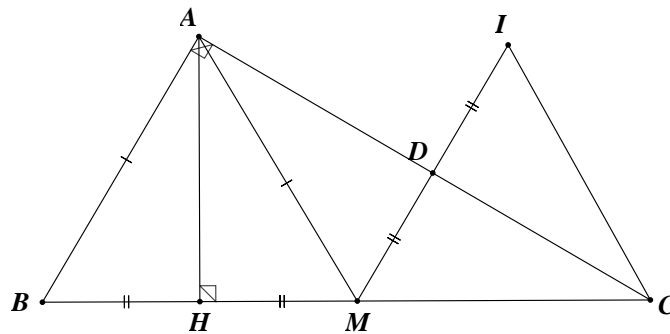
$$\Rightarrow M = 20 \cdot 5 = 100$$

Vậy $M = 100$ với $x^2 + y^2 = 5$

Bài 5. (3,0 điểm)

Tam giác ABC có đường cao AH , trung tuyến AM chia góc A thành ba phần bằng nhau. Chứng minh tam giác ABC vuông tại A và tam giác ABM đều.

Lời giải



• Vì AH chia thành ba phần bằng nhau nên $\widehat{BAH} = \widehat{HAM} = \widehat{MAC}$

Kẻ $MD \perp AC (D \in AC)$

• Xét $\triangle ABH$ và $\triangle AMH$ có:

$$\widehat{BAH} = \widehat{HAM}$$

AH chung

$$\widehat{AHB} = \widehat{AHM} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle ABH = \triangle AMH \text{ (g. c. g)}$$

$$\Rightarrow HB = HM$$

$$\text{Mà } BM = MC \Rightarrow HM = \frac{1}{2}MC$$

$$\bullet \Delta AHM = \Delta ADM \text{ (ch - gn)} \Rightarrow HM = MD \Rightarrow MD = \frac{1}{2}MC$$

$$\bullet \text{Trên tia đối của tia } MC \text{ lấy điểm } I \text{ sao cho } MD = DI \\ \Delta DMC = \Delta DIC \text{ (c. g. c)} \Rightarrow CI = CM \Rightarrow \Delta ICM \text{ cân tại } C \quad (1)$$

$$\text{Lại có } MD = \frac{1}{2}MC; MD = \frac{1}{2}MI \Rightarrow MC = MI \quad (2)$$

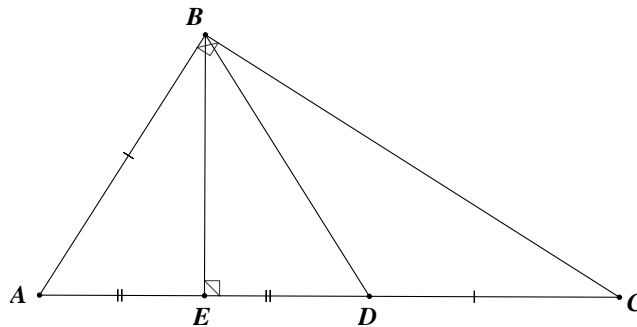
$$\text{Từ (1)(2)} \Rightarrow \Delta MDC \text{ đều} \Rightarrow \widehat{ACB} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = 60^\circ$$

Từ đó suy ra ΔABM đều và ΔABC vuông

Bài 6. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại B có $BE \perp AC$ tại E . Tính các góc nhọn của tam giác ABC biết rằng $EC - EA = AB$

Lời giải



- Trên đoạn thẳng EC lấy điểm D sao cho $AE = ED$

$$\text{Lại có } EC - EA = AB \Rightarrow EC - ED = AB \Rightarrow AB = DC$$

- Xét ΔABE và ΔDBE có:

$$AE = ED$$

$$\widehat{BEA} = \widehat{BED} = 90^\circ$$

BE chung

$$\Rightarrow \Delta ABE = \Delta DBE \text{ (c. g. c)}$$

$$\Rightarrow AB = BD$$

$$\Rightarrow BD = DC (= AB) \Rightarrow \Delta BDC \text{ cân tại } D \Rightarrow \widehat{DBC} = \widehat{C}$$

- Vì \widehat{BDE} là góc ngoài của tam giác $BDC \Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{BDE} = 2\widehat{C}$

- Xét tam giác ABC vuông tại B có $\widehat{BAC} + \widehat{C} = 90^\circ$

$$\text{Mà } \widehat{BAC} = 2\widehat{C} \Rightarrow \widehat{C} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{BAC} = 2.30^\circ = 60^\circ$$

☞ HẾT ☞

UBND THỊ XÃ SƠN TÂY
CỤM CHUYÊN MÔN SỐ 02

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI LỚP 7
Năm học 2022-2023

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút,
không kể thời gian giao đề

Bài 1: (5,0 điểm). 1/ Thực hiện phép tính

$$a/ M = \left(1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}\right)^2 : \frac{1}{36} - 2^6 \cdot 3^3 \cdot \left(1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4}\right)^3$$

$$b/ N = \frac{2^{36} \cdot 3^{12} - 4^{18} \cdot 9^6}{(2^3 \cdot 3)^{12} + 16^9 \cdot 3^{12}} + \frac{7^3 \cdot (-5)^{10} - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + (-5)^9 \cdot (-14)^3}$$

2/ Tìm số hữu tỉ x biết:

$$a/ \left(3 - \left|x - \frac{1}{2}\right|\right) \cdot \left(\frac{8}{15} - \frac{1}{5}\right) + \frac{2}{3} = 1$$

$$b/ \frac{x+1}{2022} + \frac{x+2}{2021} = \frac{x+3}{2020} + \frac{x+4}{2019}$$

Bài 2: (3,0 điểm).

Lớp 7A có 52 học sinh chia làm ba tổ. Nếu tổ một bớt đi 1 học sinh, tổ hai bớt đi 2 học sinh, tổ ba thêm vào 3 học sinh thì số học sinh tổ một, tổ hai, tổ ba tỉ lệ nghịch với 3;4;2. Tìm số học sinh của mỗi tổ.

Bài 3: (4,0 điểm).

a/ Cho ba số x, y, z tỉ lệ với 3, 4, 5.

$$\text{Tính giá trị của biểu thức } P = \frac{2022x + 2023y - 2024z}{2022x - 2023y + 2024z}$$

b/ Tìm hệ số a sao cho đa thức $G(x) = x^4 + x^2 + a$ chia hết cho đa thức $M(x) = x^2 - x + 1$.

Bài 4: (7,0 điểm)

Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Tia phân giác của góc A cắt cạnh BC tại điểm I. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD = AB$.

a/ Chứng minh rằng $BI = ID$.

b/ Tia DI cắt tia AB tại điểm E. Chứng minh rằng $\triangle IBE = \triangle IDC$, Từ đó suy ra $BD \parallel CE$.

c/ Gọi H là trung điểm của EC. Chứng minh ba điểm A, H, I thẳng hàng và $AH \perp BD$.

d/ Cho $\widehat{ABC} = 2\widehat{ACB}$. Chứng minh $AB + BI = AC$.

Bài 5: (1,0 điểm).

$$\text{Cho biết } xyz = 1. \text{ Tính giá trị } A = \frac{x}{xy + x + 1} + \frac{y}{yz + y + 1} + \frac{z}{xz + z + 1}.$$

HẾT

Họ tên học sinh:SBD:.....

Lưu ý: Giáo viên không giải thích gì thêm; học sinh không được dùng máy tính.

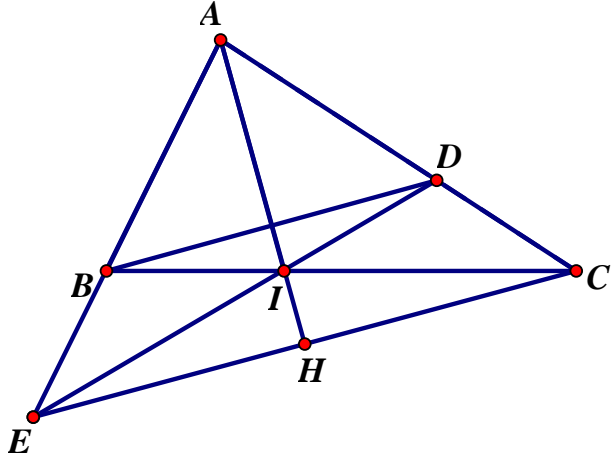
HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ KHẢO SÁT HSG TOÁN 7

NĂM HỌC 2022-2023

Bài	Nội dung	Điểm
1.1a (1,5đ)	$1a/ M = \left(1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}\right)^2 : \frac{1}{36} - 2^6 \cdot 3^3 \cdot \left(1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4}\right)^3$ $= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^2 \cdot 36 - 2^6 \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)^3$ $= \frac{1}{36} \cdot 36 - 2^6 \cdot 3^3 \cdot \frac{1}{3^3 \cdot 4^3}$ $= 1 - 1 = 0$	0,5 0,5 0,5
1.1b (1,5đ)	$1b/ N = \frac{2^{36} \cdot 3^{12} - 4^{18} \cdot 9^6}{(2^3 \cdot 3)^{12} + 16^9 \cdot 3^{12}} + \frac{7^3 \cdot (-5)^{10} - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + (-5)^9 \cdot (-14)^3}$ $= \frac{2^{36} \cdot 3^{12} - 2^{36} \cdot 3^{12}}{(2^3 \cdot 3)^{12} + 16^9 \cdot 3^{12}} + \frac{7^3 \cdot 5^{10} - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3}$ $= 0 + \frac{7^3 \cdot 5^{10} (1 - 7)}{5^9 \cdot 7^3 (1 + 2^3)}$ $= \frac{5 \cdot (-6)}{9} = -\frac{10}{3}$	0,5 0,5 0,5
1.2a (1,0đ)	$a/ \left(3 - \left x - \frac{1}{2}\right \right) \cdot \left(\frac{8}{15} - \frac{1}{5}\right) + \frac{2}{3} = 1$ $\left(3 - \left x - \frac{1}{2}\right \right) \cdot \left(\frac{8}{15} - \frac{3}{15}\right) = 1 - \frac{2}{3}$ $\left(3 - \left x - \frac{1}{2}\right \right) \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ $\left(3 - \left x - \frac{1}{2}\right \right) = \frac{1}{3} : \frac{1}{3}$	0,5

	$3 - \left x - \frac{1}{2} \right = 1$ $\left x - \frac{1}{2} \right = 3 - 1 = 2$ $x - \frac{1}{2} = \pm 2$ $\begin{cases} x - \frac{1}{2} = 2 \\ x - \frac{1}{2} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \\ x = -2 + \frac{1}{2} = \frac{-3}{2} \end{cases}$ <p>Vậy $x \in \left\{ \frac{5}{2}; \frac{-3}{2} \right\}$</p>	0,5
1.2b (1,0đ)	<p>b/ $\frac{x+1}{2022} + \frac{x+2}{2021} = \frac{x+3}{2020} + \frac{x+4}{2019}$</p> $\left(\frac{x+1}{2022} + 1 \right) + \left(\frac{x+2}{2021} + 1 \right) = \left(\frac{x+3}{2020} + 1 \right) + \left(\frac{x+4}{2019} + 1 \right)$ $\frac{x+2023}{2022} + \frac{x+2023}{2021} = \frac{x+2023}{2020} + \frac{x+2023}{2019}$ $(x+2023) \cdot \left(\frac{1}{2022} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2020} - \frac{1}{2019} \right) = 0$ $x+2023 = 0 \text{ (vì } \frac{1}{2022} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2020} - \frac{1}{2019} \neq 0 \text{)}$ $x = -2023$ <p>Vậy $x = -2023$.</p>	0,5 0,5
2 (3,0đ)	<p>Gọi số học sinh tổ 1; tổ 2; tổ 3 lần lượt là a, b, c (học sinh; a, b, c $\in \mathbb{N}^*$; a, b, c < 52)</p> <p>Vì lớp 7A có 52 học sinh được chia làm 3 tổ nên ta có</p> $a + b + c = 52 \quad (1)$ <p>số học sinh tổ 1; tổ 2; tổ 3 sau khi thêm bớt lần lượt là a - 1, b - 2, c + 3 (học sinh)</p> <p>Vì tổ một bớt đi 1 học sinh, tổ hai bớt đi 2 học sinh, tổ ba thêm vào 3 học sinh thì số học sinh tổ một, hai, ba tỉ lệ nghịch với 3;4;2 nên ta có $3(a - 1) = 4(b - 2) = 2(c + 3)$</p> $\Rightarrow \frac{a-1}{4} = \frac{b-2}{3} = \frac{c+3}{6} \quad (2)$	0,5 0,5 0,5

	<p>Từ (1) và (2) áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có</p> $\frac{a-1}{4} = \frac{b-2}{3} = \frac{c+3}{6} = \frac{a+b+c-1-2+3}{4+3+6} = \frac{52}{13} = 4$ $a - 1 = 4.4 = 16 \Rightarrow a = 17$ $b - 2 = 4.3 = 12 \Rightarrow b = 14$ $c + 3 = 4.6 = 24 \Rightarrow c = 21$ <p>Vậy số học sinh tổ 1; tổ 2; tổ 3 của lớp 7A lần lượt là 17; 14; 21 học sinh.</p>	1,0
<p>3a (2,0đ)</p>	<p>Ta có x, y, z tỉ lệ với 3; 4; 5 nên ta có $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = k$</p> $\Rightarrow x = 3k; y = 4k; z = 5k$	0,5
	<p>Thay vào P ta có $P = \frac{2022.3k + 2023.4k - 2024.5k}{2022.3k - 2023.4k + 2024.5k}$</p> $= \frac{6066k + 8092k - 10120k}{6066k - 8092k + 10120k}$	1,0
	$= \frac{4038k}{8094k} = \frac{2019}{4047}$	0,5
<p>3b (2,0đ)</p>	$\begin{array}{r l} x^4 + x^2 + a & x^2 - x + 1 \\ \hline x^4 - x^3 + x^2 & x^2 + x + 1 \\ \hline x^3 & \\ \hline x^3 - x^2 + x & \\ \hline x^2 - x + a & \\ \hline x^2 - x + 1 & \\ \hline a - 1 & \end{array}$	1,0
	<p>đa thức $x^4 + x^2 + a$ chia hết cho đa thức $x^2 - x + 1$</p> $\Leftrightarrow a - 1 = 0$ $a = 1$ <p>Vậy với $a = 1$ thì đa thức $G(x) = x^4 + x^2 + a$ chia hết cho đa thức $M(x) = x^2 - x + 1$.</p>	1,0

<p>4</p> <p>4a (1,5đ)</p>	 <p>a/ Xét $\triangle ABI$ và $\triangle ADI$ có</p> $\left. \begin{array}{l} AB = AD (gt) \\ \widehat{BAI} = \widehat{DAI} (gt) \\ \text{cạnh } AI \text{ chung} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABI = \triangle ADI (c.g.c)$ <p>$\Rightarrow BI = DI$ (hai cạnh tương ứng)</p>	<p>0,5</p> <p>1,0</p>
<p>4b (2,0đ)</p>	<p>*) Ta có $\triangle ABI = \triangle ADI$ (cmt)</p> <p>$\Rightarrow \widehat{ABI} = \widehat{ADI}$ (hai góc tương ứng)</p> <p>Mà $\widehat{ABI} + \widehat{IBE} = \widehat{ADI} + \widehat{IDC} = 180^\circ$ (kề bù)</p> <p>$\Rightarrow \widehat{IBE} = \widehat{IDC}$</p> <p>Xét $\triangle IBE$ và $\triangle IDC$ có</p> $\left. \begin{array}{l} \widehat{IBE} = \widehat{IDC} (cmt) \\ IB = ID (cmt) \\ \widehat{BIE} = \widehat{DIC} (\text{đối đỉnh}) \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle IBE = \triangle IDC (g.c.g)$	<p>0,5</p> <p>0,5</p>
	<p>Ta có $\triangle IBE = \triangle IDC$ (cmt) $\Rightarrow BE = DC$ (hai cạnh tương ứng)</p> <p>Mà $AB = AD \Rightarrow AB + BE = AD + DC$ hay $AE = AC$</p> <p>$\Rightarrow \triangle AEC$ cân tại A $\Rightarrow \widehat{AEC} = \frac{180^\circ - \widehat{BAC}}{2}$</p> <p>Lại có $AB = AD$ (gt) $\Rightarrow \triangle ABD$ cân tại A $\Rightarrow \widehat{ABD} = \frac{180^\circ - \widehat{BAC}}{2}$</p> <p>$\Rightarrow \widehat{AEC} = \widehat{ABD}$. Chúng ở vị trí đồng vị của hai đường thẳng BD và CE $\Rightarrow BD \parallel CE$ (đpcm)</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>

<p>4c (2,0đ)</p>	<p>Xét $\triangle AEH$ và $\triangle ACH$ có</p> $\left. \begin{array}{l} AE = AC \text{ (cmt)} \\ AH \text{ chung} \\ EH = CH \text{ (gt)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AEH = \triangle ACH \text{ (c.c.c)}$ <p>$\Rightarrow \widehat{EAH} = \widehat{CAH}$ (hai góc tương ứng)</p> <p>$\Rightarrow AH$ là phân giác của góc BAC</p> <p>Mà AI là phân giác của góc BAC</p> <p>$\Rightarrow AH$ trùng AI hay ba điểm A, I, H thẳng hàng</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>
	<p>Ta có $\triangle AEH = \triangle ACH$ (cmt)</p> <p>$\Rightarrow \widehat{AHE} = \widehat{AHC}$ (hai góc tương ứng)</p> <p>Mà $\widehat{AHE} + \widehat{AHC} = 180^\circ$ (kề bù)</p> <p>$\Rightarrow \widehat{AHE} = \widehat{AHC} = 180^\circ : 2 = 90^\circ \Rightarrow AH \perp EC$ mà $EC \parallel BD$</p> <p>$\Rightarrow AH \perp BD$ (đpcm)</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>
<p>4d (1,5đ)</p>	<p>Ta có $\triangle IBE = \triangle IDC$ (cmt)</p> <p>$\Rightarrow \widehat{BEI} = \widehat{ACB}$ (hai góc tương ứng)</p> <p>và $BE = DC$ (hai cạnh tương ứng)</p> <p>Mà $\widehat{ABC} = \widehat{BEI} + \widehat{BIE}$ (Góc ngoài của $\triangle BEI$)</p> <p>$\Rightarrow 2. \widehat{ACB} = \widehat{ACB} + \widehat{BIE} \Leftrightarrow \widehat{ACB} = \widehat{BIE}$ hay $\widehat{BEI} = \widehat{BIE}$</p> <p>$\Rightarrow \triangle BEI$ cân tại B</p> <p>$\Rightarrow BE = BI$ mà $BE = DC$ (cmt) $\Rightarrow BI = DC$</p> <p>lại có $AB = AD$ (gt)</p> <p>$\Rightarrow AC = AD + DC = AB + BI$ (đpcm)</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>
<p>5 (1,0đ)</p>	<p>Với $xyz = 1$ ta có $A = \frac{x}{xy+x+1} + \frac{y}{yz+y+1} + \frac{z}{xz+z+1}$.</p> $= \frac{x}{xy+x+1} + \frac{xy}{xyz+xy+x} + \frac{xyz}{x^2yz+xyz+xy}$ $= \frac{x}{xy+x+1} + \frac{xy}{xy+x+1} + \frac{1}{xy+x+1}$ $= \frac{xy+x+1}{xy+x+1} = 1$	<p>0,5</p> <p>0,5</p>

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
VIỆT TRÌ

KỶ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 7
CẤP THÀNH PHỐ, NĂM HỌC 2022- 2023

Môn: Toán

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề có: 03 trang)

Thí sinh làm bài (cả phần trắc nghiệm khách quan và phần tự luận) trên tờ giấy thi

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (8,0 điểm)

Câu 1. Giá trị biểu thức $-\left(\frac{3}{5} + \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{-3}{4} + \frac{2}{5}\right)$ bằng

- A. -2. B. 2. C. -1. D. $\frac{13}{15}$.

Câu 2. Giá trị biểu thức $\left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5}\right) : \frac{20}{21} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5}\right) : \frac{20}{21}$ bằng

- A. -2. B. 0. C. -1. D. 1.

Câu 3. Giá trị x trong tỉ lệ thức $\frac{3}{x-1} = \frac{21}{16}$ bằng

- A. $\frac{16}{7}$. B. $\frac{23}{7}$. C. $\frac{-23}{7}$. D. $\frac{-16}{7}$.

Câu 4. Bộ số $(x; y; z)$ thỏa mãn $\frac{x}{5} = \frac{y}{6} = \frac{z}{7}$ và $x - y + z = 36$ là

- A. (30; 36; 42). B. (30; -36; 42). C. (30; 36; -42). D. (-30; 36; 42).

Câu 5. Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ với $a, b, c, d \neq 0$ thì

- A. $\frac{3a}{2c} = \frac{2d}{3b}$. B. $\frac{3b}{a} = \frac{3d}{c}$. C. $\frac{5a}{5d} = \frac{b}{c}$. D. $\frac{a}{2b} = \frac{d}{2c}$.

Câu 6. Cho $x^2 + y^2 + z^2 = 0$. Giá trị biểu thức $A = x^2(x-1) + y^2(x-1) + z^2(x-1) - 1$ bằng

- A. -2. B. 1. C. 0. D. -1.

Câu 7. Cho hai đa thức $f(x) = 3x^2 + x - 4$ và $g(x) = -3x^2 - x + 3$ thì $f(x) + g(x)$ là

- A. $-6x^2 - 2x - 7$. B. 1. C. $2x + 1$. D. -1.

Câu 8. Rút gọn biểu thức $A = (2x+3)(4-6x) - (6-3x)(4x+2)$ ta được

- A. $A = 0$. B. $A = -28x$. C. $A = 28x$. D. $A = 24x^2 - 28x$.

Câu 9. Xác suất khi gieo một con xúc xắc sáu mặt để được mặt hơn 4 chấm bằng

- A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 10. Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 80^\circ$, $\hat{B} = 70^\circ$. Đường phân giác AD và CE cắt nhau tại I ($D \in BC, E \in AB$). \widehat{DIE} bằng

- A. 125° . B. 115° . C. 65° . D. 55° .

Câu 3. (4,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn, đường cao BE, CF ($E \in AC, F \in AB$). Gọi M là trung điểm của BC . Trên tia đối của tia MF lấy điểm D sao cho $MF = MD$.

a) Chứng minh $CD = BF$ và $CD // BF$.

b) Lấy điểm P bất kỳ nằm giữa B và F , trên tia đối của tia MP lấy điểm Q sao cho $MP = MQ$. Chứng minh D, Q, C thẳng hàng.

c) Trên tia đối của tia EF lấy điểm K , trên tia đối của tia FE lấy điểm I sao cho $EK = FI$. Chứng minh tam giác MIK cân.

Câu 4. (1,0 điểm) Xét các số thực a, b, c thỏa mãn $-1 \leq a, b, c \leq 2; a + b + c = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2$.

..... **HẾT**

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
VIỆT TRÌ**

**KỶ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 7
CẤP THÀNH PHỐ, NĂM HỌC 2022- 2023**

Môn: Toán

HƯỚNG DẪN CHẤM

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
(HDC có: 06 trang)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (8,0 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
ĐA	C	B	B	A	B	D	D	B
Câu	9	10	11	12	13	14	15	16
ĐA	C	A	C	B	B	A	A	C

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. (3,0 điểm)

a) Tìm x biết $\frac{x+23}{2021} + \frac{x+22}{2022} - \frac{x+21}{2023} - \frac{x+20}{2024} = 0$.

b) Thực hiện phép tính: $\frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$.

c) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn: $2xy + 6x^2 - y - 3x = 7$.

Phần	Nội dung	Điểm
a)	Tìm x biết $\frac{x+23}{2021} + \frac{x+22}{2022} - \frac{x+21}{2023} - \frac{x+20}{2024} = 0$.	1, 0
	$\frac{x+23}{2021} + \frac{x+22}{2022} - \frac{x+21}{2023} - \frac{x+20}{2024} = 0$ $\Rightarrow \left(\frac{x+23}{2021} + 1\right) + \left(\frac{x+22}{2022} + 1\right) - \left(\frac{x+21}{2023} + 1\right) - \left(\frac{x+20}{2024} + 1\right) = 0$	0,25

	$\Rightarrow \frac{x+2044}{2021} + \frac{x+2044}{2022} - \frac{x+2044}{2023} - \frac{x+2044}{2024} = 0$	0,25																									
	$\Rightarrow (x+2044) \left(\frac{1}{2021} + \frac{1}{2022} - \frac{1}{2023} - \frac{1}{2024} \right) = 0$	0,25																									
	$\Rightarrow x+2044=0$ (vì $\frac{1}{2021} + \frac{1}{2022} - \frac{1}{2023} - \frac{1}{2024} \neq 0$) $\Rightarrow x = -2044$	0,25																									
b)	Thực hiện phép tính: $\frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$.	1,0																									
	Ta có: $\frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$ $= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 7^3 \cdot 2^3}$	0,25																									
	$= \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 (1+8)}$	0,5																									
	$= \frac{1}{6} - \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}$.	0,25																									
c)	Giải phương trình nghiệm nguyên $2xy + 6x^2 - y - 3x = 7$.	1,0																									
	$2xy + 6x^2 - y - 3x = 7$ $\Rightarrow (2x-1)y + 3x(2x-1) = 7$ $\Rightarrow (2x-1)(y+3x) = 7$	0,25																									
	Vì $x, y \in \mathbb{Z}$ nên $2x-1, y+3x \in \mathbb{Z}$ Mà $7 = 1 \cdot 7 = (-1) \cdot (-7)$ nên ta có bảng	0,25																									
	<table border="1"> <tr> <td>$2x-1$</td> <td>1</td> <td>7</td> <td>-1</td> <td>-7</td> </tr> <tr> <td>$y+3x$</td> <td>7</td> <td>1</td> <td>-7</td> <td>-1</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>0</td> <td>-3</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>4</td> <td>-11</td> <td>-7</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td></td> <td>(tm)</td> <td>(tm)</td> <td>(tm)</td> <td>(tm)</td> </tr> </table>	$2x-1$	1	7	-1	-7	$y+3x$	7	1	-7	-1	x	1	4	0	-3	y	4	-11	-7	8		(tm)	(tm)	(tm)	(tm)	0,25
$2x-1$	1	7	-1	-7																							
$y+3x$	7	1	-7	-1																							
x	1	4	0	-3																							
y	4	-11	-7	8																							
	(tm)	(tm)	(tm)	(tm)																							
	Vậy $(x; y) = \{(1; 4); (4; -11); (0; -7); (-3; 8)\}$.	0,25																									

Câu 2. (4,0 điểm)

a) Cho $a, b, c, d \neq 0, b+c-d \neq 0; b^3+c^3 \neq d^3$ thỏa mãn $b^2 = ac, c^2 = bd$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^3+b^3-c^3}{b^3+c^3-d^3} = \left(\frac{a+b-c}{b+c-d} \right)^3.$$

b) Cho $a, b, c, d \neq 0; a-b+c=0; c=5d$.

Tính giá trị của biểu thức: $A = \left(1 - \frac{a}{b}\right) \left(1 - \frac{b}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{a}\right) \left(\frac{a-b}{d} - 4\right)$.

c) Cho $f(x) = ax^3 + bx^2 + 8x - 6$. Tìm a, b để $f(x)$ chia cho $x-2$ dư 14 và $f(x)$ chia cho $x+1$ dư -16.

Phần	Nội dung	Điểm
------	----------	------

a)	Cho a, b, c, d khác 0, $b+c-d \neq 0; b^3+c^3 \neq d^3$ thỏa mãn $b^2 = ac, c^2 = bd$. Chứng minh rằng: $\frac{a^3+b^3-c^3}{b^3+c^3-d^3} = \left(\frac{a+b-c}{b+c-d}\right)^3$.	1,5
	Ta có $b^2 = ac \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{c}; c^2 = bd \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$.	0,25
	Do đó $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a^3}{b^3} = \frac{b^3}{c^3} = \frac{c^3}{d^3}$	0,25
	Đặt $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \frac{a^3}{b^3} = \frac{b^3}{c^3} = \frac{c^3}{d^3} = k^3$	0,25
	Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có $\frac{a^3}{b^3} = \frac{b^3}{c^3} = \frac{c^3}{d^3} = \frac{a^3+b^3-c^3}{b^3+c^3-d^3} = k^3$ (1)	0,25
	Mặt khác, theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{a+b-c}{b+c-d} = k \Rightarrow \left(\frac{a+b-c}{b+c-d}\right)^3 = k^3$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta có $\frac{a^3+b^3-c^3}{b^3+c^3-d^3} = \left(\frac{a+b-c}{b+c-d}\right)^3$ (đpcm).	0,25
b)	Cho $a, b, c, d \neq 0; a-b+c=0; c=5d$. Tính giá trị của biểu thức: $A = \left(1-\frac{a}{b}\right)\left(1-\frac{b}{c}\right)\left(1+\frac{c}{a}\right)\left(\frac{a-b}{d}-4\right)$.	1,5
	Ta có $A = \left(1-\frac{a}{b}\right)\left(1-\frac{b}{c}\right)\left(1+\frac{c}{a}\right)\left(\frac{a-b}{d}-4\right)$ $= \left(\frac{b-a}{b}\right)\left(\frac{c-b}{c}\right)\left(\frac{a+c}{a}\right)\left(\frac{a-b}{d}-4\right)$	0,25
	Mà $a-b+c=0 \Rightarrow b-a=c$	0,25
	Tương tự, ta có $c-b=-a; a+c=b; a-b=-c$	0,25
	Ta có $A = \left(\frac{c}{b}\right)\left(\frac{-a}{c}\right)\left(\frac{b}{a}\right)\left(\frac{-c}{d}-4\right)$	0,25
	$= \frac{-abc}{abc}\left(\frac{-5d}{d}-4\right)$	0,25
	$= (-1) \cdot (-9) = 9$	0,25
c)	Cho $f(x) = ax^3 + bx^2 + 8x - 6$. Tìm a, b để $f(x)$ chia cho $x-2$ dư 14 và $f(x)$ chia cho $x+1$ dư -16.	1,0
	Vì $f(x) = ax^3 + bx^2 + 8x - 6$ chia cho $x-2$ dư 14 nên $f(x)$ có dạng: $f(x) = (x-2)g(x) + 8$ Ta có $f(2) = (2-2)g(2) + 8$ $\Rightarrow a.2^3 + b.2^2 + 8.2 - 6 = 14$ $\Rightarrow 8a + 4b = 4$ (1)	0,25

<p>Vì $f(x) = ax^3 + bx^2 + 8x - 6$ chia cho $x + 1$ dư -16 nên $f(x)$ có dạng: $f(x) = (x + 1)h(x) - 16$</p> <p>Ta có $f(-1) = (-1 + 1)h(-1) - 16$</p> <p>$\Rightarrow a \cdot (-1)^3 + b \cdot (-1)^2 + 8 \cdot (-1) - 6 = -16$</p> <p>$\Rightarrow -a + b = -2 \Rightarrow b = a - 2$ (2)</p>	0,25
<p>Thay (2) vào (1) ta có</p> <p>$8a + 4(a - 2) = 4$</p> <p>$\Rightarrow 12a - 8 = 4$</p> <p>$\Rightarrow a = 1$</p>	0,25
<p>Thay $a = 1$ vào (2) ta có $b = 1 - 2 = -1$</p> <p>Vậy $a = 1; b = -1$.</p>	0,25

Câu 3. (4,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn, đường cao BE, CF ($E \in AC, F \in AB$). Gọi M là trung điểm của BC . Trên tia đối của tia MF lấy điểm D sao cho $MF = MD$.

a) Chứng minh $CD = BF$ và $CD \parallel BF$.

b) Lấy điểm P bất kỳ nằm giữa B và F , trên tia đối của tia MP lấy điểm Q sao cho $MP = MQ$. Chứng minh D, Q, C thẳng hàng.

c) Trên tia đối của tia EF lấy điểm K , trên tia đối của tia FE lấy điểm I sao cho $EK = FI$. Chứng minh tam giác MIK cân.

Phần	Nội dung	Điểm
Hình vẽ		



a)	Chứng minh $CD = BF$ và $CD // BF$.	2,0
	Xét $\triangle BMF$ và $\triangle CMD$ Có: $BM = CM$ (Vì M là trung điểm của BC) $\widehat{BMF} = \widehat{CMD}$ (Hai góc đối đỉnh) $MF = MD$ (gt)	0,75
	$\Rightarrow \triangle BMF = \triangle CMD$ (c - g - c)	0,25
	$\Rightarrow CD = BF$	0,25
	Và $\widehat{MBF} = \widehat{MCD}$ mà chúng ở vị trí so le trong	0,5
	$\Rightarrow CD // BF$	0,25
b)	Lấy điểm P bất kì nằm giữa B và F trên tia đối của tia MP lấy điểm Q sao cho $MP = MQ$. Chứng minh D, Q, C thẳng hàng.	1,0
	Xét $\triangle BMP$ và $\triangle CMQ$ Có: $MB = MC$ (Vì M là trung điểm của BC) $\widehat{BMP} = \widehat{CMQ}$ (hai góc đối đỉnh) $MP = MQ$ (gt)	0,5
	$\Rightarrow \triangle BMP = \triangle CMQ$ (c - g - c)	0,25
	$\Rightarrow \widehat{MBP} = \widehat{MCQ}$ mà chúng ở vị trí so le trong $\Rightarrow BP // CQ$ Mà $CD // BF$ theo tiên đề oclit $\Rightarrow C, Q, D$ thẳng hàng	0,25
c)	Trên tia đối của tia EF lấy điểm K , trên tia đối của tia FE lấy điểm I sao cho $EK = FI$. Chứng minh tam giác MIK cân.	1,0
	Xét $\triangle BFC$ và $\triangle DCF$ Có: $BF = CD$ (theo a)) $\widehat{BFC} = \widehat{DCF} = 90^\circ$ (Vì $BF // CD$ và $BF \perp CF$) CF cạnh chung	0,25
	$\Rightarrow \triangle BFC = \triangle DCF$ (c - g - c) $\Rightarrow BC = DF$ Mà $DF = 2FM$ (Vì M là trung điểm FD) $\Rightarrow FM = \frac{1}{2} BC$ (1)	0,25
	Chứng minh tương tự: $ME = \frac{1}{2} BC$ (2). Từ (1) và (2) $\Rightarrow MF = ME \Rightarrow \triangle MFE$ cân tại M $\Rightarrow \widehat{MFE} = \widehat{MEF} \Rightarrow \widehat{MFI} = \widehat{MEK}$ (kề bù)	0,25
	Xét $\triangle MFI$ và $\triangle MEK$ Có: $MF = ME$ (chứng minh trên) $\widehat{MFI} = \widehat{MEK}$ (chứng minh trên)	0,25



	$FI = EK(gt)$ $\Rightarrow \Delta MFI = \Delta MEK(c - g - c) \Rightarrow MI = MK \Rightarrow \Delta MIK$ cân tại M	
--	--	--

Câu 4. (1,0 điểm) Xét các số thực a, b, c thỏa mãn $-1 \leq a, b, c \leq 2$; $a + b + c = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2$.

Phần	Nội dung	Điểm
	Vì $-1 \leq a, b, c \leq 2 \Rightarrow \begin{cases} a+1 \geq 0 \\ a-2 \leq 0 \end{cases}$	0,25
	$\Rightarrow (a+1)(a-2) \leq 0 \Rightarrow a^2 - 2a + a - 2 \leq 0 \Rightarrow a^2 \leq a + 2$	0,25
	Chứng minh tương tự: $\begin{cases} b^2 \leq b+2 \\ c^2 \leq c+2 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \leq a + b + c + 6 = 6$	0,25
	Dấu đẳng thức xảy ra khi: $(a; b; c) = (-1; -1; 2)$ và các hoán vị Vậy $\text{Max } P = 6 \Leftrightarrow (a; b; c) = (-1; -1; 2)$ và các hoán vị	0,25



UBND HUYỆN ĐỨC THỌ
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 2 trang)

ĐỀ THI OLYMPIC NĂM HỌC 2022 – 2023
MÔN TOÁN 7
Thời gian làm bài: 120 phút.
Ngày thi: 24/03/2023.

I. PHẦN GHI KẾT QUẢ (Thí sinh chỉ cần ghi kết quả vào tờ giấy thi)

Câu 1. Tính giá trị biểu thức. $\frac{27^{10} + 9^{10}}{27^5 + 3 \cdot 9^{12}}$

Câu 2. Tìm x biết. $10 - |x - \sqrt{9}| = 9$

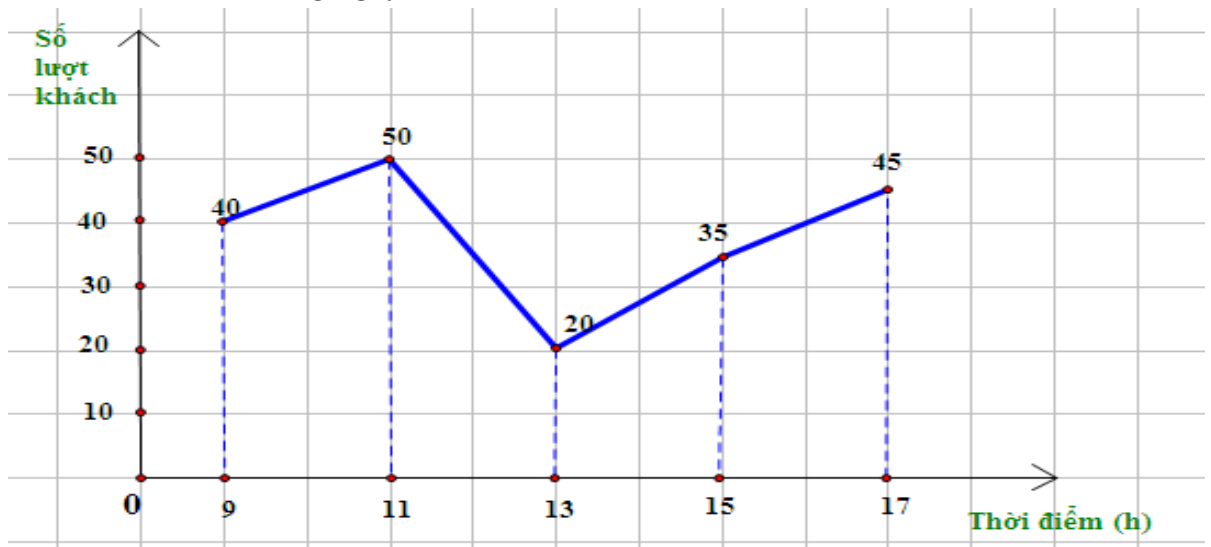
Câu 3. Tìm tất cả số nguyên dương x thỏa mãn. $\frac{5^{3x} + 5^{4x}}{5^{2x} + 5^{3x}} = 5$

Câu 4. Tìm tất cả cặp số (x, y) thỏa mãn: $(2x - 1)^{2022} + |x + y + 1|^{2023} = 0$

Câu 5. Kết quả của phép tính $\frac{3}{2} + \frac{7}{6} + \frac{13}{12} + \frac{21}{20} + \frac{31}{30} + \frac{43}{42} + \frac{57}{56}$ là.

Câu 6. Cho $\frac{x}{y} = \frac{7}{3}$ và $5x - 2y = 87$. Tính giá trị của $x + y$

Câu 7. Biểu đồ đoạn thẳng dưới đây biểu diễn số lượt khách đã đến ăn Phở Bò tại một nhà hàng vào một số thời điểm trong ngày.



Tỉ số phần trăm số lượt khách vào ăn Phở tại thời điểm 11 giờ so với tổng số lượt khách vào ăn Phở tại thời điểm 9 giờ đến thời điểm 17 giờ là (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai):

Câu 8. Một hộp có chứa bốn cái thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1; 2; 3; 4. Hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên hai thẻ trong hộp. Tính xác suất của biến cố “Tích các số trên hai thẻ rút ra là số chẵn”.

Câu 9. Diện tích ba mặt của một hình hộp chữ nhật là 30 cm^2 , 40 cm^2 và 75 cm^2 . Hỏi thể tích của hình hộp đó bằng bao nhiêu cm^3 ?

Câu 10. Tam giác ABC có $\hat{A} = 40^\circ$; $\hat{B} - \hat{C} = 30^\circ$. Trên tia đối của tia AC lấy điểm E sao cho $AE = AB$. Tính số đo góc CBE.

II. PHẦN TỰ LUẬN (Thí sinh trình bày lời giải vào tờ giấy thi)

Câu 11. a) Thực hiện phép tính. $\left| \frac{-1}{3} \right| - \left(-\frac{4}{3} \right)^0 + \left(-\frac{1}{3} \right)^2 \cdot 9 + \sqrt{\frac{25}{9}}$

b) Tìm x biết $\frac{3}{4} - \left(2x + \frac{1}{3} \right)^2 = \left| -\frac{1}{2} \right|$

c) Tỉ lệ chiều dài, chiều rộng và chiều cao của một hình hộp chữ nhật là 4:2:1. Biết tổng diện tích của sáu mặt của nó là 112 m^2 . Tính thể tích của hình hộp chữ nhật đó.

Câu 12. Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Gọi M là hình chiếu của A trên BC, D là điểm thuộc đoạn CM (D khác C và M). Kẻ các đường thẳng CH, BN lần lượt vuông góc với đường thẳng AD tại H và N.

a) Chứng minh $\Delta HCA = \Delta NAB$

b) Chứng minh $HM \perp NM$

Câu 13. Cho 10 số hữu tỉ x_1, x_2, \dots, x_{10} thỏa mãn $\frac{x_1 - 1}{10} = \frac{x_2 - 2}{9} = \frac{x_3 - 3}{8} = \dots = \frac{x_{10} - 10}{1}$ và

$x_1 + x_2 = 60$. Tính giá trị của $P = x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + \dots + x_9 - x_{10}$.

---HẾT---

Lưu ý: - Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay;

- Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....

**HƯỚNG DẪN CHẤM KỲ THI OLIMPIC NĂM HỌC 2022 – 2023****Môn: TOÁN 7****I. PHẦN GHI KẾT QUẢ (10 điểm; mỗi câu 1,0 điểm)**

CÂU	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5
ĐÁP ÁN	243	$x \in \{2; 4\}$	$x = 1$	$(x; y) = \left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$	$\frac{63}{8}$
CÂU	Câu 6	Câu 7	Câu 8	Câu 9	Câu 10
ĐÁP ÁN	30	26,32%	$\frac{5}{6}$	300 cm^3	$\widehat{CBE} = 105^\circ$

II. PHẦN TỰ LUẬN (10 điểm ; Thí sinh trình bày lời giải vào tờ giấy thi)

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
Câu 11 6 điểm	a) $\left \frac{-1}{3}\right - \left(-\frac{4}{3}\right)^0 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 9 + \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{1}{3} - 1 + \frac{1}{9} \cdot 9 + \frac{5}{3}$ $= \frac{1}{3} - 1 + 1 + \frac{5}{3} = \frac{1}{3} + \frac{5}{3} = 2$	1,0 đ 1,0 đ
	b) $\frac{3}{4} - \left(2x + \frac{1}{3}\right)^2 = \left -\frac{1}{2}\right $ $\left(2x + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{3}{4} - \frac{1}{2}$	0,5 đ
	$\left(2x + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2$	0,5 đ
	Với $\left(2x + \frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow 2x + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = \frac{1}{6} \Rightarrow x = \frac{1}{12}$	0,5 đ
	Với $\left(2x + \frac{1}{3}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow 2x + \frac{1}{3} = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2x = -\frac{5}{6} \Rightarrow x = -\frac{5}{12}$ Vậy $x \in \left\{\frac{1}{12}; -\frac{5}{12}\right\}$	0,5 đ
c) Gọi a, b, c (cm) lần lượt là chiều dài, chiều rộng và chiều cao của hình hộp chữ nhật. (a, b, c > 0) Suy ra $\frac{a}{4} = \frac{b}{2} = \frac{c}{1} = k$ (k > 0) $\Rightarrow a = 4k; b = 2k; c = k$ Diện tích sáu mặt bằng 112 m ² ta có. $2(ab + bc + ca) = 112 \Rightarrow ab + bc + ca = 56$ $\Rightarrow 4k \cdot 2k + 2k \cdot k + k \cdot 4k = 56 \Rightarrow 8k^2 + 2k^2 + 4k^2 = 56$ $\Rightarrow 14k^2 = 56 \Rightarrow k^2 = 4 = 2^2 = (-2)^2 \Rightarrow k = 2$ vì (k > 0) Khi đó $a = 8(\text{m}); b = 4(\text{m}); c = 2(\text{m}) \Rightarrow V = abc = 8 \cdot 4 \cdot 2 = 64(\text{m}^3)$	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ	



	Vậy thể tích của hình hộp chữ nhật đó là $V = 64(\text{m}^3)$	0,5 đ
Câu 12 3 điểm	a) Xét ΔHCA và ΔNAB có: $AC = BA$ (ΔABC vuông cân tại A) $\widehat{CAH} = \widehat{NBA}$ (cùng phụ \widehat{DAB}) $\widehat{CHA} = \widehat{ANB} = 90^\circ$	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
	Suy ra $\Delta HCA = \Delta NAB$ (Cạnh huyền – góc nhọn)	0,5 đ
	b) Ta có ΔABC vuông cân tại A $\Rightarrow \widehat{ACB} = 45^\circ$ Xét ΔAMC vuông tại M có $\widehat{ACM} = \widehat{ACB} = 45^\circ$ $\Rightarrow \Delta AMC$ vuông cân tại M $\Rightarrow CM = AM$ Mặt khác ta có $\widehat{CDH} = \widehat{ADM}$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{DCH} = \widehat{DAM}$ (cùng phụ với hai góc bằng nhau $\widehat{CDH} = \widehat{ADM}$) $\Rightarrow \widehat{MCH} = \widehat{MAN}$	0,25 đ 0,25 đ
	Xét ΔCHM và ΔANM có $CM = AM$ (c/m trên) $\widehat{MCH} = \widehat{MAN}$ (c/m trên) $CH = AN$ ($\Delta HCA = \Delta NAB$) $\Rightarrow \Delta CHM = \Delta ANM$ (c-g-c) $\Rightarrow \widehat{CMH} = \widehat{AMN}$	0,25 đ
	Mà $\widehat{AMN} + \widehat{NMD} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{CMH} + \widehat{NMD} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{HMN} = 90^\circ$ Hay $HM \perp NM$	0,25 đ
Câu 13 1 điểm	Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có $\frac{x_1 - 1}{10} = \frac{x_2 - 2}{9} = \frac{x_3 - 3}{8} = \dots = \frac{x_{10} - 10}{1} = \frac{(x_1 - x_2) + 1}{1} = \dots = \frac{(x_9 - x_{10}) + 1}{1}$ $= \frac{(x_1 + x_2) - 3}{10 + 9} = \frac{60 - 3}{19} = 3$	0,25 đ 0,25 đ
	Khi đó: $x_1 - x_2 = x_3 - x_4 = x_5 - x_6 = x_7 - x_8 = x_9 - x_{10} = 2$.	0,25 đ
	Vậy $P = 2.5 = 10$	0,25 đ

Lưu ý: Mọi cách giả đúng đều cho điểm tối đa

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN ĐOÀN HÙNG

KỶ THI CHỌN HSG LỚP 6, 7, 8
CẤP HUYỆN NĂM HỌC 2022 - 2023

Đề thi môn: TOÁN. Lớp 7

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề
Đề thi có 03 trang

ĐỀ CHÍNH THỨC

- Thí sinh làm bài (Phần trắc nghiệm khách quan và phần tự luận) ra tờ giấy thi, không làm vào đề thi. Câu hỏi trắc nghiệm khách quan chỉ có một lựa chọn đúng.

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (8,0 điểm)

Hãy chọn phương án trả lời đúng trong những câu sau:

Câu 1. Giá trị của biểu thức $A = \left(\frac{1}{2} + 1\right)\left(\frac{1}{3} + 1\right)\left(\frac{1}{4} + 1\right) \dots \left(\frac{1}{99} + 1\right)$ là

- A. 50. B. 51. C. 49. D. 38.

Câu 2. Biết $\frac{2}{5} \cdot 5^{x+1} - \frac{13}{125} \cdot 5^{x+3} = -1375$ giá trị biểu thức $2x - 1$ là

- A. 6. B. -5. C. 5. D. -6.

Câu 3. Tập hợp các giá trị của x thỏa mãn $|x - 1,2| - 3 = 3,7$ là M . Số phần tử của tập hợp M là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 4. Cho x, y là các chữ số thỏa mãn $\overline{0, x(y)} - \overline{0, y(x)} = 8,0,0(1)$ và $x + y = 9$. Giá trị của x, y là

- A. $x = 2; y = 7$. B. $x = 5; y = 4$. C. $x = 8; y = 1$. D. $x = 3; y = 6$.

Câu 5. Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$ ta chứng minh được tỉ lệ thức:

- A. $\frac{a^2 - c^2}{b^2 - c^2} = \frac{c}{a}$ B. $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{c}{b}$ C. $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b}$ D. $\frac{a^2 - c^2}{b^2 - c^2} = \frac{a}{c}$

Câu 6. Cho bảng sau:

x	$x_1 = -4$	x_2	$x_3 = -2$
y	y_1	$y_2 = 6$	$y_3 = 4$

Biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Giá trị của biểu thức $H = 3x_2 - 2y_1$ là

- A. $H = -7$. B. $H = 7$. C. $H = 25$. D. $H = -25$.

Câu 7. Với $x, y, z \neq 0$ và $x + y + z = 0$. Giá trị của biểu thức $\left(1 + \frac{x}{y}\right)\left(1 + \frac{y}{z}\right)\left(1 + \frac{z}{x}\right)$ là

- A. 0. B. -1. C. -3. D. 3.

Câu 8. Cho đa thức $f(x) = -\frac{1}{3}(x^2 - 3x + 3)^{2022} \cdot (x^2 - 4x + 4)^{2023}$. Tổng các hệ số của đa thức $f(x)$ bằng

- A. $-\frac{1}{3}$ B. $-\frac{7}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{7}{3}$

Câu 9. Gieo ngẫu nhiên xúc xắc (6 mặt) một lần. Gọi $\frac{a}{b}$ là xác suất của biến cố “Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là số chia hết cho 2”. Giá trị biểu thức $2022^a + b$ là

- A. 2022. B. 2023. C. 2024. D. 2025.

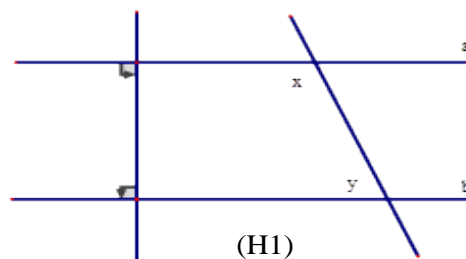
Câu 10. Cho 25 đường thẳng phân biệt cắt nhau tại một điểm. Số cặp góc đối đỉnh (không kể góc bẹt) được tạo thành là

- A. 500. B. 600. C. 1200. D. 1225.

Câu 11.

Cho hình vẽ (H1), biết $a // b$ và

$$\frac{x + 10^0}{y - 10^0} = \frac{7}{2}.$$



Giá trị của $\sqrt{x^2 - y^2}$ là

- A. 120^0 . B. 130^0 . C. 125^0 . D. 150^0 .

Câu 12. Cho tam giác ABC cân tại A . Vẽ đường trung tuyến AM ($M \in BC$). Khẳng định nào sau đây là *sai* ?

- A. $\widehat{MAB} = \widehat{MAC}$. B. $AB = MC$
 C. $AM \perp BC$. D. $AB - MC = AC - MB$.

Câu 13. Cho $\Delta ABC = \Delta MNP$. Biết $AB = 5cm$, $MP = 7cm$ và chu vi của tam giác ABC bằng $22cm$. Độ dài cạnh NP và BC là

- A. $NP = BC = 9cm$. B. $NP = 9cm; BC = 10cm$.
 C. $NP = BC = 11cm$. D. $NP = BC = 10cm$.

Câu 14. Cho tam giác ABC có $AB + AC = 10cm$; $AC - AB = 4cm$. Khi đó ta có

- A. $\widehat{B} > \widehat{C}$. B. $\widehat{B} < \widehat{C}$. C. $\widehat{B} = \widehat{C}$. D. $2\widehat{B} = \widehat{C}$.

Câu 15. Cho tam giác nhọn ABC . Vẽ AH vuông góc với BC . Gọi O là một điểm trên đoạn thẳng AH . Biết chu vi tam giác ABC là $24cm$ và $BC = 9cm$. Giá trị lớn nhất của tổng $OB + OC$ là

- A. $23cm$. B. $14cm$. C. $20cm$. D. $15cm$.

Câu 16. Nhà trường thành lập ba nhóm học sinh khối 7 tham gia chăm sóc di tích lịch sử. Trong đó, $\frac{2}{3}$ số học sinh của nhóm I bằng $\frac{8}{11}$ số học sinh của nhóm II và bằng $\frac{4}{5}$ số học sinh nhóm III. Biết rằng số học sinh của nhóm I ít hơn tổng số học sinh của nhóm II và nhóm III là 18 học sinh. Số học sinh của mỗi nhóm I, II, III lần lượt

- A. 24; 20; 22. B. 22; 20; 24. C. 20; 22; 24. D. 24; 22; 20.

II. PHẦN TỰ LUẬN (12,0 điểm)

Câu 1 (3,0 điểm).

a) Cho n là số tự nhiên có 2 chữ số. Tìm n biết $n+7$ và $2n$ là số chính phương.

b) Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n ta luôn có

$$B = 5^{n+2} + 3^{n+2} - 3^n - 5^n \text{ chia hết cho } 24.$$

Câu 2 (4,0 điểm).

a) Tìm x, y, z biết: $\frac{5z - 6y}{4} = \frac{6x - 4z}{5} = \frac{4y - 5x}{6}$ và $xyz = 960$.

b) Cho đa thức $A(x) = x^2 - x$.

Tính giá trị biểu thức: $\frac{1}{A(3)} + \frac{1}{A(4)} + \frac{1}{A(5)} + \dots + \frac{1}{A(2023)} + \frac{1}{2 \cdot 2023}$.

Câu 3 (4,0 điểm) Cho ΔABC có ba góc đều nhọn. Trên nửa mặt phẳng bờ AB không chứa điểm C lấy điểm M sao cho ΔABM vuông cân tại A . Trên nửa mặt phẳng bờ AC không chứa điểm B lấy điểm N sao cho ΔACN vuông cân tại A .

a) Chứng minh $\Delta AMC = \Delta ABN$.

b) Gọi K là giao điểm của BN và CM . Tính góc \widehat{BKC} .

c) Gọi H là trực tâm của ΔABC . Chứng minh:

$$HA + HB + HC < \frac{2}{3}(AB + AC + BC).$$

Câu 4 (1,0 điểm). Cho $S_n = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2}$ (với $n \in N$ và $n > 1$).

Chứng minh rằng S_n không thể là một số nguyên.

----- **HẾT** -----

Họ và tên thí sinh:..... ; Số báo danh.....

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HUYỆN ĐOAN HÙNG
HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH NĂNG KHIẾU
LỚP 6,7,8 CẤP HUYỆN NĂM HỌC 2021-2022
MÔN: TOÁN LỚP 7

Một số chú ý khi chấm bài:

- Hướng dẫn chấm dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách. Thí sinh giải cách khác mà cho kết quả đúng thì tổ chấm thống nhất cho điểm từng phần ứng với thang điểm của Hướng dẫn chấm.
- Giám khảo cần bám sát yêu cầu giữa phần tính và phần lí luận của bài giải của thí sinh để cho điểm.
- Tổ chấm có thể chia nhỏ thang điểm đến 0,25. Điểm bài thi là tổng các điểm thành phần không làm tròn.

I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (8.0 điểm).

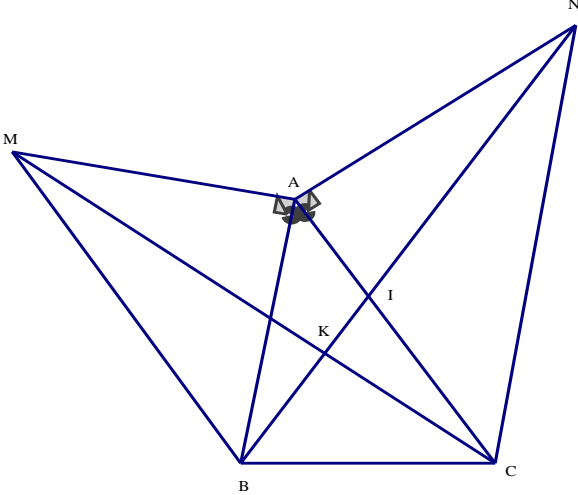
Mỗi câu đúng được 0.5 điểm

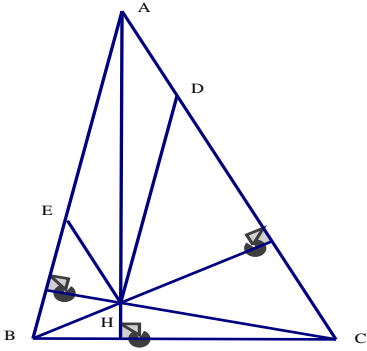
Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Đ/A	A	C	C	B	C	D	B	A	C	B	A	B	D	A	D	D

II. TỰ LUẬN (12.0 điểm)

Câu	Nội dung cần đạt	Biểu điểm
1. (3.0 điểm)	a) Cho n là số tự nhiên có 2 chữ số. Tìm n biết $n+7$ và $2n$ là số chính phương.	1.5
	Vì n là số tự nhiên có hai chữ số $\Rightarrow 9 < n < 100$ $\Rightarrow 18 < 2n < 200$	0.5
	Mà $2n$ là số chính phương chẵn $\Rightarrow 2n \in \{36; 64; 100; 144; 196\}$ $\Rightarrow n \in \{18; 32; 50; 72; 98\}$	0.5
	Mà $n+7$ là số chính phương $\Rightarrow n=18$. Vậy $n=18$	0.5
	b) Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n ta luôn có $B = 5^{n+2} + 3^{n+2} - 3^n - 5^n$ chia hết cho 24.	1.5
	Ta có $B = 5^{n+2} + 3^{n+2} - 3^n - 5^n = (5^{n+2} - 5^n) + (3^{n+2} - 3^n)$ $= 5^n(5^2 - 1) + 3^n(3^2 - 1) = 24 \cdot 5^n + 8 \cdot 3^n$	0.75
Vì n là số nguyên dương suy ra $n \geq 1$ $24 \cdot 5^n$ chia hết cho 24	0.75	

	và $8.3^n = 8.3.3^{n-1} = 24.3^{n-1}$ chia hết cho 24. Vậy với mọi số nguyên dương n thì B luôn chia hết cho 24.	
2. (4.0 điểm)	a. Tìm x, y, z biết: $\frac{5z-6y}{4} = \frac{6x-4z}{5} = \frac{4y-5x}{6}$ và $xyz = 960$	2.0
	Từ $\frac{5z-6y}{4} = \frac{6x-4z}{5} = \frac{4y-5x}{6}$ $\Rightarrow \frac{4(5z-6y)}{16} = \frac{5(6x-4z)}{25} = \frac{6(4y-5x)}{36}$ Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta được: $\frac{5z-6y}{4} = \frac{6x-4z}{5} = \frac{4y-5x}{6} = \frac{4(5z-6y)+5(6x-4z)+6(4y-5x)}{16+25+36} = 0$	0.5
	Do đó: $5z - 6y = 0 \Rightarrow \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$ $6x - 4z = 0 \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{z}{6}$ $4y - 5x = 0 \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{y}{5}$	0.5
	Suy ra: $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$ Đặt $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6} = k (k \in \mathbb{Z})$ $\Rightarrow x = 4k; y = 5k; z = 6k$	0.5
	Thay vào $xyz = 960$ ta được $k^3 = 8 \Rightarrow k = 2$ Vậy $x = 8; y = 10; z = 12$	0.5
	b. Cho đa thức $A(x) = x^2 - x$ Tính giá trị biểu thức: $\frac{1}{A(3)} + \frac{1}{A(4)} + \frac{1}{A(5)} + \dots + \frac{1}{A(2023)}$	2.0
	Giải: Ta có: $A(x) = x^2 - x = x(x-1)$ $\frac{1}{A(3)} + \frac{1}{A(4)} + \frac{1}{A(5)} + \dots + \frac{1}{A(2023)} + \frac{1}{2.2023}$ $= \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{2022.2023} + \frac{1}{2.2023}$	0.5
	$= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2022} - \frac{1}{2023} + \frac{1}{2.2023}$ $= \frac{1}{2} - \frac{1}{2023} + \frac{1}{2.2023}$	0.5
$= \frac{2021}{4046} + \frac{1}{2.2023} = \frac{1011}{2023}$	0.5	

	<p>Cho ΔABC có ba góc đều nhọn. Trên nửa mặt phẳng bờ AB không chứa điểm C lấy điểm M sao cho ΔABM vuông cân tại A. Trên nửa mặt phẳng bờ AC không chứa điểm B lấy điểm N sao cho ΔACN vuông cân tại A.</p> <p>a) Chứng minh $\Delta AMC = \Delta ABN$.</p> <p>b) Gọi K là giao điểm của BN và CM. Tính góc \widehat{BKC}.</p> <p>c) Gọi H là trực tâm của ΔABC. Chứng minh: $HA + HB + HC < \frac{2}{3}(AB + AC + BC)$.</p>	
		
<p>3.</p>	<p>a) Chứng minh $\Delta AMC = \Delta ABN$.</p>	<p>1.5</p>
<p>(4 điểm)</p>	<p>$\widehat{MAC} = \widehat{MAB} + \widehat{BAC} = 90^\circ + \widehat{BAC}$ Ta có: $\widehat{NAB} = \widehat{NAC} + \widehat{BAC} = 90^\circ + \widehat{BAC}$ $\Rightarrow \widehat{MAC} = \widehat{NAB}$</p>	<p>0.75</p>
	<p>Chứng minh được $\Delta MAC = \Delta BAN (c - g - c)$</p>	<p>0.75</p>
	<p>b) Gọi K là giao điểm của BN và CM. Tính góc \widehat{BKC}.</p>	<p>1.5</p>
	<p>Vì $\Delta MAC = \Delta BAN$ nên $\widehat{ANB} = \widehat{ACM}$</p>	<p>0.5</p>
	<p>Gọi I là giao điểm của AC và BN Chứng minh được $\widehat{NKC} = \widehat{NAC} = 90^\circ$</p>	<p>0.5</p>
	<p>Suy ra : $\widehat{BKC} = \widehat{NKC} = 90^\circ$ (Hai góc kề bù)</p>	<p>0.5</p>
	<p>Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Chứng minh: $HA + HB + HC < \frac{2}{3}(AB + AC + BC)$.</p>	<p>1.0</p>

		
	<p>Qua H vẽ $HE \parallel AC; HD \parallel AB$ ($E \in AB; D \in AC$)</p> <p>Chứng minh: $\triangle AEH = \triangle HAD$ (g-c-g)</p> <p>$\Rightarrow AE = HD; AD = HE$</p>	0.25
	<p>Vì $BH \perp AC$ nên $BH \perp HE$</p> <p>$\Rightarrow HB < BE$</p> <p>Tương tự chứng minh được: $HC < CD$</p> <p>Trong tam giác AHD ta có $AH < AD + HD$</p>	0.25
	<p>Do đó</p> $HA + HB + HC < (AD + HD) + HB + HC < AD + AE + CD + BE$ $\Rightarrow HA + HB + HC < AB + AC$ <p>Chứng minh tương tự ta được:</p> $HA + HB + HC < AB + BC$ $HA + HB + HC < AC + BC$	0.25
	<p>Từ đó suy ra: $HA + HB + HC < \frac{2}{3}(AB + AC + BC)$</p>	0.25
<p>4. (1 điểm)</p>	<p>Cho $S_n = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2}$ (với $n \in \mathbb{N}$ và $n > 1$). Chứng minh rằng S_n không thể là một số nguyên.</p>	1.0
	<p>Có $S_n = 1 - \frac{1}{2^2} + 1 - \frac{1}{3^2} + \dots + 1 - \frac{1}{n^2} = (n-1) - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}\right)$</p>	0.25
	<p>Đặt $A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$. Do $A > 0$ nên $S_n < n-1$</p>	0.25
	<p>Mặt khác $A < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{(n-1).n} = 1 - \frac{1}{n}$</p> $\Rightarrow S_n > (n-1) - \left(1 - \frac{1}{n}\right) = n-2 + \frac{1}{n} > n-2 \text{ (do } \frac{1}{n} > 0)$	0.25
	<p>$\Rightarrow n-2 < S_n < n-1$ nên S_n không là số nguyên.</p>	0.25

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỨ KỲ
HỘI ĐỒNG THI OLYMPIC

ĐỀ THI OLYMPIC CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2022 - 2023
MÔN: TOÁN - LỚP 7
Thời gian làm bài: 120 phút
(Đề thi gồm 05 câu, 01 trang)

Câu 1. (2,0 điểm)

1) Thực hiện phép tính

$$a) \left[\left(\frac{2}{191} - \frac{3}{382} \right) \cdot \frac{191}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{1011} + \frac{11}{2022} \right) \cdot \frac{1011}{25} + \frac{9}{2} \right]$$

$$b) \sqrt{11^2 - 72} - 1\frac{1}{2} : \sqrt{\frac{25}{4} - \left(\frac{2023}{2024} \right)^0}$$

$$c) \left(\frac{1}{2^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{3^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{4^2} - 1 \right) \dots \left(\frac{1}{99^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{100^2} - 1 \right)$$

2) Tính giá trị biểu thức $A = (x - 2y + z + 25)^{2023}$

biết: $3x = 4y = 5z - 3x - 4y$ và $2x + y = z - 19$

Câu 2. (2,0 điểm)

1) Tìm x , biết

$$a) \frac{3}{5} + \frac{2}{5} : \left(\frac{2}{3} - x \right) = \frac{1}{2}$$

$$b) \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{8} \dots \frac{14}{30} \cdot \frac{15}{32} = \frac{1}{2^{2x+1}}$$

$$c) \left| x + \frac{1}{101} \right| + \left| x + \frac{2}{101} \right| + \left| x + \frac{3}{101} \right| + \dots + \left| x + \frac{100}{101} \right| = 102x$$

2) Cho 3 số thực x, y, z thỏa mãn: $\frac{x}{2021} = \frac{y}{2022} = \frac{z}{2023}$.

Chứng minh: $(x - z)^3 = 8(x - y)^2(y - z)$

Câu 3. (2,0 điểm)

a) Cho a, b là các số nguyên dương, chứng minh rằng biểu thức $ab(a^2 + 2)(b^2 + 2)$ luôn chia hết cho 9.

b) Tìm cặp số tự nhiên $(x; y)$ trong đó y là chữ số, biết rằng: $1 + 2 + \dots + (x - 1) = \overline{yyy} - x$

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A ($AB > BC$). Gọi F là trung điểm của AC , qua F kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt đường thẳng BC tại M . Trên tia đối của tia AM lấy điểm N sao cho $AN = BM$.

a) Chứng minh: $\widehat{AMC} = \widehat{BAC}$.

b) Chứng minh: $AM = CN$

c) Lấy điểm D trên cạnh AC , điểm E trên cạnh AB sao cho $AD = AE$. Trên tia BM lấy I sao cho $BI = DE$. Chứng minh: $EI \parallel DB$ và $BD > \frac{BC + DE}{2}$.

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho các số nguyên dương $a; b; c$ thỏa mãn $a + b + c = 2023$. Chứng minh rằng giá trị biểu thức sau không phải là một số nguyên: $A = \frac{a}{2023 - c} + \frac{b}{2023 - a} + \frac{c}{2023 - b}$

----- Hết -----

(Chú ý: Học sinh không được sử dụng máy tính cầm tay khi làm bài.)

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI OLYMPIC
NĂM HỌC 2022 -2023
Môn: Toán – Lớp 7

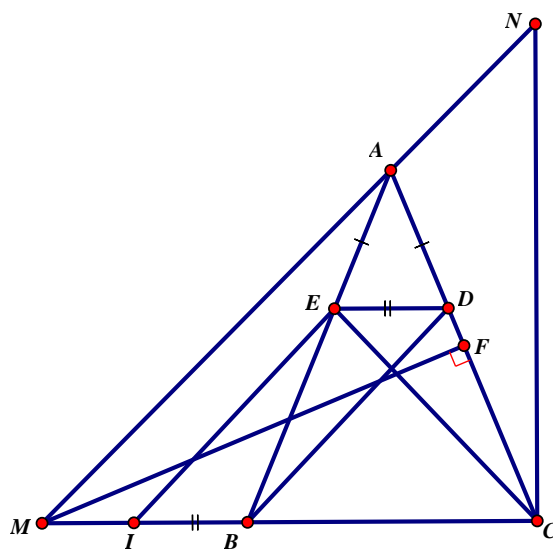
Câu	ý	Nội dung	Điểm
Câu 1 2,0 điểm	1)	1) Thực hiện phép tính	
		a) $\left[\left(\frac{2}{191} - \frac{3}{382} \right) \cdot \frac{191}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{1011} + \frac{11}{2022} \right) \cdot \frac{1011}{25} + \frac{9}{2} \right]$	
		b) $\sqrt{11^2 - 72} - 1\frac{1}{2} : \sqrt{\frac{25}{4} - \left(\frac{2023}{2024} \right)^0}$	
		c) $\left(\frac{1}{2^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{3^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{4^2} - 1 \right) \dots \left(\frac{1}{99^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{100^2} - 1 \right)$	
		a) $\left[\left(\frac{2}{191} - \frac{3}{382} \right) \cdot \frac{191}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{1011} + \frac{11}{2022} \right) \cdot \frac{1011}{25} + \frac{9}{2} \right]$ $= \left[\left(\frac{4}{382} - \frac{3}{382} \right) \cdot \frac{191}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{14}{2022} + \frac{11}{2022} \right) \cdot \frac{1011}{25} + \frac{9}{2} \right]$ $= \left[\frac{1}{382} \cdot \frac{191}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\frac{25}{2022} \cdot \frac{1011}{25} + \frac{9}{2} \right]$	0,25
		$= \left[\frac{1}{34} + \frac{33}{34} \right] : \left[\frac{1}{2} + \frac{9}{2} \right]$ $= 1 : 5 = \frac{1}{5}$	0,25
		b) $\sqrt{11^2 - 72} - 1\frac{1}{2} : \sqrt{\frac{25}{4} - \left(\frac{2023}{2024} \right)^0}$ $= \sqrt{121 - 72} - \frac{3}{2} : \frac{5}{2} - 1 = \sqrt{49} - \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{5} - 1$	0,25
		$= 7 - \frac{3}{5} - 1 = 6 - \frac{3}{5} = \frac{27}{5}$	0,25
c) $\left(\frac{1}{2^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{3^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{4^2} - 1 \right) \dots \left(\frac{1}{100^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{101^2} - 1 \right)$ Do tích có 100 thừa số âm nên tích mang dấu dương. $\left(\frac{1}{2^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{3^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{4^2} - 1 \right) \dots \left(\frac{1}{100^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{101^2} - 1 \right)$ $= \frac{1.3}{2^2} \cdot \frac{2.4}{3^2} \cdot \frac{3.5}{4^2} \dots \frac{100.102}{101^2}$	0,25		
$= \frac{1.3.2.4 \dots 100.102}{2^2.3^2.4^2 \dots 101^2}$	0,25		

		$= \frac{1.2.3.4 \dots 100}{2.3.4 \dots 101} \cdot \frac{3.4.5 \dots 102}{2.3.4 \dots 101} = \frac{1}{101} \cdot \frac{102}{2} = \frac{51}{101}$	
		<p>Tìm x, y, z biết: $3x = 4y = 5z - 3x - 4y$ và $2x + y = z - 19$</p> <p>Ta có: $3x = 4y = 5z - 3x - 4y$</p> $\Rightarrow \frac{3x}{1} = \frac{4y}{1} = \frac{5z - 3x - 4y}{1} = \frac{3x + 4y + 5z - 3x - 4y}{1+1+1} = \frac{5z}{3}$ $\Rightarrow \frac{3x}{1} = \frac{4y}{1} = \frac{5z}{3}$	0,25
	2)	$\Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{y}{15} = \frac{z}{36}$ <p>Lại có: $2x + y = z - 19 \Rightarrow 2x + y - z = -19$</p> <p>Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:</p> $\frac{x}{20} = \frac{y}{15} = \frac{z}{36} = \frac{2x + y - z}{2 \cdot 20 + 15 - 36} = \frac{-19}{19} = -1$ <p>Suy ra: $x = -20; y = -15; z = -36$</p> <p>Vậy $A = (-20 + 30 - 36 + 25)^{2023} = -1$</p>	0,25
<p>Câu 2 2,0 điểm</p>		<p>1) Tìm x, biết</p> <p>a) $\frac{3}{5} + \frac{2}{5} : \left(\frac{2}{3} - x\right) = \frac{1}{2}$</p> <p>b) $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{8} \dots \frac{14}{30} \cdot \frac{15}{32} = \frac{1}{2^{2x+1}}$</p> <p>c) $\left x + \frac{1}{101}\right + \left x + \frac{2}{101}\right + \left x + \frac{3}{101}\right + \dots + \left x + \frac{100}{101}\right = 102x$</p>	
	1)	<p>a) $\frac{3}{5} + \frac{2}{5} : \left(\frac{2}{3} - x\right) = \frac{1}{2}$</p> $\frac{2}{5} : \left(\frac{2}{3} - x\right) = \frac{1}{2} - \frac{3}{5}$ $\frac{2}{5} : \left(\frac{2}{3} - x\right) = \frac{-1}{10}$	0,25
		$\frac{2}{3} - x = \frac{2}{5} : \frac{-1}{10}$ $\frac{2}{3} - x = -4$ $x = \frac{2}{3} + 4$ $x = \frac{14}{3}$ <p>Vậy $x = \frac{14}{3}$</p>	0,25

	<p>b) $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{8} \dots \frac{14}{30} \cdot \frac{15}{32} = \frac{1}{2^{2x+1}}$</p> <p>$\frac{1}{2 \cdot 2} \cdot \frac{2}{2 \cdot 3} \cdot \frac{3}{2 \cdot 4} \dots \frac{14}{2 \cdot 15} \cdot \frac{15}{2 \cdot 16} = \frac{1}{2^{2x+1}}$</p> <p>$\frac{1}{2^{15}} \cdot \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 14 \cdot 15}{2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 15 \cdot 16} = \frac{1}{2^{2x+1}}$</p> <p>$\frac{1}{2^{15}} \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{2^{2x+1}}$</p>	0,25
	<p>$\frac{1}{2^{19}} = \frac{1}{2^{2x+1}}$</p> <p>$2x+1=19$</p> <p>$2x=18$</p> <p>$x=9$</p> <p>Vậy $x=9$</p>	0,25
	<p>c) $\left x + \frac{1}{101} \right + \left x + \frac{2}{101} \right + \left x + \frac{3}{101} \right + \dots + \left x + \frac{100}{101} \right = 102x$</p> <p>Điều kiện: $102x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$</p> <p>Với $x \geq 0$ ta có: $x + \frac{1}{101} + x + \frac{2}{101} + x + \frac{3}{101} + \dots + x + \frac{100}{101} = 102x$</p>	0,25
	<p>$\Leftrightarrow (100x - 102x) + \frac{1}{101} \cdot \frac{100 \cdot 101}{2} = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow -2x + 50 = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow -2x = -50$</p> <p>$\Leftrightarrow x = 25$ (TMĐK)</p> <p>Vậy $x = 25$</p>	0,25
2)	<p>Cho 3 số thực x, y, z thỏa mãn: $\frac{x}{2021} = \frac{y}{2022} = \frac{z}{2023}$.</p> <p>Chứng minh rằng: $(x-z)^3 = 8(x-y)^2(y-z)$</p>	
	<p>Ta có: $\frac{x}{2021} = \frac{y}{2022} = \frac{z}{2023}$</p> <p>$\Rightarrow \frac{x-z}{2021-2023} = \frac{x-y}{2021-2022} = \frac{y-z}{2022-2023}$</p> <p>$\Rightarrow \frac{x-z}{-2} = \frac{x-y}{-1} = \frac{y-z}{-1}$</p>	0,25
	<p>$\Rightarrow \left(\frac{x-z}{-2} \right)^3 = \left(\frac{x-y}{-1} \right)^2 \cdot \frac{y-z}{-1}$</p> <p>$\Rightarrow \frac{(x-z)^3}{(-2)^3} = \frac{(x-y)^2}{(-1)^2} \cdot \frac{y-z}{-1}$</p> <p>$\Rightarrow (x-z)^3 = 8(x-y)^2(y-z)$</p> <p>Vậy $(x-z)^3 = 8(x-y)^2(y-z)$.</p>	0,25

Câu 3 2,0 điểm	a) Cho a, b là các số nguyên dương chứng minh biểu thức $ab(a^2 + 2)(b^2 + 2)$ luôn chia hết cho 9.	
	1) Nếu $a : 3$ thì $a(a^2 + 2) : 3$ Nếu $a \not\vdots 3$ thì $a^2 : 3$ dư 1 nên $a^2 + 2$ hay $a(a^2 + 2) : 3$	0,5
	Suy ra $a(a^2 + 2) : 3$ với mọi số nguyên dương a Tương tự $b(b^2 + 2) : 3$ với mọi số nguyên dương b	0,25
	Suy ra $ab(a^2 + 2)(b^2 + 2)$ luôn chia hết cho 9.	0,25
	b) Tìm số cặp số tự nhiên $(x; y)$, y là chữ số biết: $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + (x - 1) = \overline{yyy} - x$	
	Ta có : $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + (x - 1) = \overline{yyy} - x$ $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + (x - 1) + x = \overline{yyy}$	0,25
	Mà: $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + x = \frac{x(x+1)}{2}$ và $\overline{yyy} = y.111 = y.3.37$	
	$\Rightarrow \frac{x(x+1)}{2} = y.3.37 \Rightarrow x(x+1) = 2.3.37.y$ $\Rightarrow x(x+1)$ chia hết cho 37 $\Rightarrow x$ hoặc $x+1$ chia hết cho 37 (vì $(x, x+1)=1$) (1)	0,25
	2) Ta có: $\frac{x(x+1)}{2} = \overline{yyy} \leq 999 \Rightarrow x(x+1) \leq 1998 \Rightarrow x < 45$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra $x = 37$ hoặc $x + 1 = 37$ +) Với $x = 37$ thì $\overline{yyy} = \frac{37.38}{2} = 703$ (không thỏa mãn) +) Với $x + 1 = 37$ thì $\overline{yyy} = \frac{36.37}{2} = 666$ (thỏa mãn) Vậy $(x; y) = (36; 6)$	0,25

Câu 4
3,0
điểm



0,25

a) Chứng minh $\triangle MAC$ cân tại M

$$\Rightarrow \widehat{AMC} = 180^\circ - 2\widehat{ACB} \quad (1)$$

0,5

Lại có: $\triangle ABC$ cân tại $A \Rightarrow \widehat{BAC} = 180^\circ - 2\widehat{ACB} \quad (2)$

0,5

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{AMC} = \widehat{BAC}$.

$$\widehat{ABM} = \widehat{CAN} \text{ (kề bù với hai góc bằng nhau)}$$

0,5

Xét $\triangle BMA$ và $\triangle ANC$ có:

$$BM = AN \text{ (GT);}$$

$$AB = AC \text{ (GT);}$$

$$\widehat{ABM} = \widehat{CAN} \text{ (chứng minh trên)}$$

Suy ra $\triangle BMA = \triangle ANC \text{ (c.g.c.)}$.

$$\Rightarrow MA = NC$$

0,5

Vì $AD = AE$ nên tam giác ADE cân tại A và $DC = BE$

Ta có tam giác AED và ABC cân tại A nên

$$\widehat{AED} = \widehat{ABC} = \frac{180^\circ - \widehat{BAC}}{2}$$

Suy ra $DE \parallel BC$

0,25

	c)	Xét tam giác BIE và EDB có: $BI = DE$ $\widehat{EBI} = \widehat{BED}$ (do $DE \parallel BC$) BE : cạnh chung. Suy ra $\Delta BIE = \Delta EDB$ (c.g.c) $\Rightarrow EI \parallel DB$	0,25
		Xét ΔBDE và ΔCED có: $DC = BE$ ED là cạnh chung $\widehat{BED} = \widehat{CED}$ Suy ra $\Delta BED = \Delta CED$ (c.g.c) $\Rightarrow BD = CE$ (1). Lại có: $\Delta BIE = \Delta EDB \Rightarrow IE = DB$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $CE = IE = BD$.	0,25
		Áp dụng bất đẳng thức tam giác trong tam giác EIC ta có: $EI + EC > IC = IB + BC = DE + BC$. Hay $2BD > DE + BC \Rightarrow BD > \frac{DE + BC}{2}$. Vậy $BD > \frac{BC + DE}{2}$.	0,25
Câu 5 1,0 điểm		Cho các số nguyên dương $a; b; c$ thỏa mãn $a + b + c = 2023$. Chứng minh rằng giá trị biểu thức sau không phải là một số nguyên: $A = \frac{a}{2023 - c} + \frac{b}{2023 - a} + \frac{c}{2023 - b}$	
		Theo bài ra ta có $a + b + c = 2023 \Rightarrow \begin{cases} 2023 - c = a + b \\ 2023 - a = b + c \\ 2023 - b = a + c \end{cases}$	0,25
		$A = \frac{a}{2023 - c} + \frac{b}{2023 - a} + \frac{c}{2023 - b} = \frac{a}{a + b} + \frac{b}{b + c} + \frac{c}{a + c}$	
		Vì a, b, c là các số nguyên dương nên $\frac{a}{a + b} + \frac{b}{b + c} + \frac{c}{a + c} > \frac{a}{a + b + c} + \frac{b}{b + c + a} + \frac{c}{a + c + b} = \frac{a + b + c}{a + b + c} = 1$	0,25
		Chứng minh: $\frac{a}{b} < 1 \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a + m}{b + m}$	0,25
	Ta có $\frac{a}{a + b}; \frac{b}{b + c}; \frac{c}{a + c} < 1$ nên $\frac{a}{a + b} + \frac{b}{b + c} + \frac{c}{a + c} < \frac{a + c}{a + b + c} + \frac{b + a}{b + c + a} + \frac{c + b}{a + c + b} = \frac{2 \cdot (a + b + c)}{a + b + c} = 2$ Vì $1 < A < 2$ nên A không phải là một số nguyên.	0,25	

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH THUYẾT
ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH NĂNG KHIẾU LỚP 6,7,8 THCS

Đề chính thức

NĂM HỌC 2022-2023

MÔN: TOÁN 7

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

Đề thi có: 03 trang

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (8,0 điểm): Hãy chọn phương án trả lời đúng

Câu 1. Giá trị biểu thức $A = \left(0,4 + \frac{3}{5}\right) \cdot \sqrt{\frac{25}{64}} - \frac{3}{4} \cdot (-2023)^0 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{5} - 3\right)$.

- A. $\frac{-49}{40}$ B. $\frac{49}{40}$ C. $\frac{-40}{49}$ D. $\frac{40}{49}$

Câu 2. Cho biết x là số hữu tỉ thỏa mãn $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{16}$. Khi đó tổng các giá trị của x là:

- A. $\frac{5}{4}$. B. $-\frac{1}{4}$. C. $\frac{3}{2}$. D. 1.

Câu 3. Cho biểu thức $N = \frac{1}{3} - \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} - \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{99}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}}$. Khẳng định đúng là

- A. $N < \frac{3}{16}$. B. $N > \frac{3}{16}$. C. $\frac{3}{16} < N < \frac{3}{4}$. D. $N > \frac{3}{4}$.

Câu 4. Biết $\frac{x}{y} = \frac{6}{5}$. Khi đó giá trị của biểu thức $A = \frac{5x-9y}{9x-5y}$ là

- A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{9}{5}$. C. $\frac{-15}{29}$. D. $\frac{-29}{15}$.

Câu 5. Độ dài ba cạnh của một tam giác tỉ lệ với 2, 3, 5. Ba chiều cao tương ứng với ba cạnh của tam giác tỉ lệ với ba số

- A. 6;10;15. B. 15;10;6. C. 8;12;18. D. 30;20;15.

Câu 6. Cho x, y thỏa mãn $(12-2x)^{2022} + |3y-x|^{2023} = 0$. Giá trị của biểu thức $P = 20x - 11y$ là

- A. 142. B. 98. C. 109. D. 131.

Câu 7. Cho bảng thống kê về mức độ ảnh hưởng (đơn vị %) của các yếu tố đến chiều cao của trẻ:

Yếu tố	Vận động	Di truyền	Dinh dưỡng	Giấc ngủ và môi trường	Yếu tố khác
Mức độ ảnh hưởng (%)	20	23	32	16	9

Ngoài yếu tố di truyền, ba yếu tố ảnh hưởng nhiều nhất đến chiều cao chiếm tổng cộng bao nhiêu phần trăm?

- A. 65%. B. 66%. C. 67%. D. 68%.

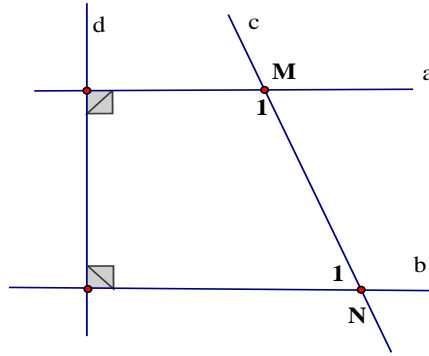
Câu 8. Cho biết $x^3 - 2x + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $P(x) = -4x^4 + 8x^2 - 12x + 5$ là

- A. $P(x) = 0$. B. $P(x) = 5$. C. $P(x) = -3$. D. $P(x) = -5$.

Câu 9. Có 2 hộp bút chì màu. Hộp thứ nhất có 5 bút chì màu đỏ và 7 bút chì màu xanh. Hộp thứ hai có 8 bút chì màu đỏ và 4 bút chì màu xanh. Chọn ngẫu nhiên mỗi hộp một cây bút chì. Xác suất để có 1 cây bút chì màu đỏ và 1 cây bút chì màu xanh là

- A. $\frac{19}{36}$. B. $\frac{17}{36}$. C. $\frac{5}{12}$. D. $\frac{7}{12}$.

Câu 10. Cho hình vẽ:



Hai đường thẳng a, b cùng vuông góc với đường thẳng d . Một đường thẳng c cắt a, b tại M, N . Biết $\widehat{M}_1 - \widehat{N}_1 = 38^\circ$ Số đo của \widehat{N}_1 là

- A. 109° . B. 76° . C. 71° . D. 142° .

Câu 11. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 100^\circ$, hai tia phân giác của $\widehat{B}; \widehat{C}$ cắt nhau tại I . Gọi Cx là tia đối của tia CB ; các tia phân giác của \widehat{B} và \widehat{ACx} cắt nhau tại N . Số đo \widehat{BNC} là

- A. 80° . B. 70° . C. 60° . D. 50° .

Câu 12. Cho tam giác ABC cân tại A có $\widehat{A} = 120^\circ, BC = 6cm$. Đường vuông góc với AB tại A cắt BC tại M . Độ dài đoạn thẳng BM là

- A. $3cm$. B. $3,6cm$. C. $4cm$. D. $4,8cm$.

Câu 13. Cho tam giác ABC . Vẽ đoạn thẳng AD vuông góc với AB (D và C nằm khác phía đối với AB) sao cho $AD = AB$. Vẽ đoạn thẳng AE vuông góc với AC (E và B nằm khác phía đối với AC) sao cho $AE = AC$. Biết rằng $DE = BC$. Khi đó số đo của \widehat{BAC} là

- A. 45° . B. 60° . C. 90° . D. 100° .

Câu 14. Cho tam giác MNP vuông tại M , E là trung điểm của MP . Gọi H, K lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ M và P xuống đường thẳng NE . Khẳng định đúng là

- A. $NH + NK > 2MN$. B. $NH + NK < 2MN$.
C. $NH + NK < MN$. D. $NH + NK = MN$.

Câu 15. Một cô nhân viên đánh máy liên tục dãy số chẵn bắt đầu từ 2 như sau: 2; 4; 6; 8; 10; 12; ... Cô phải đánh máy tất cả 2000 chữ số. Chữ số cuối cùng mà cô đã đánh máy là

- A. 8. B. 7 C. 6 D. 2.

Câu 16. Một cửa hàng có ba tấm vải dài tổng cộng 144m . Nếu cắt ở tấm thứ nhất đi $\frac{1}{3}$ số vải; cắt ở tấm thứ hai đi $\frac{1}{7}$ số vải và cắt ở tấm thứ ba đi $\frac{1}{4}$ số vải thì số mét vải còn lại ở ba tấm bằng nhau. Tổng số mét vải của hai tấm thứ nhất và thứ hai khi chưa cắt là

A. 90.

B. 96.

C. 102.

D. 86.

PHẦN II: TỰ LUẬN (12,0 điểm):

Câu 1 (4,0 điểm).

a) Tính: $A = \frac{2022}{2023} : \left(\frac{0,4 - \frac{2}{11} + \frac{2}{13}}{1,4 - \frac{7}{11} + \frac{7}{13}} \cdot \frac{-1\frac{1}{6} + 0,875 - 0,7}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + 0,2} \right)$

b) Tìm các cặp số nguyên x,y biết: $2xy - 10x - 5y = -15$

Câu 2 (3,0 điểm).

a) Cho a, b, c là các số khác 0 thỏa mãn $\frac{a+b-2023c}{c} = \frac{b+c-2023a}{a} = \frac{c+a-2023b}{b}$.

Tính giá trị của biểu thức $M = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right)$.

b) Cho $P(x)$ là một đa thức bậc 4 có hệ số cao nhất là 1 thỏa mãn điều kiện $P(1) = 3, P(3) = 11; P(5) = 27$. Tính $P(-2) + 7P(6)$.

Câu 3: (4,0 điểm).

Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho $BD < CD$, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt các đường thẳng AB và AC lần lượt ở M và N.

a) Chứng minh rằng: $BM = CN$.

b) Gọi K là giao điểm của BC và MN. Chứng minh K là trung điểm của MN.

c) Từ K kẻ đường thẳng d vuông góc với MN. Chứng minh rằng đường thẳng d luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên cạnh BC.

Câu 4: (1,0 điểm).

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \frac{|x-2020| + |x-2021| + 2022}{|x-2020| + |x-2021| + 2023}$

....Hết....

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Cán bộ coi thi không cần giải thích gì thêm./.

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH THUY
HƯỚNG DẪN CHẤM THI CHỌN HỌC SINH NĂNG KHIẾU CẤP HUYỆN
MÔN TOÁN LỚP 7 – NĂM HỌC 2022–2023

I. Một số chú ý khi chấm bài

- Đáp án chấm thi dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách. Khi chấm thi giám khảo cần bám sát yêu cầu trình bày lời giải đầy đủ, chi tiết, hợp logic và có thể chia nhỏ đến 0,25 điểm.
- Thí sinh làm bài theo cách khác với đáp mà đúng thì tổ chấm cần thống nhất cho điểm tương ứng với thang điểm của đáp án.
- Điểm bài thi là tổng điểm các câu không làm tròn số.
- HS không cần ghi GT, KL; nếu HS không vẽ hình hoặc vẽ hình sai cơ bản thì không cho điểm câu hình.

II. Đáp án – thang điểm

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (8,0 điểm): Mỗi câu trả lời đúng được 0,5đ

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Đáp án	A	D	A	C	B	B	D	B	A	C	D	C	C	A	C	B

PHẦN II: TỰ LUẬN (12,0 điểm):

Câu 1 (4,0 điểm).

a) Tính: $A = \frac{2022}{2023} \cdot \left(\frac{0,4 - \frac{2}{11} + \frac{2}{13}}{1,4 - \frac{7}{11} + \frac{7}{13}} \cdot \frac{-1\frac{1}{6} + 0,875 - 0,7}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + 0,2} \right)$

b) Tìm các cặp số nguyên x,y biết: $2xy - 10x - 5y = -15$

a) Tính: $A = \frac{2022}{2023} \cdot \left(\frac{0,4 - \frac{2}{11} + \frac{2}{13}}{1,4 - \frac{7}{11} + \frac{7}{13}} \cdot \frac{-1\frac{1}{6} + 0,875 - 0,7}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + 0,2} \right)$	2,0
Có $A = \frac{2022}{2023} \cdot \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{11} + \frac{2}{13}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{11} + \frac{7}{13}} \cdot \frac{-\frac{7}{6} + \frac{7}{8} - \frac{7}{10}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}} \right)$	0,5

$A = \frac{2022}{2023} : \left(\frac{2\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)}{7\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)} \cdot \frac{-7\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right)}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}} \right)$	0,5																					
$A = \frac{2022}{2023} : \left(\frac{2}{7} \cdot \frac{-7}{2} \right) \text{ (vì } \frac{1}{5} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \neq 0 \text{ và } \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \neq 0)$	0,5																					
$A = \frac{2022}{2023} : (-1) = -\frac{2022}{2023}$	0,25																					
Vậy $A = -\frac{2022}{2023}$	0,25																					
b) Tìm các cặp số nguyên x,y biết: $2xy - 10x - 5y = -15$	2,0																					
- Ta có: $2xy - 10x - 5y = -15 \Leftrightarrow (2x-5)(y-5) = 10$	0,5																					
- Vì x,y nguyên nên $2x-5$ và $y-5$ là Ước của 10	0,25																					
- Mà $2x-5$ là số nguyên lẻ nên $2x-5 \in \{\pm 1; \pm 5\}$																						
Lập bảng giá trị ta có: (mỗi trường hợp đúng cho 0,25đ)																						
<table border="1"> <tr> <td>$2x-5$</td> <td>-5</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>5</td> <td rowspan="4"></td> </tr> <tr> <td>$y-5$</td> <td>-2</td> <td>-10</td> <td>10</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>3</td> <td>-5</td> <td>15</td> <td>7</td> </tr> </table>	$2x-5$	-5	-1	1	5		$y-5$	-2	-10	10	2	x	0	2	3	5	y	3	-5	15	7	1,0
$2x-5$	-5	-1	1	5																		
$y-5$	-2	-10	10	2																		
x	0	2	3	5																		
y	3	-5	15	7																		
Vậy $(x; y) \in \{(0;3); (2;-5); (3;15); (5;7)\}$	0,25																					

Câu 2 (3,0 điểm).

a) Cho a, b, c là các số khác 0 thỏa mãn $\frac{a+b-2023c}{c} = \frac{b+c-2023a}{a} = \frac{c+a-2023b}{b}$.

Tính giá trị của biểu thức $M = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right)$.

b) Cho $P(x)$ là một đa thức bậc 4 có hệ số cao nhất là 1 thỏa mãn điều kiện $P(1)=3, P(3)=11; P(5)=27$. Tính $P(-2)+7P(6)$.

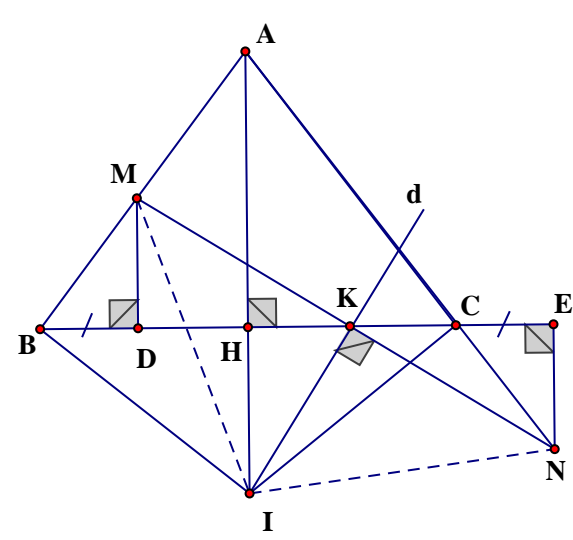
a) Cho a, b, c là các số khác 0 thỏa mãn $\frac{a+b-2023c}{c} = \frac{b+c-2023a}{a} = \frac{c+a-2023b}{b}$.	1,5
Tính giá trị của biểu thức $M = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right)$.	
TH1: Nếu $a+b+c \neq 0$ thì: Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:	0,25
$\frac{a+b-2023c}{c} = \frac{b+c-2023a}{a} = \frac{c+a-2023b}{b} = \frac{a+b-2023c+b+c-2023a+c+a-2023b}{a+b+c}$	

$= \frac{-2021a - 2021b - 2021c}{a+b+c} = \frac{-2021(a+b+c)}{a+b+c} = -2021.$	0,25
$\Rightarrow \begin{cases} a+b-2023c = -2021c \\ b+c-2023a = -2021a \\ c+a-2023b = -2021b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b = 2c \\ b+c = 2a \\ c+a = 2b \end{cases}$	0,25
<p>Suy ra $M = \left(1 + \frac{b}{a}\right)\left(1 + \frac{a}{c}\right)\left(1 + \frac{c}{b}\right) = \left(\frac{b+a}{a}\right)\left(\frac{c+a}{c}\right)\left(\frac{b+c}{b}\right) = \frac{2c}{a} \cdot \frac{2b}{c} \cdot \frac{2a}{b} = 8$</p>	0,25
<p>TH2: Nếu $a+b+c = 0$ thì suy ra:</p> $\begin{cases} a+b = -c \\ b+c = -a \\ c+a = -b \end{cases}$	0,25
<p>Suy ra $M = \left(1 + \frac{b}{a}\right)\left(1 + \frac{a}{c}\right)\left(1 + \frac{c}{b}\right) = \left(\frac{b+a}{a}\right)\left(\frac{c+a}{c}\right)\left(\frac{b+c}{b}\right) = \frac{-c}{a} \cdot \frac{-b}{c} \cdot \frac{-a}{b} = -1$</p>	0,25
<p>b) Cho $P(x)$ là một đa thức bậc 4 có hệ số cao nhất là 1 thỏa mãn điều kiện $P(1) = 3, P(3) = 11; P(5) = 27$. Tính $P(-2) + 7P(6)$.</p>	1,5
<p>Xét đa thức $Q(x) = P(x) - (x^2 + 2)$ ta có:</p> $Q(1) = P(1) - (1^2 + 2) = 3 - 3 = 0$ $Q(3) = P(3) - (3^2 + 2) = 11 - 11 = 0$ $Q(5) = P(5) - (5^2 + 2) = 27 - 27 = 0$	0,25
<p>Suy ra $x = 1; x = 3; x = 5$ là các nghiệm của đa thức $Q(x)$, do đó :</p>	0,25
$Q(x) = (x-1)(x-3)(x-5)(x-m)$ <p>Suy ra $P(x) = (x-1)(x-3)(x-5)(x-m) + x^2 + 2$</p>	0,25
<p>Khi đó $P(-2) = (-2-1)(-2-3)(-2-5)(-2-m) + (-2)^2 + 2 = 216 + m$</p> $P(6) = (6-1)(6-3)(6-5)(6-m) + 6^2 + 2 = 128 - 15m$	0,25
<p>Vậy $P(-2) + 7P(6) = 216 + 105m + 7(128 - 15m) = 1112$</p>	0,25

Câu 3 (4,0 điểm).

Cho tam giác ABC cân tại A . Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho $BD < CD$, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt các đường thẳng AB và AC lần lượt ở M và N .

- Chứng minh rằng: $BM = CN$.
- Gọi K là giao điểm của BC và MN . Chứng minh K là trung điểm của MN .
- Từ K kẻ đường thẳng d vuông góc với MN . Chứng minh rằng đường thẳng d luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên cạnh BC .

<p>Hình vẽ đúng</p> 	0,25
<p>a) Chứng minh rằng: $BM = CN$.</p>	1,25
<p>Ta có : $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ (vì ΔABC cân tại A) $\widehat{ACB} = \widehat{ECN}$ (Hai góc đối đỉnh) (2) suy ra $\widehat{ABC} = \widehat{ECN}$ hay $\widehat{MBD} = \widehat{ECN}$</p>	0,5
<p>Xét ΔMDB và ΔNEC có: $\widehat{BDM} = \widehat{CEN} = 90^\circ$; $\widehat{MBD} = \widehat{ECN}$ (cmt) $\Rightarrow \Delta MDB = \Delta NEC$ (g.c.g)</p>	0,5
<p>$\Rightarrow BM = CN$. (hai cạnh tương ứng)</p>	0,25
<p>b) Gọi K là giao điểm của BC và MN. Chứng minh K là trung điểm của MN.</p>	1,25
<p>Xét ΔMDK và ΔNEK có $\widehat{MDK} = \widehat{NEK} = 90^\circ$; $DM = EN$ (theo a) $\widehat{MKD} = \widehat{NKE}$ (hai góc đối đỉnh) $\Rightarrow \Delta MDK = \Delta NEK$ (một cạnh góc vuông và một góc nhọn bằng nhau)</p>	0,75
<p>$\Rightarrow MK = KN$ (hai cạnh tương ứng) Vậy K là trung điểm của MN.</p>	0,5
<p>c) Từ K kẻ đường thẳng d vuông góc với MN. Chứng minh rằng đường thẳng d luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên cạnh BC.</p>	1,25
<p>c) Kẻ $AH \perp BC$ tại H, ta có $\Delta AHB = \Delta AHC$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông) $\Rightarrow \widehat{HAB} = \widehat{HAC}$</p>	0,25
<p>Gọi I là giao điểm của AH và đường thẳng d, ta có $\Delta IAB = \Delta IAC$ (c.g.c) $\widehat{IBA} = \widehat{ICA}$ (1)</p>	0,25

Chỉ ra: $\triangle IKM = \triangle IKN$ (hai cạnh góc vuông bằng nhau) $\Rightarrow IM = IN$, từ đó suy ra $\triangle IBM = \triangle ICN$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{IBA} = \widehat{ICN}$ (2)	0,25
Từ (1) và (2) suy ra $\Rightarrow \widehat{ICA} = \widehat{ICN} = 90^\circ \Rightarrow IB \perp AB \Rightarrow$ điểm I cố định.	0,25
Vậy đường thẳng d luôn đi qua điểm I cố định khi D thay đổi trên cạnh BC .	0,25

Câu 4 (1,0 điểm).

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \frac{|x-2020|+|x-2021|+2022}{|x-2020|+|x-2021|+2023}$

- Ta có $A = \frac{ x-2020 + x-2021 +2022}{ x-2020 + x-2021 +2023} = \frac{ x-2020 + x-2021 +2023-1}{ x-2020 + x-2021 +2023}$ $= 1 - \frac{1}{ x-2020 + x-2021 +2023}$	0,25
- Khi đó A nhỏ nhất khi $\frac{1}{ x-2020 + x-2021 +2023}$ lớn nhất $\Rightarrow x-2020 + x-2021 +2023$ nhỏ nhất	0,25
- Ta có: $ x-2020 + x-2021 +2023 = x-2020 + 2021-x +2023 \geq x-2020+2021-x +2023 \geq 2024$ Dấu “ = “ xảy ra $(x-2020)(x-2021) \geq 0 \Leftrightarrow 2020 \leq x \leq 2021$	0,25
- Vậy $MinA = 1 - \frac{1}{2024} = \frac{2023}{2024} \Leftrightarrow 2020 \leq x \leq 2021$	0,25

(Lưu ý: học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa)

Hướng dẫn:

Câu 7. Tổng số bút là 40, Số lần không lấy được màu vàng chính là tổng số lần lấy toàn bộ màu xanh và đỏ, tức là $14 + 16 = 30$ lần

Do đó xác suất của sự kiện không lấy được bút màu vàng là $\frac{30}{40} = \frac{3}{4}$.

Câu 9. Mỗi hộp đều có tổng cộng 12 bút. Nếu lấy 1 bút ở hộp 1 và lấy 1 bút ở hộp 2 thì có $12 \cdot 12 = 144$ cách chọn

TH1: Nếu chọn 1 bút đỏ ở hộp 1 thì có 5 cách chọn và chọn 1 bút xanh ở hộp 2 thì có 4 cách chọn \Rightarrow Số chọn 1 bút đỏ ở hộp 1 và 1 bút xanh ở hộp 2 là $5 \cdot 4 = 20$ cách

TH2: Nếu chọn 1 bút đỏ ở hộp 2 thì có 8 cách chọn và chọn 1 bút xanh ở hộp 1 thì có 7 cách chọn \Rightarrow Số chọn 1 bút đỏ ở hộp 1 và 1 bút xanh ở hộp 2 là $8 \cdot 7 = 56$ cách

Như vậy có tất cả $20 + 56 = 76$ cách chọn

Xác suất để có 1 cây bút chì màu đỏ và 1 cây bút chì màu xanh là $\frac{76}{144} = \frac{19}{36}$

Câu 15.

Để đánh số từ 2 đến 8 cô cần 4 chữ số

Để đánh số từ 10 đến 98 cô cần :90 chữ số

Để đánh số từ 100 đến 998 cô cần 1350 chữ số

Cô đánh thêm : $2000 - 1350 - 90 - 4 = 556$ (chữ số), tức là viết $556:4 = 139$ số có 4 chữ số nữa. Gọi số đó là x ta có: $(x-1000):2 + 1 = 139$

Suy ra $x = 1276$

**ĐỀ THI GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG
NĂM HỌC 2022 – 2023**

Môn: Toán – Lớp 7

Thời gian làm bài: **120 phút** (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi có 13 câu, gồm 01 trang)

I. PHẦN GHI KẾT QUẢ (Thí sinh chỉ cần ghi kết quả vào tờ giấy thi)

Câu 1. Tìm x biết $7,5 - |5 - 2x| = 4,5$

Câu 2. Thực hiện phép tính $\frac{-3}{11} \cdot \frac{5}{7} + \frac{-5}{7} \cdot \frac{8}{11} + 2\frac{5}{7}$

Câu 3. Tìm các số nguyên x thỏa mãn: $\frac{1}{3} < \frac{9}{x} < \frac{1}{2}$

Câu 4. Một hình hộp chữ nhật có chiều dài và chiều rộng lần lượt tỉ lệ với 3; 2. Biết chiều cao bằng 2cm và diện tích xung quanh bằng 40cm^2 . Tính thể tích của hình hộp chữ nhật trên.

Câu 5. Cho biết 36 công nhân hoàn thành một công việc trong 15 ngày. Hỏi để hoàn thành công việc đó trong 9 ngày thì phải tăng cường thêm mấy công nhân? (Năng suất mỗi công nhân là như nhau).

Câu 6. Cho hai số x, y thỏa mãn $(3x + 3)^{2022} + |x + y + 2| = 0$. Tính giá trị biểu thức: $B = x^{2022} + y^{2023}$

Câu 7. Tìm các số nguyên x để phân số sau có giá trị nguyên $M = \frac{2x - 5}{x - 1}$

Câu 8. Cho tam giác ABC có số đo góc B bằng 68° . Hai tia phân giác góc A và C cắt nhau tại D. Tính số đo góc ADC

Câu 9. Cho Tam giác ABC. Hai đường trung tuyến AD và BE cắt nhau tại G. Gọi F là trung điểm của AG. CF cắt BE tại M. Tính tỉ số $\frac{BM}{BE}$

Câu 10. Gieo ngẫu nhiên đồng thời hai con xúc xắc một lần. Tính xác suất của biến cố “ Mặt xuất hiện của hai con xúc xắc là số chẵn”

II. PHẦN TỰ LUẬN (Thí sinh trình bày lời giải vào tờ giấy thi)

Câu 11.

a) Tính giá trị biểu thức $A = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2021}{2022} + 2023$

b) Tìm x, y, z biết: $4x = 3y$; $5y = 2z$ và $2x + 3y - 5z = 8$

Câu 12. Cho tam giác ABC cân tại A, BH vuông góc với AC tại H. Trên cạnh BC lấy điểm M bất kỳ (khác B và C). Gọi D, E, F là chân đường vuông góc hạ từ M đến AB, AC, BH

a) Chứng minh $\triangle DBM = \triangle FMB$

b) Chứng minh $MD + ME = BH$

c) Trên tia đối của tia CA lấy điểm K sao cho $CK = EH$. Gọi I là giao điểm BC với DK. Chứng minh $DI = KI$

Câu 13. Có sáu túi lần lượt chứa 18, 19, 21, 23, 25 và 34 bóng. Một túi chỉ chứa bóng đỏ trong khi 5 túi kia chỉ chứa bóng xanh. Bạn Toán lấy ba túi, bạn Học lấy 2 túi. Túi còn lại chứa bóng đỏ. Biết lúc này bạn Toán có số bóng xanh gấp đôi số bóng xanh của học Học. Tìm số bóng đỏ trong túi còn lại.

----- HẾT -----

Lưu ý: - Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay; giám thị không giải thích gì thêm

- Họ và tên thí sinh Số báo danh

HƯỚNG DẪN CHẤM GIAO LƯU HSG CỤM

NĂM HỌC 2022 - 2023

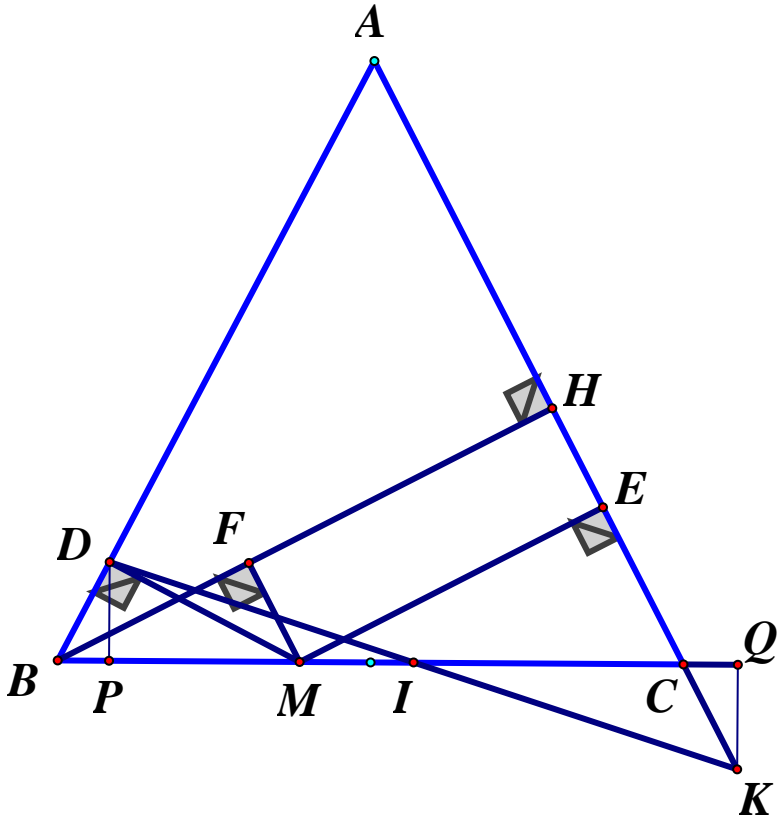
Môn: TOÁN 7

Lưu ý: - Từ câu 1 đến câu 10 thí sinh chỉ cần ghi kết quả, không trình bày lời giải.

- Mọi cách giải khác đáp án, đúng và ngắn gọn đều cho điểm tương ứng.

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1	Đáp số: $x = 1; x = 4$	1.0
Câu 2	Đáp số: 2	1.0
Câu 3	Đáp số: $x = 19; 20; 21...25; 26$	1.0
Câu 4	Đáp số: $V = 48\text{cm}^3$ HD: Giả sử chiều dài và chiều rộng của hình hộp chữ nhật lần lượt là a và b, theo bài ra ta có: $2(a+b).2 = 40 \Rightarrow a + b = 10$ Lại có: $\frac{a}{3} = \frac{b}{2} = \frac{a+b}{5} = \frac{10}{5} = 2 \Rightarrow a = 6\text{cm}; b = 4\text{cm}.$ Thể tích hình hộp chữ nhật là: $V = 6.4.2 = 48\text{cm}^3$	1.0
Câu 5	Đáp số: 24 Gọi a là số công nhân hoàn thành công việc trong 9 ngày ($a \in \mathbb{N}^*$) Theo bài ra ta có: $36.15 = 9.a \Rightarrow a = 60.$ Nên số công nhân phải tăng cường là: $60 - 36 = 24$	1.0
Câu 6	Đáp số: $B = 0$ HD: $\begin{cases} (3x+3)^{2022} \geq 0 \\ x+y+2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow (3x+3)^{2022} + x+y+2 \geq 0$ Đề $(3x+3)^{2022} + x+y+2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (3x+3)^{2022} = 0 \\ x+y+2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+3 = 0 \\ x+y+2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$ Thay $x = -1; y = -1$ vào biểu thức B ta có $B = 0$	1.0
Câu 7	Đáp số: $x = -2; 0; 2; 4$ $M = \frac{2x-5}{x-1} = \frac{2x-2-3}{x-1} = \frac{2(x-1)-3}{x-1} = 2 - \frac{3}{x-1}$ Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên để M có giá trị nguyên khi $3: x-1$ $x-1$ thuộc ước của 3, $\Rightarrow x-1 \in \{1; -1; 3; -3\} \Rightarrow x \in \{2; 0; 4; -2\}$	1.0
Câu 8	Đáp số: $B = 124^0$	1.0

<p>Câu 9</p>	<p>Đáp số : $\frac{8}{9}$</p> <p>HD: dễ thấy G và M lần lượt là trọng tâm ΔABC và ΔAGC nên</p> $BM = BG + GM = \frac{2}{3}BE + \frac{2}{3}GE = \frac{2}{3}\left(BE + \frac{1}{3}BE\right) = \frac{8}{9}BE \Rightarrow \frac{BM}{BE} = \frac{8}{9}$	<p>1.0</p>
<p>Câu 10</p>	<p>Đáp số: $\frac{1}{4}$</p> <p>HD: Số các kết quả có thể xảy ra đối với mặt xuất hiện của hai con xúc xắc khi gieo đồng thời là: $6.6 = 36$.</p> <p>Số các kết quả thuận lợi cho biến cố “ Mặt xuất hiện của hai con xúc xắc là số chẵn” là 9</p> <p>Do đó Xác suất của biến cố “ Mặt xuất hiện của hai con xúc xắc là số chẵn” là $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$</p>	<p>1.0</p>
<p>PHẦN TỰ LUẬN</p>		
<p>Câu 11a 2đ</p>	$A = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - \frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2021}{2022} + 2023$ $A = \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - \frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right) : \frac{2021}{2022} + 2023$ $A = \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2021}{2022} + 2023$ $A = 0 + 2023$ $A = 2023$	<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p>
<p>Câu 11b 2đ</p>	<p>Theo bài ra ta có:</p> $\begin{cases} 4x = 3y \\ 5y = 2z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{y}{4} \\ \frac{y}{2} = \frac{z}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{y}{4} \\ \frac{y}{4} = \frac{z}{10} \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{10}$ <p>Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có</p> $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{10} = \frac{2x}{6} = \frac{3y}{12} = \frac{5z}{50} = \frac{2x+3y-5z}{6+12-50} = \frac{8}{-32} = \frac{-1}{4}$ <p>Suy ra $x = \frac{-3}{4}; y = -1; z = \frac{-5}{2}$</p>	<p>0.5+0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p>

<p>Câu 12 (5đ)</p>		
<p>12a (2 đ)</p>	<p>Lập luận được $\widehat{DBM} = \widehat{FMB}$ hoặc $\widehat{DMB} = \widehat{FBM}$ Chứng minh được $\triangle DBM = \triangle FMB(ch - gn)$</p>	<p>1 1</p>
<p>12b (2 đ)</p>	<p>Theo câu a ta có: $\triangle DBM = \triangle FMB(ch - gn) \Rightarrow MD = BF$ (1) Chứng minh: $\triangle MFH = \triangle HEM \Rightarrow ME = FH$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $MD + ME = BF + FH = BH$</p>	<p>0.5 0.5 1</p>
<p>12c (1 đ)</p>	<p>Vẽ $DP \perp BC$ tại P, $KQ \perp BC$ tại Q +) Chứng minh: $BD = FM = EH = CK$ +) Chứng minh $\triangle BDP = \triangle CKQ(ch - gn) \Rightarrow DP = KQ$ (cạnh tương ứng) +) Chứng minh $\widehat{IDP} = \widehat{IKQ} \Rightarrow \triangle DPI = \triangle KQI(g.c.g) \Rightarrow ID = IK$</p>	<p>0.25 0.25 0.5</p>
<p>Câu 13 1đ</p>	<p>Tổng số bóng trong 6 túi: $18 + 19 + 21 + 23 + 25 + 34 = 140$ Vì số bóng của Toán gấp hai lần số bóng của Học nên tổng số bóng của hai bạn là bội của 3. Ta có : 140 chia 3 bằng 46 dư 2. Do đó số bóng đỏ cũng là số chia 3</p>	<p>1đ</p>

	dư 2. Trong sáu số đã cho chỉ có 23 chia 3 dư 2, do đó số bóng đỏ là 23.	
--	---	--

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÀNH PHỐ VINH

**KỶ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI
NĂM HỌC 2022- 2023**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm có 01 trang)

Môn thi: Toán lớp 7

Thời gian: **120 phút** (không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (4,5 điểm)

1. Tính giá trị biểu thức: a, $A = \left(\frac{10 \cdot \sqrt{1,44}}{3} + \frac{24 \cdot \sqrt{0,25}}{7} \right) : \left(\frac{12}{7} + \frac{\sqrt{144}}{9} \right)$

b, $N = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$

2. Cho $A = 1 + 2^4 + 2^8 + \dots + 2^{1996} + 2^{2000}$ và $B = 1 + 2^2 + 2^4 + \dots + 2^{2000} + 2^{2002}$. Tính tỷ số $\frac{A}{B}$

Câu 2. (4,0 điểm)

a, Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết $|2x - 1| + \frac{1}{4} = 2$

b, Tìm x, y, z biết: $2x = 3y = 5z$ và $x + 3y - 2z = 66$

c, Cho $b^2 = ac; c^2 = bd$ (a, b, c, d khác 0). Chứng minh rằng: $\left(\frac{12a + 3b - 5c}{12b + 3c - 5d} \right)^3 = \frac{a}{d}$

Câu 3. (3,5 điểm)

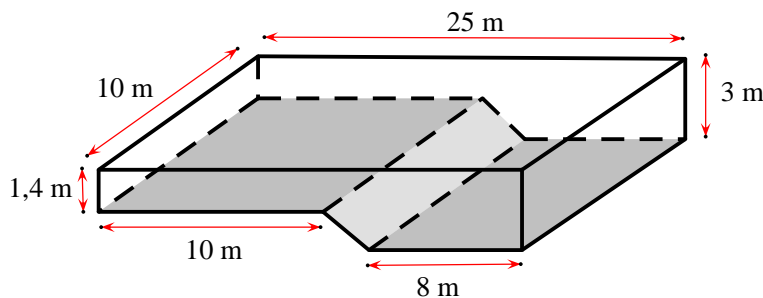
a, Cho x, y là các số nguyên dương thỏa mãn $\frac{x + 2y}{x + y} = \frac{2023}{2022}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của x .

b, Một bể nước dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng và chiều cao tỉ lệ với 1: 2: 4. Tổng diện tích sáu mặt của bể nước là 112m^2 . Tính thể tích bể nước.

c, Tìm các số nguyên dương a, b, c thỏa mãn: $a^3 + 3a^2 + 5 = 5^b$ và $a + 3 = 5^c$

Câu 4. (2,0 điểm)

Một bể bơi được xây dựng thành hai khu vực với độ sâu khác nhau cho trẻ em và người lớn và các kích thước của lòng bể được cho như hình vẽ.



Hỏi sau bao lâu bể bơi được bơm đầy nước, biết cứ mỗi phút máy bơm được vào bể 500 lít nước.

Câu 5. (6,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn có $AB < AC$. Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho $AB = AD$. Qua B kẻ đường thẳng song song với CD cắt đường thẳng AC tại E.

a, Chứng minh rằng $BE = CD; ED = BC$

b, Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của BE, CD. Chứng minh rằng A là trung điểm của PQ

c, Gọi M là điểm bất kỳ nằm trong tam giác ABC. Xác định vị trí của M để biểu thức $MA \cdot BC + MB \cdot AC + MC \cdot AB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Hướng dẫn chấm môn Toán 7

(Hướng dẫn chấm gồm có 04 trang)

Lưu ý: Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1a (1,5 đ)	$A = \left(\frac{10 \cdot \sqrt{1,44}}{3} + \frac{24 \cdot \sqrt{0,25}}{7} \right) : \left(\frac{12}{7} + \frac{\sqrt{144}}{9} \right)$	0,5
	$A = \left(\frac{10 \cdot 1,2}{3} + \frac{24 \cdot 0,5}{7} \right) : \left(\frac{12}{7} + \frac{12}{9} \right)$	
	$A = \left(\frac{12}{3} + \frac{12}{7} \right) : \left(\frac{12}{7} + \frac{12}{9} \right)$ $A = \frac{12 \cdot 10}{21} : \frac{12 \cdot 16}{63}$	0,5
	$A = \frac{12 \cdot 10}{21} \cdot \frac{63}{12 \cdot 16}$ $A = \frac{5}{1} \cdot \frac{3}{8} = \frac{15}{8}$	0,5
Câu 1b (1,5 đ)	$N = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$ $N = \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2 \cdot 2^9 \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^8 \cdot 3^8 \cdot 2^2 \cdot 5}$	0,5
	$N = \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2^{10} \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5}$ $N = \frac{2^{10} \cdot 3^8 \cdot (1 - 3)}{2^{10} \cdot 3^8 (1 + 5)}$	0,5
	$N = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$	0,5
Câu 1c (1,5 đ)	$A = 1 + 2^4 + 2^8 + \dots + 2^{1996} + 2^{2000}$ $2^4 \cdot A = 2^4 + 2^8 + 2^{12} + \dots + 2^{2000} + 2^{2004}$ $2^4 \cdot A - A = 2^{2004} - 1$ $A = \frac{2^{2004} - 1}{15}$	0,5
	$B = 1 + 2^2 + 2^4 + \dots + 2^{2000} + 2^{2002}$ $2^2 \cdot B = 2^2 + 2^4 + 2^6 + \dots + 2^{2002} + 2^{2004}$ $2^2 \cdot B - B = 2^{2004} - 1$ $B = \frac{2^{2004} - 1}{3}$	0,5
	Do đó: $\frac{A}{B} = \frac{2^{2004} - 1}{15} : \frac{2^{2004} - 1}{3} = \frac{3 \cdot (2^{2004} - 1)}{15 \cdot (2^{2004} - 1)} = \frac{1}{5}$	0,5

Câu 2a (1,5 đ)	$ 2x-1 + \frac{1}{4} = 2$ $ 2x-1 = 2 - \frac{1}{4}$ $ 2x-1 = \frac{7}{4}$	0,5
	Trường hợp 1: $2x-1 = \frac{7}{4}$ Suy ra: $x = \frac{11}{8}$	0,5
	Trường hợp 2: $2x-1 = -\frac{7}{4}$ Suy ra: $x = -\frac{3}{8}$ Vì x nguyên nên không tồn tại x thỏa mãn bài ra	0,5
Câu 2b (1,5 đ)	Từ $2x = 3y = 5z$ suy ra $\frac{x}{15} = \frac{y}{10} = \frac{z}{6}$.	0,5
	Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x}{15} = \frac{y}{10} = \frac{z}{6} = \frac{x+3y-2z}{15+3 \cdot 10-2 \cdot 6} = \frac{66}{33} = 2$	0,5
	Khi đó: $x = 2 \cdot 15 = 30$; $y = 2 \cdot 10 = 20$; $z = 2 \cdot 6 = 12$.	0,5
Câu 2c (1 đ)	Từ $b^2 = ac$ suy ra $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$; Từ $c^2 = bd$ suy ra $\frac{b}{c} = \frac{c}{d}$. Do đó: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$	0,25
	Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{12a+3b-5c}{12b+3c-5d}$	0,25
	Suy ra $\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \left(\frac{12a+3b-5c}{12b+3c-5d}\right)^3$ Hay $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} = \left(\frac{12a+3b-5c}{12b+3c-5d}\right)^3$ Vậy $\frac{a}{d} = \left(\frac{12a+3b-5c}{12b+3c-5d}\right)^3$	0,5
Câu 3a (1 đ)	Từ $\frac{x+2y}{x+y} = \frac{2023}{2022}$ suy ra $\frac{x+2y}{2023} = \frac{x+y}{2022}$ Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x+2y}{2023} = \frac{x+y}{2022} = \frac{(x+2y)-(x+y)}{2023-2022} = y$	0,5
	Khi đó: $x+y = 2022y$ Hay $x = 2021y$	0,25
	Để x đạt GTNN khi 2021y đạt GTNN. Mặt khác x, y là các số nguyên dương nên GTNN của y là 1.	0,25

	Khi đó GTNN của x là 2021.	
Câu 3b (1,5 đ)	Gọi chiều dài, chiều rộng và chiều cao của bể nước lần lượt là x, y, z (m). Điều kiện: $x, y, z > 0$. Khi đó: $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{4}$	0,25
	Tổng diện tích sáu mặt của bể nước là: $2.(x + y).z + 2xy$ (m^2) Theo đề ra, ta có: $2.(x + y).z + 2xy = 112$ Hay $xz + yz + xy = 56$	0,25
	Từ $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{4}$ suy ra $\frac{x^2}{1} = \frac{y^2}{4} = \frac{z^2}{16} = \frac{xy}{2} = \frac{yz}{8} = \frac{xz}{4}$ Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{xy}{2} = \frac{yz}{8} = \frac{xz}{4} = \frac{xy + yz + xz}{2 + 8 + 4} = \frac{56}{14} = 4$	0,5
	Khi đó: $x^2 = 4.1 = 4 \Rightarrow x = 2$ $y^2 = 4.4 = 16 \Rightarrow y = 4$ $z^2 = 4.16 = 64 \Rightarrow z = 8$ (Vì $x, y, z > 0$)	0,25
	Vậy thể tích của bể nước là: $2.4.8 = 64$ (m^3)	0,25
Câu 3c (1 đ)	Với a, b, c là các số nguyên dương, ta có: $5^b = a^2.(a + 3) + 5 = a^2.5^c + 5 > 5^c$ $\Rightarrow 5^b > 5^c$ Do đó: $5^b : 5^c$	0,25
	$\Rightarrow a^2.(a + 3) + 5 : a + 3$ $\Rightarrow 5 : a + 3$ Hay $a + 3 \in U(5) = \{\pm 1; \pm 5\}$.	0,25
	Vì a là số nguyên dương nên $a + 3 = 5$. Do đó: $a = 2$	0,25
	Khi đó: $5^b = 2^3 + 3.2^2 + 5 = 25 \Rightarrow b = 2$ $5^c = 2 + 3 = 5 \Rightarrow c = 1$. Vậy $a = 2, b = 2, c = 1$ (thử lại t/m)	0,25
Câu 4 (2 đ)		
	Để tính thể tích bể bơi, ta tính thể tích hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' và hình lăng trụ đứng EC'NM.FD'PQ có đáy là hình thang vuông. Thể tích hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' là: $10.25.1,4 = 350$ (m^3)	0,5
	Thể tích hình lăng trụ đứng EC'NM.FD'PQ là:	0,5

	$\frac{1}{2} \cdot [(25 - 10) + 8] \cdot (3 - 1,4) \cdot 10 = 184 \text{ (m}^3\text{)}$	
	Thể tích bể bơi là: $350 + 184 = 534 \text{ (m}^3\text{)}$	0,5
	Đổi $534 \text{ m}^3 = 534 \text{ 000 lít}$ Thời gian bể bơi được bơm đầy nước là: $534 \text{ 000} : 500 = 1 \text{ 068 (phút)}$ Vậy sau 17 giờ 48 phút thì bể được bơm đầy nước.	0,5
Câu 4a (2 đ)		
	Vì $BE \parallel CD$ nên $\widehat{ABD} = \widehat{ADC}$ (hai góc so le trong) Chứng minh $\triangle AEB = \triangle ACD$ (g.c.g) Suy ra: $BE = CD$ và $AE = AC$	1
	Chứng minh $\triangle AED = \triangle ACB$ (c.g.c) Suy ra: $DE = BC$	1
Câu 4b (2 đ)	Vì $PB = \frac{1}{2} BE$ và $QD = \frac{1}{2} CD$ Mà $BE = CD$ Nên $PB = QD$	0,5
	Chứng minh $\triangle APB = \triangle AQC$ (c.g.c) Suy ra: $\widehat{PAB} = \widehat{QAC}$ và $AP = AQ$	0,5
	Mặt khác: $\widehat{DAQ} + \widehat{QAB} = 180^\circ$ Do đó: $\widehat{PAB} + \widehat{QAB} = 180^\circ$. Hay ba điểm A, P, Q thẳng hàng.	0,5
	Vì $AP = AQ$ và ba điểm A, P, Q thẳng hàng nên A là trung điểm của PQ .	0,5
Câu 4c (2 đ)	Gọi I là giao điểm của AM và BC . Kẻ $BH \perp AM, CK \perp AM$. Ta có: $MA \cdot BC = MA \cdot (BI + CI)$ Mà $BI \geq BH, CI \geq CK$. Do đó: $MA \cdot BC \geq MA \cdot BH + MA \cdot CK$ Hay $MA \cdot BC \geq 2S_{\triangle ABM} + 2S_{\triangle ACM}$	0,75

<p>Tương tự: $MB.AC \geq 2S_{\triangle ABM} + 2S_{\triangle BCM}$ $MC.AB \geq 2S_{\triangle ACM} + 2S_{\triangle BCM}$ Suy ra: $MA.BC + MB.AC + MC.AB \geq 4S_{\triangle ABC}$.</p>	0,75
<p>Dấu bằng xảy ra khi $AM \perp BC$, $BM \perp AC$ và $CM \perp AB$. Khi đó M là trực tâm của tam giác ABC.</p>	0,5

ĐỀ CHÍNH THỨC

I. PHẦN GHI KẾT QUẢ (Thí sinh chỉ điền kết quả vào tờ giấy thi)

Câu 1: Tính giá trị biểu thức $A = \frac{-4}{7} \cdot \frac{7}{11} - \frac{3}{7} \cdot \frac{7}{11} - \frac{4}{11}$.

Câu 2: Một mảnh vườn có dạng hình chữ nhật với tỉ số độ dài hai cạnh của nó bằng $\frac{3}{5}$ và chu vi bằng 48 m. Tính diện tích của mảnh vườn đó.**Câu 3:** Một hộp sữa có dạng hình hộp chữ nhật với các kích thước đáy dưới là 4 cm, 5 cm và chiều cao là 12 cm. Hỏi hộp sữa đựng bao nhiêu mililit sữa? (biết hộp sữa đựng đầy và $1\text{cm}^3 = 1\text{ml}$)**Câu 4:** Một bánh răng có 40 răng, quay mỗi phút được 15 vòng, nó khớp với một bánh răng thứ hai. Giả sử bánh răng thứ hai quay một phút được 20 vòng. Hỏi bánh răng thứ hai có bao nhiêu răng?

Câu 5: Tính giá trị biểu thức: $B = \frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{44.49}$.

Câu 6: Cho đa thức $f(x)$ xác định với mọi x thỏa mãn: $x.f(x+2) = (x^2-9).f(x)$. Tính $f(5)+f(7)$.**Câu 7:** Một hộp đựng 60 viên bi trong đó có 15 viên bi màu xanh, 15 viên bi màu đỏ, 15 viên bi màu vàng và 15 viên bi màu trắng. Cần phải lấy ra ít nhất bao nhiêu viên bi (mà không nhìn trước) để chắc chắn trong số đó có không ít hơn 8 viên bi cùng màu?

Câu 8: Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức sau có giá trị nguyên $C = \frac{1-2x}{x+3}$

Câu 9: Cho tam giác ABC có số đo góc A bằng 70° . Hai tia phân giác góc B và góc C cắt nhau tại I. Tính số đo góc BIC.**Câu 10:** Cho tam giác ABC cân tại A, $\angle A = 80^\circ$. Ở miền trong tam giác lấy điểm I sao cho $\angle IBC = 10^\circ$, $\angle ICB = 30^\circ$. Tính $\angle AIB$.**II. PHẦN TỰ LUẬN** (Thí sinh trình bày lời giải đầy đủ vào tờ giấy thi)

Câu 11: a) Tìm x , biết: $\frac{x-1}{8} = \frac{2}{x-1}$.

b) Tìm x, y biết: $\frac{5+x}{8+y} = \frac{5}{8}$ và $x + y = 26$.

Câu 12: a) Cho $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$. Chứng minh rằng: $\frac{a^2+c^2}{b^2+c^2} = \frac{a}{b}$.

b) Tìm các số nguyên x, y biết: $x + 2xy - y - 4 = 0$.

Câu 13: Cho tam giác ABC vuông ở A, có số đo góc C bằng 30° , đường cao AH. Trên đoạn HC lấy điểm D sao cho $HD = HB$. Từ C kẻ CE vuông góc với AD. Chứng minh:

a) Tam giác ABD là tam giác đều;

b) $AH = CE$;

c) HE song song với AC.

Câu 14: a) Cho x, y, z thỏa mãn: $3x = 2y; 5y = 4z$. Tính: $P = \frac{2x+3y+4z}{3x+4y-5z}$.

b) Cho a, b, c là ba cạnh của một tam giác.
 Chứng minh rằng: $2(ab + bc + ca) > a^2 + b^2 + c^2$.

Hết

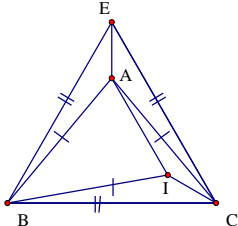
Thí sinh không được dùng tài liệu và máy tính cầm tay

Họ và tên thí sinh Số báo danh

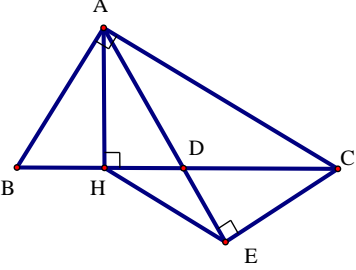
HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI HSG HUYỆN NĂM HỌC 2022-2023 MÔN TOÁN 7

I. PHẦN GHI KẾT QUẢ (10 câu, mỗi câu 1 điểm)

Câu	Hướng dẫn giải	Kết quả
1	$A = \frac{-4}{7} \cdot \frac{7}{11} - \frac{3}{7} \cdot \frac{7}{11} - \frac{4}{11} = \frac{7}{11} \left(\frac{-4}{7} - \frac{3}{7} \right) - \frac{4}{11} = \frac{-7}{11} - \frac{4}{11} = -1$	A = -1
2	Chiều rộng và chiều dài hình chữ nhật lần lượt là x (m); y(m) (x,y>0)> Theo bài ra ta có: $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}; x + y = 24$ $x = 9(m); y = 15(m)$ Diện tích mảnh vườn là: $S = 9.15 = 135m^2$	Diện tích hình chữ nhật $S = 9.15 = 135m^2$
3	Thể tích hộp sữa là: $4.5.12 = 240 \text{ cm}^3$ Hộp sữa đựng 240 ml sữa	Hộp sữa đựng 240 ml sữa
4	Số răng của bánh xe thứ 2 là x. Ta có: $40.15 = 20.x \Rightarrow x = 30$	Bánh xe thứ hai có 30 răng
5	$B = \frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{44.49}$ $= \frac{1}{5} \left(\frac{5}{4.9} + \frac{5}{9.14} + \frac{5}{14.19} + \dots + \frac{5}{44.49} \right)$ $= \frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \dots + \frac{1}{44} - \frac{1}{49} \right)$ $= \frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{49} \right) = \frac{1}{5} \left(\frac{45}{4.49} \right) = \frac{9}{196}$	$B = \frac{9}{196}$
6	$3.f(3 + 2) = (3^2 - 9).f(3) \Rightarrow f(5) = 0;$ $5.f(5 + 2) = (5^2 - 9).f(5) = 0 \Rightarrow f(7) = 0;$ $\Rightarrow f(5) + f(7) = 0$	$f(5) + f(7) = 0$
7	Cần lấy số viên bi là: $4.7 + 1 = 29$	29 viên bi
8	$C = \frac{1-2x}{x+3} = \frac{7-2(x+3)}{x+3} = \frac{7}{x+3} - 2$ Giá trị nguyên của x để C có giá trị nguyên khi: $(x+3) \in \{\pm 1; \pm 7\} \Rightarrow x \in \{-10; -4; -2; 4\}$	$x \in \{-10; -4; -2; 4\}$
9	$\angle BIC = 180^\circ - \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 125^\circ$	$\angle BIC = 125^\circ$

10	<p>Trên nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng BC, chứa điểm A dựng tam giác đều BCE.</p> <p>Vì ΔABC cân tại A, $\hat{A} = 80^\circ$ nên $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 50^\circ \Rightarrow \widehat{ABE} = \widehat{ACE} = 10^\circ$ và điểm A thuộc miền trong ΔBCE. Dễ dàng chứng minh được $\Delta ABE = \Delta ICB$ (g. c. g) $\Rightarrow BA = BI \Rightarrow \Delta ABI$ cân tại B, ta có $\widehat{ABI} = 50^\circ - 10^\circ = 40^\circ \Rightarrow \widehat{AIB} = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$</p>		$\angle AIB = 70^\circ$
-----------	--	--	-------------------------

II. PHẦN TỰ LUẬN (Thí sinh trình bày lời giải đầy đủ vào tờ giấy thi)

Câu	Hướng dẫn giải	Điểm																				
11a 1.5đ	$\frac{x-1}{8} = \frac{2}{x-1} \Leftrightarrow (x-1)^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=4 \\ x-1=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=-3 \end{cases}$ (Thiếu 1 giá trị trừ 0.5)	1.5																				
11b 1.5đ	$\frac{5+x}{8+y} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{5+x}{5} = \frac{8+y}{8} = \frac{13+x+y}{13} = \frac{39}{13} = 3$ Do đó $\frac{5+x}{5} = 3 \Rightarrow x = 10$; $\frac{8+y}{8} = 3 \Rightarrow y = 16$ Vậy $x = 10$; $y = 16$	0.5 0.5 0.5																				
12a 1đ	$\frac{a}{c} = \frac{c}{b} \Rightarrow c^2 = ab \text{ và } a, b, c \neq 0; a + b \neq 0$ Do đó $\frac{a^2+c^2}{b^2+c^2} = \frac{a^2+ab}{b^2+ab} = \frac{a(a+b)}{b(a+b)} = \frac{a}{b}$. (vì $a + b \neq 0$)	0.5 0.5																				
12b 1đ	Ta có: $x + 2xy - y - 4 = 0$ $\Leftrightarrow 2x + 4xy - 2y - 8 = 0 \Leftrightarrow 2x + 4xy - 2y - 1 = 7$ $\Leftrightarrow 2x(1 + 2y) - (1 + 2y) = 7 \Leftrightarrow (2x - 1)(1 + 2y) = 7$ Lập bảng : <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr><td>$2x - 1$</td><td>1</td><td>7</td><td>-1</td><td>-7</td></tr> <tr><td>$1 + 2y$</td><td>7</td><td>1</td><td>-7</td><td>-1</td></tr> <tr><td>x</td><td>1</td><td>4</td><td>0</td><td>-3</td></tr> <tr><td>y</td><td>3</td><td>0</td><td>-4</td><td>-1</td></tr> </table> Vậy $(x ; y) = \{(1;3), (4;0), (0;-4), (-3;-1)\}$	$2x - 1$	1	7	-1	-7	$1 + 2y$	7	1	-7	-1	x	1	4	0	-3	y	3	0	-4	-1	0.5 0.5
$2x - 1$	1	7	-1	-7																		
$1 + 2y$	7	1	-7	-1																		
x	1	4	0	-3																		
y	3	0	-4	-1																		
13	<p>a) ΔABD có AH vừa là đường cao vừa là đường trung tuyến nên ΔABD cân tại A.</p> <p>Ta có: $\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$ (Hai góc nhọn của một tam giác vuông) $\Rightarrow \hat{B} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$</p>		1.0																			

	Nên $\triangle ABD$ là tam giác đều. (<i>đpcm</i>)	
	<p>b) Ta có: $\widehat{EAC} = \widehat{BAC} - \widehat{ABD} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ $\Rightarrow \triangle AHC = \triangle CEA$ (cạnh huyền – góc nhọn) Do đó $AH = CE$ (<i>đpcm</i>)</p>	1.0
	<p>c) $\triangle AHC = \triangle CEA$ (cmt) nên $HC = EA$ (1) $\triangle ADC$ cân ở D vì có $\widehat{ADC} = \widehat{DCA} = 30^\circ \Rightarrow \triangle DAC$ cân ở D. Suy ra : $DA = DC$. (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow DH = DE \Rightarrow \triangle DHE$ cân tại D Hai tam giác cân: $\triangle ACD$ cân tại D và $\triangle DHE$ cân tại D có: $\widehat{ADC} = \widehat{HDE}$ (đđ) $\Rightarrow \widehat{DHE} = \widehat{ADC}$ ở vị trí so le trong $\Rightarrow EH // AC$ (<i>đpcm</i>)</p>	1.0
	$3x = 2y; 5y = 4z \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{15}$	0.25
14a	Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có : $\frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{15} = \frac{2x+3y+4z}{8 \cdot 2 + 12 \cdot 3 + 15 \cdot 4} = \frac{3x+4y-5z}{8 \cdot 3 + 12 \cdot 4 - 15 \cdot 5} \Rightarrow \frac{2x+3y+4z}{112} = \frac{3x+4y-5z}{-3}$	0.5
	$P = \frac{2x+3y+4z}{3x+4y-5z} = -\frac{112}{3}$	0.25
	a, b, c là ba cạnh của một tam giác nên ta có : $a + b > c \Rightarrow c(a + b) > c^2 \Leftrightarrow ca + bc > c^2$.	0.5
14b	Tương tự : $ab + ac > a^2$; $ba + bc > b^2$	0.25
	Do đó: $ca + bc + ab + ac + ba + bc > c^2 + a^2 + b^2$ Hay: $2(ab + bc + ca) > a^2 + b^2 + c^2$	0.25

Mọi cách giải đúng khác đều cho điểm tối đa.

Câu 1 (2,0 điểm).

1) Rút gọn biểu thức $A = \frac{2^{19} \cdot 27^3 - 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} + 12^{10}}$

2) Thực hiện phép tính $B = \frac{5}{4.9} + \frac{5}{9.14} + \frac{5}{14.19} + \dots + \frac{5}{44.49}$

Câu 2 (2,0 điểm).

1) Cho các số $a, b, c, d \neq 0$ thỏa mãn $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng tỏ rằng $\frac{ac}{bd} = \frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2}$

2) Tìm x , biết $|x+1| + |x+2| + |x+3| = 4x$

Câu 3 (2,0 điểm).

1) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $xy - 3x + 2y = 11$.

2) Cho p là số nguyên tố lớn hơn 5. Chứng minh rằng $(p - 1)(p + 1)$ chia hết cho 24.

Câu 4 (3,0 điểm).

Cho ΔABC có góc A nhọn, $AB = AC$. Gọi M là trung điểm của BC. Qua A vẽ đường thẳng xy song song với BC.

1) Chứng minh $AM \perp xy$.

2) So sánh các cạnh của ΔAMB .

3) Gọi O là điểm nằm trong ΔAMC . Chứng minh $OA + OC < MA + MC$

Câu 5 (1,0 điểm).

Cho x, y, z không âm thỏa mãn $x + 3z = 2022$ và $x + 2y = 2023$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + y + z$.

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Họ, tên chữ ký GT1:

Họ, tên chữ ký GT2:

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 2,0đ	1) $A = \frac{2^{19} \cdot 27^3 - 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} + 12^{10}} = \frac{2^{19} \cdot 3^9 - 3 \cdot 5 \cdot 2^{18} \cdot 3^8}{3^9 \cdot 2^9 \cdot 2^{10} + 2^{20} \cdot 3^{10}}$	0,25
	$= \frac{2^{19} \cdot 3^9 - 5 \cdot 2^{18} \cdot 3^9}{3^9 \cdot 2^{19} + 2^{20} \cdot 3^{10}}$	0,25
	$= \frac{2 - 5}{2 + 4 \cdot 3}$	0,25
	$= \frac{-3}{14}$	0,25
	2) $B = \frac{5}{4 \cdot 9} + \frac{5}{9 \cdot 14} + \frac{5}{14 \cdot 19} + \dots + \frac{5}{44 \cdot 49}$	0,25
$= \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + \dots + \frac{1}{44} - \frac{1}{49}$	0,25	
$= \frac{1}{4} - \frac{1}{49}$	0,25	
$= \frac{49 - 4}{4 \cdot 49}$	0,25	
$= \frac{45}{196}$	0,25	
Câu 2 2,0đ	1) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{ac}{bd}$, trong tự ta có $\frac{c^2}{d^2} = \frac{ac}{bd}$	0,25
	$\Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} = \frac{ac}{bd}$	0,25
	$\Rightarrow \frac{ac}{bd} = \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} = \frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2}$	0,25
	Vậy $\frac{ac}{bd} = \frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2}$	0,25
	2) $ x+1 + x+2 + x+3 = 4x$ (1) Vì $ x+1 + x+2 + x+3 \geq 0 \Rightarrow 4x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$ nên $ x+1 = x+1$ $ x+2 = x+2$ $ x+3 = x+3$	0,25
Do đó từ (1) ta có: $x + 1 + x + 2 + x + 3 = 4x$	0,25	

	Tìm được $x = 6$ (T/M)	0,25																				
Câu 3 2,0đ	1) $xy - 3x + 2y = 11$																					
	$\Rightarrow x.(y-3) + 2.(y-3) + 6 = 11$	0,25																				
	$\Rightarrow (x+2).(y-3) = 5$	0,25																				
	<table border="1"> <tr> <td>$x+2$</td> <td>-5</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>-7</td> <td>-3</td> <td>-1</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>$y-3$</td> <td>-1</td> <td>-5</td> <td>5</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>2</td> <td>-2</td> <td>8</td> <td>4</td> </tr> </table>	$x+2$	-5	-1	1	5	x	-7	-3	-1	3	$y-3$	-1	-5	5	1	y	2	-2	8	4	0,25
	$x+2$	-5	-1	1	5																	
x	-7	-3	-1	3																		
$y-3$	-1	-5	5	1																		
y	2	-2	8	4																		
Vậy cặp (x,y) là $(-7;2); (-3;-2); (-1;8); (3;4)$	0,25																					
Câu 3 2,0đ	2) Ta chứng minh $(p-1)(p+1) : 24$																					
	Vì p là số nguyên tố lớn hơn 5 nên $p \not\vdots 3$ và $p \not\vdots 2$																					
	Có $p \not\vdots 2$ nên $p-1$ và $p+1$ là hai số chẵn liên tiếp																					
	$\rightarrow (p-1).(p+1) : 8$ (1)	0,25																				
	Mặt khác: $p \not\vdots 3 \rightarrow p$ có thể có 1 trong 2 dạng là $p = 3k+1$ hoặc $p = 3k+2$ ($k \in \mathbb{N}^*$)																					
Nếu $p = 3k+1 \rightarrow p-1 : 3 \rightarrow (p-1)(p+1) : 3$																						
Nếu $p = 3k+2 \rightarrow p+1 : 3 \rightarrow (p-1)(p+1) : 3$																						
$\Rightarrow (p-1)(p+1) : 3$ (2)	0,25																					
Mà $24 = 3.8$ và $\text{UCLN}(8,3) = 1$ (3)	0,25																					
Từ (1), (2) và (3) $\Rightarrow (p-1)(p+1) : 24$ (đpcm)	0,25																					
Câu 4 3,0đ	Vẽ hình đúng đến phần 1) được 0,25																					
		0,25																				
	1) C/m $\Delta AMB = \Delta AMC$ (c.c.c) (1)	0,5																				
	C/m $AM \perp BC$	0,25																				
	C/m $AM \perp xy$	0,25																				
2) Từ (1) $\Rightarrow \widehat{BAM} = \widehat{CAM} = \frac{\widehat{BAC}}{2}$	0,25																					
mà $\widehat{BAC} < 90^\circ$ (gt) $\Rightarrow \widehat{BAM} < 45^\circ$ suy ra $\widehat{ABM} > 45^\circ$	0,25																					

	$\Rightarrow \widehat{AMB} > \widehat{ABM} > \widehat{BAM}$	0,25
	$\Rightarrow AB > AM > BM$ (qh giữa cạnh và góc đối diện trong tam giác)	0,25
	3) Gọi I là giao điểm của AO và MC Xét ΔAIC có : $AI < AM + MI$ (BĐT trong tam giác) Xét ΔOIC có : $OC < OI + IC$ (BĐT trong tam giác) Suy ra: $AI + OC < AM + MI + OI + IC$ $\Rightarrow AO + OI + OC < AM + MC + OI$ $\Rightarrow AO + OC < AM + MC$ (đpcm)	0,25 0,25 0,25
Câu 5 1,0đ	Ta có: $x + 3z + x + 2y = 2022 + 2023$ $\Leftrightarrow 2(x + y + z) + z = 4045$	0,25
	Vì $z \geq 0 \Rightarrow 2(x + y + z) \leq 4045$	0,25
	Suy ra $P \leq \frac{4045}{2}$	0,25
	Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow z = 0; x = 2022; y = \frac{1}{2}$.	0,25

Ghi chú: Học sinh làm cách khác, lập luận đúng vẫn cho điểm tối đa

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN GIA VIỄN

ĐỀ THI CHỌN HSG LỚP 7 THCS
NĂM HỌC 2022-2023

Môn: Toán

Ngày thi: 30/3/2023

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Họ và tên thí sinh :Số báo danh

Họ và tên, chữ ký: Giám thị thứ nhất:

Giám thị thứ hai:

Câu 1 (4,0 điểm)

Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \frac{7}{23} \cdot \frac{5}{17} + \frac{7}{23} \cdot \frac{12}{17} + \frac{-30}{23}$.

b) $B = \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} - \frac{3}{12}}{0,625 - 0,5 + \frac{5}{11} - \frac{5}{12}}$.

c) $M = a + 3b + 2c$, biết $a + b = 5$; $b + c = -8$.

Câu 2 (4,0 điểm)

a) Tìm x, y, z biết: $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$, $\frac{y}{3} = \frac{z}{5}$ và $2x - 3y + z = -6$.

b) Tìm số nguyên x, y biết $2xy - x + y = 6$.

Câu 3 (4,0 điểm)

a) Cho đa thức $Q(x) = ax^2 + bx + 4c$. Chứng minh rằng nếu đa thức $Q(x)$ nhận 2 và -2 là nghiệm thì a và c là hai số đối nhau.

b) Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, với $b \neq 0, d \neq 0; c \neq d$. Chứng minh rằng $\frac{(a-b)^{2023}}{a^{2023} - b^{2023}} = \frac{(c-d)^{2023}}{c^{2023} - d^{2023}}$.

c) Chứng tỏ rằng tích của hai số nguyên lẻ liên tiếp cộng thêm 9 thì chia hết cho 4.

Câu 4 (6,0 điểm)

Cho ΔABC vuông tại A ($AB < AC$), D là trung điểm của BC , trên tia đối của tia DA lấy điểm E sao cho $DE = DA$. Gọi H và K thứ tự là chân đường vuông góc hạ từ B và C xuống đường thẳng AE , M là chân đường vuông góc hạ từ D xuống AC .

a) Chứng minh $BK = CH$.

b) Chứng minh $CD > KM$.

c) Từ E kẻ đường thẳng vuông góc với BC tại P và cắt BH tại N . Chứng minh ba điểm D, M, N thẳng hàng.

d) Giả sử $\widehat{ACB} = 36^\circ$, tia phân giác của \widehat{ACB} cắt AD tại F . Chứng minh tam giác CEF là tam giác cân.

Câu 5 (2,0 điểm)

a) Một cái hộp đựng 60 quả bóng giống nhau, gồm ba màu: màu đỏ, màu xanh và màu vàng. Trong đó có 18 quả bóng màu đỏ và 25 quả bóng màu vàng. Hỏi cần phải lấy ra ngẫu nhiên ít nhất bao nhiêu quả bóng để chắc chắn rằng lấy ra được 2 quả bóng xanh?

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 6 \cdot \left| y - \frac{1}{8} \right| + x^2 - 4x + 7$.

-----Hết-----

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN GIA VIỄN

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI CHỌN HSG LỚP 7 THCS
NĂM HỌC 2022-2023

Môn: Toán

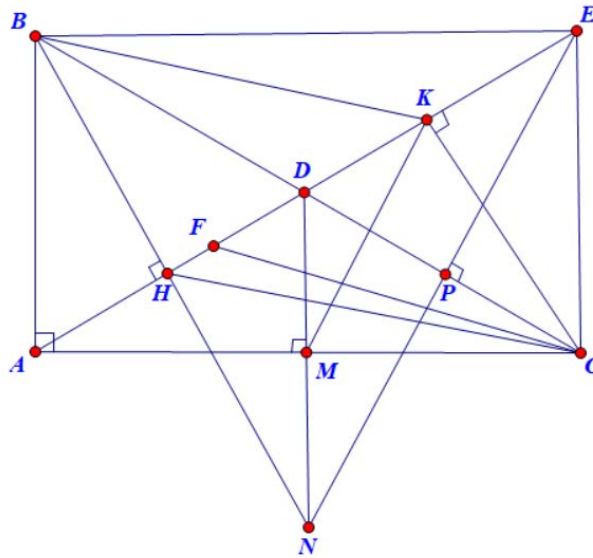
Ngày thi 30/3/2023

(Hướng dẫn chấm này gồm 04 trang)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1: (4,0 điểm)	a) (1,5 điểm)	
	a) $A = \frac{7}{23} \cdot \frac{5}{17} + \frac{7}{23} \cdot \frac{12}{17} + \frac{-30}{23} = \frac{7}{23} \cdot \left(\frac{5}{17} + \frac{12}{17} \right) + \frac{-30}{23}$	0,5
	$= \frac{7}{23} \cdot 1 + \frac{-30}{23} = \frac{-23}{23} = -1.$	1,0
	b) (1,5 điểm)	
	b) $B = \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} - \frac{3}{12}}{0,625 - 0,5 + \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} = \frac{\frac{3}{8} - \frac{3}{10} + \frac{3}{11} - \frac{3}{12}}{\frac{5}{8} - \frac{5}{10} + \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} = \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} - \frac{1}{12} \right)}{5 \cdot \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} - \frac{1}{12} \right)} = \frac{3}{5}.$	1,5
	c) (1,0 điểm)	
	Ta có: $M = a + 3b + 2c = (a + b) + 2b + 2c$	02,5
	$M = (a + b) + 2(b + c)$	0,25
Thay $a + b = 5$; $b + c = -8$ vào $M = (a + b) + 2(b + c)$ ta được: $M = 5 + 2(-8) = 5 + (-16) = -11$	0,5	
Câu 2: (4,0 điểm)	a) (2,0 điểm)	
	a) $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} \Rightarrow \frac{x}{9} = \frac{y}{12}$ (1); $\frac{y}{3} = \frac{z}{5} \Rightarrow \frac{y}{12} = \frac{z}{20}$ (2)	0,5
	Từ (1) và (2) ta có $\frac{x}{9} = \frac{y}{12} = \frac{z}{20}.$	0,5
	$\frac{x}{9} = \frac{y}{12} = \frac{z}{20} = \frac{2x}{18} = \frac{3y}{36} = \frac{z}{20} = \frac{2x - 3y + z}{18 - 36 + 20} = \frac{-6}{2} = -3$	0,5
	Tìm được $x = -27$; $y = -36$; $z = -60.$	0,5
	b) (2,0 điểm)	
	$2xy - x + y = 6. \Rightarrow 4xy - 2x + 2y = 12 \Rightarrow 2x(2y - 1) + (2y - 1) = 12 - 1$ $\Rightarrow (2x + 1)(2y - 1) = 11$	0,5
	$\Rightarrow 2y - 1; 2x + 1 \in U(11) \Rightarrow 2y - 1; 2x + 1 \in \{\pm 1; \pm 11\}$	0,5
Giải tìm được 4 cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn là: $(0; 6); (-1; -5); (5; 1); (-6; 0).$	1,0	

	Cách 2: $2xy - x + y = 6 \Rightarrow y(2x+1) = x+6 \Rightarrow y = \frac{x+6}{2x+1} \in \mathbb{Z}$	0,5
	$\Rightarrow x+6:(2x+1) \Rightarrow 2(x+6) - (2x+1):(2x+1) \Rightarrow 11:(2x+1)$	0,5
	$\Rightarrow 2x+1 \in U(11) \Rightarrow 2x+1 \in \{\pm 1; \pm 11\}$	1,0
	Giải tìm được 4 cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn là: $(0;6); (-1;-5); (5;1); (-6;0)$.	
Câu 3: (4,0 điểm)	a) (1,5 điểm)	
	Vì $Q(x) = ax^2 + bx + 4c$ nhận 2 và -2 là nghiệm nên $Q(2) = 0; Q(-2) = 0$.	0,5
	Ta có: $Q(2) = a.2^2 + b.2 + 4c = 4a + 2b + 4c = 0$ $Q(-2) = a.(-2)^2 + b.(-2) + 4c = 4a - 2b + 4c = 0$	0,5
	$\Rightarrow 4a + 2b + 4c + 4a - 2b + 4c = 0 \Rightarrow 8a + 8c = 0$	0,25
	$\Rightarrow 8(a+c) = 0 \Rightarrow a+c = 0$ $\Rightarrow a$ và c là hai số đối nhau.	0,25
	b) (1,5 điểm)	
	Với $b \neq 0, d \neq 0; c \neq d$, thì $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a-b}{c-d} \quad (1)$	0,5
	$\Rightarrow \frac{a^{2023}}{c^{2023}} = \frac{b^{2023}}{d^{2023}} = \frac{(a-b)^{2023}}{(c-d)^{2023}} \quad (2)$	0,5
	Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{a^{2023}}{c^{2023}} = \frac{b^{2023}}{d^{2023}} = \frac{(a-b)^{2023}}{(c-d)^{2023}} = \frac{a^{2023} - b^{2023}}{c^{2023} - d^{2023}}$ $\Rightarrow \frac{(a-b)^{2023}}{a^{2023} - b^{2023}} = \frac{(c-d)^{2023}}{c^{2023} - d^{2023}}$	0,5
	c) (1,0 điểm)	
Gọi hai số nguyên lẻ liên tiếp là $2a+1$ và $2a-1$ ($a \in \mathbb{Z}$) Tích của hai số nguyên lẻ liên tiếp cộng thêm 9 bằng: $(2a+1)(2a-1) + 9$	0,25 0,25	
$= 4a^2 - 2a + 2a - 1 + 9$ $= 4a^2 + 8$ $= 4.(a^2 + 2):4$	0,25	
Vậy tích của hai số nguyên lẻ liên tiếp cộng thêm 9 thì chia hết cho 4.	0,25	

Câu 4:
(6,0 điểm)



0,5

a) (1,5 điểm)

Chứng minh $\triangle HBD = \triangle KCD$ (cạnh huyền – góc nhọn) $\Rightarrow HD = KD$

0,75

Chứng minh $\triangle DBK = \triangle DCH$ (c-g-c) $\Rightarrow BK = CH$

0,75

b) (2,0 điểm)

Chứng minh: $AM = MC \Rightarrow \triangle AMC$ cân tại M

0,5

Chứng minh: $\triangle AMC$ cân tại M, có DM là đường cao nên đồng thời là trung tuyến. Suy ra M là trung điểm của AC.

0,5

Xét $\triangle ACK$ vuông tại K, có KM là trung tuyến nên $KM = \frac{1}{2}AC$ (1)

0,5

Mà $CD = \frac{1}{2}BC$ (2)

Lại có $\triangle ABC$ vuông tại A $\Rightarrow BC > AC$ (3)

Từ (1), (2) và (3) $\Rightarrow CD > KM$.

0,5

c) (1,0 điểm)

Chứng minh $BE \parallel AC$

0,25

Xét $\triangle BEN$ có hai đường cao BP và EH cắt nhau tại D nên điểm D là trực tâm của $\triangle BEN \Rightarrow ND \perp BE$ (4)

0,25

Lại có $DM \perp AC$ (gt), mà $BE \parallel AC \Rightarrow NM \perp BE$ (5)

0,25

Từ (3), (4) và (5) suy ra ba điểm D, M, N thẳng hàng.

0,25

d) (1,0 điểm)

$\triangle ABC$ vuông tại A, $\widehat{ACB} = 36^\circ$ nên $\widehat{ABC} = 54^\circ$

Có $\triangle ABD = \triangle ECD \Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{ECD} = 54^\circ$

0,25

Do đó $\widehat{ACE} = \widehat{ACB} + \widehat{BCE} = 90^\circ$

Từ $\triangle ABC = \triangle CEA \Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{CAE} = 36^\circ$

0,25

Mặt khác, CF là phân giác \widehat{ACB} nên $\widehat{ACF} = \widehat{DCF} = 18^\circ$

\widehat{CFE} là góc ngoài của $\triangle ACE$ nên $\widehat{CFE} = \widehat{ACF} + \widehat{EAC} = 18^\circ + 36^\circ = 54^\circ$

0,25

Tính được $\widehat{CEF} = 54^\circ \Rightarrow \widehat{CEF} = \widehat{CFE} = 54^\circ$

$\Rightarrow \triangle CEF$ cân tại C.

0,25

a) (1,0 điểm)

Câu 5: (2,0 điểm)	Số quả bóng màu xanh là: $60 - 18 - 25 = 17$ (quả).	0,25
	Trường hợp xấu nhất: Ta lấy ra được 25 quả bóng màu vàng, 18 bóng màu đỏ và 1 quả bóng màu xanh. Khi đó, ta cần lấy thêm 1 quả bóng nữa thì chắc chắn có được 2 quả bóng màu xanh.	0,5
	Vậy cần lấy ít nhất là: $25 + 18 + 1 + 1 = 45$ quả bóng để thỏa mãn yêu cầu bài toán.	0,25
	b) (1,0 điểm)	
	Ta có: $P = 6 \cdot \left y - \frac{1}{8} \right + x^2 - 4x + 7$.	0,25
	$6 \cdot \left y - \frac{1}{8} \right \geq 0, \forall y$	
$x^2 - 4x + 7 = x^2 - 2x - 2x + 4 + 3 = x(x-2) - 2(x-2) + 3$ $= (x-2) \cdot (x-2) + 3 = (x-2)^2 + 3 > 0, \forall x$ (vì $(x-2)^2 \geq 0, \forall x$)	0,25	
$\Rightarrow P \geq 3, \forall x, y$. Dấu “=” xảy ra khi: $\begin{cases} 6 \cdot \left y - \frac{1}{8} \right = 0 \\ (x-2)^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{8} \\ x = 2 \end{cases}$	0,25	
Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là 3 khi $\begin{cases} y = \frac{1}{8} \\ x = 2 \end{cases}$	0,25	

Lưu ý:

- Lời giải trong hướng dẫn chấm chỉ trình bày tóm tắt, học sinh trình bày hoàn chỉnh, lý luận chặt chẽ mới cho điểm tối đa.
- Học sinh có thể trình bày nhiều cách giải khác nhau nếu đúng thì cho điểm tương ứng.

PHÒNG GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO
HUYỆN TIỀN HẢI

ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2022 - 2023

Môn: Toán 7

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1.(5,0điểm)

1) Thực hiện phép tính:

a) $A = \left(\frac{-5}{9} + \frac{9}{15}\right) : \left(\frac{-3}{2}\right) + \left(\frac{-4}{9} + \frac{8}{20}\right) : \left(\frac{-3}{2}\right)$

b) $B = \frac{6^8 \cdot 2^4 - 4^5 \cdot 18^4}{27^3 \cdot 8^4 - 3^9 \cdot 2^{13}}$

2) Cho $S = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$. Chứng minh rằng S không là số chính phương.

Bài 2. (4,0điểm)

1) Cho $M = \frac{3}{3.5} + \frac{3}{5.7} + \frac{3}{7.9} + \frac{3}{9.11} + \dots + \frac{3}{53.55}$. Tính M và so sánh M với $\frac{1}{2}$

2) Tính giá trị biểu thức $N = 17x^{10} + 2y^3 + 2023$ biết các số x; y thỏa mãn:

$$|x - 1| + \sqrt{(y + 2)^{2022}} = 0$$

3) Cho đa thức $P(x) = ax^2 + bx + c$ biết $7a - b + 4c = 0$. Chứng minh: $P(2) \cdot P(-1)$ không là số dương.

Bài 3.(4,0điểm)

1) Tìm x; y; z biết $\frac{x}{4} = \frac{y}{7}; \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$ và $x + y - z = 39$

2) Ba thửa ruộng hình chữ nhật A, B, C có cùng diện tích. Chiều rộng các thửa ruộng A; B; C lần lượt tỉ lệ thuận với 4; 5; 6. Chiều dài của thửa ruộng A nhỏ hơn tổng chiều dài của thửa ruộng B và C là 42 m. Tính chiều dài mỗi thửa ruộng?

Bài 4.(6,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A. Tia phân giác của góc B cắt AC tại điểm M, Lấy điểm D trên cạnh BC sao cho $BD = BA$. Gọi E là giao điểm của hai đường thẳng DM và BA.

1) Chứng minh: $MA = MD$

2) Kẻ $DH \perp MC; AK \perp ME$ (H thuộc MC; K thuộc ME), gọi N là giao điểm của hai tia DH và AK. Chứng minh $\triangle MHN = \triangle MKN$ và ba điểm B, M, N thẳng hàng

3) Từ C kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt tia BM tại F.

Chứng minh: $AB + AM < CF + CM$

Bài 5.(1,0điểm)

Cho tích $A = 1.2.3.4.5 \dots 398.399.400$. Hỏi tích A có tận cùng bao nhiêu chữ số 0?

.....**Hết**.....

Họ và tên thí sinh..... Số báo danh.....

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HUYỆN TIỀN HẢI	HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI NĂM HỌC 2022 - 2023 MÔN TOÁN 7 (Gồm 05 trang)
---	---

HƯỚNG DẪN CHẤM		Điểm
Bài 1.(5,0điểm)		
1) Thực hiện phép tính:		
a) $A = \left(\frac{-5}{9} + \frac{9}{15}\right) : \left(\frac{-3}{2}\right) + \left(\frac{-4}{9} + \frac{8}{20}\right) : \left(\frac{-3}{2}\right)$		
b) $B = \frac{6^8 \cdot 2^4 - 4^5 \cdot 18^4}{27^3 \cdot 8^4 - 3^9 \cdot 2^{13}}$		
2) Cho $S = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$. Chứng minh rằng S không là số chính phương.		
1(a) 2,0đ	$A = \left(\frac{-5}{9} + \frac{3}{5}\right) \cdot \left(\frac{-2}{3}\right) + \left(\frac{-4}{9} + \frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)$	0,5
	$A = \left(\frac{-2}{3}\right) \left(\frac{-5}{9} + \frac{3}{5} + \frac{-4}{9} + \frac{2}{5}\right)$	0,5
	$A = \left(\frac{-2}{3}\right) \cdot \left[\left(\frac{-5}{9} + \frac{-4}{9}\right) + \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{5}\right)\right]$	0,5
	$A = \left(\frac{-2}{3}\right) \cdot [(-1) + 1] = \frac{-2}{3} \cdot 0 = 0$	0,5
1(b) 2,0đ	$B = \frac{6^8 \cdot 2^4 - 4^5 \cdot 18^4}{27^3 \cdot 8^4 - 3^9 \cdot 2^{13}} = \frac{(2 \cdot 3)^8 \cdot 2^4 - (2^2)^5 \cdot (2 \cdot 3^2)^4}{(3^3)^3 \cdot (2^3)^4 - 3^9 \cdot 2^{13}} = \frac{2^8 \cdot 3^8 \cdot 2^4 - 2^{10} \cdot 2^4 \cdot 3^8}{3^9 \cdot 2^{12} - 3^9 \cdot 2^{13}}$	0,5
	$B = \frac{2^{12} \cdot 3^8 - 2^{14} \cdot 3^8}{3^9 \cdot 2^{12} - 3^9 \cdot 2^{13}}$	0,5
	$B = \frac{2^{12} \cdot 3^8 (1 - 2^2)}{3^9 \cdot 2^{12} (1 - 2)} = \frac{2^{12} \cdot 3^8 \cdot (-3)}{3^9 \cdot 2^{12} \cdot (-1)}$	0,5
	Rút gọn đúng được kết quả $B = 1$	0,5
2 1,0đ	Ta có $S = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = (100a + 10b + c) + (100b + 10c + a) + (100c + 10a + b)$ $S = 111(a + b + c) = 37 \cdot 3 \cdot (a + b + c)$ Vì $0 < a + b + c \leq 27$ nên $(a + b + c)$ không chia hết cho 37	0,5
	Mặt khác $(3; 37) = 1$ nên $3(a + b + c)$ không chia hết cho 37 Suy ra S không là số chính phương.	0,5

Bài 2. (4,0điểm)

1) Cho $M = \frac{3}{3.5} + \frac{3}{5.7} + \frac{3}{7.9} + \frac{3}{9.11} + \dots + \frac{3}{53.55}$. Tính M và so sánh M với $\frac{1}{2}$

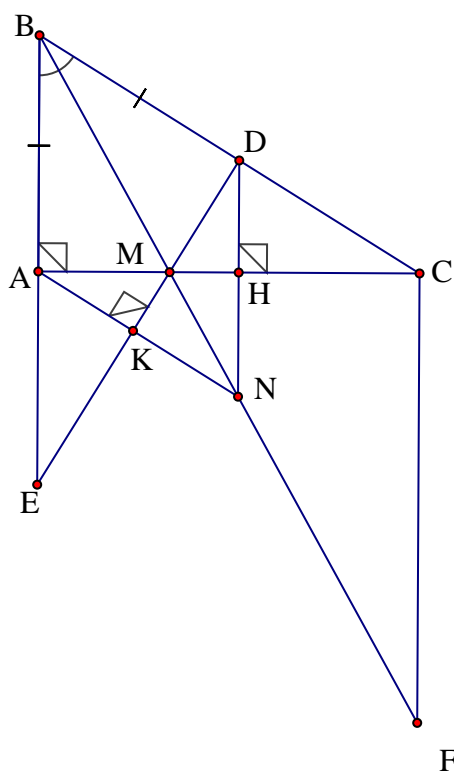
2) Tính giá trị biểu thức $N = 17x^{10} + 2y^3 + 2023$ biết các số x; y thỏa mãn:

$$|x - 1| + \sqrt{(y + 2)^{2022}} = 0$$

3) Cho đa thức $P(x) = ax^2 + bx + c$ biết $7a - b + 4c = 0$. Chứng minh: $P(2).P(-1)$ không là số dương.

	$M = \frac{3}{3.5} + \frac{3}{5.7} + \frac{3}{7.9} + \frac{3}{9.11} + \dots + \frac{3}{53.55} = 3\left(\frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{53.55}\right)$ $2M = 3\left(\frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \dots + \frac{2}{53.55}\right)$	0,5
1) 1,5đ	$2M = 3\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{53} - \frac{1}{55}\right)$ $2M = 3\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{55}\right) = 3 \cdot \frac{52}{165} = \frac{52}{55}$ $M = \frac{26}{55}$	0,5
	Suy ra $M = \frac{26}{55} < \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$	0,5
2) 1,5đ	<p>Vì $x - 1 \geq 0$ với mọi x;</p> <p>$\sqrt{(y + 2)^{2022}} \geq 0$ với mọi y</p> <p>Mà $x - 1 + \sqrt{(y + 2)^{2022}} = 0$</p> <p>Suy ra $x - 1 = 0$ và $\sqrt{(y + 2)^{2022}} = 0$</p>	0,5
	Tính đúng được $x = 1$ và $y = -2$	0,5
	<p>Thay $x = 1$ và $y = -2$ vào biểu thức N ta được:</p> $N = 17.1^{10} + 2.(-2)^3 + 2023 = 2024$	0,5
3) 1,0đ	<p>Vì $7a - b + 4c = 0$ nên $b = 7a + 4c$</p> $P(x) = ax^2 + (7a + 4c)x + c$ <p>Suy ra $P(2) = a.2^2 + (7a + 4c).2 + c = 18a + 9c = 9(2a + c)$</p> $P(-1) = a.(-1)^2 + (7a + 4c).(-1) + c = -6a - 3c = (-3)(2a + c)$	0,5
	<p>Ta có $P(2).P(-1) = -27(2a + c)^2 \leq 0$</p> <p>Vậy $P(2).P(-1)$ không là số dương</p>	0,5

Bài 3.(4,0điểm)		
1) Tìm x; y; z biết $\frac{x}{4} = \frac{y}{7}; \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$ và $x + y - z = 39$		
2) Ba thửa ruộng hình chữ nhật A, B, C có cùng diện tích. Chiều rộng các thửa ruộng A; B; C lần lượt tỉ lệ thuận với 4; 5; 6. Chiều dài của thửa ruộng A nhỏ hơn tổng chiều dài của thửa ruộng B và C là 42 m. Tính chiều dài mỗi thửa ruộng?		
1) 2,0đ	Vì $\frac{x}{4} = \frac{y}{7}; \frac{y}{5} = \frac{z}{6} \Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{y}{35}; \frac{y}{35} = \frac{z}{42}$	0,5
	$\Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{y}{35} = \frac{z}{42}$	0,5
	Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{x}{20} = \frac{y}{35} = \frac{z}{42} = \frac{x+y-z}{20+35-42} = \frac{39}{13} = 3$	0,5
	Suy ra được: $x = 60; y = 105; z = 126$	0,5
2) 2,0đ	Gọi chiều rộng các thửa ruộng hình chữ nhật A; B; C lần lượt là: a; b; c (m) chiều dài các thửa ruộng hình chữ nhật A; B; C lần lượt là: x; y; z (m) (Điều kiện: $0 < a < x; 0 < b < y; 0 < c < z$) Chiều rộng các thửa ruộng A; B; C lần lượt tỉ lệ thuận với 4; 5; 6 nên $\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{6}$ Vì chiều dài thửa ruộng A nhỏ hơn tổng chiều dài thửa ruộng B và C là 42m nên ta có: $y + z - x = 42$	0,5
	Vì ba thửa ruộng cùng diện tích nên: $ax = by = cz$ $4.x \cdot \frac{a}{4} = 5.y \cdot \frac{b}{5} = 6.z \cdot \frac{c}{6} \Rightarrow 4x = 5y = 6z$	0,5
	Suy ra: $4x = 5y = 6z \Rightarrow \frac{4x}{60} = \frac{5y}{60} = \frac{6z}{60} \Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{12} = \frac{z}{10}$	0,5
	Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau suy ra $x = 90; y = 72; z = 60$ Vậy chiều dài của các thửa ruộng A; B; C lần lượt là: 90 m; 72m; 60m	0,5
Bài 4.(6,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A. Tia phân giác của góc B cắt AC tại điểm M, Lấy điểm D trên cạnh BC sao cho $BD = BA$. Gọi E là giao điểm của hai đường thẳng DM và BA.		
1) Chứng minh: $MA = MD$		
2) Kẻ $DH \perp MC; AK \perp ME$ (H thuộc MC; K thuộc ME), gọi N là giao điểm của hai tia DH và AK. Chứng minh $\triangle MHN = \triangle MKN$ và ba điểm B, M, N thẳng hàng		
3) Từ C kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt tia BM tại F. Chứng minh: $AB + AM < CF + CM$		



1) 1,5đ	+) Xét $\triangle ABM$ và $\triangle DBM$ có: $AB = BD$ (gt) $\widehat{ABM} = \widehat{DBM}$ (Vì BM là tia phân giác góc ABC) BM cạnh chung $\Rightarrow \triangle ABM = \triangle DBM$ (c. g. c)	1,0
	Suy ra $MA = MD$ (hai cạnh tương ứng)	0,5
2) 3,0đ	Vì $MD = MA$ từ đó suy ra $\triangle MAK = \triangle MDH$ (cạnh huyền- góc nhọn)	0,5
	Do đó $\triangle MHN = \triangle MKN$ (cạnh huyền- cạnh góc vuông)	1,0
	Vì $\Rightarrow \triangle ABM = \triangle DBM \Rightarrow \widehat{AMB} = \frac{\widehat{AMD}}{2}$	0,5
	Mặt khác $\Rightarrow \triangle MHN = \triangle MKN \Rightarrow \widehat{HMN} = \widehat{KMN} = \frac{\widehat{HMK}}{2}$	
	Mà $\widehat{AMD} = \widehat{KMH}$ (hai góc đối đỉnh)	0,5
Suy ra: $\widehat{AMB} = \widehat{HMN}$		
Do đó: $\widehat{BMN} = \widehat{AMB} + \widehat{AMN} = \widehat{HMN} + \widehat{AMN} = 180^\circ$ Vậy ba điểm B, M, N thẳng hàng	0,5	
3) 1,5đ	Vì $\Rightarrow \triangle ABM = \triangle DBM$ nên $\widehat{BDM} = \widehat{BAM} = 90^\circ$ Tam giác MDC vuông tại D nên cạnh huyền MC lớn nhất $MC > MD$ mà $MD = MA$ suy ra $MC > MA$ (1)	0,75

	Mặt khác chứng minh được tam giác BCF cân tại C nên $CF = CB$ Mà $CB > AB$ (Tam giác ABC vuông tại A nên cạnh huyền BC lớn nhất) Suy ra $CF > AB$ (2)	0,5
	Từ (1); (2) ta có: $CM + CF > MA + AB$	0,25
Bài 5. (1,0 điểm)		
Cho tích $A = 1.2.3.4.5 \dots 398.399.400$. Hỏi tích A có tận cùng bao nhiêu chữ số 0?		
	Vì tích 5.2 có tận cùng bằng 1 chữ số 0. Muốn biết tích A có tận cùng bao nhiêu chữ số 0 thì cần xem khi phân tích A ra thừa số nguyên tố có bao nhiêu thừa số 2 và bao nhiêu thừa số 5. Dễ thấy số thừa số 5 ít hơn số thừa số 2 nên chỉ cần tính số thừa số 5 là đủ.	0,5
1,0đ	Kể từ số 1; cứ 5 số lại có một số là bội của 5; cứ $25 = 5^2$ số lại có một số là bội của 25; cứ $125 = 5^3$ số lại có một số là bội của 125 Do đó số thừa số 5 khi phân tích A ra thừa số nguyên tố là: $[(400 - 5):5 + 1] + [(400 - 25):25 + 1] + [(375 - 125):125 + 1] = 80 + 16 + 3 = 99$ Vậy tích A có tận cùng 99 chữ số 0	0,5

UBND HUYỆN LANG CHÁNH
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI LỚP 7
CẤP HUYỆN NĂM HỌC: 2022 - 2023

Môn: TOÁN

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 01 tháng 4 năm 2023

(Đề thi gồm có 01 trang)

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1: (4,0 điểm)

a) Tính bằng cách hợp lí: $A = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) : \frac{7}{11}$

b) Tính: $B = 2^{2022} - 2^{2021} - 2^{2020} - \dots - 2 - 1$

c) Tính giá trị của biểu thức $C = \frac{2^{30} \cdot 5^7 + 2^{13} \cdot 5^{27}}{2^{10} \cdot 5^7 \cdot (2^{17} + 5^{20})}$

Bài 2: (4,0 điểm)

a) Tìm x, y, z biết $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-2}{3}$ và $x-3y+4z=4$.

b) Cho a, b, c thỏa mãn $\frac{b-c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c-a}{(b-a)(b-c)} + \frac{a-b}{(c-a)(c-b)} = 2022$

Tính giá trị biểu thức $Q = \frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a}$

Bài 3: (4,0 điểm)

a) Tìm các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn: $x^2 + xy - 3y - 5x + 3 = 0$

b) Cho các số nguyên tố p và q thỏa mãn: $p^2 - 2q^2 = 17$. Tính $(p+q)^4 + 15$

Bài 4: (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC có góc $A = 60^\circ$ (góc B và góc C nhọn). Tia phân giác của góc B cắt AC tại D , tia phân giác của góc C cắt AB tại E . BD cắt CE tại I . Trên cạnh BC lấy F sao cho $BF = BE$. Trên tia IF lấy M sao cho $IM = IB + IC$.

a) Tính góc \widehat{BIC} và chứng minh $ID = IF$.

b) Chứng minh tam giác BCM là tam giác đều.

c) Tìm điều kiện của tam giác ΔABC để D và E cách đều đường thẳng BC .

Bài 5: (2,0 điểm)

Cho các số không âm x, y, z thỏa mãn: $x+3z=2022$ và $x+2y=2023$

Tính giá trị lớn nhất của biểu thức: $A = x + y + z + \frac{1}{2}$.

HẾT!

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh: SBD.....

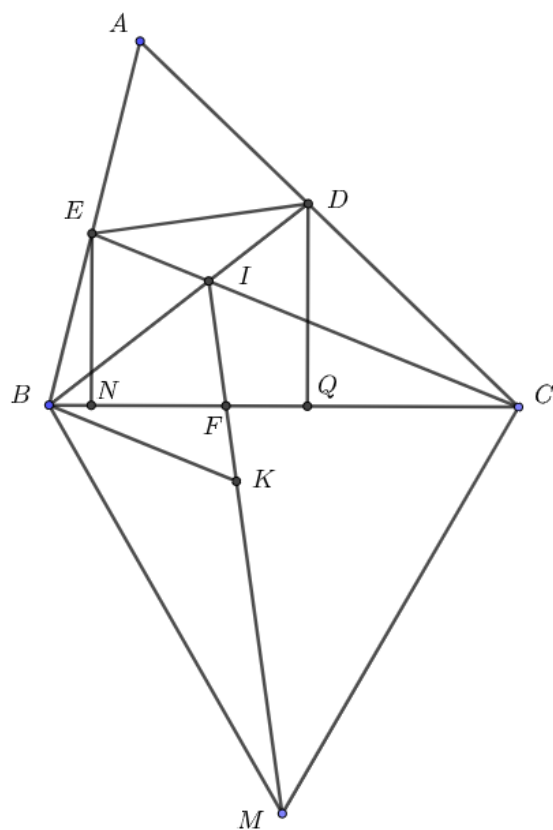
HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 7 NĂM HỌC 2022-2023

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
Bài 1: 4đ		<p>a). Tính bằng cách hợp lí: $A = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) : \frac{7}{11}$</p> <p>b) Tính: $S = 2^{2022} - 2^{2021} - 2^{2020} - \dots - 2 - 1$</p> <p>c) Tính giá trị của biểu thức $C = \frac{2^{30} \cdot 5^7 + 2^{13} \cdot 5^{27}}{2^{10} \cdot 5^7 \cdot (2^{17} + 5^{20})}$</p>	4đ
	a 1đ	<p>a) $A = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) : \frac{7}{11} = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) \cdot \frac{11}{7} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) \cdot \frac{11}{7}$</p> $= \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} + \frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) \cdot \frac{11}{7} = 0 \cdot \frac{11}{7} = 0$ <p>Vậy $A = 0$</p>	0,25 0,5 0,25
	b 1,5đ	<p>b) $S = 2^{2022} - 2^{2021} - 2^{2020} - \dots - 2 - 1$</p> $S = 2^{2022} - (2^{2021} + 2^{2020} + \dots + 2 + 1)$ <p>Đặt $P = 2^{2021} + 2^{2020} + \dots + 2 + 1$</p> $2P = 2^{2022} + 2^{2021} + 2^{2020} + \dots + 2$ $2P - P = (2^{2022} + 2^{2021} + 2^{2020} + \dots + 2) - (2^{2021} + 2^{2020} + \dots + 2 + 1)$ $2P - P = 2^{2022} - 1$ $P = 2^{2022} - 1$ <p>Do đó: $S = 2^{2022} - (2^{2022} - 1) = 1$</p> <p>Vậy $S = 1$</p>	0,5 0,5 0,25 0,25
	c 1,5đ	<p>c) Tính giá trị của biểu thức</p> $C = \frac{2^{30} \cdot 5^7 + 2^{13} \cdot 5^{27}}{2^{10} \cdot 5^7 \cdot (2^{17} + 5^{20})}$ $= \frac{2^{13} \cdot 5^7 \cdot (2^{17} + 5^{20})}{2^{10} \cdot 5^7 \cdot (2^{17} + 5^{20})}$ $= \frac{2^{13} \cdot 5^7}{2^{10} \cdot 5^7}$ $= 2^3 = 8$	0,5 0,5 0,25

			0,25
Bài 2: 4đ		<p>a) Tìm x, y, z biết $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-2}{3}$ và $x-3y+4z=4$.</p> <p>b) Cho a, b, c thỏa mãn $\frac{b-c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c-a}{(b-a)(b-c)} + \frac{a-b}{(c-a)(c-b)} = 2022$</p> <p>Tính giá trị biểu thức $Q = \frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a}$</p>	4đ
	a 2đ	$\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-2}{3} = \frac{x-1}{2} = \frac{3y-9}{12} = \frac{4z-8}{12} = \frac{x-1-3y+9+4z-8}{2-12+12} = 2$ $\frac{x-1}{2} = 2 \Rightarrow x=5; \frac{y-3}{4} = 2 \Rightarrow y=11; \frac{z-2}{3} = 2 \Rightarrow z=8$ <p>Vậy $x=5; y=11; z=8$</p>	0,75 0,75 0,5
	b 2đ	$\frac{b-c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c-a}{(b-a)(b-c)} + \frac{a-b}{(c-a)(c-b)} = 2022$ $\Rightarrow \frac{(b-a)-(c-a)}{(a-b)(a-c)} + \frac{(c-b)-(a-b)}{(b-a)(b-c)} + \frac{(a-c)-(b-c)}{(c-a)(c-b)} = 2022$ $\Rightarrow \frac{1}{c-a} + \frac{1}{a-b} + \frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a} = 2022$ $\Rightarrow 2\left(\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a}\right) = 2022$ <p>Vậy $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a} = 1011$</p>	0,75 0,5 0,5 0,25
Bài 3: (4đ)		<p>a) Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn: $x^2 + xy - 3y - 5x + 3 = 0$</p> <p>b) Cho các số nguyên tố p và q thỏa mãn: $p^2 - 2q^2 = 17$. Tính $(p+q)^4 + 15$</p>	4đ
	a 2đ	<p>Ta có: $x^2 + xy - 3y - 5x + 3 = 0$</p> <p>Suy ra: $x^2 + xy - 2x - 3y - 3x + 6 = 3$</p> $\Rightarrow x(x+y-2) - 3(x+y-2) = 3$ $\Rightarrow (x-3)(x+y-2) = 3$ <p>Do x, y là số nguyên nên ta có:</p> $(x-3)(x+y-2) = 3 = 1.3 = 3.1 = (-1)(-3) = (-3)(-1)$ $\Rightarrow \begin{cases} x-3=1 \\ x+y-2=3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x-3=3 \\ x+y-2=1 \end{cases}$	0,5 0,5 0,5 0,25



		hoặc $\begin{cases} x-3=-1 \\ x+y-2=-3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x-3=-3 \\ x+y-2=-1 \end{cases}$ Từ đó tìm được các cặp (x;y) là: (4;1), (6;-3), (2; -3), (0; 1)	0,25
	b 2đ	Ta có: $p^2 - 2q^2 = 17$ $\Rightarrow p^2 - 1 = 2q^2 + 16$ $\Rightarrow (p-1)(p+1) = 2q^2 + 16 : 2$ Mà $p-1 + p+1 = 2 \Rightarrow (p-1)(p+1) : 2$ suy ra $p-1; p+1$ là hai số chẵn liên tiếp $\Rightarrow (p-1)(p+1) : 8$ $\Rightarrow 2q^2 + 16 : 8 \Rightarrow 2q^2 : 8 \Rightarrow q^2 : 4 \Rightarrow q : 2$ Mà q là số nguyên tố $\Rightarrow q = 2 \Rightarrow p^2 = 2 \cdot 2^2 + 17 = 25$ Mà p là số nguyên tố $\Rightarrow p = 5$. Ta có: $(p+q)^4 + 15 = (5+2)^4 + 15 = 2416$. Vậy: $(p+q)^4 + 15 = 2416$	0,5 0,5 0,5 0,25 0,25
Bài 4: (6đ)		Cho tam giác ABC có góc $A = 60^\circ$ (góc B và góc C nhọn). Tia phân giác của góc B cắt AC tại D , tia phân giác của góc C cắt AB tại E . BD cắt CE tại I . Trên cạnh BC lấy F sao cho $BF = BE$. Trên tia IF lấy M sao cho $IM = IB + IC$. a) Tính góc \widehat{BIC} và chứng minh $ID = IF$. b) Chứng minh tam giác BCM là tam giác đều. c) Tìm điều kiện của tam giác $\triangle ABC$ để D và E cách đều đường thẳng BC .	6đ



<p>a 2đ</p>	<p>ΔABC có $\hat{A} = 60^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 120^\circ$ $\Rightarrow \widehat{IBC} + \widehat{CCB} = \frac{1}{2}(\hat{B} + \hat{C}) = \frac{1}{2}.120^\circ = 60^\circ$ $\Rightarrow \widehat{BIC} = 120^\circ$. Chứng minh $\Delta BIF = \Delta BIE$ (c-g-c) $\Rightarrow \widehat{BIF} = \widehat{BIE} = 60^\circ$ $\Rightarrow \widehat{FIC} = \widehat{DIC} = 60^\circ$ Chứng minh $\Delta FIC = \Delta DIC$ (g-c-g) $\Rightarrow ID = IF$.</p>	<p>0,5 0,5 0,5 0,5</p>
<p>b 2đ</p>	<p>Trên đoạn thẳng IM lấy K sao cho $IK = IB \Rightarrow \Delta IBK$ đều $\Rightarrow IB = BK$. Chứng minh $\Delta IBC = \Delta KBM$ (c-g-c) $\Rightarrow BC = BM$ (1) ΔIBK đều $\Rightarrow \widehat{IBK} = 60^\circ$ mà $\widehat{IBC} = \widehat{KBM} \Rightarrow \widehat{CBM} = 60^\circ$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow \Delta BCM$ là tam giác đều</p>	<p>0,5 0,5 0,5 0,5</p>
<p>c 2đ</p>	<p>$\Delta BIF = \Delta BIE \Rightarrow IF = IE$, mà $ID = IF \Rightarrow ID = IE$. $\Rightarrow \Delta IDE$ cân tại I , mà $\widehat{DIE} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{IDE} = 30^\circ$</p>	<p>0,5 0,5</p>



		<p>Kẻ $EN \perp BC$ và $DQ \perp BC \Rightarrow EN \parallel DQ$</p> <p>$EN = DQ \Leftrightarrow ED \parallel BC \Leftrightarrow \widehat{DBC} = 30^\circ$ (vì $\widehat{IDE} = 30^\circ$)</p> <p>$\Leftrightarrow \widehat{ABC} = 60^\circ \Leftrightarrow \Delta ABC$ là tam giác đều.</p>	0,5
			0,5
Bài 5: 2đ		Cho các số không âm x, y, z thỏa mãn: $x + 3z = 2022$ và $x + 2y = 2023$. Tính trị lớn nhất của biểu thức: $A = x + y + z + \frac{1}{2}$.	2đ
		<p>Ta có: $x + 3z = 2022$ (1) và $x + 2y = 2023$ (2)</p> <p>Từ (1) $\Rightarrow x = 2022 - 3z$</p> <p>Trừ vế theo vế (2) cho (1), ta được: $2y - 3z = 1$</p> <p>$\Rightarrow y = \frac{1+3z}{2}$</p> <p>Khi đó:</p> <p>$A = x + y + z + \frac{1}{2} = (2022 - 3z) + \frac{1+3z}{2} + z + \frac{1}{2}$</p> <p>$= 2022 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 3z + \frac{3}{2}z + z$</p> <p>$= 2023 - \frac{1}{2}z$</p> <p>Vì $z \geq 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}z \leq 0 \Rightarrow 2023 - \frac{1}{2}z \leq 2023$</p> <p>$\Rightarrow A \leq 2023$</p> <p>Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi:</p> $\begin{cases} z = 0 \\ x = 2022 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$ <p>Vậy: GTLN của A bằng 2023 $\Leftrightarrow \begin{cases} z = 0 \\ x = 2022 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$</p>	0,5
			0,5
			0,25
			0,25

Lưu ý: -Nếu HS làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

-Bài hình vẽ hình sai hoặc không vẽ hình không chấm điểm. các trường hợp khác do tổ chấm thống nhất.

**PHÒNG GD&ĐT VĨNH LỘC
CỤM TRUNG HỌC CƠ SỞ**

**ĐỀ THI GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI LỚP 6, 7, 8
NĂM HỌC 2022 - 2023
MÔN: TOÁN 7**

Thời gian: 150 phút (Không kể thời gian giao đề)
Ngày giao lưu: 22 / 03 / 2023
(Đề gồm: 01 trang).

Đề chính thức

Câu 1: (4,0 điểm)

1. Tính giá trị các biểu thức sau: $A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7}\right) + 7,5$

$$B = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2021.2023}\right)$$

2. Tìm ba số x, y, z thỏa mãn: $4x = 3y$; $\frac{x}{3} = \frac{z}{5}$ và $2x^2 + 2y^2 - 3z^2 = -100$

3. Cho $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2013} - \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015}$ và $P = \frac{1}{1008} + \frac{1}{1009} + \frac{1}{1010} + \dots + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015}$.

Tính $(S-P)^{2022}$

Câu 2: (4,0 điểm)

1. Tìm x, y biết: $\left(3x - \frac{1}{6}\right)^2 + |2y - 6| \leq 0$

2. Tính giá trị của biểu thức $P = x^3 - y^2 + x + x^2y - 2x^2 + 2021 + 3y - xy$ với $x + y = 2$

3. Cho a, b là các số nguyên thỏa mãn $(7a + 5 - 21b)(a + 1 - 3b) : 7$.

Chứng minh rằng: $11b + 15 + 43a : 7$

Câu 3: (4,0 điểm)

1. Tìm các số nguyên x, y biết: $x + y - 2xy = 4$

2. Ba lớp 7A, 7B, 7C cùng mua một số gói tăm từ thiện, lúc đầu số gói tăm dự định chia cho ba lớp tỉ lệ với 5:6:7 nhưng sau đó chia theo tỉ lệ 4:5:6 nên có một lớp nhận nhiều hơn dự định 12 gói. Tính tổng số gói tăm mà ba lớp đã mua

Câu 4: (6,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A. Vẽ về phía ngoài tam giác ABC các tam giác đều ABD và ACE. Gọi I là giao điểm BE và CD. Chứng minh rằng:

1. Tam giác ABE bằng tam giác ADC

2. DE = BE

3. $\widehat{EIC} = 60^\circ$ và IA là tia phân giác của \widehat{DIE}

Câu 5: (2,0 điểm)

1. Cho f(x) là đa thức hệ số nguyên và thỏa mãn $f(0) = 0$ và $f(1) = 2$. Chứng minh rằng f(7) không thể là số chính phương.

2. Cho hai số nguyên tố khác nhau p và q. Chứng minh rằng: $p^{q-1} + q^{p-1} - 1$ chia hết cho p.q

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI LỚP 6, 7, 8
NĂM HỌC 2022 - 2023
MÔN: TOÁN 7

.....Hết.....

Họ tên thí sinh:..... SBD.....

Cán bộ coi giao lưu học sinh giỏi không được giải thích gì thêm.

		Nội dung	Điểm
Câu 1 (4.0đ)	1. (2.0đ)	a) (1.0) $A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7}\right) + 7,5$ $= \left(\frac{7}{3} + \frac{7}{2}\right) : \left(-\frac{25}{6} + \frac{15}{7}\right) + \frac{15}{2} = \frac{35}{6} : \frac{-85}{42} + \frac{15}{2}$ $= \frac{35}{6} \cdot \frac{-42}{85} + \frac{15}{2} = \frac{-49}{17} + \frac{15}{2} = \frac{157}{34}$	0.5đ
		b) (1.0) $B = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2021.2023}\right)$ $= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5}\right) \dots \left(\frac{2022}{2021} \cdot \frac{2022}{2023}\right)$ $= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5}\right) \dots \left(\frac{2022}{2021} \cdot \frac{2022}{2023}\right)$ $= \frac{2022}{2023}$	0.25đ
			0.25đ
	2. (1.0đ)	Từ $4x = 3y$; $\frac{x}{3} = \frac{z}{5} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ ta có: $\frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{16} = \frac{z^2}{25} = \frac{2x^2}{18} = \frac{2y^2}{32} = \frac{3z^2}{75} = \frac{2x^2 + 2y^2 - 3z^2}{-25} = \frac{-100}{-25} = 4$	0,25đ
			0,25đ
			0,5đ

		$\begin{cases} x^2 = 36 \\ y^2 = 64 \\ z^2 = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 8 \\ x = 10 \\ x = -6 \\ y = -8 \\ z = -10 \end{cases} \quad (\text{Vì } x, y, z \text{ cùng dấu})$	
	3. (1.0đ)	<p>Ta có: $P = \frac{1}{1008} + \frac{1}{1009} + \frac{1}{1010} + \dots + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015}$</p> $= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1006} + \frac{1}{1007} + \frac{1}{1008} + \dots + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015} \right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1006} + \frac{1}{1007} \right)$ $= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1006} + \frac{1}{1007} + \frac{1}{1008} + \dots + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015} \right) - 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2012} + \frac{1}{2014} \right)$ $= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2013} - \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015} = S.$ <p>Do đó $(S-P)^{2022} = 0$</p>	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
Câu 2 (4.0đ)	1. (1.25đ)	<p>Vì $\left(3x - \frac{1}{6} \right)^2 \geq 0$ với mọi x; $2y - 6 \geq 0 \forall y$, do đó:</p> $\left(3x - \frac{1}{6} \right)^2 + 2y - 6 \geq 0 \forall x, y,$ <p>theo đề bài thì:</p> $\left(3x - \frac{1}{6} \right)^2 + 2y - 6 \leq 0 \Rightarrow \left(3x - \frac{1}{6} \right)^2 + 2y - 6 = 0. \text{ Khi đó:}$ $\begin{cases} 3x - \frac{1}{6} = 0 \\ 2y - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{18} \\ y = 3 \end{cases}$	0.25đ 0.5đ 0.5đ

	<p>2. (1.25đ)</p> $P = x^3 - y^2 + x + x^2y - 2x^2 + 2021 + 3y - xy$ $= x^2(x + y) - 2x^2 - y(x + y) + 3y + x + 2021$ $= 2x^2 - 2x^2 - 2y + 3y + x + 2021 = x + y + 2021 = 2023$ <p>Vậy với $x + y = 2$ thì $P = 2023$</p>	<p>0.5đ</p> <p>0.5đ</p> <p>0.25đ</p>																									
	<p>3. (1.5đ)</p> <p>Từ $(7a + 5 - 21b)(a + 1 - 3b) : 7$ suy ra $(7a - 21b + 5)(a - 3b + 1) : 7$ $\Rightarrow (a - 3b + 1) : 7$ vì $(7a - 21b + 5)$ không chia hết cho 7 và 7 là số nguyên tố.</p> <p>Từ $(a - 3b + 1) : 7 \Rightarrow (42a + 14b + 14) + (a - 3b + 1) : 7$ Vì $(42a + 14b + 14) : 7 \Rightarrow 43a + 11b + 15 : 7$ (đpcm)</p>	<p>0.5đ</p> <p>0.5đ</p> <p>0.5đ</p>																									
<p>Câu 3 (4.0đ)</p>	<p>1. (2.0đ)</p> <p>Ta có: $x + y - 2xy = 4$ suy ra $x - 2xy + y - 4 = 0$ $\Leftrightarrow 2x - 4xy + 2y - 8 = 0 \Leftrightarrow 2x - 4xy + 2y - 1 = 7$ $\Leftrightarrow 2x(1 - 2y) - (1 - 2y) = 7 \Leftrightarrow (2x - 1)(1 - 2y) = 7$</p> <p>Lập bảng</p> <table border="1"> <tbody> <tr> <td>$2x - 1$</td> <td>1</td> <td>7</td> <td>-1</td> <td>-7</td> </tr> <tr> <td>$1 - 2y$</td> <td>7</td> <td>1</td> <td>-7</td> <td>-1</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>0</td> <td>-3</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-3</td> <td>0</td> <td>4</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Thỏa mãn</td> <td>Thỏa mãn</td> <td>Thỏa mãn</td> <td>Thỏa mãn</td> </tr> </tbody> </table> <p>Vậy $(x; y)$ cần tìm là $(1; -3); (4; 0); (0; 4); (-3; 1)$</p>	$2x - 1$	1	7	-1	-7	$1 - 2y$	7	1	-7	-1	x	1	4	0	-3	y	-3	0	4	1		Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	<p>0.25đ</p> <p>0.5đ</p> <p>1.0đ</p> <p>0.25đ</p>
	$2x - 1$	1	7	-1	-7																						
$1 - 2y$	7	1	-7	-1																							
x	1	4	0	-3																							
y	-3	0	4	1																							
	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn																							
<p>2. (2.0đ)</p>	<p>Gọi tổng số gói tăm 3 lớp cùng mua là x (x là số tự nhiên khác 0) Số gói tăm dự định chia cho 3 lớp 7A, 7B, 7C lúc đầu lần lượt là: a, b, c</p> <p>Ta có: $\frac{a}{5} = \frac{b}{6} = \frac{c}{7} = \frac{a+b+c}{18} = \frac{x}{18} \Rightarrow a = \frac{5x}{18}; b = \frac{6x}{18} = \frac{x}{3}; c = \frac{7x}{18}$ (1)</p> <p>Số gói tăm sau đó chia cho 3 lớp lần lượt là a', b', c', ta có:</p>	<p>0.25đ</p> <p>0.5đ</p>																									

		$\frac{a'}{4} = \frac{b'}{5} = \frac{c'}{6} = \frac{a' + b' + c'}{15} = \frac{x}{15} \Rightarrow a' = \frac{4x}{15}; b' = \frac{5x}{15} = \frac{x}{3}; c' = \frac{6x}{15} \quad (2)$ <p>So sánh (1) và (2) ta có: $a > a'$; $b = b'$; $c < c'$ nên lớp 7C nhận nhiều hơn lúc đầu</p> <p>Vậy: $c' - c = 12$ hay $\frac{6x}{15} - \frac{7x}{18} = 12 \Rightarrow \frac{x}{90} = 1080$</p> <p>Vậy số gói tằm 3 lớp đã mua là 1080 gói.</p>	0.5đ 0.5đ 0.25đ
Câu 4 (6.0đ)	1. (1.5đ)	<p>Ta có: $\begin{cases} \widehat{DAC} = \widehat{A}_1 + 90^\circ = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ \\ \widehat{BAE} = \widehat{A}_2 + 90^\circ = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ \end{cases} \Rightarrow \widehat{DAC} = \widehat{BAE}$</p> <p>Xét $\triangle ADC$ và $\triangle ABE$ có:</p> <p>$DA = BA$ (gt)</p> <p>$\widehat{DAC} = \widehat{BAE}$ (Chứng minh trên)</p> <p>$AC = AE$ (gt)</p> <p>$\Rightarrow \triangle ADC = \triangle ABE$ (c - g - c)</p>	0.5đ 0.75đ 0.25đ
	2. (2.0đ)	<p>Ta có: $\widehat{A}_3 + \widehat{A}_1 + \widehat{BAC} + \widehat{A}_2 = 360^\circ$</p> <p>$\Leftrightarrow \widehat{A}_3 + 60^\circ + 90^\circ + 60^\circ = 360^\circ$</p> <p>$\Leftrightarrow \widehat{A}_3 = 150^\circ$</p> <p>$\Rightarrow \widehat{A}_3 = \widehat{DAC} = 150^\circ$</p>	

		<p>Xét $\triangle DAE$ và $\triangle BAE$ có:</p> <p>$DA = BA$ (gt)</p> <p>$\widehat{A}_3 = \widehat{DAC}$ (Chứng minh trên)</p> <p>AE: Cạnh chung</p> <p>$\Rightarrow \triangle DAE = \triangle BAE$ (c - g - c)</p> <p>$\Rightarrow DE = BE$ (hai cạnh tương ứng)</p>	0.75đ
			0.75đ
			0.5đ
	3. (2.5đ)	<p>* Ta có: $\triangle DAC = \triangle BAE$ (CM câu a) $\Rightarrow \widehat{E}_1 = \widehat{C}_1$ (hai góc tương ứng)</p> <p>Lại có: $\widehat{I}_1 + \widehat{E}_2 + \widehat{ICE} = 180^\circ$ (Tổng 3 góc trong $\triangle ICE$)</p> <p>$\Leftrightarrow \widehat{I}_1 + (\widehat{AEC} - \widehat{E}_1) + (\widehat{C}_1 + \widehat{C}_2) = 180^\circ$</p> <p>$\Leftrightarrow \widehat{I}_1 + 60^\circ - \widehat{E}_1 + \widehat{C}_1 + 60^\circ = 180^\circ$</p> <p>$\Leftrightarrow \widehat{I}_1 + 120^\circ = 180^\circ$ (Vì $\widehat{E}_1 = \widehat{C}_1$)</p> <p>$\Leftrightarrow \widehat{I}_1 = 60^\circ$</p> <p>* Vì $\triangle DAE = \triangle BAE$ (chứng minh câu b) $\Rightarrow \widehat{E}_1 = \widehat{E}_2$ (hai góc tương ứng) $\Rightarrow EA$ là tia phân giác của \widehat{DEI} (1)</p> <p>Vì $\begin{cases} \triangle DAC = \triangle BAE \\ \triangle DAE = \triangle BAE \end{cases} \Rightarrow \triangle DAC = \triangle DAE \Rightarrow \widehat{D}_1 = \widehat{D}_2$ (Hai góc tương ứng) $\Rightarrow DA$ là tia phân giác của \widehat{EDC} (2)</p> <p>Từ (1) và (2) $\Rightarrow IA$ là đường phân giác thứ ba trong $\triangle DIE$ hay IA là tia phân giác của \widehat{DIE}</p>	0.25đ
			0.75đ
			0.25đ
			0.25đ
			0.5đ
			0.5đ
	1. (1.0đ)	<p>Vì $f(0) = 0$ và $f(1) = 2$ nên $f(x)$ có dạng :</p> <p>$f(x) = 2 + x(x - 1).g(x)$ trong đó $g(x)$ là 1 đa thức với hệ số nguyên</p> <p>Ta có $f(7) = 2 + 42.g(7) \equiv 2 \pmod{3}$ nên $f(7)$ không thể là số chính phương</p>	0.5đ
			0.5đ
Câu 5 (2.0 đ)	2. (1.0đ)	<p>Vì p, q nguyên tố cùng nhau và p khác q nên: $(p, q) = 1$.</p> <p>Áp dụng định lí Fermat ta có :</p> <p>$p^{q-1} \equiv 1 \pmod{q}$ và $q^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$</p> <p>suy ra $p^{q-1} - 1 : q$ và $q^{p-1} - 1 : p$ mặt khác $p^{q-1} : p$ và $q^{p-1} : q$ nên ta có : $p^{q-1} + q^{p-1} - 1 : q ; p^{q-1} + q^{p-1} - 1 : p$ mà $(p, q) = 1$ nên : $p^{q-1} + q^{p-1} - 1 : p.q$</p>	0.25đ
			0.5đ
			0.25đ

Chú ý: - Nếu HS làm theo cách khác mà đúng vẫn cho điểm tối đa.

- Bài hình nếu vẽ hình sai thì không chấm điểm

ĐỀ CHÍNH THỨC**Câu I. (4,0 điểm)**

1. Tính giá trị của các biểu thức:

$$a) A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{5} + \frac{3}{13}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}} + \frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5}}{\frac{2}{5} - \frac{3}{5} + \frac{4}{5}};$$

$$b) B = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2022}\right) \left(1 - \frac{1}{2023}\right).$$

2. Cho đa thức $R(x) = x^2 - 2x$. Tính giá trị của biểu thức

$$S = \frac{1}{R(3)} + \frac{1}{R(4)} + \frac{1}{R(5)} + \dots + \frac{1}{R(2023)} + \frac{1}{2.2023}.$$

Câu II. (4,0 điểm)1. Tìm x, y, z biết $\frac{y+z-2}{x+1} = \frac{z+x+1}{y-1} = \frac{x+y-3}{z-2} = \frac{1}{x+y+z-2}$ (với giả thiết

các tỉ số đều có nghĩa).

2. Một đơn vị công nhân sửa đường dự định phân chia số mét đường phải sửa cho 3 tổ: Tổ 1, Tổ 2, Tổ 3 tương ứng theo tỷ lệ 4 : 5 : 6. Nhưng sau đó, vì số người thay đổi nên đơn vị đã chia lại số mét đường phải sửa cho Tổ 1, Tổ 2, Tổ 3 tương ứng theo tỷ lệ 3 : 4 : 5. Do đó, có một tổ làm ít hơn dự định là 20m đường. Tính số mét đường đơn vị đã chia lại cho mỗi tổ.

Câu III. (4,0 điểm)1. Chứng minh rằng nếu p là số nguyên tố lớn hơn 3 thì $(p+1)(p-1)$ chia hết cho 24.2. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn đẳng thức:

$$\left| (x-y)^2 + 2(xy + y^2 - 4y) \right| = xy + y^2 - 4y.$$

Câu IV. (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân có đáy là BC. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Kẻ NH vuông góc với CM tại H. Kẻ HE vuông góc với AB tại E. Kẻ AK vuông góc với CM tại K. Kẻ AQ vuông góc với HN tại Q.

1. Chứng minh rằng $AK = HC = AQ$. Tính số đo góc BKA.

2. Chứng minh tam giác ABH cân và HM là tia phân giác của góc BHE.

3. Gọi I là điểm di động trên tia CA, J là điểm di động trên tia CB. Xác định vị trí các điểm I, J sao cho tam giác HJI có chu vi bé nhất.

Câu V. (2,0 điểm) Chứng minh rằng: $\frac{1}{65} < \frac{1}{5^3} + \frac{1}{6^3} + \frac{1}{7^3} + \dots + \frac{1}{2023^3} < \frac{1}{40}$.

----- Hết -----

Họ và tên thi sinh..... Số báo danh

UBND HUYỆN THỌ XUÂN
PHÒNG GIÁO DỤC THỌ XUÂN

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH
GIỎI LỚP 7, 8 CẤP HUYỆN NĂM HỌC 2022 - 2023

MÔN: TOÁN - LỚP 7

HƯỚNG DẪN CHẤM

Hướng dẫn chấm có 07 trang

Câu	Nội dung	Điểm
I	1. Tính giá trị của các biểu thức: a) $A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{4}{5} - \frac{11}{5} + \frac{13}{5}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{2}{5} - \frac{3}{5} + \frac{4}{5}}$; $B = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\dots\left(1 - \frac{1}{2022}\right)\left(1 - \frac{1}{2023}\right)$.	2,0
	a) $A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{4}{5} - \frac{11}{5} + \frac{13}{5}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{2}{5} - \frac{3}{5} + \frac{4}{5}} = \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)}{5 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{5 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)}$	0,5
	$= \frac{3}{5} + \frac{1}{5}$	0,25
	$= \frac{4}{5}$	0,25
	b) $B = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\dots\left(1 - \frac{1}{2022}\right)\left(1 - \frac{1}{2023}\right)$ $= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{2021}{2022} \cdot \frac{2022}{2023}$	0,5
	$= \frac{1}{2023}$. Vậy $B = \frac{1}{2023}$	0,5
	2. Cho đa thức $R(x) = x^2 - 2x$. Tính giá trị của biểu thức $S = \frac{1}{R(3)} + \frac{1}{R(4)} + \frac{1}{R(5)} + \dots + \frac{1}{R(2023)} + \frac{1}{2 \cdot 2023}$	2,0
	Ta có $R(x) = x^2 - 2x = x(x - 2)$. Do đó: $S = \frac{1}{R(3)} + \frac{1}{R(4)} + \frac{1}{R(5)} + \dots + \frac{1}{R(2023)} + \frac{1}{2 \cdot 2023}$ $= \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{2021 \cdot 2023} + \frac{1}{2 \cdot 2023}$	0,5
	$= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{2 \cdot 4} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{2}{2021 \cdot 2023} \right) + \frac{1}{2 \cdot 2023}$ $= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2019} - \frac{1}{2021} + \frac{1}{2020} - \frac{1}{2022} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2023} \right) + \frac{1}{2 \cdot 2023}$	0,5

	$= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2022} - \frac{1}{2023} \right) + \frac{1}{2 \cdot 2023}$	0,5
	$= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2022} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1516}{1011} = \frac{758}{1011}$	0,5
	1. Tìm x, y, z, biết : $\frac{y+z-2}{x+1} = \frac{z+x+1}{y-1} = \frac{x+y-3}{z-2} = \frac{1}{x+y+z-2}.$ (Với giả thiết các tỉ số đều có nghĩa)	2,0
	Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có : $\frac{y+z-2}{x+1} = \frac{z+x+1}{y-1} = \frac{x+y-3}{z-2} = \frac{2(x+y+z-2)}{x+y+z-2} = 2$	0,5
	Mà: $\frac{y+z-2}{x+1} = \frac{z+x+1}{y-1} = \frac{x+y-3}{z-2} = \frac{1}{x+y+z-2}$ Nên $\frac{1}{x+y+z-2} = 2 \Leftrightarrow x+y+z = 2,5 \quad (1)$	0,25
	Ta có: $\frac{y+z-2}{x+1} = 2 \Leftrightarrow \frac{y+z-2}{x+1} + 1 = 3 \Leftrightarrow \frac{x+y+z-1}{x+1} = 3 \quad (2)$ Từ (1) và (2) ta suy ra $\frac{1,5}{x+1} = 3 \Leftrightarrow x = -0,5$	0,25
	$\frac{z+x+1}{y-1} = 2 \Leftrightarrow \frac{z+x+1}{y-1} + 1 = 3 \Leftrightarrow \frac{x+y+z}{y-1} = 3 \quad (3)$ Từ (1) và (3) ta suy ra $\frac{2,5}{y-1} = 3 \Leftrightarrow y = \frac{11}{6}$	0,25
II	$\frac{x+y-3}{z-2} = 2 \Leftrightarrow \frac{x+y-3}{z-2} + 1 = 3 \Leftrightarrow \frac{x+y+z-5}{z-2} = 3 \quad (4)$ Từ (1) và (4) ta suy ra $\frac{-2,5}{z-2} = 3 \Leftrightarrow z = \frac{7}{6}$	0,25
	Vậy $x = -0,5; y = \frac{11}{6}; z = \frac{7}{6}.$	0,5
	2. Một đơn vị công nhân sửa đường dự định phân chia số mét đường phải sửa cho 3 tổ: Tổ 1, Tổ 2, Tổ 3 tương ứng theo tỷ lệ 4 : 5 : 6. Nhưng sau đó, vì số người thay đổi nên đơn vị đã chia lại số mét đường phải sửa cho Tổ 1, Tổ 2, Tổ 3 tương ứng theo tỷ lệ 3 : 4 : 5. Do đó, có một tổ làm ít hơn dự định ban đầu là 20m đường. Tính số mét đường đơn vị đã chia lại cho mỗi tổ.	2,0
	Gọi tổng số mét đường đơn vị công nhân phải sửa là M (M > 0). Gọi x ₁ , y ₁ , z ₁ lần lượt là số mét đường phải sửa của Tổ 1, Tổ 2, Tổ 3 theo dự định ban đầu. Gọi x ₂ , y ₂ , z ₂ lần lượt là số mét đường phải sửa của Tổ 1, Tổ 2, Tổ 3 khi phân chia lại. Theo bài ra ta có: $x_1 + y_1 + z_1 = x_2 + y_2 + z_2 = M \quad (1).$	0,5

	$\frac{x_1}{4} = \frac{y_1}{5} = \frac{z_1}{6} \quad (2); \quad \frac{x_2}{3} = \frac{y_2}{4} = \frac{z_2}{5} \quad (3)$	
	Từ (1), (2), (3), áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:	
	$\frac{x_1}{4} = \frac{y_1}{5} = \frac{z_1}{6} = \frac{x_1 + y_1 + z_1}{15} = \frac{M}{15}$	0,25
	$\frac{x_2}{3} = \frac{y_2}{4} = \frac{z_2}{5} = \frac{x_2 + y_2 + z_2}{12} = \frac{M}{12}$	
	Suy ra: $x_1 = \frac{4M}{15}, y_1 = \frac{M}{3}, z_1 = \frac{2M}{5}; \quad x_2 = \frac{M}{4}, y_2 = \frac{M}{3}, z_2 = \frac{5M}{12}$	0,25
	So sánh các giá trị này với nhau ta có: $x_2 < x_1, y_2 = y_1, z_2 > z_1$	0,25
	Theo bài ra ta có: $x_1 - x_2 = 20$.	
	Suy ra $\frac{4M}{15} - \frac{M}{4} = 20 \Leftrightarrow M = 1200$.	0,25
	Do đó: $x_2 = 300, y_2 = 400, x_1 = 500$	0,25
	Vậy số mét đường đơn vị đã chia lại cho Tổ 1, Tổ 2, Tổ 3 lần lượt là 300m, 400m, 500m.	0,25
	1. Chứng minh rằng nếu p là số nguyên tố lớn hơn 3 thì $(p + 1)(p - 1)$ chia hết cho 24.	2,0
	* Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên ta được $p = 3k + 1$ hoặc $p = 3k + 2$ với k là số tự nhiên khác 0.	0,25
	+ Nếu $p = 3k + 1$ thì $(p + 1)(p - 1) = (3k + 2).3k$ chia hết cho 3	0,25
	+ Nếu $p = 3k + 2$ thì $(p + 1)(p - 1) = (3k + 3)(3k + 1)$ chia hết cho 3	0,25
	Vậy p là số nguyên tố lớn hơn 3 thì $(p + 1)(p - 1)$ chia hết cho 3 (1)	0,25
	Mặt khác vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p là số lẻ. Suy ra $p + 1$ và $p - 1$ là hai số chẵn liên tiếp	0,25
	Đặt $p - 1 = 2n$ thì $p + 1 = 2n + 2$, ta có $(p + 1)(p - 1) = 2n(2n + 2) = 4n(n + 1)$	0,25
	Do $n(n + 1)$ chia hết cho 2 nên $4n(n + 1)$ chia hết cho 8. Do đó $(p + 1)(p - 1)$ chia hết cho 8 (2)	0,25
	Vì 3 và 8 là hai số nguyên tố cùng nhau, $3.8 = 24$ nên từ (1) và (2) ta suy ra $(p + 1)(p - 1)$ chia hết cho 24.	0,25
III	2. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn đẳng thức: $ (x - y)^2 + 2(xy + y^2 - 4y) = xy + y^2 - 4y.$	2,0

	$\left (x - y)^2 + 2(xy + y^2 - 4y) \right = xy + y^2 - 4y \quad (1)$	
	<p>Với mọi x, y, ta có $\left (x - y)^2 + 2(xy + y^2 - 4y) \right \geq 0$, do đó, từ (1) ta suy ra $xy + y^2 - 4y \geq 0$</p>	0,25
	Suy ra: $(x - y)^2 + 2(y^2 + xy - 4y) \geq 0$	0,25
	Do đó (1) $\Leftrightarrow (x - y)^2 + 2(xy + y^2 - 4y) = xy + y^2 - 4y$	0,25
	$\Leftrightarrow (x - y)^2 + xy + y^2 - 4y = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} (x - y)^2 = 0 \\ y^2 + xy - 4y = 0 \end{cases} \quad (\forall (x - y)^2 \geq 0, y^2 + xy - 4y \geq 0)$	0,25
	$\Leftrightarrow x = y = 0$ hoặc $x = y = 2$.	0,5
	Vậy các cặp số nguyên $(x; y)$ cần tìm là $(0; 0), (2; 2)$.	0,25
	<p>Cho tam giác ABC vuông cân có đáy là BC. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC, Kẻ NH vuông góc với CM tại H. Kẻ HE vuông góc với AB tại E. Kẻ AK vuông góc với CM tại K. Kẻ AQ vuông góc với HN tại Q.</p> <p>1. Chứng minh rằng $AK = HC = AQ$. Tính số đo góc BKA.</p> <p>2. Chứng minh tam giác ABH cân và HM là tia phân giác của góc BHE.</p> <p>3. Gọi I là điểm di động trên tia CA, J là điểm di động trên tia CB. Xác định vị trí các điểm I, J sao cho tam giác HJI có chu vi bé nhất.</p>	6,0
IV		

<p>1. Xét hai tam giác vuông MKA và NHC, có: $AM = CN (= \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}AC)$ $\angle MAK = \angle NHC$ (cùng phụ với $\angle AMC$) Suy ra $\triangle MKA = \triangle NHC$ (cạnh huyền, góc nhọn)</p>	0,5
<p>$\Rightarrow KA = HC$ (hai cạnh tương ứng) (1)</p>	0,25
<p>- Chứng minh được $\triangle AQN = \triangle CHN$ (cạnh huyền, góc nhọn)</p>	0,25
<p>$\Rightarrow AQ = CH$ (hai cạnh tương ứng) (2)</p>	0,25
<p>Từ (1) và (2) ta suy ra $KA = HC = AQ$.</p>	0,25
<p>- Chứng minh được $\triangle AKH = \triangle AQH$ (cạnh huyền, cạnh góc vuông)</p>	0,25
<p>Suy ra $\angle AHQ = \angle AHK = 45^\circ$ Do đó $\angle AHC = \angle AHQ + \angle QHC = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$.</p>	0,25
<p>Xét $\triangle AHC$ và $\triangle BKA$ có: $AC = AB$; $HC = AK$ $\angle BAK = \angle HCA$ (cùng phụ với $\angle AMC$). Suy ra: $\triangle AHC = \triangle BKA$ (c.g.c)</p>	0,25
<p>$\Rightarrow \angle BKA = \angle AHC = 135^\circ$.</p>	0,25
<p>2. Xét $\triangle BKA$ và $\triangle BKH$ có $AK = KH$ (vì tứ giác AKHQ là hình vuông). $\angle BKH = 360^\circ - \angle AKH - \angle AKB = 135^\circ = \angle AKB$. BK là cạnh chung. Suy ra $\triangle BKA = \triangle BKH$ (c.g.c).</p>	0,75
<p>$\Rightarrow AB = BH$ (hai cạnh tương ứng) $\Rightarrow \triangle AHB$ cân tại B.</p>	0,25
<p>Ta có: $\angle MHE = \angle HCA$ (2 góc đồng vị, $EH // AC$ vì cùng vuông góc với AB). $\angle HCA = \angle KAB$ ($\triangle AHC = \triangle BKA$) $\angle KAB = \angle KHB$ ($\triangle BKA = \triangle BKH$) Suy ra $\angle MHE = \angle KHB$</p>	0,75
<p>$\Rightarrow HM$ là tia phân giác của góc BHE.</p>	0,25



	<p>Gọi H_1 là điểm sao cho AC là đường trung trực của HH_1, H_2 là điểm sao cho CB là đường trung trực của HH_2 Ta có H_1, H_2 cố định, độ dài đoạn thẳng H_1H_2 không đổi.</p>	0,25
	<p>Với mọi điểm I trên tia AC, mọi điểm J trên tia CB ta luôn có $IH = IH_1, JH = JH_2$ (AC là đường trung trực của HH_1, CB là đường trung trực của HH_2)</p>	0,25
	<p>Do đó chu vi tam giác HJI là:</p> $\mathcal{C} = IH + JH + IJ = H_1I + IJ + JH_2 \geq H_1H_2 \Rightarrow \mathcal{C} \geq H_1H_2$	0,5
	<p>Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi I là giao điểm của H_1H_2 với AC, J là giao điểm của H_1H_2 với CB (các điểm H_1, I, J, H_2 thẳng hàng).</p>	0,25
	<p>Vậy khi I là giao điểm của H_1H_2 với AC, J là giao điểm của H_1H_2 với CB thì tam giác HJI có chu vi bé nhất.</p>	0,25
	<p>Chứng minh rằng: $\frac{1}{65} < \frac{1}{5^3} + \frac{1}{6^3} + \frac{1}{7^3} + \dots + \frac{1}{2023^3} < \frac{1}{40}$</p>	2,0
V	$A = \frac{1}{5^3} + \frac{1}{6^3} + \frac{1}{7^3} + \dots + \frac{1}{2023^3}$ <p>*) Với $n > 1$, ta có $0 < (n - 1)n(n + 1) = n^3 - n < n^3$</p> $\Rightarrow \frac{1}{n^3} < \frac{1}{(n - 1)n(n + 1)}$ <p>Do đó:</p> $A = \frac{1}{5^3} + \frac{1}{6^3} + \frac{1}{7^3} + \dots + \frac{1}{2023^3} < \frac{1}{4 \cdot 5 \cdot 6} + \frac{1}{5 \cdot 6 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{2022 \cdot 2023 \cdot 2024} = B$	0,25

	<p>Ta có $\frac{1}{(n-1)n(n+1)} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(n-1)n} - \frac{1}{n(n+1)} \right]$ nên</p>	0,25
	$B = \frac{1}{4.5.6} + \frac{1}{5.6.7} + \dots + \frac{1}{2022.2023.2024}$ $= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4.5} - \frac{1}{5.6} + \frac{1}{5.6} - \frac{1}{6.7} + \dots + \frac{1}{2022.2023} - \frac{1}{2023.2024} \right)$ $= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4.5} - \frac{1}{2023.2024} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4.5} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2023.2024}$ $= \frac{1}{40} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2023.2024} < \frac{1}{40}$ <p>Vậy $A < B < \frac{1}{40}$ (1)</p>	0,5
	<p>*) Với $n > 1$, ta có $\frac{1}{n^3} > \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$</p> <p>Do đó: $A > \frac{1}{5.6.7} + \frac{1}{6.7.8} + \frac{1}{2023.2024.2025}$</p> $= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5.6} - \frac{1}{6.7} + \frac{1}{6.7} - \frac{1}{7.8} + \dots + \frac{1}{2022.2023} - \frac{1}{2023.2024} + \frac{1}{2023.2024} - \frac{1}{2024.2025} \right)$ $= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5.6} - \frac{1}{2024.2025} \right)$	0,5
	$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5.6} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2024.2025}$ $= \frac{1}{60} - \frac{1}{2.2024.2025} > \frac{1}{60} - \frac{1}{780} = \frac{13-1}{780} = \frac{1}{65}$	0,25
	<p>Vậy $A > \frac{1}{65}$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) ta có điều phải chứng minh.</p>	0,25

Lưu ý:

- Câu IV: Nếu thí sinh không vẽ hình hoặc vẽ sai hình thì không chấm điểm.
- Điểm bài thi làm tròn đến 0,25.
- Nếu thí sinh làm cách khác mà đúng thì vẫn cho điểm tối đa.

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN LỤC NAM**

ĐỀ CHÍNH THỨC
Đề thi có 02 trang

**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VĂN HÓA CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2022-2023
MÔN: TOÁN LỚP 7**

Ngày thi: 20/3/2023

Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề

A- TRẮC NGHIỆM (6 điểm)

Câu 1. Kết quả phép tính $A = 2023^0 - \left| \frac{1}{2} - \frac{3}{5} \right| + \sqrt{\frac{16}{25}}$ là:

- A. $\frac{17}{10}$ B. $\frac{19}{10}$ C. $\frac{53}{50}$ D. $\frac{63}{50}$

Câu 2. Cho $\frac{3}{5} + \frac{2}{5}x = \sqrt{\frac{4}{9}}$. Khi đó x bằng:

- A. 1 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{-17}{18}$

Câu 3. Biết (x, y) là cặp số thỏa mãn $(x+1)^{2024} + |y-1| \leq 0$. Khi đó $x^{2024} + y^{2024}$ bằng:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 4. Một hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng và chiều cao lần lượt tỉ lệ với 3; 2; 1. Biết chiều cao bằng 2cm. Khi đó thể tích hình hộp chữ nhật bằng:

- A. 48cm^3 B. 24cm^3 C. 96cm^3 D. 6cm^3

Câu 5. Cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c. Hai đường thẳng a và b song song với nhau khi:

- A. a và b cùng cắt với c B. a và b cùng vuông góc với c
C. a vuông góc với c D. b vuông góc với c

Câu 6. Đại lượng x tỉ lệ thuận với đại lượng y theo hệ số là a, thì đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số là:

- A. a B. -a C. $\frac{1}{a}$ D. $-\frac{1}{a}$

Câu 7. Kết quả làm tròn của $\sqrt{7}$ với độ chính xác 0,005 là:

- A. $\approx 2,646$ B. $\approx 2,6$ C. $\approx 2,64$ D. $\approx 2,65$

Câu 8. Cho đa thức $f(x) = x^2 - 25$. Số nghiệm của đa thức f(x) là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 9. Cho $a - b = 2023$ và $a \neq -1011,5, b \neq 1011,5$. Giá trị của biểu thức $\frac{3a-b}{2a+2023} + \frac{3b-a}{2b-2023}$ bằng:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 10. Cho x, y, z lần lượt tỉ lệ với 5; 4; 3. Giá trị của biểu thức $P = \frac{x-2y+3z}{x+2y-3z}$ bằng:

- A. 1 B. $\frac{2}{3}$ C. 2 D. $\frac{3}{2}$

Câu 11. Ba góc $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ của ΔABC lần lượt tỉ lệ với các số 1; 2; 3. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $BC > AB > AC$ B. $AB > AC > BC$ C. $AB > BC > AC$ D. $BC > AC > AB$

Câu 12. Cho số $x \in \mathbb{Z}$ để $M = \frac{2022x - 2022}{3x + 2}$ có giá trị nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất của M là :

- A. -2696 B. 674 C. 1011 D. -1011

Câu 13. Cho hai đường thẳng xy và zt cắt nhau tại O , biết $\widehat{xOz} = 80^\circ$. Gọi Om là tia phân giác của tOy . Số đo \widehat{xOm} bằng:

- A. 80° B. 140° C. 40° D. 100°

Câu 14. Số cặp nguyên (x,y) thỏa mãn: $2x - y + xy = 9$ là:

- A. 2 B. 4 C. 1 D. 8

Câu 15. Một hình lăng trụ đứng có đáy là hình thoi cạnh 6cm và diện tích xung quanh của hình lăng trụ là $192 (\text{cm}^2)$. Khi đó chiều cao của hình lăng trụ bằng:

- A. 8cm B. 12cm C. 16cm D. 48cm

Câu 16. Cho $\triangle ABC$, $\widehat{A} = 40^\circ$. Tia phân giác của góc B và góc C cắt nhau tại I . Số đo góc BIC bằng:

- A. 150° B. 140° C. 130° D. 110°

Câu 17. Cho đa thức $f(x)$ biết: $f(x_1.x_2) = f(x_1).f(x_2)$ và $f(4) = 2$. Khi đó $f(1024)$ bằng:

- A. 32 B. 16 C. 512 D. 2048

Câu 18. Cho đa thức $A = 5x^4 - 2x^3 + 7x - 5x^4 + 3x^3 + 2023$. Hệ số cao nhất của đa thức A là:

- A. 5 B. 7 C. 1 D. 2023

Câu 19. Trong các dữ liệu sau, dữ liệu nào là số liệu?

- A. Xếp loại của các học sinh cuối năm học.
B. Số học sinh đi học muộn trong một buổi học.
C. Danh sách học sinh đạt học sinh giỏi của một lớp.
D. Địa chỉ của các công nhân trong một tổ sản xuất.

Câu 20. Cho $A = 1 - 5 + 5^2 - 5^3 + \dots + 5^{2022} - 5^{2023}$ và $5 - 30A = 5^x$. Giá trị x bằng:

- A. 2022 B. 2023 C. 2024 D. 2025

B. TỰ LUẬN (14 điểm)

Bài 1. (4.0 điểm)

a. Thực hiện phép tính: $A = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2023}{2024} + 2023$

b. Cho 3 số $a, b, c \neq 0$ và $\frac{a+b-2023c}{c} = \frac{b+c-2023a}{a} = \frac{c+a-2023b}{b}$.

Tính giá trị của biểu thức $M = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right)$

Bài 2. (5.0 điểm)

- a. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = |x - 2021| + |x - 2022| + |x - 2023|$
b. Cho a, b, c, d là các số nguyên dương và $a^2 - 2b^2 = 3(c^2 - 5d^2 - b^2)$. Chứng minh $a + b + c + d$ là hợp số.
c. Cho $a, b \in \mathbb{N}^*$, thỏa mãn $M = (9a + 11b).(5b + 11a)$ chia hết cho 19. Chứng minh M chia hết cho 361

Bài 3. (4.0 điểm)

1. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), lấy N thuộc cạnh BC sao cho $BN = BA$. Kẻ BH vuông góc với AN tại H .
a. Chứng minh: $\triangle ABH = \triangle NBH$.
b. Lấy điểm M thuộc tia CB sao cho $CM = CA$, tia phân giác của góc C cắt AN tại E . Chứng minh $\triangle AEM$ vuông cân.
2. Cho tam giác ABC vuông tại A , có $\widehat{C} = 15^\circ$. Trên tia BA lấy điểm I sao cho $BI = 2AC$. Chứng minh $\triangle BIC$ cân.

Bài 4.(1.0 điểm)

Cho ba số a, b, c thỏa mãn $0 \leq a \leq b+1 \leq c+3$ và $a + b + c = 2024$. Tìm giá trị nhỏ nhất của c .

----- Hết -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN LỤC NAM**

**ĐÁP ÁN ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI VĂN HÓA CẤP
HUYỆN
NĂM HỌC 2022-2023
MÔN: TOÁN LỚP 7**

(Bản hướng dẫn chấm có 05 trang)

Phần I. TRẮC NGHIỆM (6,0 điểm)

Mỗi câu đúng cho 0,3 điểm

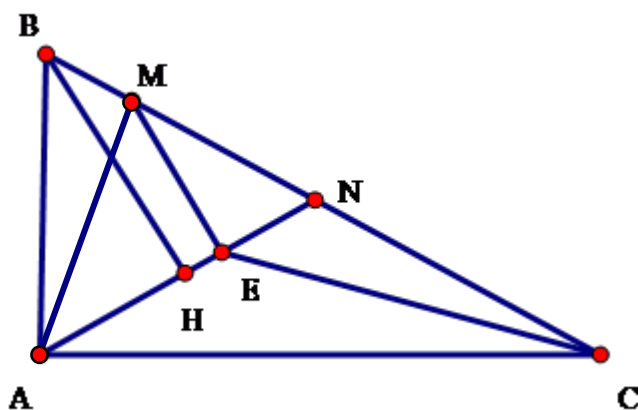
Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	A	11	B
2	C	12	D
3	C	13	B
4	A	14	B
5	B	15	A
6	C	16	D
7	D	17	A
8	C	18	C
9	B	19	B
10	D	20	D

Phần I. TỰ LUẬN (14,0 điểm)

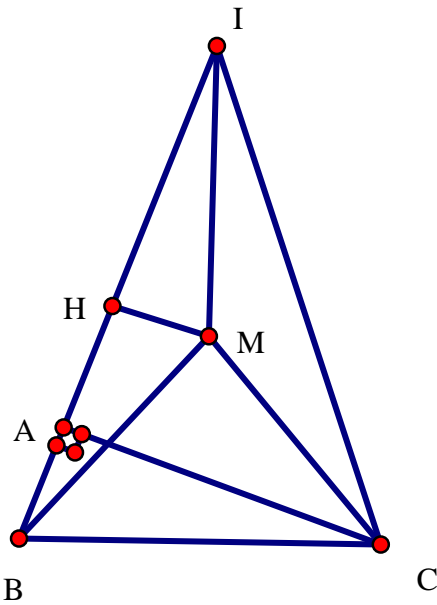
Câu	Hướng dẫn, tóm tắt lời giải	Điểm
Câu 1		(4.0 điểm)
a (2 điểm)	<p>a. Thực hiện phép tính:</p> $A = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - 1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2023}{2024} + 2023.$	
	$A = \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - \frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right) : \frac{2023}{2024} + 2023$	0,5
	$A = \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2023}{2024} + 2023$	0,5
	$A = 0 : \frac{2023}{2024} + 2023$	0,5

	A= 2023	0,5
b (2 điểm)	$\text{b. Nếu } a + b + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} a + b = -c \\ a + c = -b \\ b + c = -a \end{cases}$	0,25
	Ta có :	
	$M = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right)$	
	$M = \frac{a+b}{a} \cdot \frac{b+c}{b} \cdot \frac{c+a}{c}$	
	$M = \frac{-c}{a} \cdot \frac{-a}{b} \cdot \frac{-b}{c} = -1$	
	Nếu $a + b + c \neq 0$ Ta có:	
	$\frac{a+b-2023c}{c} = \frac{b+c-2023a}{a} = \frac{c+a-2023b}{b} = \frac{-2021c-2021b-2021a}{c+b+a} = -2021$	
$\Rightarrow \begin{cases} a+b-2023c = -2021c \\ b+c-2023a = -2021a \\ c+a-2023b = -2021b \end{cases}$	0,25	
$\Rightarrow \begin{cases} a+b+c = 3c \\ b+c+a = 3a \\ c+a+b = 3b \end{cases}$	0,25	
$a = b = c$	0,25	
Ta có : $M = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) = 2.2.2 = 8$	0,25	
KL.....	0,25	
		0,25
Câu 2		(5.0 đ)
a (2 điểm)	a. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x - 2021 + x - 2022 + x - 2023 $	

	<p>Ta có : $x - 2021 + x - 2023 = x - 2021 + 2023 - x \geq x - 2021 + 2023 - x = 2$ với mọi x</p> <p>$x - 2022 \geq 0$ với mọi x</p> <p>$\Rightarrow A = x - 2021 + x - 2022 + x - 2023 \geq 2$</p> <p>Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi</p> $\begin{cases} (x - 2021)(2023 - x) \geq 0 \\ x - 2022 = 0 \end{cases}$ <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} 2021 \leq x \leq 2023 \\ x = 2022 \end{cases}$</p> <p>$\Leftrightarrow x = 2022$</p> <p>Vậy Min $A = 2 \Leftrightarrow x = 2022$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
b (1.5 điểm)	<p>b. Ta có: $a^2 - 2b^2 = 3.(c^2 - 5d^2 - b^2)$.</p> <p>$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 3.(c^2 - 5d^2 - b^2) + c^2 + d^2 + 3b^2$</p> <p>$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 4c^2 - 14d^2 :2$</p> <p>$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 :2$</p> <p>Ta có : $(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) - (a + b + c + d)$</p> <p>$= a(a-1) + b(b-1) + c(c-1) + d(d-1)$</p> <p>Vì các số hạng trên đều là tích của hai số tự nhiên liên tiếp</p> <p>$\Rightarrow (a^2 + b^2 + c^2 + d^2) - (a + b + c + d) :2$</p> <p>$\Rightarrow$ Mà $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 :2$</p> <p>$\Rightarrow a + b + c + d :2$</p> <p>mà $a + b + c + d > 2$</p> <p>$\Rightarrow a + b + c + d$ là hợp số</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
c. 1.5 điểm	<p>c. Ta có : $M = (9a + 11b).(5b + 11a)$ chia hết cho 19 mà 19 là số nguyên tố</p> <p>$\Rightarrow 9a + 11b :19$ hoặc $5b + 11a :19$</p> <p>Ta có : $N = 3(9a + 11b) + (5b + 11a) = 38a + 38b = 19(2a + 2b) :19$</p> <p>+ Nếu $9a + 11b :19 \Rightarrow 3(9a + 11b) :19$</p> <p>Mà $N :19$</p> <p>$\Rightarrow 5b + 11a :19$ (1)</p> <p>+ Nếu $5b + 11a :19$ mà $N :19$</p> <p>$\Rightarrow 3(9a + 11b) :19$</p> <p>$\Rightarrow 9a + 11b :19$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) $\Rightarrow M :19.19 = 361$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
Câu 3		(4.0 đ)
1		



<p>a (1,5 điểm)</p>	<p>Chứng minh: $\triangle ABH = \triangle NBH$.</p> <p>Xét tam giác ABH và tam giác NBH có</p> <p>$BA = NB$ (gt)</p> <p>BH là cạnh chung</p> <p>$\widehat{AHB} = \widehat{NHB} = 90^\circ$</p> <p>$\Rightarrow \triangle ABH = \triangle NBH$ (Cạnh huyền -cạnh góc vuông)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p>
<p>b (1,5 điểm)</p>	<p>b.Chứng minh. $\triangle AEM$ vuông cân.</p> <p>- Chứng minh $\triangle CAE = \triangle CME$ (c.g.c)</p> <p>$\Rightarrow \widehat{CAE} = \widehat{CME}$ (1)</p> <p>Ta có $\widehat{CAE} = \widehat{ABH}$ (cùng phụ góc BAH)</p> <p>Mà $\widehat{NBH} = \widehat{ABH}$ (vì $\triangle ABH = \triangle NBH$)</p> <p>$\Rightarrow \widehat{CAE} = \widehat{NBH}$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{NBH} = \widehat{CME}$</p> <p>$\Rightarrow ME \parallel BH$</p> <p>Mà BH vuông góc AN</p> <p>$\Rightarrow ME \perp AN$</p> <p>$\Rightarrow \triangle AEM$ vuông tại E</p> <p>Mà $EA = EM$ (vì $\triangle CAE = \triangle CME$)</p> <p>$\Rightarrow \triangle AEM$ vuông cân tại E</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>2</p>		



2
(1điểm)

- Xét tam giác ABC vuông tại A có

$$\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \hat{B} = 75^\circ$$

-Lấy điểm M nằm trong tam $\triangle BIC$ sao cho $\triangle BMC$ đều.

Ta có: $\hat{IBM} = \hat{ABC} - \hat{MBC} = 75^\circ - 60^\circ = 15^\circ$

Gọi H là trung điểm của BI $\Rightarrow BI = 2BH$

Mà $BI = 2AC$

$\Rightarrow BH = AC$

-Chứng minh: $\triangle ABC = \triangle HMB$ (c.g.c)

$\Rightarrow \hat{BAC} = \hat{BHM} = 90^\circ$

-Chứng minh tam giác BMI cân tại M

$\Rightarrow \hat{BMI} = 150^\circ$

Tính $\hat{CMI} = 150^\circ$

-Chứng minh $\triangle BMI = \triangle CMI$ (c.g.c)

$\Rightarrow IB = IC$

$\Rightarrow \triangle BIC$ cân tại I

0,25

0,25

0,25

0,25

Câu 4

(1.0
đ)

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác:

Vì $0 \leq a \leq b+1 \leq c+3$

$a + b + 1 + c + 3 \leq c + 3 + c + 3 + c + 3$

$\Rightarrow a + b + c + 4 \leq 3c + 9$

$\Rightarrow 2024 + 4 \leq 3c + 9$

$\Rightarrow 2019 \leq 3c$

$\Rightarrow c \geq 673$

(1điểm)

0,25

0,25

0,25

0,25

	Vậy giá trị nhỏ nhất của c là 673 khi $a + b = 1351$	
--	--	--

Lưu ý khi chấm bài:

- Trên đây chỉ là sơ lược các bước giải, lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ, hợp logic. Nếu học sinh trình bày cách làm khác mà đúng thì cho điểm các phần theo thang điểm tương ứng.
- Với **Câu 3**, nếu học sinh không vẽ hình thì không chấm.